

# 利用连续变量纠缠交换增强罗兰 C 台链时间同步的方案研究

陈超\*, 吴德伟\*\*, 杨春燕, 苗强, 魏天丽

空军工程大学信息与导航学院, 陕西 西安 710077

**摘要** 目前罗兰 C 台链中所有台站受到原子钟积累误差和无线电信号测量精度限制, 并没有实现高精度时间同步。基于连续变量纠缠交换方式和位于主副台的延迟装置, 可以高精度检测纠缠光场正交分量的相位差信息, 从而得到主台和多个副台的同步时差信息。经过理论推导和仿真分析可知, 利用所提方案能使多台站同步精度达到皮秒级别。通过分析台间同步量子信道的安全性可知, 任何外界窃听行为都将导致主副台误码率提高。

**关键词** 量子光学; 罗兰 C; 台链时间同步; 连续变量纠缠信号; 纠缠交换; 安全性分析

中图分类号 O431.2

文献标志码 A

doi: 10.3788/AOS202040.0527001

## Research on Scheme of Enhancing Loran C Chain Time Synchronization by Using Continuous Variable Entanglement Swapping

Chen Chao\*, Wu Dewei\*\*, Yang Chunyan, Miao Qiang, Wei Tianli

Information and Navigation College, Air Force Engineering University, Xi'an, Shaanxi 710077, China

**Abstract** At present, all stations in the Loran C chain are limited by the accumulation errors of atomic clock and the measurement accuracy of radio signal, and there has not been achieved high-precision time synchronization so far. Based on the continuous variable entanglement swapping method and the delay device located at the main and auxiliary stations, the phase difference information of the orthogonal components of the entangled light field can be detected with high precision to obtain synchronization time difference information of the main station and the multiple of secondary stations. Through theoretical derivation and simulation analysis, it is concluded that the synchronization accuracy of multiple stations can reach the picosecond level. By analyzing the security of the inter-station synchronous quantum channel, it is concluded that any external eavesdropping behavior will lead to the raise of bit error rate of the main and auxiliary stations.

**Key words** quantum optics; Loran C; chain time synchronization; continuous variable entanglement signal; entanglement swapping; security analysis

**OCIS codes** 270.5570; 270.5585

## 1 引 言

罗兰 C 系统是一种工作在 100 kHz 载频的陆基、低频、中远程无线电导航系统<sup>[1]</sup>, 广泛分布于我国各地的导航台及监测台, 是我国重要的基础设施, 作为卫星导航的陆基备份补充系统, 具有区域远程导航定位能力。罗兰 C 台链需要一个主台和两个副台进行脉冲-相位式双曲线定位, 因此, 当主台与两个副台的同步精度较高时, 就能给用户带来较精准的定位和授时。但是, 罗兰 C 台链中所有台站并

没有实现高精度的时间同步。目前存在以下问题: 若台链中任何台站出现发播故障, 主副台时延值误差容易增大, 导航定位精度受影响; 台站本地原子钟存在频跳现象, 必须实时监测调整积累误差<sup>[2]</sup>; 传统无线电导航信号在测量过程中会引入量子噪声, 无法突破信号发射功率以及探测带宽的限制。

21 世纪初加州理工大学学者提出了量子时间同步的概念<sup>[3-4]</sup>。量子信息技术的发展可以提高时间同步精度达到飞秒量级, 并且基于量子特性的信息传输具有保密、安全和高精度等优势, 有助于提高

收稿日期: 2019-09-17; 修回日期: 2019-10-24; 录用日期: 2019-11-19

基金项目: 国家自然科学基金青年基金(61603413)

\* E-mail: 1553660157@qq.com; \*\* E-mail: wudewei74609@126.com

自由空间中微弱信号的检测性能。利用 Żukowski 等<sup>[5-6]</sup>提出的纠缠交换概念,可在两个毫无关系的量子系统之间建立远程非局域关联。量子纠缠交换被用于时钟同步技术<sup>[7]</sup>,基于共享预纠缠的方式可同步两地的时钟。一种基于量子算法的分布式同步方案被提出,为了获得  $n$  阶的时间差  $\Delta$ ,需要传输  $O(n)$  的量子信息<sup>[7-8]</sup>。此后,越来越多的学者利用量子纠缠光子提出了一系列两地的量子时钟同步方案<sup>[9]</sup>,有的基于传输带时钟同步理论<sup>[10]</sup>,还有的基于纠缠粒子二阶量子相干的时钟同步方法<sup>[11-12]</sup>。随着量子生成技术的不断发展,连续变量纠缠信号比纠缠光子对具有更高效的检测与生成效率以及抗干扰能力。因此,将连续变量纠缠信号作为实现两地同步的载体,利用正交分量的相关特性能够为高精度定位和时钟同步测量提供理论指导<sup>[13]</sup>。

为了实施大范围脉冲-相位式双曲线定位,可建立罗兰 C 台链时间同步,增强罗兰 C 导航与授时能力。通过对文献[14]同步检测方案的改进,本文基于连续变量纠缠交换方式,利用位于主副台的精密延迟装置,提出了罗兰 C 系统主台与 2 个副台的时间同步方案,通过控制精密延迟器精度,检测了纠缠光场正交分量起伏的相位差信息,从而同步罗兰 C 台链。不仅如此,量子信号固有的真随机过程和不可复制的特性为罗兰 C 系统双曲线定位提供了精度保障。因此,可将连续变量纠缠交换应用于我国罗兰 C 系统台链中,以实现远距离的两个副台与主台的同步,从而提高用户定位精度,满足保密授时的发展需求。

## 2 基于连续变量纠缠交换的台链同步方案设计

### 2.1 纠缠交换的基本理论

如图 1 所示,发送方 Alice 和 Bob 各自持有纠缠对 EPR1 和 EPR2, EPR1 产生纠缠模  $\hat{a}, \hat{b}$ , EPR2 产生纠缠模式  $\hat{c}, \hat{d}$ , EPR1 和 EPR2 不存在关联。如果将模  $\hat{b}, \hat{c}$  发给 Claire, 通过探测器 D1、D2 同时测量两模的正交分量起伏方差。因模  $\hat{b}, \hat{c}$  的测量,模  $\hat{a}, \hat{d}$  塌缩为条件量子态。对 Claire 端探测到的正交分量起伏方差分别作电流加和减操作(+\ -), 基于该结果对本振光  $L_0$  进行振幅与相位的调制,再通过反射率为 98%的分束器将光学模  $\hat{d}$  平移至  $\hat{d}'$ ,就

可使模  $\hat{d}'$  携带着模  $\hat{b}, \hat{c}$  的测量信息和量子态信息,最终通过探测器 D3、D4 联合测量得出模  $\hat{a}$  与模  $\hat{d}'$  拥有纠缠特性,这一过程被称为纠缠交换<sup>[5]</sup>。

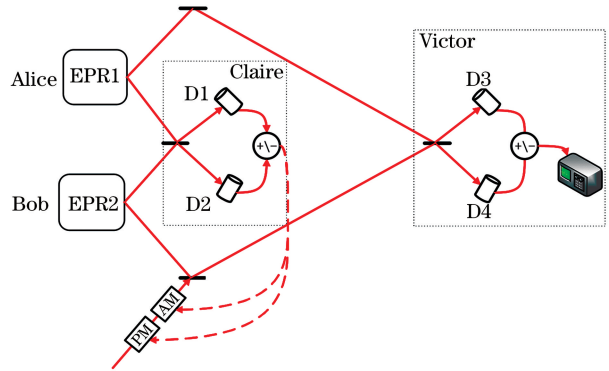


图 1 连续变量量子纠缠交换的实验装置示意图<sup>[16]</sup>

Fig. 1 Schematic diagram of experimental device for continuous variable quantum entanglement swapping<sup>[16]</sup>

