

二值化数字散斑功率谱理论研究

吴文杰¹, 刘聪^{1,3*}, 徐志洪¹, 刘晓鹏²

¹南京理工大学理学院, 江苏 南京 210094

²山东科技大学计算机科学与工程学院, 山东 黄岛 266590

³CAD/CAM 福建省高校工程研究中心, 福建 莆田 351100

摘要 散斑质量评价的关键在于构建能够描述散斑特征参数与数字图像相关方法测量误差关系的模型。现今缺少描述散斑图案与其功率谱之间关系的理论分析模型。基于此,从随机过程分析角度出发,先构建了二值化散斑的自相关函数与散斑占空比、散斑半径、灰度值等参数的关系。依据 Wiener-Khintchine 定理得出了二值化散斑功率谱的理论解析形式。利用数值实验的方式对理论分析结果进行了验证。结果表明:理论推导的结果在功率谱主瓣以及其附近的几个旁瓣上与数值实验结果较吻合,功率谱主瓣极值与实验结果契合程度高。该模型可以应用于后续的散斑误差分析工作。

关键词 测量; 二值化散斑; 功率谱; 理论分析; Wiener-Khintchine 定理

中图分类号 O436

文献标志码 A

doi: 10.3788/AOS202040.0312002

Theoretical Study on Binary Digital Speckle Power Spectrum

Wu Wenjie¹, Liu Cong^{1,3*}, Xu Zhihong¹, Liu Xiaopeng²

¹ School of Science, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing, Jiangsu 210094, China;

² College of Computer Science and Engineering, Shandong University of Science and Technology, Huangdao, Shandong 266590, China;

³ CAD/CAM Fujian Province University Engineering Research Center, Putian, Fujian 351100, China

Abstract The key in the quality evaluation of the speckle is to construct model which can describe the relation between speckle pattern feature parameters and measurement error of digital image correlation method. Till date, no theoretical analysis model describing the relation between the speckle pattern and its power spectrum has been reported. To address this issue and considering the perspective of stochastic process analysis, the relations between the auto-correlation function of the binary speckle and parameters of speckle duty, speckle radius, and gray value are investigated herein. Furthermore, the theoretical analytical form of the binary speckle power spectrum is obtained according to the Wiener-Khintchine theorem. Finally, the theoretical analysis results are verified by numerical experiments. It is observed that the theoretically derived results are consistent with the numerical experiment results on the main lobe of the power spectrum and on several side-lobes nearby. Considering the power spectrum, the maximum value of the main spectrum is consistent with the experimental results. This model can be applied to subsequent speckle error analysis studies.

Key words measurement; binary speckle; power spectrum; theoretical analysis; Wiener-Khintchine theorem

OCIS codes 120.4290; 120.4640; 120.4800

1 引 言

散斑质量评价是数字图像相关(DIC)方法的一个重要研究方向。该方法现今已被广泛地应用于

材料力学特性测试以及结构监测中^[1],其中包括各类合金^[2]、建材^[3]、高分子材料^[4]、生物材料^[5]的性能测试以及土木工程^[6]、机械结构^[7]的监测。三维数字图像相关还被广泛应用于微操作、微型零件测

收稿日期: 2019-09-06; 修回日期: 2019-09-22; 录用日期: 2019-10-12

基金项目: 国家自然科学基金(11802132)、江苏省自然科学基金(BK20180446)、山东省自然科学基金(ZR2018BF001)、中国博士后科学基金(2019M652433)

* E-mail: LiuC@njust.edu.cn

量以及生命科学等领域^[8]。

随机散斑由于具有简单实用而有效的特点,在数字图像相关中被广泛使用^[9]。因此,构建合适的散斑图案对于数字图像相关的准确性具有十分重大的意义。现今,散斑图案优化主要是利用数值方法^[10]。数值方法通常先随机生成若干不同的散斑图案,添加噪声后进行相关计算,从而得出各散斑图案的误差,进而挑选出较优参数的散斑图案。该方法只能确定某些特定情况下的最佳散斑图生成参数,并且实际问题解决中也不可能对每个影响测试精度的参数进行数值实验^[11]。针对该问题,学者初步建立了理论分析模型,指出了数字图像相关的测量误差与功率谱的关系^[11]。该模型指出,功率谱函数与插值函数共同决定了散斑系统误差的大小,而系统误差与随机误差组成测量总误差。因此,散斑功率谱直接影响了散斑的测量精度。由于散斑图案与功率谱之间的关系依旧缺少理论分析模型,这种方式虽然在未对散斑图案进行噪声添加及相关计算的情况下能够实现散斑质量评价,但仍然需要建立系列散斑图案进行数值计算得出散斑功率谱的表达式。所以,要建立完整的数字图像相关误差的理论分析模型,还需要构建功率谱与描述散斑特性的基本参数之间的关系。本文着眼于求解出二值化散斑的功率谱理论表达形式,以填补相关理论分析的空缺。

