

模式耦合对模分复用同传系统中量子误码率的影响

黄超, 李云霞*, 蒙文**, 武天雄***

空军工程大学信息与导航学院, 陕西 西安 710077

摘要 基于少模光纤模分复用的量子—经典信号同传方案中, 光纤内的模式耦合效应会导致信道间发生串扰, 造成误码。为此, 构建了少模光纤分段化链路模型, 研究了光纤拼接误差导致的模式耦合强度大小, 并在此基础上推导了存在模式耦合时系统的量子误码率(QBER)公式。通过比较各模式所受到的耦合强度, 确定该同传方案中量子信号的最优传输模式; 进一步讨论了不同纤芯轴向偏移距离、扭转角度和光纤长度对系统 QBER 的影响。结果表明, 这三个影响链路模式耦合强弱的因素都与 QBER 成正相关, 光纤拼接误差较小的短距离量子—经典信号模分复用同传系统可有效降低 QBER。

关键词 光通信; 量子通信; 模分复用; 共纤同传; 模式耦合; 量子误码率

中图分类号 TN918.8

文献标志码 A

doi: 10.3788/AOS202040.0406002

Effect of Mode Coupling on Quantum Bit Error Rate in Mode Division Multiplexing Simultaneous Transmission System

Huang Chao, Li Yunxia*, Meng Wen**, Wu Tianxiong***

College of Information and Navigation, Air Force Engineering University, Xi'an, Shaanxi 710077, China

Abstract In the quantum-classical signal simultaneous transmission scheme sharing a same few-mode fiber based on mode division multiplexing, the mode coupling effect in the optical fiber will lead to crosstalk between channels, resulting in bit error. In this paper, a segmented link model of few-mode fiber is constructed, and the magnitude of mode coupling strength due to fiber splicing error is studied, based on which the system quantum bit error rate (QBER) formula is deduced in the presence of mode coupling. By comparing the coupling strength of each mode, the optimal transmission mode of quantum signal in the scheme is determined. The effects of mismatch distance, torsion angle, and fiber length on the QBER are discussed. The results show that the three factors that affect the coupling strength of link mode are positively correlated with the QBER, and the quantum-classical signal simultaneous transmission system with small fiber splicing error in short distance can effectively reduce the QBER.

Key words optical communications; quantum communications; mode division multiplexing; simultaneous transmission sharing a same fiber; mode coupling; quantum bit error rate

OCIS codes 060.5565; 060.4230; 030.4070

1 引 言

近年来, 基于量子密钥分发的量子保密通信技术一直是量子信息领域的研究热点。在实际应用过程中, 量子密钥分发系统的发送方和接收方需要多条独立光纤分别传输量子信号和经典光信号, 这导致了系统运营成本增加、量子密钥处理速率下降及性能不佳等技术性缺陷。为了消除量子密钥分发终端用户为每个量子信道保留专用光纤的负担, 解决光纤信道资源浪费的问题, 可通过复用技术实现量

子信号与经典光信号的共纤同传。研究人员提出一种基于少模光纤模分复用的量子—经典信号同传方案^[1]。与传统的波分复用同传方案相比, 该方案既能有效地隔离量子信道与经典信道, 提高光纤的利用率, 又能减小非线性效应带来的串扰影响, 降低量子密钥分发的量子误码率(QBER), 改善量子保密通信性能。

基于少模光纤模分复用的量子—经典信号同传方案以少模光纤作为传输信道, 分别将量子信号和经典光信号加载在少模光纤中相互正交的光纤模式

收稿日期: 2019-06-18; 修回日期: 2019-09-24; 录用日期: 2019-10-21

基金项目: 国家自然科学基金(61601497)

* E-mail: yunxial@sohu.com; ** E-mail: meng-wen_mw@126.com; *** E-mail: wtxkk33@vip.qq.com

上,利用模式复用器/解复用器实现多路信号的复用/解复用^[2-3]。但在实际的系统中,少模光纤中存在模式耦合等因素,使信号在各个模式信道之间发生一定串扰,从而造成误码。本文从模式耦合理论入手,详细分析量子信号加载在不同模式下的耦合影响情况,确定系统中量子信号的最佳传输模式,并从功率串扰的角度讨论光纤纤芯偏移距离、扭转角度及光纤长度等因素对量子信号误码率的影响。