实验中一般通过两种方法判断纠缠交换<sup>[5]</sup>。一种是直接测量正交分量的起伏方差。每一个模的正交振幅和相位分量的量子起伏都是完全无序的,但它们之间却是量子关联的,只要随机测定了其中一个子系统的起伏,另一子系统的起伏也就由于测量过程导致的纠缠塌缩而被相应确定<sup>[15]</sup>。初始模  $\hat{a}$  与模  $\hat{d}$  之间无任何关联, Victor 使用 Bell 态联合探测模  $\hat{a}$  与模  $\hat{d}'$  的和差光电流起伏方差,若均低于 SNL(shot noise limit),则模  $\hat{a}$  与  $\hat{d}'$  处于纠缠。模  $\hat{a}$  与  $\hat{d}'$  之间纠缠的不可分离判据<sup>[16]</sup>为

$$\langle [\Delta(X_a - X_{\hat{d}'})]^2 \rangle + \langle [\Delta(P_a - P_{\hat{d}'})]^2 \rangle < 1, \quad (1)$$

式中:  $X_a$  为模  $\hat{a}$  的正交振幅分量;  $X_{\hat{d}'}$  为模  $\hat{d}'$  的正交振幅分量;  $P_a$  为模  $\hat{a}$  的正交相位分量;  $P_{\hat{d}'}$  为模  $\hat{d}'$  的正交相位分量;  $\langle \cdot \rangle$  为取均值操作。

彭堃堃院士领导的小组通过实验测得了模  $\hat{a}$  与模  $\hat{d}'$  的正交振幅与相位的噪声功率谱,其正交振幅与相位的关联噪声分别为  $(-1.23 \pm 0.1)$  dB 和  $(-1.2 \pm 0.1)$  dB,均低于 SNL<sup>[13]</sup>,成功实现了连续变量纠缠交换。另一种方式是通过测量量子态的保真度  $F$  来判断纠缠交换的质量,如果保真度  $F \geq 0.5$ ,则模  $\hat{a}, \hat{d}'$  之间必定存在纠缠<sup>[5]</sup>。

### 2.2 基于连续变量纠缠交换的多台站同步框图

根据纠缠交换实验的流程装置图,可将其流程

思路和验证方法应用于罗兰 C 主台与两副台的时间同步。通过控制可移动延迟器的延迟精度来精确调整光路时延,从而将主副台的时钟信息与光程差联系起来。通过同时探测纠缠信号的正交分量,控制最小延迟时间精度和信号采样速率,调整正交分

量相位分辨率,就能够实现主台和多台站的高精准时间同步。基于连续变量纠缠交换实现主台与两副台同步的方案如图 2 所示,其中 D1~D6 均为平衡零拍探测器。

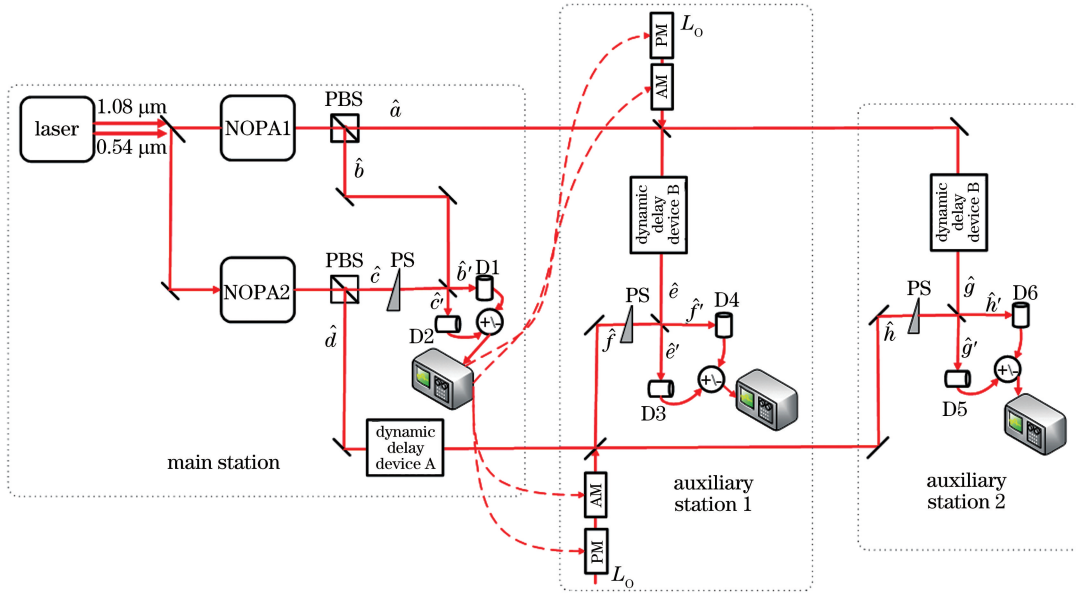


图 2 基于连续变量量子纠缠交换的三台站同步装置示意图

Fig. 2 Schematic diagram of three station synchronization devices based on continuous variable quantum entanglement swapping

主台放置一台环形激光器,二次谐波经过光隔离器后作用于两台泵浦非简并光学参量放大器(NOPA1、NOPA2),产生的两对连续变量纠缠光经过偏振分束器(PBS)后分成四束光( $\hat{a}$ ,  $\hat{b}$  纠缠,  $\hat{c}$ ,  $\hat{d}$  纠缠,  $\hat{a}$ ,  $\hat{b}$  与  $\hat{c}$ ,  $\hat{d}$  没关联)。调整参数,让两个 NOPA 均工作在非简并参量反放大状态,即泵浦场与注入信号场反相位,压缩输出纠缠信号的正交分量与其输入耦合模的正交分量,使其相互联系<sup>[17]</sup>。此时,两个 NOPA 的输入输出关系可以用信号的正交分量振幅和相位表示:

$$\begin{cases} X_{\hat{a}} = X_{\hat{a}(0)} \cosh(r) - X_{\hat{b}(0)} \sinh(r) \\ P_{\hat{a}} = P_{\hat{a}(0)} \cosh(r) + P_{\hat{b}(0)} \sinh(r) \\ X_{\hat{b}} = X_{\hat{b}(0)} \cosh(r) - X_{\hat{a}(0)} \sinh(r) \\ P_{\hat{b}} = P_{\hat{b}(0)} \cosh(r) + P_{\hat{a}(0)} \sinh(r) \end{cases}, \quad (2)$$

$$\begin{cases} X_{\hat{c}} = X_{\hat{c}(0)} \cosh(r) - X_{\hat{d}(0)} \sinh(r) \\ P_{\hat{c}} = P_{\hat{c}(0)} \cosh(r) + P_{\hat{d}(0)} \sinh(r) \\ X_{\hat{d}} = X_{\hat{d}(0)} \cosh(r) - X_{\hat{c}(0)} \sinh(r) \\ P_{\hat{d}} = P_{\hat{d}(0)} \cosh(r) + P_{\hat{c}(0)} \sinh(r) \end{cases}, \quad (3)$$