本文基于散斑基元面积小的特点,引入形状函数 $H(n)$ 构建了一种依托散斑像素圆进行计算的二值化数字散斑模型,并基于该模型模拟了系列散斑图案。利用上述计算模型,分析散斑邻近点的灰度关系,完成二值化散斑自相关函数的求解,进而利用 Wiener-Khintchine 定理求得散斑功率谱密度。最后采用数值实验的方式对理论分析

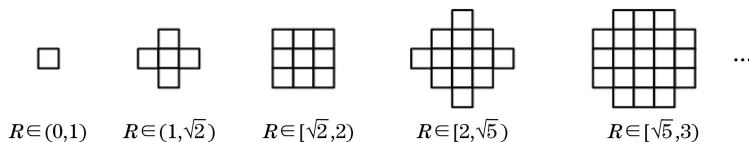


图 2 二值化数字散斑像素圆系列

Fig. 2 Pixel circle series of binary digital speckle

2.2 功率谱理论分析

本节旨在构建散斑半径、散斑占空比和子区大小与相应子区功率谱密度的关系。需要特别指出的是,由于在整个二值化散斑场中仅存在两个不同的灰度值,因此其占空比特指高灰度值区域面积与散斑场面积的比值。两个差异较大的灰度值分别记为

2 理论分析

2.1 二值化数字散斑计算模型

二值化散斑基元面积较小,在数字成像过程中呈现出明显的像素圆特征。为了对二值化散斑的功率谱密度进行进一步分析,需针对该特征建立合适的计算模型。本文建立了一种黑底白斑的二值化散斑计算模型,引入形状函数 $H(n)$ 表征散斑的形状特性。如图 1 所示,令散斑对称轴所在像素行的序列号 n 为 0,两侧依次取 $n = \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots$ 。 $H(n)$ 表示在序列号为 n 的像素行中该白斑中心像素点与边缘像素点的距离,则该行白斑所占像素点个数为 $2H(n)+1$ 。

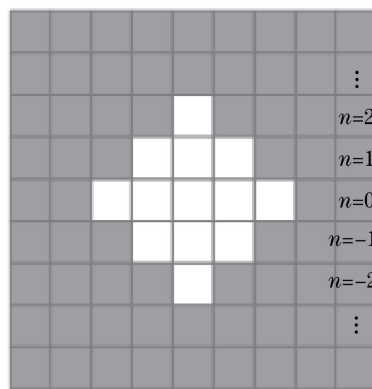


图 1 二值化数字散斑计算模型示意图

Fig. 1 Calculation model of binary digital speckle pattern

若将该模型用于表示像素圆,则 $H(n)$ 可具体表示为

$$H(n) = \lfloor \sqrt{R^2 - n^2} \rfloor, n \in [-R, R], \quad (1)$$

式中: R 为散斑半径,单位为像素; n 为序列号; $\lfloor \cdot \rfloor$ 为向下取整符号。

基于以上模型分析,若散斑可近似看作圆形,则其在数字图像中呈现出如图 2 所示的形态。

m 和 q , 则二者满足 $m \gg q$ 。在实际情况中,散斑图案具有随机性^[12],各散斑点的位置具有明显的独立性,并且各像素点的灰度值也具有相同的概率密度分布。基于 2.1 节中提到的黑底白斑二值化散斑计算模型,可以得出散斑图案各点灰度值 $I(x, y)$ 的数学模型,可表示为

$$I(x_i, y_i) = I', \quad (2)$$

式中: (x_i, y_i) 表示第 i 个斑点的空间位置; I' 服从分布 $P(I')$ 。

$$P(I') = \begin{cases} \delta, & I' = m \\ 1 - \delta, & I' = q \end{cases}, \quad (3)$$