2 理论模型

2.1 模式耦合模型

从波导光学理论推导可得,理想光纤中不同模式之间是相互正交的,因此模式可作为一种新的自由度来加载信号,实现信道隔离。但是在实际情况中,光纤存在制造工艺不同和外界环境影响等因素,

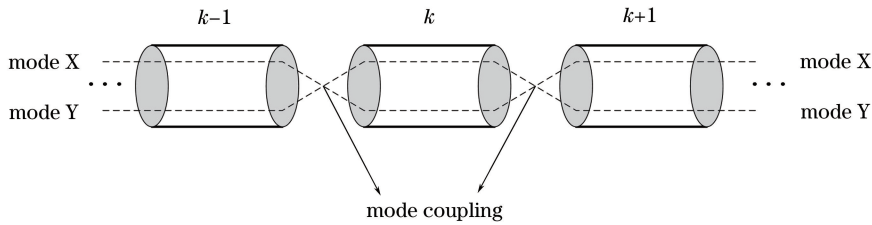


图 1 少模光纤分段化链路模型

Fig. 1 Piecewise link model of the few-mode fiber

假设模式耦合是由光纤纤芯的轴向偏移和角度扭转所引起的,则相邻光纤跨段之间将存在拼接误差^[7],其产生原理如图 2 所示,图中 d_k 为相邻光纤跨段的轴向偏移距离, θ_k 为相邻光纤跨段的轴线旋转角度。

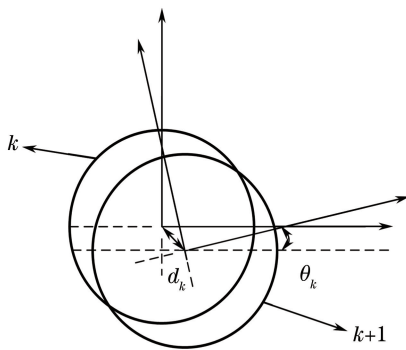


图 2 光纤端面拼接误差

Fig. 2 Splicing errors of optical fiber end facets

假设 $C_{ij,k}$ 为模式之间的耦合系数,表示在第 k 个光纤跨段和第 $k+1$ 个光纤跨段之间由光纤纤芯轴向偏移和角度扭转导致的耦合强度大小,耦合强度大小可由模场函数在光纤端面重合部分进行重积分得到^[8],模式耦合系数的表达式为

如折射率分布不均匀、纤芯椭变及偏心、光纤受到外界压力而造成的机械形变等会破坏模式之间的正交性,导致不同模式之间发生耦合^[4]。模式耦合效应^[5]会使量子模分复用系统中的量子信号脉冲和经典光信号脉冲在光纤输出端处发生叠加,这将改变量子信号的状态,破坏量子密钥分发的安全性。

在光纤中,模式耦合是随机的^[4],为了便于分析,实验采用少模光纤分段化链路模型^[6],如图 1 所示,其描述两模式 X、Y 在光纤内传输时的模式耦合作用过程, $k-1, k, k+1$ 分别为光纤的不同跨段。假设量子模分复用系统的整个光纤链路均由若干个跨段级联而成,模式耦合等效作用于各个分段的末端,每一分段中模式之间的传输过程仅为并行传输且不发生耦合效应,忽视偏振模耦合的影响。

$$C_{ij,k} = \frac{1}{\xi^2} \int_0^{2\pi} \int_0^a E_{i,k}(r, \theta) E_{j,k+1}^*(r', \theta') dr d\theta, \quad (1)$$

式中: ξ 为基模 LP_{01} 的模场半径; a 为光纤纤芯半径; $E_{i,k}$ 为第 k 段光纤纤芯内第 i 个模式的电场分布; $E_{j,k+1}$ 为第 $k+1$ 段光纤纤芯内第 j 个模式的电场分布,* 表示共轭; (r, θ) 为第 k 个极坐标系下的极径和极角; (r', θ') 为第 $k+1$ 个极坐标系下的极径和极角,因此在计算耦合系数时需要进行坐标系变换。

