

连续变量两组分非对称 EPR 导引交换特性

翟淑琴^{1,2*}, 袁楠¹, 李倩¹

¹山西大学物理与电子工程学院, 山西 太原 030006

²山西大学光电子研究所量子光学与量子光学器件国家重点实验室, 山西 太原 030006

摘要 EPR(Einstein-Podolsky-Rosen)导引是一种特殊的量子现象,允许纠缠系统中的一方导引另一方,在单向的安全量子网络通信、量子秘密共享等量子协议中具有潜在的应用价值。基于连续变量两组分纠缠交换方案,对完成纠缠交换的两组分系统通过非对称调制和单端噪声引入两种方式,建立协方差矩阵,对最终输出的两组分纠缠量子态间的 EPR 导引特性进行分析和比较。研究量子系统中两组分 EPR 导引特性在两个模式间的变化情况,以及连续变量纠缠交换后两组分 EPR 导引参数随经典调制因子及噪声大小的变化关系,此理论研究结果为安全量子通信的实现提供了可行性参考。

关键词 量子光学; EPR 导引; 纠缠交换; 连续变量

中图分类号 O437

文献标志码 A

doi: 10.3788/AOS202040.0427001

Asymmetric Bipartite EPR Steering Swapping Characteristics of Continuous Variable

Zhai Shuqin^{1,2*}, Yuan Nan¹, Li Qian¹

¹College of Physics and Electronic Engineering, Shanxi University, Taiyuan, Shanxi 030006, China;

²State Key Laboratory of Quantum Optics and Quantum Optics Devices, Institute of Opto-Electronics, Shanxi University, Taiyuan, Shanxi 030006, China

Abstract EPR (Einstein-Podolsky-Rosen) steering is a special quantum phenomenon, which allows one side of the entanglement system to steer the other side, and has potential application value in one-way secure quantum network communication, quantum secret sharing and other quantum protocols. Based on the continuous variable (CV) bipartite entanglement swapping, covariance matrixes are reconstructed by asymmetric modulation or noise addition into one of the swapped mode. The EPR steering characteristics between two parts of the final output are analyzed and compared. The characteristic difference of the bipartite EPR steering between the two modes and the relationship of the EPR steering parameters with the classic modulation factor and the size of the noise are studied. The theoretical research results provide a feasible reference for the realization of the security of quantum communication.

Key words quantum optics; EPR steering; entanglement swapping; continuous variable

OCIS codes 270.2500; 140.3295

1 引 言

1935 年, Einstein 等^[1]发表的著名论文中,对 EPR(Einstein-Podolsky-Rosen)佯谬中的量子非局域性现象进行了表述,称其为“幽灵般的超距作用”。随后,薛定谔回应 EPR 佯谬的论文时,首次提出了导引的概念^[2-3]。EPR 导引是一种量子力学现象,

允许一方利用它们的共同纠缠操控另一方。假设 Alice 和 Bob 共享一个空间上分离的 EPR 纠缠态, EPR 导引是指一方,如 Alice,可以通过执行测量而“导引”Bob 的状态。就量子关联本质而言,量子导引关联特性介于量子纠缠^[4]和 Bell 非局域性^[5]之间,违背贝尔不等式意味着两方之间存在双向 EPR 导引,任何方向存在导引意味着两方存在量子纠缠

收稿日期: 2019-06-14; 修回日期: 2019-09-28; 录用日期: 2019-11-06

基金项目: 国家自然科学基金(61008006, 11674205, 11604190)、国家 973 计划(2016YFA0301404)、国家自然科学基金重点项目(91536222)、山西省自然科学基金(201801D121121)、2017 年山西省高等学校教学改革创新项目(J2017006)

* E-mail: xiaozhai@sxu.edu.cn

态^[6]。自 EPR 导引的概念被正式提出,且任意两组分高斯态具有导引特性的线性矩阵不等式被给出后^[6-7],EPR 导引的概念与验证 EPR 佯谬的判据建立了联系,提出实验验证 EPR 导引的判定依据^[8]。近年来,EPR 导引的研究在理论上从两组分^[9]扩展到多组分^[10],并在实验中得到一定的验证^[11]。量子导引相关的两个子系统本质上是不对称的^[9,12-14],因此在单端设备无关的量子密钥分布^[15-17]、信道辨别^[18]、安全的量子离物传态^[19]等领域具有潜在的应用价值,EPR 导引的相关研究逐渐引起人们的关注。

在量子网络中,量子态的远距离传输是重要的环节,量子纠缠交换使得原本独立的量子纠缠态在没有直接相互作用的情况下发生纠缠,这是建立量子通信网络的重要技术^[20-24]。在连续变量和分离变量领域,纠缠交换都已得到了实验验证^[20,24-27]。