式中: δ 为散斑占空比。

根据 Wiener-Khintchine 定理, 功率谱密度函数为自相关函数的傅里叶变换。因此, 在 $L \times L$ 的散斑区域内, 其功率谱密度 $S_{\parallel}(\omega_x, \omega_y)$ 可表示为

$$S_{\parallel}(\omega_x, \omega_y) = \int_{-L}^L \int_{-L}^L R_{\parallel}(\Delta x, \Delta y) \times \exp(-i\omega_x \Delta x) \exp(-i\omega_y \Delta y) d\Delta x d\Delta y, \quad (4)$$

式中: $R_{\parallel}(\Delta x, \Delta y)$ 表示 $L \times L$ 区域内散斑图案的自相关函数, 下标 \parallel 代表相同灰度值 I 的两个图案作相关计算, 即自相关计算; ω_x 和 ω_y 分别表示 x 方向和 y 方向的频率。

对于随机生成的二值化散斑而言, 其灰度值 $I(x_i, y_i)$ 为平稳随机序列。则在散斑图内, 纵横坐标相距 $\Delta x, \Delta y$ 的任意两点的灰度值乘积 $I_1 I_2$ 的期望均相同, 记为 $E(I_1 I_2)$ 。在 $L \times L$ 区域内进行自相关运算, 则上述自相关函数 $R_{\parallel}(\Delta x, \Delta y)$ 计算结果为

$$R_{\parallel}(\Delta x, \Delta y) = (L - |\Delta x|)(L - |\Delta y|)E(I_1 I_2), \quad (5)$$

式中: $E(I_1 I_2) = \sum_{I_1^*, I_2^* \in \{m, p\}} I_1^* I_2^* P(I_1 = I_1^*, I_2 = I_2^*)$, 其中 I_1^* 和 I_2^* 表示取值为 m 或 p 的特定灰度值, $P(I_1 = I_1^*, I_2 = I_2^*)$ 表示两点灰度值分别取 I_1^*, I_2^* 的概率。

由于 $m \gg p$, 因此 $E(I_1 I_2)$ 可近似等于 $m^2 P(I_1 = m, I_2 = m)$, 则(5)式转化为

$$R_{\parallel}(\Delta x, \Delta y) = (L - |\Delta x|)(L - |\Delta y|) \times m^2 P(I_1 = m, I_2 = m). \quad (6)$$

要对自相关函数进行求解, 需要先得出纵横坐标相距 $\Delta x, \Delta y$ 的任意两点的灰度值同为 m 的概率, 即 $P(I_1 = m, I_2 = m)$ 。根据条件概率公式, $P(I_1 = m, I_2 = m)$ 满足

$$P(I_1 = m, I_2 = m) = P(I_1 = m)P(I_2 = m | I_1 = m), \quad (7)$$

式中: $P(I_1 = m)$ 表示散斑图上任意一点灰度值取

m 的概率, 即散斑占空比 δ ; $P(I_2 = m | I_1 = m)$ 表示在上述点灰度值取 m 的情况下, 纵横坐标相距 $\Delta x, \Delta y$ 的点的灰度值也取 m 的概率。

记上述两点在同一散斑圆内为事件 A_1 , 两点处于其他位置关系则记为事件 A_2 , 二者为互斥事件。在 $I_1 = m$ 的情况下, 若满足事件 A_1 , 则必有 $I_2 = m$; 若满足事件 A_2 , 则 $P(I_2 = m)$ 等于散斑占空比 δ 。可得 $P(I_2 = m | I_1 = m)$ 满足

$$P(I_2 = m | I_1 = m) = P_{A_1} + \delta(1 - P_{A_1}). \quad (8)$$

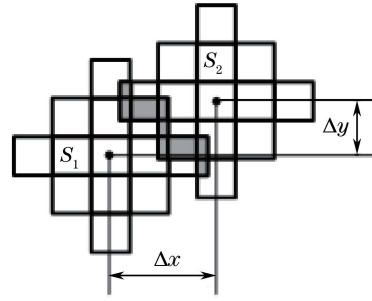


图 3 散斑图中两点所在散斑圆圆心位置示意图
Fig. 3 Position of center of speckle circle including two points in speckle pattern