假设少模光纤量子模分复用系统中采用分段化模型,将光纤链路分为 M 段,则在接收端第 i 个模式收到的总的耦合系数为

$$C_i = \sum_{j=1}^n C_{ij,k} M. \quad (2)$$

同时在光纤链路中,光纤端面的轴向对准误差会减小光纤纤芯的重叠面积,从而造成信号光在相邻光纤跨段间传输时的光功率损耗。功率损耗 L_F ^[9] 可定义为

$$L_F = 10 \lg \left[\frac{2}{\pi} \arccos \left(\frac{d_k}{2a} \right) - \frac{d_k}{\pi a} \sqrt{1 - \left(\frac{d_k}{2a} \right)^2} \right]. \quad (3)$$

作出光纤纤芯归一化轴向对准误差与模式功率损耗的关系曲线,如图 3 所示。

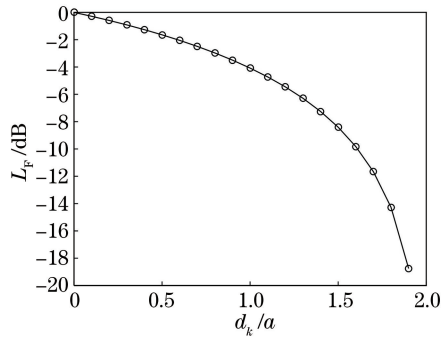


图 3 归一化轴向对准误差和模式功率损耗关系曲线
Fig. 3 Curves of normalized axial alignment errors versus mode power losses

2.2 QBER 模型

为了衡量在少模光纤量子模分复用系统中光纤信道内的模式耦合对同传量子信号的影响大小,需构建 QBER 模型^[10-11]。

对于 BB84 系统,假设量子信号加载在第 i 个光纤模式上,加载时仅考虑模式耦合和功率损耗的情况下有

$$R_{m-c} = q\delta \frac{C_i \lambda}{hc} f_{rep} \Delta\tau_{gate} \eta t, \quad (4)$$

$$R_{sift} = q\delta f_{rep} \mu \eta t, \quad (5)$$

式中: R_{m-c} 为模式耦合效应下每秒钟发生错误的光子数; R_{sift} 为对基后的量子密钥产生速率; q 为 BB84 协议的对基损失, $q=0.5$; δ 为 Mach-Zehnder 干涉仪的概率损失,通常取 $\delta=0.5$; λ 为光波波长; h 为普朗克常数; c 为真空中的光速; f_{rep} 为量子信号的重复频率; $\Delta\tau_{gate}$ 为探测器的门宽; η 为探测器的探测效率; μ 为每脉冲平均光子数; t 为信号在传输过程中的通过率,可表示为

$$t = 10^{-0.1(\alpha z + L_F + A)}, \quad (6)$$

式中: α 为光纤衰减系数; z 为光纤链路长度; A 为系统中器件引入的插入损耗及隔离度。

除此之外,造成量子误码的因素还包括探测器的暗计数和干涉环缺陷,分别用 R_{dc} 和 R_{opt} 表示探测器暗计数探测效率和干涉环不完美导致进入错误探测器的光子数,

$$R_{dc} = qNf_{rep} P_{dark}, \quad (7)$$

$$R_{opt} = \frac{1-v}{2} R_{sift}, \quad (8)$$

式中: N 为探测器的个数; P_{dark} 为探测器的暗计数概率; v 为干涉条纹可见度,为了保证 QBER 不超过安全门限,通常要求条纹可见度 $v \geq 95\%$ 。

综合分析可以得到系统中总的 QBER, R_{error} 可表示为

$$R_{error} = R_{m-c} + R_{dc} + R_{opt} \quad (9)$$

量子模分复用系统的 QBER, R_{QBE} 可表示为

$$R_{QBE} = \frac{R_{error}}{R_{error} + R_{sift}} = \frac{R_{opt} + R_{m-c} + R_{dc}}{R_{sift} + R_{opt} + R_{m-c} + R_{dc}} \quad (10)$$

