

基于非线性分数布朗运动的光电设备剩余寿命自适应预测

高旭东, 胡昌华*, 张建勋, 杜党波, 裴洪

火箭军工程大学导弹工程学院, 陕西 西安 710025

摘要 在现有研究中,通常采用无记忆效应的马尔可夫过程模型来描述光电设备的随机退化,忽略了其退化过程中状态之间的长期相关性。鉴于此,首先,基于非线性分数布朗运动提出了一种具有记忆效应的随机退化模型,用于描述测量误差与随机效应影响下的光电设备退化过程;在此基础上,基于弱收敛理论推导得到了首达时间意义下设备剩余寿命的近似解析式。其次,分别采用极大似然估计算法与贝叶斯推理完成了模型参数的离线估计与实时更新,进而实现剩余寿命的自适应预测。最后,将所提方法应用于 GaAs 激光器的性能监测数据中,实验结果表明所提方法能有效提高光电设备剩余寿命的预测精度。

关键词 光学器件; 剩余寿命; 分数布朗运动; 弱收敛理论; 极大似然估计; 贝叶斯推理

中图分类号 TN15; TN248

文献标志码 A

doi: 10.3788/AOS202040.2423001

Adaptive Prediction of Remaining Useful Life for Optoelectronic Equipment Based on Nonlinear Fractional Brownian Motion

Gao Xudong, Hu Changhua*, Zhang Jianxun, Du Dangbo, Pei Hong

College of Missile Engineering, Rocket Force University of Engineering, Xi'an, Shaanxi 710025, China

Abstract In the existing studies, the Markov process model without memory effects is usually used to describe the random degradation of optoelectronic equipment, ignoring the long-term correlation of states in the degradation process. In view of this, we firstly proposed a random degradation model with memory effects based on nonlinear fractional Brownian motion to describe the degradation process of optoelectronic equipment under the influence of measurement errors and random effects. On this basis, we employed the weak convergence theory to derive the approximate analytical formula of the remaining useful life of equipment in the sense of the first hitting time. Secondly, we adopted the maximum likelihood estimation algorithm and Bayesian inference to complete the offline estimation and real-time update of the model parameters, thus realizing the adaptive prediction of the remaining useful life. Finally, the proposed method was applied to the performance monitoring data of GaAs lasers. The experimental results show that the proposed method can effectively improve the prediction accuracy of the remaining useful life of optoelectronic equipment.

Key words optical device; remaining useful life; fractional Brownian motion; weak convergence theory; maximum likelihood estimation; Bayesian inference

OCIS codes 230.2090; 230.1150; 230.0250; 140.5960

1 引 言

目前,光电设备被广泛应用于航天、航空、航海、民用系统设备以及部队的军事装备当中,具有重要的工程价值。在实际工程中很多服役的光电设备系

统受到其内部复杂结构、外界运行载荷以及复杂多变环境等众多因素的综合干扰,即它们之间相互耦合作用的影响,其性能会随着时间的推移与使用次数的增加而不断发生退化^[1],当其性能退化到一定程度时,光电设备将无法正常工作,即发生失效,进

收稿日期: 2020-07-24; **修回日期:** 2020-09-04; **录用日期:** 2020-09-16

基金项目: 国家自然科学基金(61833016, 61900376, 61922089, 61773386, 61673311, 61703244)、陕西省自然科学基金(2020JQ-489)

* **E-mail:** huc66603@163.com

而可能导致无法估量的重大人员与财产损失^[2-3]。因此,若能在光电设备性能退化的初始阶段,获取到表征光电设备健康状态的各类性能指标数据,进而定量评估其健康状态并预测剩余寿命(RUL),就可以有针对性地为维护措施提供足够的信息支持,这对保障与提高光电设备运行的安全性与可靠性,具有极其重要的现实意义。

根据文献[4],现有的 RUL 预测方法主要分为以下三大类:基于机理模型的 RUL 预测方法、基于数据驱动的 RUL 预测方法以及基于数据驱动与机理模型相结合的剩余寿命预测方法。其中,基于数据驱动的 RUL 预测方法不需要考虑复杂的机理,仅需对监测的数据进行合适恰当的建模,因而被广泛应用于设备的退化过程建模与 RUL 预测中。目前,预测光电设备 RUL 的方法主要是基于数据驱动的剩余寿命预测方法,主要包括两类,一类是基于光电设备失效数据的 RUL 预测方法,一类是基于光电设备性能退化数据的 RUL 预测方法。基于光电设备性能退化数据的 RUL 预测方法近年来已成为 RUL 预测领域的热点与重点方向^[5-9]。