式中:  $r$  为压缩度;  $X_{i(0)}$  与  $P_{i(0)}$  ( $i = \hat{a}, \hat{b}, \hat{c}, \hat{d}$ ) 为输入 NOPA 的信号场模正交分量;  $X_i$  与  $P_i$  为输出 NOPA 的信号场模正交分量。

如图 2 所示,首先主台的  $\hat{b}$ ,  $\hat{c}$  两束光在进行联合 Bell 态直接探测之前,需经过  $\pi/2$  相移器(PS)调整相位差,以提高光束  $\hat{b}$  和  $\hat{c}$  的耦合效果。当光束  $\hat{b}$  和  $\hat{c}$  通过 50:50 分束器后,输出场模  $\hat{b}'(t)$  和  $\hat{c}'(t)$  可表示为

$$\hat{b}'(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \eta_1 \{ [\zeta_1 \hat{b}(t) + \sqrt{1 - \zeta_1^2} \nu_{\hat{b}(t)}] + i[\zeta_1 \hat{c}(t) + \sqrt{1 - \zeta_1^2} \nu_{\hat{c}(t)}] \} + \sqrt{1 - \eta_1^2} \nu_{\hat{b}'(t)}, \quad (4)$$

$$\hat{c}'(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \eta_1 \{ [\zeta_1 \hat{b}(t) + \sqrt{1 - \zeta_1^2} \nu_{\hat{b}(t)}] - i[\zeta_1 \hat{c}(t) + \sqrt{1 - \zeta_1^2} \nu_{\hat{c}(t)}] \} + \sqrt{1 - \eta_1^2} \nu_{\hat{c}'(t)}, \quad (5)$$

式中:  $t$  为相干时间;  $\eta_1$  为探测器的探测效率;  $\zeta_1$  为  $\hat{b}$  和  $\hat{c}$  的量子传输效率, 与主副台间的传输距离、探测光路的传输效率、信号光和本地光干涉效率及电子学噪声引起的等效测量噪声相关;  $\nu_{\hat{b}(t)}, \nu_{\hat{c}(t)}$ ,

$\nu_{\hat{b}'(t)}, \nu_{\hat{c}'(t)}$  为光束传输中由耗散额外引入的真空噪声。探测器 D1 和 D2 经功率加减法器提取到的和差光电流  $i_+^{b'}$  与  $i_-^{b'}$  [18] 为

$$i_+^{b'} = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ \eta_1 \zeta_1 [ \hat{X}_{\hat{b}(t)} + \hat{X}_{\hat{c}(t)} ] + \eta_1 \sqrt{1 - \zeta_1^2} \hat{X}_{\nu_{\hat{b}(t)}} + \eta_1 \sqrt{1 - \zeta_1^2} \hat{X}_{\nu_{\hat{c}(t)}} \}, \quad (6)$$

$$i_-^{b'} = \frac{1}{\sqrt{2}} \{ \eta_1 \zeta_1 [ \hat{Y}_{\hat{b}(t)} - \hat{Y}_{\hat{c}(t)} ] + \eta_1 \sqrt{1 - \zeta_1^2} \hat{Y}_{\nu_{\hat{b}(t)}} - \eta_1 \sqrt{1 - \zeta_1^2} \hat{Y}_{\nu_{\hat{c}(t)}} \}, \quad (7)$$

式中:  $\hat{X}_{\hat{b}(t)}$  为模  $\hat{b}$  的正交振幅分量;  $\hat{X}_{\hat{c}(t)}$  为模  $\hat{c}$  的正交振幅分量;  $\hat{X}_{\nu_{\hat{b}(t)}}$  为模  $\nu_{\hat{b}(t)}$  的正交振幅分量;  $\hat{Y}_{\hat{b}(t)}$  为模  $\hat{b}$  的正交相位分量;  $\hat{Y}_{\hat{c}(t)}$  为模  $\hat{c}$  的正交相位分量;  $\hat{Y}_{\nu_{\hat{c}(t)}}$  为模  $\nu_{\hat{c}(t)}$  的正交振幅分量。

由测量引起的坍缩使光学模  $\hat{a}$  和  $\hat{d}$  具有了一定联系, 主台将探测到的和差光电流结果通过经典

通道传送给副台, 副台就可利用  $i_+^{b'}$  与  $i_-^{b'}$  通过振幅 (AM) 和相位 (PM) 调制本振光, 使得调制后的光学模  $L$ 。携带着主台的测量结果。选取最优化调制增益因子, 得到调制的本振光为

$$L'_o = L_o + g_+ \hat{i}_+^{b'} + ig_- \hat{i}_-^{b'}, \quad (8)$$

式中:  $\hat{i}_+^{b'}$  为和光电流;  $\hat{i}_-^{b'}$  为差光电流;  $g_+, g_-$  为调制增益因子,  $g_+ = g_-$ 。经过耦合镜耦合后的光束为

$$\hat{f}(t) = \frac{1}{\sqrt{R}} [ \zeta_2 \hat{d}(t - \tau + \Delta t) + \sqrt{1 - \zeta_2^2} \hat{X}_{\nu_{\hat{d}(t-\tau+\Delta t)}} ] + \sqrt{1 - R} \{ [ L_o(t) + g_+ \hat{i}_+^{b'}(t) + ig_- \hat{i}_-^{b'}(t) ] \}, \quad (9)$$

$$\hat{e}(t) = \frac{1}{\sqrt{R}} [ \zeta_3 \hat{a}(t - \tau + \Delta t) + \sqrt{1 - \zeta_3^2} \hat{X}_{\nu_{\hat{a}(t-\tau+\Delta t)}} ] + \sqrt{1 - R} \{ [ L_o(t) + g_+ \hat{i}_+^{b'}(t) + ig_- \hat{i}_-^{b'}(t) ] \}, \quad (10)$$

式中:  $\hat{f}(t)$  为经过耦合镜耦合后输出的一路光模;  $\hat{e}(t)$  为另一路光模;  $\hat{d}(t - \tau + \Delta t)$  为经过主台动态延迟器后输出的一路光模;  $\hat{a}(t - \tau + \Delta t)$  为经过副台动态延迟器后输出的一路光模;  $\tau$  为两路信号光程差;  $\Delta t$  为延迟时间;  $\hat{X}_{\nu_{\hat{d}(t-\tau+\Delta t)}}$  为模  $\nu_{\hat{d}(t-\tau+\Delta t)}$  的正交振幅分量;  $\hat{X}_{\nu_{\hat{a}(t-\tau+\Delta t)}}$  为模  $\nu_{\hat{a}(t-\tau+\Delta t)}$  的正交振幅分量;  $\zeta_2$  和  $\zeta_3$  分别为  $\hat{d}$  和  $\hat{a}$  的量子传输效率;  $R$  为耦合镜的反射率与透射率的比。根据真空噪声的不同, 设置  $R$ , 调整本振光强度, 使得模  $\hat{a}$  和  $\hat{d}$  经耦合镜输出的两束光强度相等。主台和副台利用移动速率同为  $v$  的延迟器 A、B, 分别对输出模  $\hat{d}$ 、 $\hat{a}$  进行延迟处理。