因此, 要求解二值化散斑的自相关函数, 需先求解事件 A_1 发生的概率。引入 2.1 节中提到的黑底白斑二值化散斑计算模型, 分析在该计算模型下纵横坐标相距 $\Delta x, \Delta y$ 的任意两点所在的散斑圆拥有同一圆心的概率, 即可得出 P_{A_1} 。

如图 3 所示, 两点可能分别存在于两个不同的散斑圆内, 两圆的圆心位置分别被限制在两个区域 S_1, S_2 内。分析可知, 区域 S_1, S_2 的形状与对应的散斑圆形状保持一致, 故引入形状函数 $H(n)$ 表示该区域形状。若圆心位置在图中阴影部分时, 两点所在的散斑圆拥有同一圆心。

为了方便表示, 引入两个中间量 $D(\Delta x, \Delta y), d(n_1, n_2, \Delta x)$ 。 $D(\Delta x, \Delta y)$ 表示图 3 中阴影部分面积, $d(n_1, n_2, \Delta x)$ 表示 S_1 区域 n_1 行与 S_2 区域 n_2 行所交面积。将 P_{A_1} 表示为

$$P_{A_1} = \frac{D^2(\Delta x, \Delta y)}{\left\{ \sum_{n=-\lfloor R \rfloor}^{\lfloor R \rfloor} [2H(n) + 1] \right\}^2}, \quad (9)$$

式中: $D(\Delta x, \Delta y)$ 满足

$$D(\Delta x, \Delta y) = (|\Delta y| - \lfloor |\Delta y| \rfloor) \sum_{n=-\lfloor R \rfloor}^{\lfloor R \rfloor - \lfloor |\Delta y| \rfloor - 1} d(n, n + \lfloor |\Delta y| \rfloor + 1, \Delta x) + (1 + |\Delta y| - \lfloor |\Delta y| \rfloor) \sum_{n=-\lfloor R \rfloor}^{\lfloor R \rfloor - \lfloor |\Delta y| \rfloor} d(n, n + \lfloor |\Delta y| \rfloor, \Delta x), \quad (10)$$

式中: $d(n_1, n_2, \Delta x)$ 为关于 Δx 的分段函数,满足

$$d(n_1, n_2, \Delta x) = \begin{cases} \min[2H(n_1) + 1, 2H(n_2) + 1], & |\Delta x| \in [0, |H(n_1) - H(n_2)|) \\ \min[2H(n_1) + 1, 2H(n_2) + 1] + |H(n_1) - H(n_2)| + \\ |\Delta x|, & |\Delta x| \in [|-H(n_2)|, H(n_1) + H(n_2) + 1) \\ 0, & |\Delta x| \in [H(n_1) + H(n_2) + 1, L) \end{cases}, \quad (11)$$

式中: $\min[x_1, x_2]$ 表示在 x_1, x_2 中取较小值

联立(6)~(11)式得到自相关函数。利用(4)式进一步求解得到功率谱密度函数,表达式为

$$S_{\parallel}(\omega_x, \omega_y) = m^2 \delta^2 \mathcal{F}[(L - |\Delta x|)(L - |\Delta y|)] + \frac{1}{2\pi} m^2 (\delta - \delta^2) \frac{1}{\left\{ \sum_{n=-\lfloor R \rfloor}^{\lfloor R \rfloor} [2H(n) + 1] \right\}^2} \mathcal{F}[D^2(\Delta x, \Delta y)] \otimes \mathcal{F}[(L - |\Delta x|)(L - |\Delta y|)], \quad (12)$$

式中: \otimes 为卷积符号; $\mathcal{F}[f(x, y)]$ 表示函数 $f(x, y)$ 在 $x \in [-L, L], y \in [-L, L]$ 时的傅里叶变换,可表示为

$$\mathcal{F}[(L - |\Delta x|)(L - |\Delta y|)] = L^4 S_a^2\left(\frac{\omega_x L}{2}\right) S_a^2\left(\frac{\omega_y L}{2}\right), \quad (13)$$

式中: $S_a(x)$ 为采样函数,即 $S_a(x) = \frac{\sin x}{x}$ 。

(12)式的 $\mathcal{F}[D^2(\Delta x, \Delta y)]$ 需进一步计算,计算可得

$$\mathcal{F}[D^2(\Delta x, \Delta y)] = \frac{1}{2\pi} \mathcal{F}[D(\Delta x, \Delta y)] \otimes \mathcal{F}[D(\Delta x, \Delta y)], \quad (14)$$