3 模式选择方案

在实际的量子模分复用通信链路中,若光纤中传输的模式过多,由于模式耦合和色散等影响,会增加接收端信号处理复杂程度,增大量子信号受到的干扰,降低量子通信的安全性。因此在量子模分复用方案中选择三模光纤进行分析,即光纤内仅允许基模 LP_{01} 和低阶模 LP_{11a} 、 LP_{11b} 传输,此时光纤的归一化频率 V 需要满足条件 $2.405 \leq V \leq 3.832$ 。少模光纤中的模场分布可用贝塞尔函数表示,假设光纤模式在 x 和 y 偏振方向上的场分布相同,则三模光纤纤芯中模式的电场分布为^[12]

$$E_{01}(r, \theta) = \frac{J_0\left(U_{01} \frac{r}{a}\right)}{J_0(U_{01})}, \quad (11)$$

$$E_{11}(r, \theta) = \begin{cases} \frac{J_1\left(U_{11} \frac{r}{a}\right)}{J_1(U_{11})} \cos \theta \\ \frac{J_1\left(U_{11} \frac{r}{a}\right)}{J_1(U_{11})} \sin \theta \end{cases}, \quad (12)$$

式中: $J_x(x=0, 1)$ 为第一类贝塞尔函数; U 为径向归一化相位常数,由径向归一化衰减常数 W 和归一化频率 V 决定。取 $V=2.5$,通过 MATLAB 求解 LP 模的特征方程可得 $U_{01}=1.6697$, $U_{11}=2.4742$,将(11)式和(12)式代入(1)式中,即可得到不同模式间的耦合系数。

若要进行量子信号与经典光信号的同传,并使信号分别加载在正交的光纤模式上,首先就要确定不同信号的传输模式。为了分析量子信号传输的最优模式,讨论量子信号分别加载在 LP_{01} 模、 LP_{11a} 模和 LP_{11b} 模上时,其他两个模式与其耦合强度的大小。在仿真过程中,取入射光的波长 $\lambda=1550$ nm,基模模场半径 $\xi=6$ μm ,少模光纤纤芯半径 $a=10$ μm ,扭转角度 θ 分别取 $\pi/32$ 、 $\pi/16$ 、 $\pi/8$,仿真结果如图 4 所示。

由图 4 可以看出,随着光纤纤芯轴向偏移距离 d 的增大,模式之间的耦合强度逐渐提高。比较图

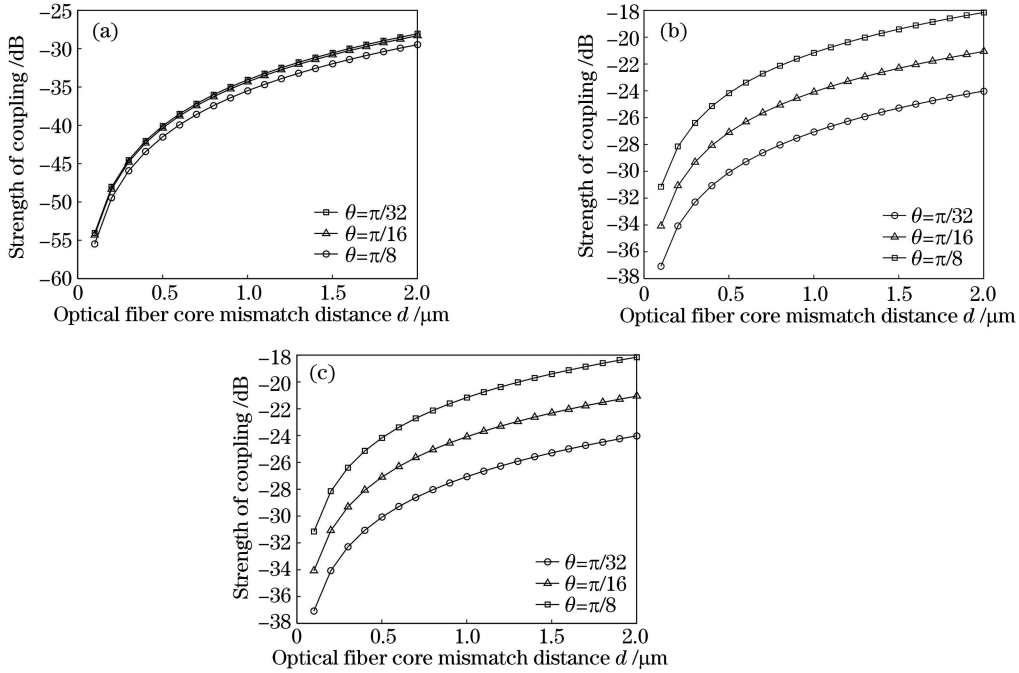


图 4 不同模式下量子信号所受到的耦合强度大小。(a)量子信号加载在 LP₀₁ 模；
(b)量子信号加载在 LP_{11a} 模；(c)量子信号加载在 LP_{11b} 模