对基于纠缠交换的量子导引问题,近年来,山西大学光电研究所开展了相关的研究工作,并提出单端调制的方案^[28]。纠缠交换过程中 EPR 导引各种不同的实现方案,对量子网络中的 EPR 导引操控问题,量子态的远距离传输问题,以及复合量子系统是否具有 EPR 导引等都会产生影响,如何改变 EPR 导引分布仍需要进一步研究。

本文基于纠缠交换的方案,针对两对连续变量纠缠态,通过非对称调制及加噪声的方法,研究了纠缠交换后原本不关联的两个光学模式间的非对称量子导引特性,分析了非对称调制对双向导引、单向导引的影响程度,并对输出的两端进行非对称调制与一端加噪声、另外一端加调制的导引结果进行了比较,为量子安全网络中基于纠缠交换的导引问题提供了参考,为导引调控的量子态传输提供了可行性方案。

2 EPR 导引的协方差矩阵判据

一个两组分系统 $n_A + m_B$ (A 系统中有 n 个模式, B 系统中有 m 个模式)的特性可以通过系统的协方差矩阵确定:

$$\sigma_{AB} = \begin{pmatrix} \mathbf{A} & \mathbf{C} \\ \mathbf{C}^T & \mathbf{B} \end{pmatrix}, \quad (1)$$

式中:子矩阵 \mathbf{A}, \mathbf{B} 分别对应 A 和 B 两个子系统的协方差矩阵; \mathbf{C} 是 A 和 B 两个系统交叉的正交振幅和正交相位的协方差矩阵。

基于量子态的协方差矩阵,一个两组分系统 Alice 对 Bob 的 EPR 导引特性^[8]可以表征为

$$G^{A \rightarrow B}(\sigma_{AB}) = \max \left[0, - \sum_{j: \bar{\nu}_j^{ABVA} < 1} \ln(\bar{\nu}_j^{ABVA}) \right], \quad (2)$$

式中: $\bar{\nu}_j^{ABVA}$ ($j = 1, \dots, m_B$) 为 $\overline{\sigma}_{ABVA}$ 的辛本征值,

$\overline{\sigma}_{ABVA} = \mathbf{B} - \mathbf{C}^T \mathbf{A}^{-1} \mathbf{C}$ 为 σ_{AB} 矩阵中 \mathbf{A} 的舒尔补码; $G^{A \rightarrow B}(\sigma_{AB}) > 0$, 表示 Alice 对 Bob 具有导引能力。同样, Bob 对 Alice 的导引情况可以通过

$$G^{B \rightarrow A}(\sigma_{AB}) = \max \left[0, - \sum_{j: \bar{\nu}_j^{ABVB} < 1} \ln(\bar{\nu}_j^{ABVB}) \right] \text{ 得到。}$$

如果 $G^{A \rightarrow B}(\sigma_{AB}) > 0, G^{B \rightarrow A}(\sigma_{AB}) > 0$, 表示 A 对 B 和 B 对 A 都具有导引能力;如果 $G^{A \rightarrow B}(\sigma_{AB}) > 0, G^{B \rightarrow A}(\sigma_{AB}) = 0$, 表示 A 对 B 具有单向导引能力;如果 $G^{B \rightarrow A}(\sigma_{AB}) > 0, G^{A \rightarrow B}(\sigma_{AB}) = 0$, 表示 B 对 A 具有单向导引能力。

3 连续变量两组分非对称 EPR 导引方案

连续变量非对称 EPR 导引交换方案如图 1 所示,两对正交振幅和正交相位压缩光作为输入态通过两个 1:1 的分束器耦合,形成两对独立的纠缠态。四个初始输入的压缩光学模可以表示为

$$\hat{a}_1 = \frac{1}{2} [\exp(-r_1) \hat{x}_1^{(0)} + i \exp(r_1) \hat{p}_1^{(0)}], \quad (3)$$

$$\hat{a}_2 = \frac{1}{2} [\exp(r_2) \hat{x}_2^{(0)} + i \exp(-r_2) \hat{p}_2^{(0)}], \quad (4)$$

$$\hat{a}_3 = \frac{1}{2} [\exp(-r_3) \hat{x}_3^{(0)} + i \exp(r_3) \hat{p}_3^{(0)}], \quad (5)$$

$$\hat{a}_4 = \frac{1}{2} [\exp(r_4) \hat{x}_4^{(0)} + i \exp(-r_4) \hat{p}_4^{(0)}], \quad (6)$$