由于 $D(\Delta x, \Delta y)$ 为分段函数,因此 $\mathcal{F}[D(\Delta x, \Delta y)]$ 的求解也需分段进行,引入计量数 j ,则有

$$\begin{aligned} \mathcal{F}[D(\Delta x, \Delta y)] = & \sum_{j=0}^{2\lfloor R \rfloor} \left\{ \left[\sum_{n=-\lfloor R \rfloor}^{\lfloor R \rfloor - j - 1} F(n, n + j + 1, \omega_x) \right] \left\{ \frac{2}{\omega_y} \sin[(j + 1)\omega_y] + \right. \right. \\ & \left. \frac{2}{\omega_y} \{ \cos[(j + 1)\omega_y] - \cos(j\omega_y) \} \right\} + \left[\sum_{n=-\lfloor R \rfloor}^{\lfloor R \rfloor - j} F(n, n + j, \omega_x) \right] \times \\ & \left. \left\{ -\frac{2}{\omega_y} \sin(j\omega_y) - \frac{2}{\omega_y} \{ \cos[(j + 1)\omega_y] - \cos(j\omega_y) \} \right\} \right\}, \quad (15) \end{aligned}$$

式中:傅里叶变换式 $F(n, n + j + 1, \omega_x)$ 满足

$$F(n, n + j + 1, \omega_x) = \frac{2}{\omega_x} [\cos(|N|\omega_x) - \cos(H_{\text{sum}}\omega_x)] - \frac{2}{\omega_x} [H_{\text{sum}} - (H_{\text{min}} + |N|)] \sin(H_{\text{sum}}\omega_x), \quad (16)$$

式中:中间量 $H_{\text{sum}} = H(n_1) + H(n_2) + 1$;中间量 $|N| = |H(n_1) - H(n_2)|$; H_{min} 表示 $[2H(n_1) + 1]$ 与 $[2H(n_2) + 1]$ 取较小值。

由此,联立(11)~(15)式可求得二值化散斑图的功率谱密度函数,并可知尺寸($L \times L$)、散斑半径(R)、散斑占空比(δ)、二值化灰度值(m, n)共同决定了功率谱密度函数 $S_{\parallel}(\omega_x, \omega_y)$ 表达形式。

3 数值实验验证

现今散斑功率谱的求解方式主要是生成相应散

斑图案并进行数值计算,本节通过与现有的散斑功率谱求解方式进行比较,进而验证理论分析结果的正确性。由于数字散斑具有空间随机性^[13],因此需要利用 Matlab 中的随机函数模拟随机生成散斑的过程。采用的散斑图案尺寸为 $255 \text{ pixel} \times 255 \text{ pixel}$,主要控制的参数为散斑半径以及散斑占空比。

依照上文对于二值化散斑理论模型的阐述,模拟中采用的二值化散斑归一化灰度值分别为 0.9、0。图 4 为利用 Matlab 生成的系列二值化散斑图案。

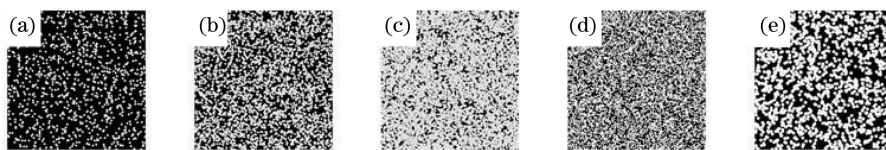


图 4 二值化数字散斑图。(a) $R=2, \delta=0.2$; (b) $R=2, \delta=0.5$; (c) $R=2, \delta=0.8$; (d) $R=1, \delta=0.5$; (e) $R=3, \delta=0.8$

Fig. 4 Binary digital speckle patterns. (a) $R=2, \delta=0.2$; (b) $R=2, \delta=0.5$;