Fig. 4 Coupling strength of quantum signals loaded on different modes. (a) Quantum signals are loaded on LP₀₁ mode; (b) quantum signals are loaded on LP_{11a} mode; (c) quantum signals are loaded on LP_{11b} mode

4(a)~4(c)中的仿真结果可知,当量子信号加载在 LP₀₁ 模上所受到的耦合强度大小显著低于量子信号加载在 LP_{11a} 模或 LP_{11b} 模上时的情况,而在 LP_{11a} 模和 LP_{11b} 模上的耦合情况完全相同,且光纤扭转角度对 LP₀₁ 模的耦合影响更小。这主要是因为,在光纤中,LP_{11a} 模和 LP_{11b} 模之间的传播常数相同,属于简并模,在不考虑色散的情况下简并模的耦合只发生在一个码元内,会造成一个码元内的反复耦合,此

时两者间属于强耦合;LP₀₁ 模和 LP_{11a}/LP_{11b} 模之间属于非简并模,它们的传播常数不同,所以耦合会发生多个码元之间,属于弱耦合。除此之外,激光器输出光场即为 LP₀₁ 模式,无需模式变换,可减少信号的损伤。综合以上分析,为了降低模式耦合等对量子信号的影响,在三模量子模分通信方案中,选择将量子信号加载在 LP₀₁ 模上,其他两个模式传输经典光信号,系统框图如图 5 所示。

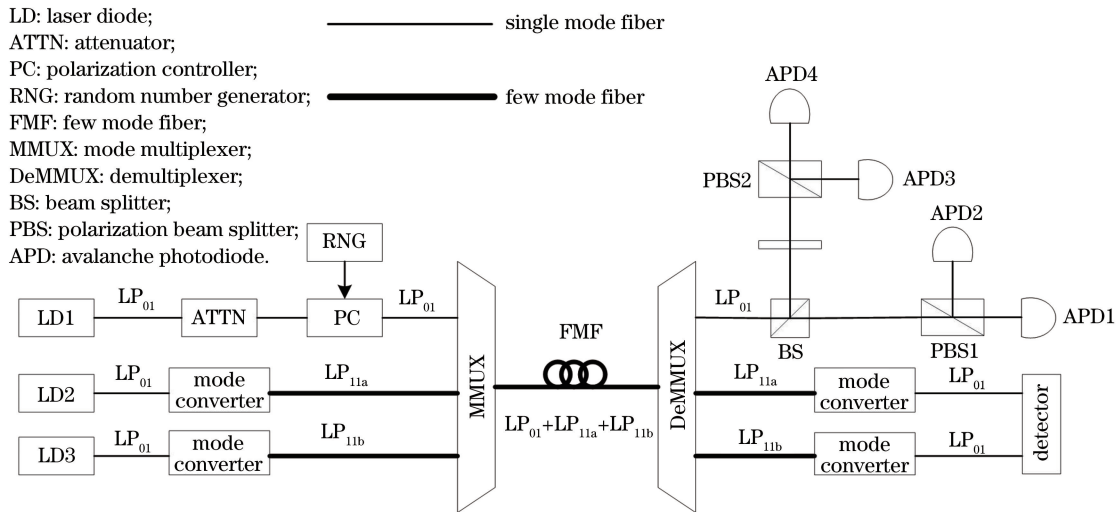


图 5 系统实验装置图

Fig. 5 System experimental setup diagram

4 QBER 分析

为了进一步研究模式耦合等因素对少模光纤量子模分复用系统中量子信号的影响,验证该方案量子保密通信的安全性,将通过已推导出的 QBER 公式,进行数值仿真分析。根据分段化链路模型,假设信号传输过程中每经过 5 km 时模式之间将会发生一次模式耦合^[5]。仿真过程中取光纤链路长度 $z = 50$ km,即 $M = 10$,仿真结果如图 6 所示。