式中: $r_i = r$ ($i = 1, 2, 3, 4$) 为压缩因子; $\hat{x}_j^{(0)}, \hat{p}_j^{(0)}$ ($j = 1, 2, 3, 4$) 为真空态的正交振幅和正交相位。光学模 \hat{a}_1 和 \hat{a}_2 通过分束器 BS_1 后产生纠缠态 \hat{A} 和 \hat{B} :

$$\hat{A} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{a}_1 + \hat{a}_2) = \frac{1}{2\sqrt{2}} \{ \exp(-r) \hat{x}_1^{(0)} + \exp(r) \hat{x}_2^{(0)} + i [\exp(r) \hat{p}_1^{(0)} + \exp(-r) \hat{p}_2^{(0)}] \}, \quad (7)$$

$$\hat{B} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\hat{a}_1 - \hat{a}_2) = \frac{1}{2\sqrt{2}} \{ \exp(-r) \hat{x}_1^{(0)} - \exp(r) \hat{x}_2^{(0)} + i [\exp(r) \hat{p}_1^{(0)} - \exp(-r) \hat{p}_2^{(0)}] \}. \quad (8)$$

同理,光学模 \hat{a}_3 和 \hat{a}_4 通过分束器 BS_2 后产生纠缠态 \hat{C} 和 \hat{D} :

$$\hat{C} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{a}_3 + \hat{a}_4) = \frac{1}{2\sqrt{2}}\{\exp(-r)\hat{x}_3^{(0)} + \exp(r)\hat{x}_4^{(0)} + i[\exp(r)\hat{p}_3^{(0)} + \exp(-r)\hat{p}_4^{(0)}]\}, \quad (9)$$

$$\hat{D} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{a}_3 - \hat{a}_4) = \frac{1}{2\sqrt{2}}\{\exp(-r)\hat{x}_3^{(0)} - \exp(r)\hat{x}_4^{(0)} + i[\exp(r)\hat{p}_3^{(0)} - \exp(-r)\hat{p}_4^{(0)}]\}. \quad (10)$$

两对纠缠态中各取一支在 1:1 的分束器上耦合后进行 Bell 态测量,得到

$$\hat{E} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{B} + \hat{C}) = \frac{1}{4}\{\exp(-r)\hat{x}_1^{(0)} - \exp(r)\hat{x}_2^{(0)} + \exp(-r)\hat{x}_3^{(0)} + \exp(r)\hat{x}_4^{(0)} + i[\exp(r)\hat{p}_1^{(0)} - \exp(-r)\hat{p}_2^{(0)} + \exp(r)\hat{p}_3^{(0)} + \exp(-r)\hat{p}_4^{(0)}]\}, \quad (11)$$

$$\hat{F} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{B} - \hat{C}) = \frac{1}{4}\{\exp(-r)\hat{x}_1^{(0)} - \exp(r)\hat{x}_2^{(0)} - \exp(-r)\hat{x}_3^{(0)} - \exp(r)\hat{x}_4^{(0)} + i[\exp(r)\hat{p}_1^{(0)} - \exp(-r)\hat{p}_2^{(0)} - \exp(r)\hat{p}_3^{(0)} - \exp(-r)\hat{p}_4^{(0)}]\}. \quad (12)$$

根据分束器模型可得 \hat{E} 端输出模的正交振幅和 \hat{F} 端的正交相位:

$$\hat{x}_E = \frac{1}{2}[\exp(-r)\hat{x}_1^{(0)} - \exp(r)\hat{x}_2^{(0)} + \exp(-r)\hat{x}_3^{(0)} + \exp(r)\hat{x}_4^{(0)}], \quad (13)$$

$$\hat{p}_F = \frac{1}{2}[\exp(r)\hat{p}_1^{(0)} - \exp(-r)\hat{p}_2^{(0)} - \exp(r)\hat{p}_3^{(0)} - \exp(-r)\hat{p}_4^{(0)}]. \quad (14)$$

图 1 中, HD_1, HD_2, HD_3, HD_4 是四个输出端的零拍探测器,用来探测该输出模的正交振幅和正

交相位, BS_1, BS_2, BS_3 是三个分束器。下面通过两种方案探讨纠缠交换后的 EPR 导引特性。

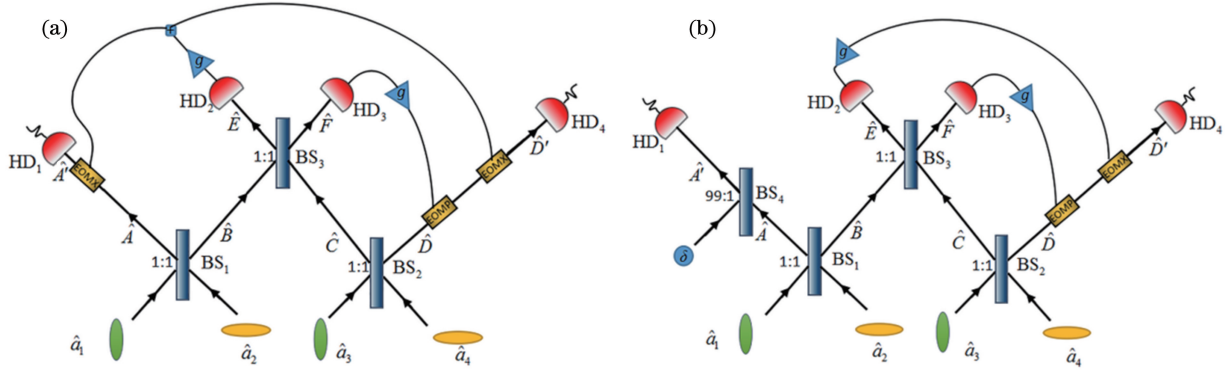


图 1 非对称 EPR 导引交换示意图。(a)输出端两端加非对称调制;(b) \hat{A} 端加噪声, \hat{D} 端加调制

Fig. 1 Schematics of asymmetric swapping of EPR steering. (a) Asymmetric modulation added in two output ends;