(c) $R=2, \delta=0.8$; (d) $R=1, \delta=0.5$; (e) $R=3, \delta=0.8$

在噪声模拟中,传感器的噪声可以近似看成高斯白噪声。模拟过程中采用典型相机噪声,信噪比为 40 dB^[13]。

在理论分析结果的数值模拟方面,由于(12)式和(14)式存在分量之间的卷积形式,并且无法进行进一步理论求解,因此需要采用数值解法对其进行分析。通过分析可得, $\mathcal{F}[D(\Delta x, \Delta y)]$ 和 $\mathcal{F}[(L - |\Delta x|)(L - |\Delta y|)]$ 的能量主要集中在低频区域。换言之,在功率谱分量的矩阵中,除了中心区域的小部分区域以外,绝大多数区域的数值都趋向于零。因此,对功率谱分量矩阵求卷积可以看成对功率谱中心区域的卷积。模拟中将该区域大小定为中心点附近 $1 \text{ pixel} \times 1 \text{ pixel}$ 。

4 分析与讨论

为保证理论分析的结果具有代表性,采用若干具有不同半径和占空比的散斑进行对比分析,并且

每组对比都包含 5 张随机生成的散斑图的功率谱与理论分析结果。

由于理想状态下的散斑具有空间对称性^[14],其自相关函数的求解结果也具备相应的特性,傅里叶变换所得的功率谱在空间上也是对称分布,因此其功率谱的形状特征与选取的方向无关。故选取单方向的功率谱进行对比验证,就能更直观地表示对比结果,不会对结果产生影响。图 5 所示为不同半径及不同占空比下单方向的散斑功率谱对比图,图例中 figure 1 至 figure 5 表示随机生成的散斑图,均取数值实验的部分样本点用于分析比较。

从图 5 可以看出,理论分析与数值实验的结果基本一致。虽然在图 5(c)、(d)对比图中,旁瓣上取样点的数值与理论分析结果存在一定的差距,但在所有对比图中,主瓣上的取样点数值与理论分析结果均较为接近,并且功率谱主瓣附近的数据点数值与理论分析数值尤为相近,有效证明了理论分析的适用性。

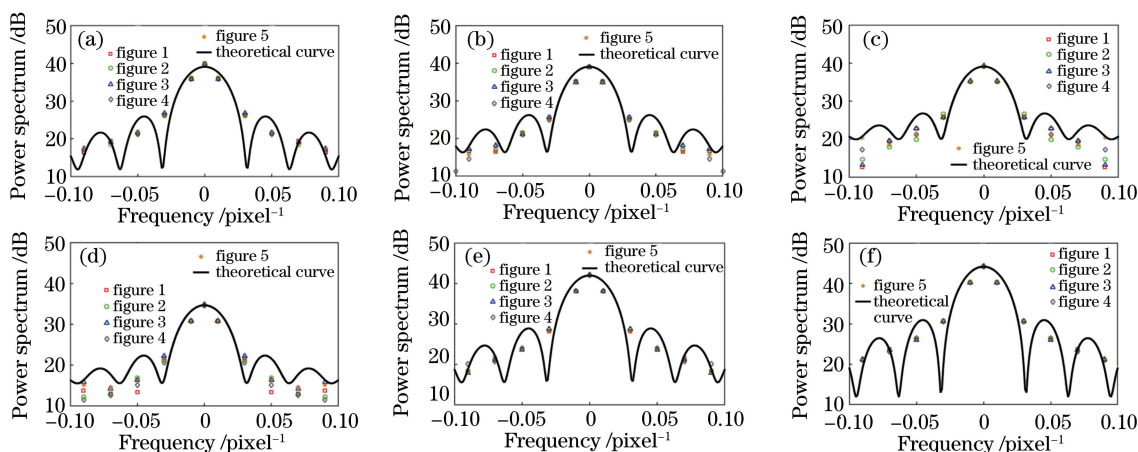


图 5 功率谱理论分析与数值实验对比图。(a) $R=1, \delta=0.5$;

(b) $R=2, \delta=0.5$; (c) $R=3, \delta=0.5$; (d) $R=2, \delta=0.3$; (e) $R=2, \delta=0.7$; (f) $R=2, \delta=0.9$

Fig. 5 Comparison of power spectrum theory analysis and numerical experiment.