延迟器 A 的延迟时间为

$$\Delta t_A = t_{A2} - t_{A1}, \quad (11)$$

延迟器 B 的延迟时间为

$$\Delta t_B = t_{B2} - t_{B1}, \quad (12)$$

主副台时钟误差为

$$\Delta t = \Delta t_A - \Delta t_B, \quad (13)$$

式中:  $t_{A1}, t_{A2}, t_{B1}, t_{B2}$  为光束进出时刻。若无时差, 则引入的时延造成的路径差对检测相位差无影响; 若存在时差, 光程距离发生变化, 通过控制延迟器精度, 检测器就能检测出两路纠缠光束的相位变化量 [14, 19]。相位和光程差关系为  $\Delta\phi = \frac{2\pi\Delta S}{\lambda} = \frac{2\pi v \Delta t}{\lambda}$ , 其中,  $\Delta S$  为光程距离变化量,  $\lambda$  为光波长。具体操作在文献 [14] 已给出。

最后, 副台 1 就可利用已完成调制和延迟的  $\hat{f}$  和  $\hat{e}$  进行联合测量,  $\hat{f}$  和  $\hat{e}$  经分束器后, 输出场  $\hat{f}'(t)$  和  $\hat{e}'(t)$  为

$$\begin{aligned} \hat{f}'(t) = & \frac{1}{\sqrt{2}}\eta_2[\zeta_4\hat{e}(t-\tau+\Delta t) + \sqrt{1-\zeta_4^2}\nu_{\hat{e}(t-\tau+\Delta t)}] + \\ & \frac{i}{\sqrt{2}}\eta_2[\zeta_5\hat{f}(t-\tau+\Delta t) + \sqrt{1-\zeta_5^2}\nu_{\hat{f}(t-\tau+\Delta t)}] + \sqrt{1-\eta_2^2}\nu_{\hat{f}'(t-\tau+\Delta t)}, \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \hat{e}'(t) = & \frac{1}{\sqrt{2}}\eta_2[\zeta_4\hat{e}(t-\tau+\Delta t) + \sqrt{1-\zeta_4^2}\nu_{\hat{e}(t-\tau+\Delta t)}] - \\ & i[\zeta_5\hat{f}(t-\tau+\Delta t) + \sqrt{1-\zeta_5^2}\nu_{\hat{f}(t-\tau+\Delta t)}] + \sqrt{1-\eta_2^2}\nu_{\hat{e}'(t-\tau+\Delta t)}, \end{aligned} \quad (15)$$

式中： $\hat{e}(t-\tau+\Delta t)$ 为经过耦合镜耦合后输出的一路光模； $\hat{f}(t-\tau+\Delta t)$ 为输出的另一路光模； $\zeta_4$ 和 $\zeta_5$ 分别为 $\hat{e}$ 和 $\hat{f}$ 的量子传输效率； $\eta_2$ 为探测器D3和D4的探测效率； $\nu_{\hat{e}(t-\tau+\Delta t)}$ ， $\nu_{\hat{f}(t-\tau+\Delta t)}$ ， $\nu_{\hat{e}'(t-\tau+\Delta t)}$ ， $\nu_{\hat{f}'(t-\tau+\Delta t)}$ 为真空噪声。探测器输出和差光电流为

$$\begin{aligned} \hat{i}_+^{\hat{e}'} = & \frac{1}{\sqrt{2}}\{\eta_2\zeta_4\hat{X}_{\hat{a}(t-\tau+\Delta t)} + \eta_2\sqrt{R}\zeta_5\hat{X}_{\hat{d}(t)} + \\ & \eta_2\sqrt{1-\zeta_4^2}\hat{X}_{\nu_{\hat{a}(t-\tau+\Delta t)}} + \eta_2\sqrt{R}\sqrt{1-\zeta_5^2}\hat{X}_{\nu_{\hat{d}(t)}} + \\ & \sqrt{1-R}[g_+\hat{i}_+^{b'}(t) + ig_-\hat{i}_-^{b'}(t)]\}, \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \hat{i}_-^{\hat{e}'} = & \frac{1}{\sqrt{2}}\{\eta_2\zeta_4\hat{Y}_{\hat{a}(t-\tau+\Delta t)} - \eta_2\sqrt{R}\zeta_5\hat{Y}_{\hat{d}(t)} + \\ & \eta_2\sqrt{1-\zeta_4^2}\hat{Y}_{\nu_{\hat{a}(t-\tau+\Delta t)}} - \eta_2\sqrt{R}\sqrt{1-\zeta_5^2}\hat{Y}_{\nu_{\hat{d}(t)}} + \\ & \sqrt{1-R}\eta_1[g_+\hat{i}_+^{b'}(t) + ig_-\hat{i}_-^{b'}(t)]\}, \end{aligned} \quad (17)$$

式中： $\hat{X}_{\hat{a}(t-\tau+\Delta t)}$ 为模 $\hat{a}(t-\tau+\Delta t)$ 的正交振幅分量； $\hat{Y}_{\hat{a}(t-\tau+\Delta t)}$ 为模 $\hat{a}(t-\tau+\Delta t)$ 的正交相位分量； $\hat{X}_{\hat{d}(t)}$ 为模 $\hat{d}(t)$ 的正交振幅分量； $\hat{Y}_{\hat{d}(t)}$ 为模 $\hat{d}(t)$ 的正交相位分量； $\nu_{\hat{a}(t)}$ 为模 $\hat{a}(t)$ 的真空噪声。

利用光电流输出关系，这两个电信号的交流部分即为两组正交分量的光电流涨落：

$$\begin{aligned} \delta\hat{i}_+^{\hat{e}'} = & \frac{1}{\sqrt{2}}[\eta_2\zeta_4\hat{X}_{\hat{a}(t-\tau+\Delta t)} + \eta_2\sqrt{R}\zeta_5\hat{X}_{\hat{d}(t)} + \\ & \eta_2\sqrt{1-\zeta_4^2}\hat{X}_{\nu_{\hat{a}(t-\tau+\Delta t)}} + \eta_2\sqrt{R}\sqrt{1-\zeta_5^2}\hat{X}_{\nu_{\hat{d}(t)}}], \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned} \delta\hat{i}_-^{\hat{e}'} = & \frac{1}{\sqrt{2}}[\eta_2\zeta_4\hat{Y}_{\hat{a}(t-\tau+\Delta t)} - \eta_2\sqrt{R}\zeta_5\hat{Y}_{\hat{d}(t)} + \\ & \eta_2\sqrt{1-\zeta_4^2}\hat{Y}_{\nu_{\hat{a}(t-\tau+\Delta t)}} - \eta_2\sqrt{R}\sqrt{1-\zeta_5^2}\hat{Y}_{\nu_{\hat{d}(t)}}]. \end{aligned} \quad (19)$$

用傅里叶变换对(18)、(19)式进行转换可得到正交分量的和差噪声功率谱。如果相位差满足 $\Omega(\tau-\Delta t) = \pi$ ，傅里叶变换 $\mathcal{F}[f(t-\tau)] =$

$\exp[-i\Omega(\tau-\Delta t)]\mathcal{F}[f(t)]$ ，相位因子依赖于边带频率 $\Omega$ ，可以得到以光电流频率为 $\Omega$ 的正交振幅和相位和差噪声功率：

$$\begin{aligned} \delta^2\hat{i}_+^{\hat{e}'}(\Omega) = & \frac{1}{2}\delta^2\{\eta_2^2\zeta_4^2[\hat{X}_{\hat{a}(\Omega)} + \hat{X}_{\nu_{\hat{a}(\Omega)}}] - \\ & \eta_2^2R[\hat{X}_{\hat{d}(\Omega)} + \hat{X}_{\nu_{\hat{d}(\Omega)}}]\}, \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \delta^2\hat{i}_-^{\hat{e}'}(\Omega) = & \frac{1}{2}\delta^2\{\eta_2^2\zeta_4^2[\hat{Y}_{\hat{a}(\Omega)} + \hat{Y}_{\nu_{\hat{a}(\Omega)}}] + \\ & \eta_2^2R[\hat{Y}_{\hat{d}(\Omega)} + \hat{Y}_{\nu_{\hat{d}(\Omega)}}]\}, \end{aligned} \quad (21)$$