Wiener 过程是一种典型的随机退化过程模型,其优点在于能够描述非单调的退化过程,且能够得到 RUL 的精确解析解,因此广泛应用于光电设备的退化建模^[5-10]。例如:闫书法等^[7]基于 Wiener 过程给出了油液光谱退化过程模型,并通过参数的实时更新算法实现了 RUL 的实时预测;王玺等^[8]提出了一种基于带随机效应的 Wiener 退化过程模型,分析表明考虑个体间的随机效应能进一步提高光电设备的 RUL 精度;Cai 等^[9]基于 Wiener 过程考虑了退化量与测量量之间的非线性关系,推导得到了其 RUL 的概率密度函数(PDF)分布,且基于激光器数据进行实验验证,结果表明其方法能够明显提高预测精度并降低预测结果的不确定性。

但是,以上方法在退化建模的时候都基于一个潜在的假设:所提退化模型均是采用马尔可夫过程模型来对光电设备的退化过程进行建模。这一假设忽略了其退化数据中可能存在的记忆效应与长期相关性,即未来退化状态不仅受到当前退化状态的影响,还可能受到历史退化状态的影响。目前,已在发动机引擎性能退化数据^[11]、高炉的性能退化数据^[12]、锂电池的性能退化数据^[13]中发现了这种退化数据之间的长期相关性。这充分说明了在实际工程中,退化监测数据之间可能存在长期依赖性。一般来说,这种长期依赖性主要有两种表现形式,即正

相关性与负相关性。正相关性反映了未来的退化趋势遵循之前的退化趋势,而负相关性则会导致相反的退化趋势。因此,仅采用无记忆效应的马尔可夫过程模型对光电设备进行退化建模,可能难以准确地刻画设备的真实退化过程。

综上所述,为了刻画光电随机设备退化监测数据之间可能存在的长期依赖性,本文利用带测量误差与随机效应的非线性分数布朗运动(FBM)构建了一种新的随机退化模型;基于弱收敛理论推导得到了首达时间(FHT)意义下设备剩余寿命的近似解析式;采用极大似然估计算法离线估计模型参数;基于贝叶斯理论实时更新模型参数,进而实现剩余寿命的自适应预测。最后,将所提方法应用于 GaAs 激光器的性能退化数据中,验证了本文方法的可行性与有效性。

2 基于非线性 FBM 过程的随机退化模型

在文献[14]的基础上,考虑非线性 FBM 退化过程的模型可表示为

$$X(t) = X(0) + \lambda \int_0^t \eta(\gamma; \beta) d\gamma + \sigma B_H(t), \quad (1)$$

式中: $X(0)$ 为退化设备的初始退化状态,为了不失一般性,假设其为零(如果 $X(0) \neq 0$,可以通过平移的方式将其转化为零^[4,15]); λ 是漂移系数,用于度量设备退化的快慢程度; $\int_0^t \eta(\gamma; \beta) d\gamma$ 是以 β 为参数的非线性函数; t 为自变量,用于刻画退化设备的非线性退化机制; σ 为扩散系数,反映的是退化过程的波动程度; $B_H(t)$ 是标准分数布朗运动,用于刻画退化设备的时变不确定性, H 为赫斯特指数,满足 $0 < H < 1$ 。

文献[16]对 FBM 进行了详细的定义,定义为

$$B_H(t) - B_H(0) = \frac{1}{\Gamma\left(H + \frac{1}{2}\right)} \times \int_{-\infty}^t K_H(t-s) dB(s), \quad (2)$$

式中: $K_H(t-s)$ 定义为

$$K_H(t-s) = \begin{cases} (t-s)^{H-\frac{1}{2}}, & 0 \leq s \leq t; \\ (t-s)^{H-\frac{1}{2}} - (-s)^{H-\frac{1}{2}}, & s < 0 \end{cases}; \quad (3)$$