(a) $R=1, \delta=0.5$; (b) $R=2, \delta=0.5$; (c) $R=3, \delta=0.5$; (d) $R=2, \delta=0.3$; (e) $R=2, \delta=0.7$; (f) $R=2, \delta=0.9$

5 结 论

提出了一种依托散斑像素圆进行计算的二值化数字散斑模型,利用 Wiener-Khinchine 定理得出

二值化数字散斑功率谱的理论分析结果。数值实验结果显示:理论分析结果准确度较高,在功率谱主瓣以及其附近的几个旁瓣上,理论分析结果与数值实验结果较为吻合,功率谱主瓣极值与实验结果契合

程度高。

本研究对于现有的散斑质量优化理论研究起到了补缺的作用,使二值化散斑的质量优化分析不再依赖于特定散斑图的生成。与纯数值途径的方式相比,本研究能够使二值化质量优化摆脱对大量数值实验的依赖。但该结果采用的数字散斑模型忽略了成像过程中散斑边缘灰度值的影响,使功率谱的计算会产生一定的误差,今后需要针对这方面因素进行深入研究。

参 考 文 献

- [1] Liu C, Dai Y T, Dai M L, et al. Deformation measurement by two-dimensional multi-camera full-field digital image correlation[J]. *Acta Optica Sinica*, 2016, 36(12): 1212002.
刘聪, 戴云彤, 戴美玲, 等. 二维多相机全场数字图像相关变形测量方法[J]. *光学学报*, 2016, 36(12): 1212002.
- [2] Pan B, Xie H, Yang L, et al. Accurate measurement of satellite antenna surface using 3D digital image correlation technique[J]. *Strain*, 2009, 45(2): 194-200.
- [3] Choi S, Shah S P. Measurement of deformations on concrete subjected to compression using image correlation[J]. *Experimental Mechanics*, 1997, 37(3): 307-313.
- [4] Chevalier L, Calloch S, Hild F, et al. Digital image correlation used to analyze the multiaxial behavior of rubber-like materials [J]. *European Journal of Mechanics-A*, 2001, 20(2): 169-187.
- [5] Zhang D S, Eggleton C D, Arola D D. Evaluating the mechanical behavior of arterial tissue using digital image correlation [J]. *Experimental Mechanics*, 2002, 42(4): 409-416.
- [6] Wang J, Li H Q, Xing D M, et al. Application of digital image correlation method in bridge cracks measurement[J]. *Chinese Quarterly of Mechanics*, 2003, 24(4): 512-516.
王静, 李鸿琦, 邢冬梅, 等. 数字图像相关方法在桥梁裂缝变形监测中的应用[J]. *力学季刊*, 2003, 24(4): 512-516.
- [7] Chan Y C, Dai X, Jin G C, et al. Nondestructive detection of delaminations in multilayer ceramic capacitors using improved digital speckle correlation method [J]. *Microwave and Optical Technology Letters*, 1997, 16(2): 80-85.
- [8] Wu M Y, Guo J J, Jiang M. Calibration method of microscopic three-dimensional digital image correlation system based on fixed-point rotation[J]. *Acta Optica Sinica*, 2018, 38(12): 1215010.
吴敏杨, 郭建军, 蒋明. 基于定点旋转的显微三维数字图像相关系统标定方法[J]. *光学学报*, 2018, 38(12): 1215010.
- [9] Chen Z N, Quan C G, Zhu F P, et al. A method to transfer speckle patterns for digital image correlation [J]. *Measurement Science and Technology*, 2015, 26(9): 095201.
- [10] Zhou P, Goodson K E. Subpixel displacement and deformation gradient measurement using digital image/speckle correlation (DISC) [J]. *Optical Engineering*, 2001, 40(8): 1613-1620.
- [11] Su Y, Zhang Q C, Gao Z R. Statistical model for speckle pattern optimization [J]. *Optics Express*, 2017, 25(24): 30259-30275.
- [12] Tang H C, Li D H, Li L, et al. Planar object surface shape speckle pattern deflectometry based on digital image correlation[J]. *Acta Optica Sinica*, 2019, 39(2): 0212006.
汤海潮, 李大海, 李磊, 等. 基于数字图像相关的平面物体面形散斑图形偏折术[J]. *光学学报*, 2019, 39(2): 0212006.
- [13] Gao Z R, Xu X H, Su Y, et al. Experimental analysis of image noise and interpolation bias in digital image correlation [J]. *Optics and Lasers in Engineering*, 2016, 81: 46-53.
- [14] Wang Y Q, Sutton M A, Bruck H A, et al. Quantitative error assessment in pattern matching: effects of intensity pattern noise, interpolation, strain and image contrast on motion measurements [J]. *Strain*, 2009, 45(2): 160-178.