式中： $\delta$ 为噪声功率交流分量； $\hat{X}_{\hat{a}(\Omega)}$ 为模 $\hat{a}$ 的振幅噪声功率； $\nu_{\hat{a}(\Omega)}$ 为模 $\hat{a}$ 的真空噪声功率； $\hat{X}_{\hat{d}(\Omega)}$ 为模 $\hat{d}$ 的振幅噪声功率； $\nu_{\hat{d}(\Omega)}$ 为模 $\hat{d}$ 的真空噪声功率； $\hat{Y}_{\hat{a}(\Omega)}$ 为模 $\hat{a}$ 的相位噪声功率； $\hat{Y}_{\hat{d}(\Omega)}$ 为模 $\hat{d}$ 的相位噪声功率。

将(20)、(21)式得出的振幅和相位这两组交流正交分量起伏方差分别送入两个频谱分析仪，就可以观察两光束的量子关联度。

### 2.3 纠缠信号相关特性分析

由于 $\hat{a}$ 和 $\hat{d}$ 两路连续纠缠信号在时间上的量子涨落具有强相关性，若通过操作延迟时间 $\Delta t$ ，使之与光程差所对应的时间 $\tau$ 满足 $\Omega(\tau-\Delta t) = \pi$ ，就能够让两路纠缠信号的正交分量起伏在时域上表现为完美相关特性。若进行相关检测，能出现尖锐的相关峰，如果再接着延时，量子关联噪声将超出SNL，相关峰消失。副台2的原理相同，同样通过调整可移动延迟器，观察信号相关特性(两路纠缠信号经过延迟后探测到的正交振幅起伏分量)来平衡相位差，最终同步时间。图3~5为光电流正交振幅分量起伏与不同延迟时间的关系。理想情况下，若延迟时间为0，则两路纠缠信号完全重合(图3)。

可以明显看出，接收端只要能够检测到信号，就能获取纠缠信息。将其中一路光的数据点进行时延，相当于改变两路光束的关联时间，其信号的关联特性

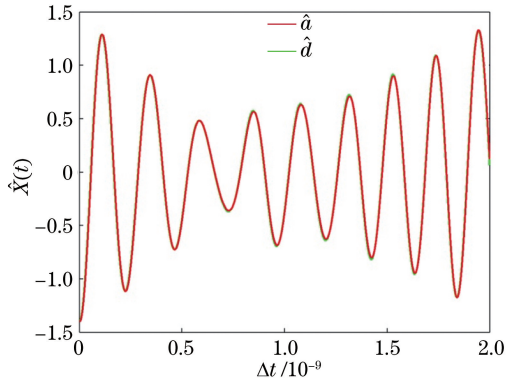


图 3 正交振幅分量与延迟时间  $\Delta t$  关系 ( $\Delta t = 0$ )  
Fig. 3 Relationship between orthogonal amplitude component and delay time  $\Delta t$  ( $\Delta t = 0$ )

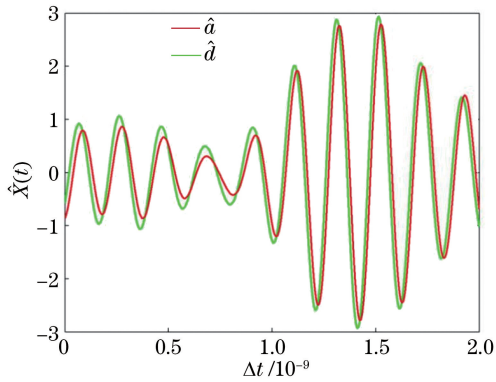


图 4 正交振幅分量与延迟时间  $\Delta t$  关系 ( $\Delta t = 0.2$  ns)  
Fig. 4 Relationship between orthogonal amplitude component and delay time  $\Delta t$  ( $\Delta t = 0.2$  ns)

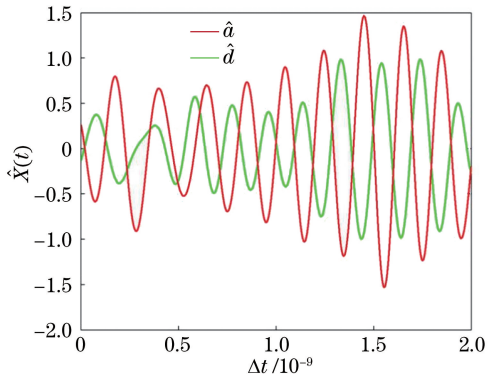


图 5 正交振幅分量与延迟时间  $\Delta t$  关系 ( $\Delta t = 10$  ns)  
Fig. 5 Relationship between orthogonal amplitude component and delay time  $\Delta t$  ( $\Delta t = 10$  ns)

发生明显改变,纠缠信号的关联特性在  $\Delta t = 10$  ns时完全消失。这里,以采样速率为  $400 \text{ MHz} \cdot \text{s}^{-1}$  为例,每个通道采集 30000 个数据点,所以相关峰宽度  $1/f = 2.5$  ns。通过提高采样速率,或者提高可移动延迟器的精度,可以识别并检测出相关峰宽度的 1%,将  $\Delta t$  最小误差控制在皮秒级 (25 ps),使得 2 个副台与主台达到皮秒级别的同步精度。纠缠交换

后产生的新纠缠态的纠缠度会相对降低,为了增加连续变量纠缠信号的作用距离<sup>[7]</sup>,可以反复运用纠缠纯化技术,并通过量子中继技术,将功率提高到足够水平,增大压缩参量,以克服量子信号传输过程中纠缠纯度降低的缺陷,这也是量子纠缠信号实用化需解决的主要问题之一。

文献[14,19]中讨论了有关压缩度、同步更新时间、符合光子计数测量、相位偏差灵敏度等对台间同步精度的影响。但是,在罗兰 C 导航系统中,必须保证同步过程的安全性,否则容易造成重要的同步通信信息丢失,甚至导致系统不能对用户进行同步跟踪与导航定位。因此,在研究罗兰 C 系统多台站同步方案时,在保证同步精度的情况下,同时提高保密抗干扰能力也是具有现实意义的。

### 3 安全性分析

要衡量任何量子信号传输方案的安全性,就要假定窃听者 Eve 可以制造出符合物理规律的窃听设备对量子传输信道中的信号进行窃听<sup>[20]</sup>。因此,本小结主要讨论了 Eve 所采用的多种攻击方式,从信息论的角度分析了主副台间误码率在遭受 Eve 窃听前后的变化。设置不同压缩度下的误码率阈值,若测得误码率远高于理论阈值,则存在窃听行为,从而验证方案的安全条件。

#### 3.1 连续变量密钥分发流程

利用连续变量纠缠信号进行台站间同步时,其信号本身也可充当主副台密钥,通过随机切换测量基可得到相互关联的数据。若 Eve 对信号进行测量或者窃听,主副台能够通过观测误码率的变化来分析信道安全性。因此,在台站同步之前,需要分发连续变量量子密钥来验证量子信道安全,分发方式如图 6 所示。