(b) noise added in \hat{A} end, and modulation added in \hat{D} end

3.1 方案一:输出端两端加非对称调制

如图 1(a)所示,将 \hat{E} 和 \hat{F} 测量的结果非对称

调制到 \hat{A} 和 \hat{D} 两端, \hat{A} 端加振幅调制后发生平移变为

$$\hat{A}' = \hat{A} + g_1 \hat{x}_E = \frac{1}{2\sqrt{2}}\{\exp(-r)\hat{x}_1^{(0)} + \exp(r)\hat{x}_2^{(0)} + i[\exp(r)\hat{p}_1^{(0)} + \exp(-r)\hat{p}_2^{(0)}]\} + g_1 \frac{1}{2}[\exp(-r)\hat{x}_1^{(0)} - \exp(r)\hat{x}_2^{(0)} + \exp(-r)\hat{x}_3^{(0)} + \exp(r)\hat{x}_4^{(0)}], \quad (15)$$

光学模 \hat{A}' 的正交振幅和正交相位分别为

$$\hat{x}_{A'} = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + g_1\right)\exp(-r)\hat{x}_1^{(0)} + \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - g_1\right)\exp(r)\hat{x}_2^{(0)} + g_1\exp(-r)\hat{x}_3^{(0)} + g_1\exp(r)\hat{x}_4^{(0)}, \quad (16)$$

$$\hat{p}'_A = \frac{1}{\sqrt{2}} \exp(r) p_1^{(0)} + \frac{1}{\sqrt{2}} \exp(-r) \hat{p}_2^{(0)}, \quad (17)$$

\hat{D} 端加振幅和相位调制后发生平移变为

$$\begin{aligned} \hat{D}' = \hat{D} + g_2 (\hat{x}_E + i\hat{p}_F) = & \frac{1}{2\sqrt{2}} \{ \exp(-r) \hat{x}_3^{(0)} - \exp(r) \hat{x}_4^{(0)} + i [\exp(r) \hat{p}_3^{(0)} - \exp(-r) \hat{p}_4^{(0)}] \} + \\ & g_2 \frac{1}{2} \{ [\exp(-r) \hat{x}_1^{(0)} - \exp(r) \hat{x}_2^{(0)} + \exp(-r) \hat{x}_3^{(0)} + \exp(r) \hat{x}_4^{(0)}] + \\ & i [\exp(r) \hat{p}_1^{(0)} - \exp(-r) \hat{p}_2^{(0)} - \exp(r) \hat{p}_3^{(0)} - \exp(-r) \hat{p}_4^{(0)}] \}, \end{aligned} \quad (18)$$

光学模 \hat{D}' 的正交振幅和正交相位分别为

$$\hat{x}'_D = g_2 \exp(-r) \hat{x}_1^{(0)} - g_2 \exp(r) \hat{x}_2^{(0)} + \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + g_2 \right) \exp(-r) \hat{x}_3^{(0)} + \left(-\frac{1}{\sqrt{2}} + g_2 \right) \exp(r) \hat{x}_4^{(0)}, \quad (19)$$

$$\hat{p}'_D = g_2 \exp(r) \hat{p}_1^{(0)} - g_2 \exp(-r) \hat{p}_2^{(0)} + \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - g_2 \right) \exp(r) \hat{p}_3^{(0)} + \left(-\frac{1}{\sqrt{2}} - g_2 \right) \exp(-r) \hat{p}_4^{(0)}, \quad (20)$$

式中: g_1 为 \hat{A} 端信道的振幅和相位经典调制因子; g_2 为 \hat{D} 端信道的振幅和相位经典调制因子。根据(1)式,可以写出 \hat{A}' 和 \hat{D}' 间的协方差矩阵:

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\sigma}_{A'A'} & \boldsymbol{\sigma}_{A'D'} \\ \boldsymbol{\sigma}_{D'A'} & \boldsymbol{\sigma}_{D'D'} \end{pmatrix}, \quad (21)$$