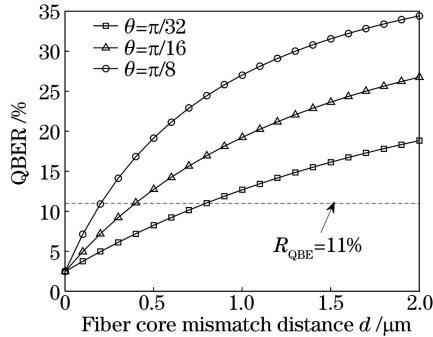


图 6 光纤纤芯轴向偏移距离和扭转角与 QBER 的关系
Fig. 6 QBER as a function of mismatch distance and torsion angle of optical fiber core

由图 6 可知,随着光纤纤芯轴向偏移距离和扭转角度的增大,模式耦合强度不断增大,同传信号中 QBER 逐渐提高。当光纤存在较大拼接误差时,即使量子信号处于弱耦合作用,也难以发送安全密钥。在量子通信过程中,当 $R_{QBE} \geq 11\%$ 时,净余密钥速率为 0,此时无法进行正常的量子密钥分发^[13]。由仿真曲线可得,当光纤扭转角度分别为 $\pi/32, \pi/16, \pi/8$ 时,为了保证量子密钥分发能够正常进行,则光纤纤芯轴向偏移距离 d 必须小于 0.8, 0.4, 0.2 μm 。

由(2)式可知,光纤内模式所受到的耦合强度大小也和链路分段化以后的段数 M 有关。选取 $d = 0.5 \mu\text{m}, \theta = \pi/16$, 光纤长度变化范围为 $[0 \text{ km}, 50 \text{ km}]$, 进行仿真分析,仿真结果如图 7 所示。信号在光纤中传输时,传输距离决定模式之间发生的耦合次数,光纤长度的增加会相应提高总的耦合强度,进而导致 QBER 提高。所以,该方案适用于短距离的量子密钥分发。在该参数设定情况下,若要保证系统 QBER 不超过阈值门限,则光纤链路的极限长度 $z_{\text{lim}} = 33.2 \text{ km}$ 。

综上所述,若要降低少模光纤量子模分复用系统中的 QBER,提高量子密钥分发的安全性,可通过减小光纤纤芯的轴向偏移距离、扭转角度和光纤长度来减小模式耦合等带来的影响。同时,从图 6 可

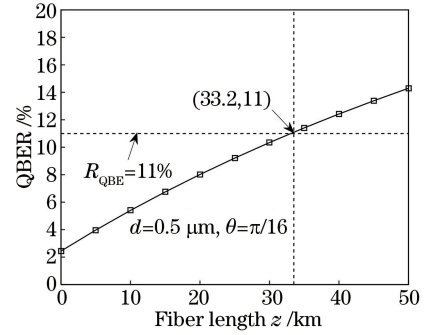


图 7 光纤长度与 QBER 的关系

Fig. 7 Relationship between fiber length and QBER

以看出,当纤芯失配距离为 0 时, $R_{QBE} \neq 0$ 。这主要是由于系统器件如模分复用器/解复用器^[14]、模式转换器等引入的各类损耗及光纤固有损耗导致的误码,因此可通过优化器件结构,减小器件对信号的损伤,进一步降低 QBER。

5 结 论

重点分析了在基于少模光纤模分复用的量子—经典信号同传系统中,存在模式耦合作用时,量子信号的模式选择方案及 QBER 的变化情况。在三模系统中,比较量子信号加载在不同模式上时所受到的耦合情况,可以看出当量子信号通过 LP_{01} 模传输时,受到的耦合强度最小,因此在三模系统中将 LP_{01} 模作为量子信号的传输模式。由数值仿真可知,系统性能与光纤同心度的精确性有关,通过减小光纤纤芯轴向偏移距离、扭转角度及光纤长度等可有效减小模式耦合强度大小,从而达到降低 QBER、提高密钥率、保证量子密钥分发正常进行的目的,这对少模光纤的制造工艺提出了较高要求。

当光纤存在较小拼接误差时,在短距离量子密钥分发系统中,本文所提出的同传方案可以获得较高的量子密钥成钥率,也可以很好地利用现有的光纤网络,是一种极具潜力的短程量子密钥分发与经典通信同传方案。

参 考 文 献

- [1] Carpenter J, Xiong C L, Collins M J, et al. Mode multiplexed single-photon and classical channels in a few-mode fiber[J]. Optics Express, 2013, 21(23): 28794-28800.
- [2] Cheng K, Zhou Y Y, Wang H. Research on methods of classical-quantum signals simultaneous transmission sharing a same fiber [J]. Optical Communication Technology, 2018, 42(3): 9-13.