$\Gamma(\cdot)$ 为伽马函数,具体形式为

$$\Gamma(x) = \int_0^{\infty} t^{x-1} e^{-t} dt. \quad (4)$$

从(2)式可以看出,FBM 是 BM 增量的非线性移动平均值,进一步引入了记忆效应。为了进一步简化,假设 $B_H(0)=0$,同时 $B_H(t)$ 的相关函数可以表示为

$$\mathbb{E}[B_H(t)B_H(s)] = \frac{\sigma_B^2}{2}(t^{2H} + s^{2H} - |t-s|^{2H}), \quad (5)$$

其中,

$$\sigma_B^2 = \Gamma(1-2H) \frac{\cos(\pi H)}{\pi H}. \quad (6)$$

H 通常有三种讨论形式:

1) 当 $0 < H < 0.5$ 时,退化轨迹遵循均值回归的规则;

2) 当 $H=0.5$ 时,退化轨迹是由无记忆效应的随机游走所致,退化轨迹的增量是相互独立的, $B_H(t)$ 简化为布朗运动;

3) 当 $0.5 < H < 1$ 时,未来的退化轨迹会沿当前的退化趋势发展,退化轨迹的增量呈现正相关。

本文仅针对 $H \neq 0.5$ 时进行讨论,此时 $B_H(t)$ 是中心化的高斯过程^[16],而非马尔可夫过程,其增量是平稳的、非独立的,满足 $B_H(t+\tau) - B_H(t) \sim N(0, \sigma_B^2 \tau^{2H})$ 。为了简化 σ_B 的运算,假设(1)式中的 $B_H(t)$ 为标准 FBM,满足 $B_H(t+\tau) - B_H(t) \sim N(0, \tau^{2H})$ ^[13,17]。

假设漂移系数 λ 服从正态分布,满足 $\lambda \sim N(\mu_\lambda, \sigma_\lambda^2)$,这是退化建模领域的通常做法,用于刻画同类设备的个体差异性^[18-20]。此外,设备的直接监测数据一般是含有测量误差的,本文将该测量误差假定为 ϵ ,并假设其是独立同分布的高斯白噪声,满足 $\epsilon \sim N(0, \sigma_\epsilon^2)$,且 ϵ 与 $B_H(t)$ 是相互独立的。因此,在任意时刻 t ,由直接监测得到的设备退化量 $Y(t)$ 可以表示为

$$Y(t) = X(t) + \epsilon. \quad (7)$$

3 退化模型参数离线估计

利用同类设备的历史退化数据对得到的退化模型求解,即基于退化监测数据,采用极大似然估计算

法对非线性退化模型中的未知参数 $\Theta = [\mu_\lambda, \sigma_\lambda^2, \sigma^2, \sigma_\epsilon^2, \beta, H]$ 进行离线估计,其中: μ_λ 与 σ_λ^2 是随机系数,用于刻画同类设备的个体差异性; $\sigma^2, \sigma_\epsilon^2, \beta$ 为共性系数,用于刻画同类设备的共同退化特征。

假设通过性能退化实验获得 N 组同类设备的性能退化监测数据 $\mathbf{Y} = \{\mathbf{Y}_i, i=1, 2, \dots, N\}$,对于其中任意设备 i ,通过状态监测一共获得 m_i 个退化数据,记作 $\mathbf{Y}_i = [Y_i(t_{1,i}), Y_i(t_{2,i}), \dots, Y_i(t_{m_i,i})]^T$,其中 $t_{j,i} (j=1, 2, \dots, m_i)$ 为设备 i 相应的状态监测时刻。 $\mathbf{B}_{H,i} = [B_H(t_{1,i}), B_H(t_{2,i}), \dots, B_H(t_{m_i,i})]^T$,令 $\Delta B_{H,i}(t_{j,i}) = B_H(t_{j,i}) - B_H(t_{j-1,i})$,则 $\Delta \mathbf{Y}_{H,i} = [\Delta B_{H,i}(t_{1,i}), \Delta B_{H,i}(t_{2,i}), \dots, \Delta B_{H,i}(t_{m_i,i})]^T$ 。令 $\Delta Y_i(t_{j,i}) = Y_i(t_{j,i}) - Y_i(t_{j-1,i})$,那么 $\Delta \mathbf{Y}_i = [\Delta Y_i(t_{1,i}), \Delta Y_i(t_{2,i}), \dots, \Delta Y_i(t_{m_i,i})]^T$ 。根据非线性 FBM 的特性,可知 $\Delta \mathbf{Y}_i$ 服从多元正态分布,满足 $\Delta \mathbf{Y}_i \sim N(\boldsymbol{\mu}_i, \boldsymbol{\Sigma}_i)$,则有