式中, \hat{A}' 和 \hat{D}' 间的协方差子矩阵为

$$\boldsymbol{\sigma}_{A'A'} = \begin{pmatrix} \text{Cov}(\hat{x}'_A, \hat{x}'_A) & 0 \\ 0 & \text{Cov}(\hat{p}'_A, \hat{p}'_A) \end{pmatrix}, \quad (22)$$

$$\boldsymbol{\sigma}_{A'D'} = \begin{pmatrix} \text{Cov}(\hat{x}'_A, \hat{x}'_D) & \text{Cov}(\hat{x}'_A, \hat{p}'_D) \\ \text{Cov}(\hat{p}'_A, \hat{x}'_D) & \text{Cov}(\hat{p}'_A, \hat{p}'_D) \end{pmatrix}, \quad (23)$$

$$\boldsymbol{\sigma}_{D'A'} = \begin{pmatrix} \text{Cov}(\hat{x}'_D, \hat{x}'_A) & \text{Cov}(\hat{x}'_D, \hat{p}'_A) \\ \text{Cov}(\hat{p}'_D, \hat{x}'_A) & \text{Cov}(\hat{p}'_D, \hat{p}'_A) \end{pmatrix}, \quad (24)$$

$$\boldsymbol{\sigma}_{D'D'} = \begin{pmatrix} \text{Cov}(\hat{x}'_D, \hat{x}'_D) & 0 \\ 0 & \text{Cov}(\hat{p}'_D, \hat{p}'_D) \end{pmatrix}, \quad (25)$$

式中: $\text{Cov}(\cdot)$ 表示对应子矩阵的矩阵元。将(16)、(17)、(19)、(20)式代入(22)~(25)式,可构建 \hat{A}' 和 \hat{D}' 间的协方差矩阵,代入两组分的导引判据(2)式中,就可研究它们之间的导引特性。

3.2 方案二:输出端两端 \hat{A} 端加噪声, \hat{D} 端加调制

如图1(b)所示,光学模 \hat{A} 端加入噪声 δ 后变为

$$\hat{A}' = \hat{A} + \delta, \quad (26)$$

\hat{A}' 的正交振幅和正交相位分别为

$$\begin{aligned} \hat{x}'_A = \hat{x}_A + \hat{x}_\delta = & \frac{1}{\sqrt{2}} [\exp(-r) \hat{x}_1^{(0)} + \\ & \exp(r) \hat{x}_2^{(0)}] + \hat{x}_\delta, \end{aligned} \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \hat{p}'_A = \hat{p}_A + \hat{p}_\delta = & \frac{1}{\sqrt{2}} [\exp(r) \hat{p}_1^{(0)} + \\ & \exp(-r) \hat{p}_2^{(0)}] + \hat{p}_\delta, \end{aligned} \quad (28)$$

式中: \hat{x}_δ 和 \hat{p}_δ 分别为所加噪声 δ 的正交振幅和正交相位。

\hat{D} 端加入的是调制,将 \hat{E} 和 \hat{F} 测量的结果调制到 \hat{D} 端,则 \hat{D} 端加振幅和相位调制后发生平移变为 \hat{D}' ,其调制结果如(19)式和(20)式所示。

同样,根据(1)式,可以写出 \hat{A}' 和 \hat{D}' 间的协方差矩阵,其协方差子矩阵表达式还是(22)~(25)式,现将(19)、(20)、(27)、(28)式代入(22)~(25)式,可构建 \hat{A}' 和 \hat{D}' 间的协方差矩阵,根据 \hat{A}' 和 \hat{D}' 间的协方差矩阵以及导引判据,便可研究两模间的导引特性。

4 导引结果分析

根据图1的两个物理模型及导引判据,对模型中 \hat{A}' 和 \hat{D}' 两端输出模的导引特性进行研究。

4.1 方案一:输出端两端加非对称调制

图2(a)和图2(b)分别为方案一中 \hat{A}' 和 \hat{D}' 之间的导引参数随着经典调制因子以及压缩参数的变化。为方便计算,非平衡调制的经典调制因子取同

样的值 $g_1 = g_2 = g$ 。为了分析两模间的导引特性, 根据可行性实验参数, 进行了数值模拟。图 2(a) 中, 实线表示 \hat{A}' 对 \hat{D}' 的导引, 虚线表示 \hat{D}' 对 \hat{A}' 的导引, 从图中可以看出, 无论 $r = 0.57$, 还是 $r = 1.15$, \hat{D}' 对 \hat{A}' 的导引参数都为 0, 因此图中两条虚线重合。当 $r = 0.57$ (对应初始压缩态的压缩度为 5 dB) 时, 经典调制因子在 $0.220 < g < 0.435$ 范围内有 \hat{A}' 对 \hat{D}' 的单向导引, 且当 $g = 0.321$ 时 \hat{A}' 对 \hat{D}' 的导引达到极大值; 当 $r = 1.15$ (对应压缩态的压缩度为 10 dB) 时, 经典调制因子在 $0.298 < g < 0.456$ 范围内有 \hat{A}' 对 \hat{D}' 的单向导引, 且当 $g = 0.355$ 时 \hat{A}' 对 \hat{D}' 的导引达到极大值。由图 2(a) 可知, 压缩参数 $r = 1.15$ 时 \hat{A}' 对 \hat{D}' 的导引参数的极大值要大于 $r = 0.57$ 时 \hat{A}' 对 \hat{D}' 的导引参数的极大值, 说明同样情况下, 压缩参数取值越大 \hat{A}' 对 \hat{D}' 的导引能力