利用高斯调制的连续变量密钥分发示意图包含以下几部分。

1) 测量散粒噪声:主副台在连续变量量子密钥分发前,需要对量子信道中的散粒噪声进行评估与校准,并对参数进行处理。

2) 主台测量端:主台放置纠缠源以产生连续变量纠缠光场,随机切换测量基,对其中一束光的正交分量进行平衡零拍探测,得到一串长度为  $s$  的高斯分布的密钥数据  $\{A\}$ ,方差为  $V_A$ 。再将另一束光  $\hat{a}_B$  通过量子信道发送给副台。

3) 副台测量端:副台对接收到的另一束纠缠光  $\hat{a}_B$  同样进行平衡零拍探测,测量后得到一组方差为

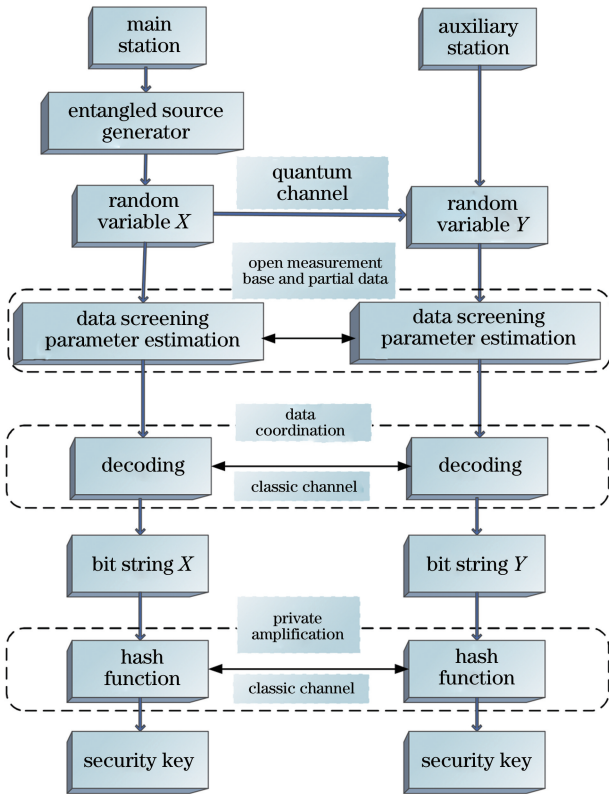


图 6 连续变量密钥分发流程示意图

Fig. 6 Schematic diagram of key distribution process of continuous variable

$V_B$  的密钥数据  $\{B\}$ 。

4) 数据筛选<sup>[21]</sup>: 测量结束后, 主台和副台在公共信道公开比对测量基, 剔除掉测量基在不同时间段的数据, 最后留下长度都为  $n$  的高斯随机相关序列  $\{A'\}$  和  $\{B'\}$ 。

5) 密钥估算: 主台和副台从  $\{A'\}$  和  $\{B'\}$  中随机选择  $k$  个二进制比特, 分别表示为  $\{A^{PE}\}$  和  $\{B^{PE}\}$ , 通过随机选择密钥数据信息, 评估与计算量

子信道的误码率、信道效率、额外噪声等信息参数。利用这些参数就得到最大安全密钥长度。如果估算的安全密钥率低于误码率阈值<sup>[22]</sup>, 则存在 Eve 窃听, 主副台终止通信。

6) 后续选择过程: 利用数据协调技术<sup>[23]</sup> 进行数据后处理。针对主副台双方产生的一组安全密钥信息, 采用纠错技术<sup>[23-24]</sup> 纠正误码, 共享正确的密钥序列。最后利用私密放大协议, 去掉可能存在的窃听比特, 最终主副台就能提炼一组安全密钥。

### 3.2 连续变量密钥误码率分析

根据估算的密钥信息, 可以规定  $\hat{X}_A \geq \langle \hat{X}_A \rangle - \frac{\sqrt{V_A N_0}}{2}$  时代表比特 1,  $\hat{X}_A \leq \langle \hat{X}_A \rangle + \frac{\sqrt{V_A N_0}}{2}$  时代表比特 0,  $\langle \hat{X}_A \rangle$  为正交振幅的均值,  $N_0$  为散粒噪声极限。因此, 可以计算出, 比特为 1 时, 误码率为

$$P_{1err} = P \left[ \hat{X}_A \leq \langle \hat{X}_A \rangle - \frac{\sqrt{V_A N_0}}{2} \right], \quad (22)$$

比特为 0 时, 误码率为

$$P_{0err} = P \left[ \hat{X}_A \geq \langle \hat{X}_A \rangle + \frac{\sqrt{V_A N_0}}{2} \right], \quad (23)$$

式中:  $P(\cdot)$  为概率符号。

我们知道双模压缩态的概率分布函数为高斯分布:

$$P[\hat{X}_A(t)] = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \exp(-2r)} \exp \left[ -\frac{\hat{X}_A^2(t)}{2 \exp(-2r)} \right], \quad (24)$$

因为起伏方差  $[\delta \langle \hat{X}_A \rangle]^2 = \langle [\Delta \hat{X}_A(t)]^2 \rangle = \exp(-2r)$ , 所以  $\hat{X}_A$  高斯分布函数可以表示为

$$P[\hat{X}_A(t)] = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \langle [\Delta \hat{X}_A(t)]^2 \rangle} \exp \left[ -\frac{\hat{X}_A^2(t)}{2 \langle [\Delta \hat{X}_A(t)]^2 \rangle} \right]. \quad (25)$$

计算出误码率为

$$\begin{cases} P_{0err} = \int_{\langle \hat{X}_A \rangle + \frac{\sqrt{V_A N_0}}{2}}^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \langle [\Delta \hat{X}_A(t)]^2 \rangle} \exp \left[ -\frac{\hat{X}_A^2(t)}{2 \langle [\Delta \hat{X}_A(t)]^2 \rangle} \right] d\hat{X}_A(t) \\ P_{1err} = \int_{-\infty}^{\langle \hat{X}_A \rangle - \frac{\sqrt{V_A N_0}}{2}} \frac{1}{\sqrt{2\pi} \langle [\Delta \hat{X}_A(t)]^2 \rangle} \exp \left[ -\frac{\hat{X}_A^2(t)}{2 \langle [\Delta \hat{X}_A(t)]^2 \rangle} \right] d\hat{X}_A(t) \end{cases}. \quad (26)$$

经过计算可知

$$P_{0err} = P_{1err} = \frac{1}{2} \operatorname{Erfc} \left\{ \frac{1}{2} \sqrt{\frac{V_A N_0}{2 \langle [\Delta \hat{X}_A(t)]^2 \rangle}} \right\}, \quad (27)$$

式中:  $\operatorname{Erfc}(\cdot)$  为误码率计算符号。

可以看出, 误码率只与信噪比  $\frac{S}{N} = \frac{V_A N_0}{\langle [\Delta \hat{X}_A(t)]^2 \rangle}$  有关, 即主副台在一次信息传输中能获得的信息量与信号方差和压缩系数正相关。图 7 仿真了副台误码率随压缩度  $r$  和  $V_A N_0$  的变化。