- 程康, 周媛媛, 王欢. 经典-量子信号共纤同传方案研究[J]. 光通信技术, 2018, 42(3): 9-13.
- [3] Luo J W, Li Y X, Shi L, et al. Co-fiber-transmission technology for quantum signal and classical optical signal based on mode division multiplexing in few-mode fiber [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2017, 54(2): 022702.
罗均文, 李云霞, 石磊, 等. 基于少模光纤模分复用的量子信号-经典光信号共纤同传技术[J]. 激光与光电子学进展, 2017, 54(2): 022702.
- [4] Li G F, Bai N, Zhao N B, et al. Space-division multiplexing: the next frontier in optical communication [J]. *Advances in Optics and Photonics*, 2014, 6(4): 413-487.
- [5] Cai L. Investigate on the mode multiplexing system and mode coupling effect in few-mode fiber [D]. Beijing: Beijing University of Posts and Telecommunications, 2014: 17-20.
蔡璐. 少模模式复用系统与模式耦合效应的研究[D]. 北京: 北京邮电大学, 2014: 17-20.
- [6] Zhao H Y. The research on link analyses and signal processing for mode division multiplexing system in few-mode fiber [D]. Beijing: Beijing University of Posts and Telecommunications, 2015: 27.
赵海远. 少模光纤模式复用传输系统链路分析与信号处理研究[D]. 北京: 北京邮电大学, 2015: 27.
- [7] Deng L J. Research on principal mode in spatial mode multiplexed optical communication system [D]. Beijing: Beijing University of Posts and Telecommunications, 2014: 26-28.
邓刘娇. 空间模式复用光通信系统中的主模式传输研究[D]. 北京: 北京邮电大学, 2014: 26-28.
- [8] Juarez A A, Bunge C A, Warm S, et al. Perspectives of principal mode transmission in mode-division-multiplex operation [J]. *Optics Express*, 2012, 20(13): 13810-13824.
- [9] Ou P. Advanced optical simulation [M]. Beijing: Beihang University Press, 2014: 204-208.
欧攀. 高等光学仿真[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2014: 204-208.
- [10] Lu Y S. Researches on noise reduction mechanism in quantum signals co-propagating with classical signals [D]. Beijing: Beijing University of Posts and Telecommunications, 2017: 20-21.
卢奕杉. 量子信号与经典光信号共纤传输中的噪声消除机制研究[D]. 北京: 北京邮电大学, 2017: 20-21.
- [11] Sun Y M, Niu J N, Ji Y F. Noise suppression in the co-propagation of quantum signals and classical optical signals [J]. *Telecommunications Science*, 2018, 34(9): 37-47.
孙咏梅, 牛佳宁, 纪越峰. 量子信号与经典光信号共纤传输中的噪声抑制技术[J]. 电信科学, 2018, 34(9): 37-47.
- [12] Luo J. The research of decreasing differential mode group delay utilizing strong mode coupling in few mode fiber [D]. Tianjin: Tianjin University, 2016: 22.
罗金. 通过少模光纤模式强耦合效应减小模式差分群延迟的研究[D]. 天津: 天津大学, 2016: 22.
- [13] Zhao G H, Zhao S H, Yao Z S, et al. Quantum bit error rate analysis of quantum key distribution via single-photon two-qubit states [J]. *Journal of Optoelectronics • Laser*, 2013, 24(1): 133-138.
赵顾颖, 赵尚弘, 么周石, 等. 单光子双比特量子密钥分发量子误码分析[J]. 光电子 • 激光, 2013, 24(1): 133-138.
- [14] Lu S F, Xiao Y Y, Jiang X Y. Research on fused taper all fiber multi-mode multiplexer/de-multiplexer [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2018, 45(7): 0706002.
陆少凡, 肖悦娱, 蒋晓勇. 熔融拉锥型全光纤多模式复用器/解复用器研究[J]. 中国激光, 2018, 45(7): 0706002.