越强。从图 2(a) 中可以看出, 在整个经典调制因子取值范围内 \hat{D}' 对 \hat{A}' 都没有导引, 其物理原因是 \hat{A}' 端仅加入振幅调制, \hat{D}' 端加入振幅和相位调制, 从而使得 \hat{A}' 和 \hat{D}' 间的导引特性出现了非平衡, 即局部经典调制范围内出现了单向量子导引。

图 2(b) 代表 \hat{A}' 和 \hat{D}' 两端输出模随着压缩参数的导引变化关系, 两端的经典调制因子选取相同的值 $g_1 = g_2 = g = 0.35$, 实线代表 \hat{A}' 模对 \hat{D}' 模的导引情况, 虚线代表 \hat{D}' 模对 \hat{A}' 模的导引情况, 随着压缩参数的增大, 在 $0 < r < 0.428$ 范围内 \hat{A}' 和 \hat{D}' 之间都没有导引, 当压缩参数 $r > 0.428$ 时, \hat{A}' 对 \hat{D}' 具有单向导引能力。因此在选取合适的经典调制因子后, 随着压缩参数的增加, \hat{A}' 对 \hat{D}' 的单向导引能力也在不断增强, 其结论和图 2(a) 吻合。

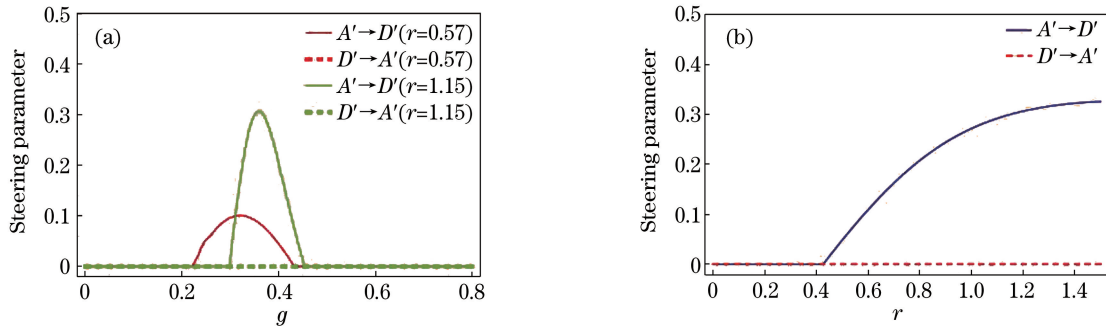


图 2 方案一中导引参数随经典调制因子和压缩参数的变化 ($g_1 = g_2 = g$)。 (a) 输入压缩模的压缩参数取不同值时导引参数随经典调制因子的变化; (b) 导引参数随输入模压缩参数的变化 ($g_1 = g_2 = g = 0.35$)

Fig. 2 EPR steering parameters versus modulation factors and squeezing parameters in scheme I ($g_1 = g_2 = g$). (a) Dependence of EPR steering on modulation factors with two different squeezing parameters of input squeezed modes; (b) dependence of EPR steering on squeezing parameters of input squeezed modes ($g_1 = g_2 = g = 0.35$)

4.2 方案二: 输出端两端 \hat{A}' 端加噪声, \hat{D}' 端加调制

图 3(a) 和 3(b) 分别为方案二中 \hat{A}' 和 \hat{D}' 模随经典调制因子以及噪声变化的导引特性图。非平衡调制的经典调制因子仍取同样的值 $g_1 = g_2 = g$ 。如图 3(a) 所示, 实线表示 \hat{A}' 对 \hat{D}' 的导引情况, 虚线表示 \hat{D}' 对 \hat{A}' 的导引情况。当噪声 $\delta = 0.2$ 时, 随着经典调制因子的增大, \hat{A}' 对 \hat{D}' 的单向导引范围是 $0.436 < g < 0.541$; \hat{A}' 和 \hat{D}' 之间的不对称双向导引范围是 $0.541 < g < 0.854$, 除了对称导引点 $g = 0.703$ 外; \hat{D}' 对 \hat{A}' 的单向导引范围是 $0.854 < g <$