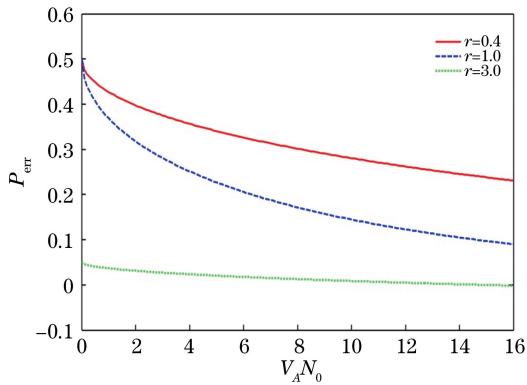


图 7 不同压缩度  $r$  时误码率随  $V_A N_0$  的变化  
Fig. 7 Bit error rate varies with  $V_A N_0$  with different compression degrees  $r$

可以看出, 当不存在窃听者时, 正交分量信号的误码率随着信噪比的增大(压缩度越大, 信噪比越大)而减小, 通常设置  $V_A N_0 = 16$ , 压缩度  $r = 3$  时可得到较低误差率即 2.3%。当窃听者存在时, 他的任何窃听活动都会导致误码率提高, 从而暴露他的行为<sup>[25]</sup>。

### 3.3 误码率分析

主要针对以下三种 Eve 攻击方式对误码率进行分析。

第一种纠缠测量攻击: Eve 需要制备一对纠缠度与主台相同的纠缠光学模, 截获主台的全部光并进行平衡零拍测量, 把测量的结果调制到制备的纠缠光学模上, 然后再发送给副台。但是, 由于主台要发送的信号可被调制在正交振幅或者正交相位上, Eve 只能采用猜的办法, 即使测到调制分量信息, 也无法确认这一分量代表比特“0”还是“1”, 继续 50% 几率进行猜测。最终, Eve 在量子信道效率较好情况下也有 25% 的误码率, 当主副台在公开信道进行一次通道密钥估算时, 将会发现超过 25% 的误码率, 远高于理论值阈值 6.3%, 从而知晓存在窃听行为。

第二种分束镜攻击: 如图 8 所示, Eve 用分束器将光束  $\hat{a}_B$  等分为  $\hat{a}_{B1}$ ,  $\hat{a}_{B2}$ , Eve 将一束光  $\hat{a}_{B1}$  用于测量正交分量信息, 另一束光  $\hat{a}_{B2}$  发送给副台, 并利用经典信道将测量基和测量结果发送给副台。对于正交压缩光的真随机特性, 由于 Eve 额外引入真空噪声  $\hat{a}_N$ , 副台接收到的信号方差将会变化, 信噪比减小, 当主副台在公开信道进行通道密钥估算时, 会计算出误码率增大, 从而知晓存在窃听行为。

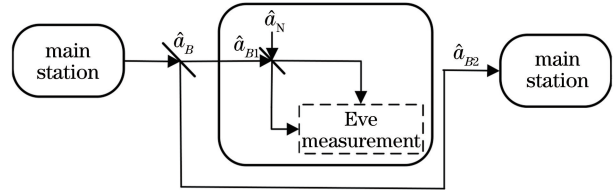


图 8 分束镜攻击框图

Fig. 8 Block diagram of beam splitter attack

第三种方案: 考虑特殊情况, Eve 用分光镜截取一部分能量的光进行探测, 使得额外引入的真空噪声等于信道噪声, 其余光沿量子信道传到副台。一方面可以让 Eve 截取最大信息量的信号, 同时减小副台测量信号信噪比的影响。根据主副台互信息量的信息效率推导, 可以计算出 Eve 和副台误码率随着分束镜反射率与透射率之比  $R$  的变化关系, 如图 9 所示。

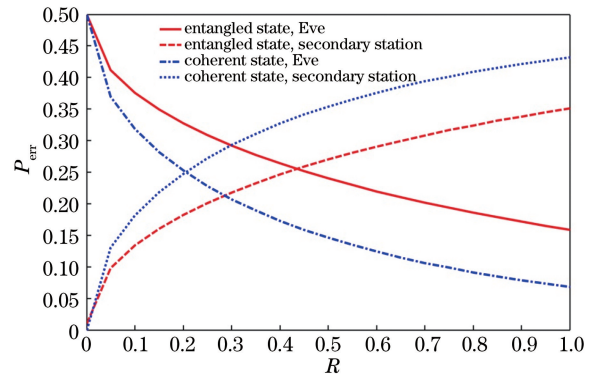


图 9 误码率随  $R$  的变化

Fig. 9 Bit error rate varies with  $R$

从图 9 可以明显看出, 对于副台而言, 误码率随着  $R$  增大而增大, 对 Eve 来说, 则相反。与压缩光相比, 在相干光情况下, Eve 能获得更多信息。假设 Eve 截取总光束的 10%, 这样副台测量一次得到的误码率为 14.6%, 大于理论值阈值(2.3%), 而 Eve 获得的信号的误码率为 37.2%, 误码率较大。为解决可能存在的信息丢失的风险, 目前, 有研究小组在一路纠缠光束中插入诱骗态<sup>[26]</sup>, 使得 Eve 截获的数据变成随机数据, 窃听时量子噪声会引起严重误码,



使得 Eve 得不到任何有用的秘密信息,而主副台可以通过事先建立的信息优势,在大信噪比的情况下,完成正确的密钥接收。

通过解算普朗克方程,得出双模压缩真空态在热环境中的解纠缠时间为

$$T = \frac{1}{\gamma} \ln \left[ 1 + \frac{1 - \exp(-2r)}{2\bar{N}} \right], \quad (28)$$

式中: $\gamma$  为耦合系数; $\bar{N}$  为热环境中的平均光子数。在目前所有研究量子态随时间演化的文献中, $\gamma$  都被当作一个未知常量来对待。纠缠信号能量损耗的原因在于纠缠光子在传播的过程中与环境中的物质发生了作用。因此,可以利用纠缠光子能量衰减的程度来衡量耦合系数  $\gamma$  的大小,在此基础上定量估计量子纠缠信号的退相干程度。从文献[27-28]可以知道,当环境能见度较为理想时,量子信道的误码率随着传输距离的增加而缓慢增大。当环境状况恶劣时,误码率随着距离的增加而急剧增大。同时,当传输距离一定时,能见度越大误码率越低;而当能见度一定时,随着距离的增加,量子信道保真度逐渐减小。为保证通信质量,需考虑保真度与传输距离最优取值。

## 4 结 论

提出了利用连续变量纠缠交换方式来实现罗兰 C 多台站时间同步的方案。利用纠缠信号正交分量的真随机和互相关特性可极大程度地提高罗兰 C 台站间时钟同步的精度,并能提升罗兰 C 系统的导航定位精度。与原有台链同步方案相比,所提方案具有更高精度的检测能力。通过分析纠缠信号在量子信道传输的安全特性发现,任何外界窃听行为都将导致主副台误码率提高,因此检测误码率变化可以保证量子信号传输途中的绝对安全性。