1.07 。当噪声 $\delta = 0.5$ 时, 随着经典调制因子的增大, \hat{A}' 对 \hat{D}' 的单向导引范围是 $0.467 < g < 0.618$; \hat{A}' 和 \hat{D}' 之间的不对称双向导引范围是 $0.618 < g < 0.770$, 除了对称导引点 $g = 0.728$ 外; \hat{D}' 对 \hat{A}' 的单向导引范围是 $0.770 < g < 0.861$ 。可见, 随着噪声加大, 其单方向导引能力变差。图 3(b) 中实线表示 \hat{A}' 对 \hat{D}' 的导引情况, 虚线代表 \hat{D}' 对 \hat{A}' 的导引情况。可知, 当经典调制因子取 0.6 时, \hat{A}' 对 \hat{D}' 的单方向导引噪声选取范围是 $\delta > 0.441$; 当经典调制因子取 0.8 时, \hat{D}' 对 \hat{A}' 的单向导引范围是 $0.376 < \delta <$

0.571; 当经典调制因子取 1 时, \hat{D}' 对 \hat{A}' 的单向导引范围是 $0 < \delta < 0.301$ 。比较得出, 在选取不同的经典调制因子时, \hat{A}' 与 \hat{D}' 的单向导引方向也可能不一样, 随着噪声加大, 它们之间的导引能力都在减小甚至消失, 因此在实际应用中可以根据需要选

取适当的经典调制因子与噪声。该方案适用于两个用户之间的安全量子通信, 在选取合适的参数值后, 可以实现 Alice(\hat{A}') 对 Bob(\hat{D}') 的单向量子导引、Bob(\hat{D}') 对 Alice(\hat{A}') 的单向量子导引以及双向的不对称导引。

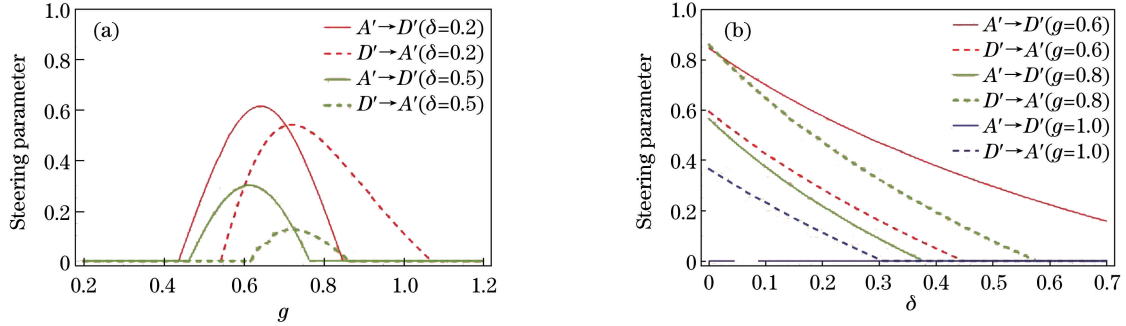


图 3 方案二中导引参数随经典调制因子和噪声的变化($g_1 = g_2 = g, r = 1.15$)。

(a) 噪声取不同值时导引参数随经典调制因子的变化; (b) 经典调制因子取不同值时导引参数随噪声的变化方案

Fig. 3 EPR steering parameters versus modulation factors and noises in scheme II($g_1 = g_2 = g, r = 1.15$). (a) Dependence of EPR steering on modulation factors with two different squeezing parameters of input squeezed modes; (b) dependence of EPR steering on squeezing parameters of input squeezed modes

5 结 论

设计了两个两组分导引交换方案, 方案一通过非对称调制的方法, 方案二通过一端加调制、另一端加噪声的方法, 使两个没有直接关联的 EPR 纠缠态产生不对称 EPR 导引。对比两个方案发现, 虽然都可以在一定范围内实现单方向的 EPR 导引, 但方案一中无论怎样选取经典调制因子和压缩参量, 只能实现 \hat{A}' 对 \hat{D}' 的单向 EPR 导引, 而方案二中通过调节经典调制因子以及噪声, 能同时实现 Alice(\hat{A}') 对 Bob(\hat{D}') 的单向量子导引、Bob(\hat{D}') 对 Alice(\hat{A}') 的单向量子导引和双向的不对称导引, 因此第二种方案可以根据实际量子信息要求进行选择。两个方案结构简单, 易于操控, 具体应用中可选择可行性参数来实现单向量子导引, 对量子安全通信、单端设备不依赖的量子秘密共享等量子信息过程的实现具有一定的参考价值。

参 考 文 献

[1] Einstein A, Podolsky B, Rosen N. Can quantum-mechanical description of physical reality be considered complete? [J]. Physical Review, 1935, 47 (10): 777-780.
 [2] Schrödinger E. Discussion of probability relations

between separated systems [J]. Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, 1935, 31(4): 555-563.