## 参 考 文 献

- [1] Cui G H, Cao K J, Xu J N, et al. Research on omnidirectional H-field antenna based on loran-C [J]. Computer Measurement & Control, 2010, 18(12): 2821-2823, 2832.  
崔国恒, 曹可劲, 许江宁, 等. 基于罗兰 C 的全向磁天线技术研究 [J]. 计算机测量与控制, 2010, 18(12): 2821-2823, 2832.
- [2] Wang J, Yan J H, Li C Z. Foreign situation of enhanced loran and analyses of the modernization reconstruction of domestic loran-C system [J]. Hydrographic Surveying and Charting, 2009, 29(3): 79-82.
- [3] Giovannetti V, Lloyd S, MacCone L. Quantum cryptographic ranging [J]. Journal of Optics B: Quantum and Semiclassical Optics, 2002, 4(4): S413-S414.
- [4] Hou F Y, Quan R A, Tai Z Y, et al. Review of progress in quantum synchronization protocols research [J]. Journal of Time and Frequency, 2014, 37(2): 65-73.  
侯飞雁, 权润爱, 邵朝阳, 等. 量子时间同步协议研究进展回顾 [J]. 时间频率学报, 2014, 37(2): 65-73.
- [5] Wang J X. The general scheme of entanglement swapping [J]. Journal of Weinan Teachers College, 2014, 29(23): 17-20.  
王菊霞. 实现纠缠交换的基本方案 [J]. 渭南师范学院学报, 2014, 29(23): 17-20.
- [6] Zukowski M, Zeilinger A, Horne M A, et al. "Event-ready-detectors" Bell experiment via entanglement swapping [J]. Physical Review Letters, 1993, 71(26): 4287-4290.
- [7] Zhang Y X. Research on distributed network clock synchronization technology based on quantum entanglement exchange [D]. Xi'an: Northwest University, 2013.  
张应贤. 基于量子纠缠交换的分布式网络时钟同步技术研究 [D]. 西安: 西北大学, 2013.
- [8] Chuang I L. Quantum algorithm for distributed clock synchronization [J]. Physical Review Letters, 2000, 85(9): 2006-2009.
- [9] Song P S, Ma J, Ma Z, et al. Research and development status of quantum navigation technology [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2018, 55(9): 090003.  
宋培帅, 马静, 马哲, 等. 量子定位导航技术研究与发展现状 [J]. 激光与光电子学进展, 2018, 55(9): 090003.
- [10] Giovannetti V, Lloyd S, MacCone L, et al. Conveyor-belt clock synchronization [J]. Physical Review A, 2004, 70(4): 043808.
- [11] Valencia A, Scarcelli G, Shih Y. Distant clock synchronization using entangled photon pairs [J]. Applied Physics Letters, 2004, 85(13): 2655-2657.
- [12] Hong C K, Ou Z Y, Mandel L. Measurement of subpicosecond time intervals between two photons by interference [J]. Physical Review Letters, 1987, 59(18): 2044-2046.
- [13] Wang L. Quantum clock synchronization and

- quantum coherence control [D]. Xi'an: Shaanxi Normal University, 2010.
- 王蕾. 量子时钟同步与量子相干控制[D]. 西安: 陕西师范大学, 2010.
- [14] Chen C, Wu D W, Yang C Y, et al. Method for improving Roland C inter-station synchronization precision using continuous-variable entanglement signals[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2019, 56(4): 042702.
- 陈超, 吴德伟, 杨春燕, 等. 利用连续变量纠缠信号提高罗兰 C 台间同步精度的方法[J]. *激光与光电子学进展*, 2019, 56(4): 042702.
- [15] Peng K C. Nonclassical light fields and their application in quantum information [J]. *Journal of Shanxi University (Natural Science Edition)*, 2007, 30(2): 173-180.
- 彭堃堃. 非经典光场及其在量子信息中的应用[J]. *山西大学学报(自然科学版)*, 2007, 30(2): 173-180.
- [16] Jia X J, Su X L, Pan Q, et al. Experimental demonstration of unconditional entanglement swapping for continuous variables [J]. *Physical Review Letters*, 2004, 93(25): 250503.
- [17] Su X L, Pan Q, Xie C D. Dependences of entanglement swapping for continuous variables on physical parameters of experimental system[J]. *Acta Sinica Quantum Optica*, 2004, 10(4): 157-163.
- 苏晓龙, 潘庆, 谢常德. 连续变量纠缠交换对系统物理参量的依赖关系[J]. *量子光学学报*, 2004, 10(4): 157-163.
- [18] Xie C D, Jia X J, Su X L, et al. Unconditional entanglement swapping of continuous variables: quantum teleportation of entangled state [J]. *Physics*, 2005, 34(8): 573-577.
- 谢常德, 贾晓军, 苏晓龙, 等. 连续变量无条件纠缠交换: 纠缠态的量子离物传送[J]. *物理*, 2005, 34(8): 573-577.
- [19] Chen C, Wu D W, Yang C Y, et al. Research on enhancing synchronization precision between Roland C stations based on cavity electro-opto-mechanical system [J]. *Acta Optica Sinica*, 2019, 39(8): 0827001.
- 陈超, 吴德伟, 杨春燕, 等. 基于腔电光力学系统增强罗兰 C 台间同步精度问题研究[J]. *光学学报*, 2019, 39(8): 0827001.
- [20] He G Q, Yi Z, Zhu J, et al. Quantum key distribution using two-mode squeezed states[J]. *Acta Physica Sinica*, 2007, 56(11): 6427-6433.
- 何广强, 易智, 朱俊, 等. 基于双模压缩态的量子密钥分发方案[J]. *物理学报*, 2007, 56(11): 6427-6433.
- [21] Wang N. Long-distance continuous variable quantum key distribution with Einstein-Podolsky-Rosen (EPR)-entangled state [D]. Taiyuan: Shanxi University, 2018.
- 王宁. 基于纠缠态的长距离连续变量量子密钥分发[D]. 太原: 山西大学, 2018.
- [22] Jiang D. Research on efficient quantum communication protocols and their attack and defense strategies[D]. Nanjing: Nanjing University, 2017.
- 江东. 高效量子通信协议及其攻防策略的研究[D]. 南京: 南京大学, 2017.
- [23] Yan J. Research on data reconciliation for key distribution in quantum cryptography communication [D]. Taiyuan: Shanxi University, 2016.
- 阎金. 量子保密通信中密钥分发的数据协调技术研究[D]. 太原: 山西大学, 2016.
- [24] Bai Z L. Information reconciliation for continuous variable quantum key distribution [D]. Taiyuan: Shanxi University, 2017.
- 白增亮. 连续变量量子密钥分发数据协调的研究[D]. 太原: 山西大学, 2017.
- [25] Li Y M, Zhang K S, Xie C D. Quantum cryptography of continuous variable with quadrature squeezed state light [J]. *Acta Sinica Quantum Optica*, 2002, 8(2): 71-75.
- 李永民, 张宽收, 谢常德. 利用正交压缩态光场实现连续变量的量子密码术[J]. *量子光学学报*, 2002, 8(2): 71-75.
- [26] Yu Z B. Study on continuous variable quantum dialogue protocols based on two-mode squeezed states and GHZ states [D]. Nanchang: Nanchang University, 2016.
- 余镇波. 基于双模压缩态和 GHZ 态的连续变量量子对话协议研究[D]. 南昌: 南昌大学, 2016.
- [27] Ren J, Nie M, Yang G, et al. Influences of multiple factors of natural environment on the performance of free space quantum communication [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2015, 44(12): 1227003.
- 任杰, 聂敏, 杨光, 等. 自然环境中多因子对自由空间量子通信性能的影响[J]. *光子学报*, 2015, 44(12): 1227003.
- [28] Gao K, Nie M, Yang G, et al. Performance of free-space quantum communication in context of rainfall [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2017, 54(1): 012701.
- 高锴, 聂敏, 杨光, 等. 降雨背景下自由空间量子通信的性能研究[J]. *激光与光电子学进展*, 2017, 54(1): 012701.