[3] Schrödinger E. Probability relations between separated systems [J]. Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society, 1936, 32(3): 446-452.
 [4] Horodecki R, Horodecki P, Horodecki M, et al. Quantum entanglement [J]. Reviews of Modern Physics, 2009, 81(2): 865-942.
 [5] Bell J S. On the Einstein Podolsky Rosen paradox [J]. Physics, 1964, 1(3): 195-200.
 [6] Wiseman H M, Jones S J, Doherty A C. Steering, entanglement, nonlocality, and the Einstein-Podolsky-Rosen paradox [J]. Physical Review Letters, 2007, 98(14): 140402.
 [7] Jones S J, Wiseman H M, Doherty A C. Entanglement, Einstein-Podolsky-Rosen correlations, Bell nonlocality, and steering [J]. Physical Review A, 2007, 76(5): 052116.
 [8] Cavalcanti E G, Jones S J, Wiseman H M, et al. Experimental criteria for steering and the Einstein-Podolsky-Rosen paradox [J]. Physical Review A, 2009, 80(3): 032112.
 [9] Händchen V, Eberle T, Steinlechner S, et al. Observation of one-way Einstein-Podolsky-Rosen steering [J]. Nature Photonics, 2012, 6(9): 596-599.
 [10] He Q Y, Reid M D. Genuine multipartite Einstein-

- Podolsky-Rosen steering [J]. *Physical Review Letters*, 2013, 111(25): 250403.
- [11] Armstrong S, Wang M, Teh R Y, et al. Multipartite Einstein-Podolsky-Rosen steering and genuine tripartite entanglement with optical networks [J]. *Nature Physics*, 2015, 11(2): 167-172.
- [12] He Q, Gong Q, Reid M. Classifying directional Gaussian entanglement, Einstein-Podolsky-Rosen steering, and discord [J]. *Physical Review Letters*, 2015, 114(6): 060402.
- [13] Kogias I, Lee A R, Ragy S, et al. Quantification of Gaussian quantum steering [J]. *Physical Review Letters*, 2015, 114(6): 060403.
- [14] Wollmann S, Walk N, Bennet A J, et al. Observation of genuine one-way Einstein-Podolsky-Rosen steering [J]. *Physical Review Letters*, 2016, 116(16): 160403.
- [15] Branciard C, Cavalcanti E G, Walborn S P, et al. One-sided device-independent quantum key distribution: security, feasibility, and the connection with steering [J]. *Physical Review A*, 2012, 85(1): 010301.
- [16] Mao Q P, Wang L, Ma Y Y, et al. Measurement-device-independent quantum key distribution with pulse-position modulation [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2018, 47(3): 0306007.
毛钱萍, 王乐, 马媛媛, 等. 基于脉冲位置调制的测量设备无关量子密钥分发 [J]. *光子学报*, 2018, 47(3): 0306007.
- [17] He Y F, Li D Q, Song C, et al. Quantum key distribution protocol based on odd coherent sources and orbital angular momentum [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2018, 45(7): 0712001.
何业锋, 李东琪, 宋畅, 等. 基于奇相干光源和轨道角动量的量子密钥分配协议 [J]. *中国激光*, 2018, 45(7): 0712001.
- [18] Piani M, Watrous J. Einstein-Podolsky-Rosen steering provides the advantage in entanglement-assisted subchannel discrimination with one-way measurements [J]. *Physical Review Letters*, 2015, 114(6): 060404.
- [19] He Q Y, Rosales-Zárata L, Adesso G, et al. Secure continuous variable teleportation and Einstein-Podolsky-Rosen steering [J]. *Physical Review Letters*, 2015, 115(18): 180502.
- [20] Pan J W, Bouwmeester D, Weinfurter H, et al. Experimental entanglement swapping: entangling photons that never interacted [J]. *Physical Review Letters*, 1998, 80(18): 3891-3894.
- [21] de Riedmatten H, Marcikic I, van Houwelingen J A W, et al. Long-distance entanglement swapping with photons from separated sources [J]. *Physical Review A*, 2005, 71(5): 050302.
- [22] Polkinghorne R E S, Ralph T C. Continuous variable entanglement swapping [J]. *Physical Review Letters*, 1999, 83(11): 2095-2099.
- [23] Ralph T C. Continuous variable quantum cryptography [J]. *Physical Review A*, 1999, 61(1): 103031.
- [24] Jia X J, Su X L, Pan Q, et al. Experimental demonstration of unconditional entanglement swapping for continuous variables [J]. *Physical Review Letters*, 2004, 93(25): 250503.
- [25] Su X L, Tian C X, Deng X W, et al. Quantum entanglement swapping between two multipartite entangled states [J]. *Physical Review Letters*, 2016, 117(24): 240503.
- [26] Takeda S, Fuwa M, van Loock P, et al. Entanglement swapping between discrete and continuous variables [J]. *Physical Review Letters*, 2015, 114(10): 100501.
- [27] Lu C Y, Yang T, Pan J W. Experimental multiparticle entanglement swapping for quantum networking [J]. *Physical Review Letters*, 2009, 103(2): 020501.
- [28] Wang M H, Qin Z Z, Su X L. Swapping of Gaussian Einstein-Podolsky-Rosen steering [J]. *Physical Review A*, 2017, 95(5): 052311.