$$\boldsymbol{\mu}_i = \mu_\lambda \boldsymbol{\Phi}_i, \boldsymbol{\Sigma}_i = \sigma_\lambda^2 \boldsymbol{\Phi}_i \boldsymbol{\Phi}_i^T + \boldsymbol{\Psi}_i, \quad (8)$$

其中, $\boldsymbol{\Phi}_i = [\phi_{1,i}, \phi_{2,i}, \dots, \phi_{m_i,i}]^T, \phi_{j,i} = \int_{t_{j-1,i}}^{t_{j,i}} \eta(\gamma; \beta) d\gamma, t_{0,i} = 0, i=1, 2, \dots, N, j=1, 2, \dots, m_i, \boldsymbol{\Psi}_i = \sigma^2 \mathbf{Q}_i + \sigma_\epsilon^2 \mathbf{D}_i, \Delta t_{j,i} = t_{j,i} - t_{j-1,i}$ 。而 \mathbf{D}_i 和 \mathbf{Q}_i 分别满足

$$\mathbf{D}_i = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ -1 & 2 & -1 & \dots & 0 \\ \vdots & -1 & 2 & \dots & \vdots \\ 0 & \vdots & \vdots & & -1 \\ 0 & 0 & \dots & -1 & 2 \end{bmatrix}_{m_i \times m_i}, \quad (9)$$

$$\mathbf{Q}_i = \begin{bmatrix} \varphi_{11,i} & \varphi_{12,i} & \dots & \varphi_{1m_i,i} \\ \varphi_{12,i} & \varphi_{22,i} & \dots & \varphi_{2m_i,i} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \varphi_{1m_i,i} & \varphi_{2m_i,i} & \dots & \varphi_{m_i m_i,i} \end{bmatrix}_{m_i \times m_i}, \quad (10)$$

其中, $\varphi_{j_1 j_2, i} = \mathbb{E}[\Delta B_{H,i}(t_{j_1,i}) \Delta B_{H,i}(t_{j_2,i})], j_1 = 1, 2, \dots, m_i, j_2 = 1, 2, \dots, m_i$ 。

令 $\mathbf{Y}_\Delta = [\Delta \mathbf{Y}_1, \Delta \mathbf{Y}_2, \dots, \Delta \mathbf{Y}_N], \mathbf{Y}_\Delta$ 为全部的 N 组性能退化监测数据。根据 FBM 的性质,可得 Θ 的对数似然函数为

$$L(\Theta | \mathbf{Y}_\Delta) = -\frac{\ln(2\pi)}{2} \sum_{i=1}^N m_i - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \ln(|\boldsymbol{\Sigma}_i|) - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N (\Delta \mathbf{Y}_i - \mu_\lambda \boldsymbol{\Phi}_i)^T \boldsymbol{\Sigma}_i^{-1} (\Delta \mathbf{Y}_i - \mu_\lambda \boldsymbol{\Phi}_i). \quad (11)$$

令 $\tilde{\sigma}^2 = \sigma^2 / \sigma_\lambda^2, \tilde{\boldsymbol{\Sigma}}_i = \boldsymbol{\Sigma}_i / \sigma_\lambda^2, \tilde{\sigma}_\epsilon^2 = \sigma_\epsilon^2 / \sigma_\lambda^2$,将(11)式简化为

$$L(\Theta | \mathbf{Y}_\Delta) = -\frac{\ln(2\pi)}{2} \sum_{i=1}^N m_i - \frac{1}{2} \ln \sigma_\lambda^2 \sum_{i=1}^N m_i - \frac{1}{2\sigma_\lambda^2} \sum_{i=1}^N (\Delta \mathbf{Y}_i - \mu_\lambda \boldsymbol{\Phi}_i)^T \tilde{\boldsymbol{\Sigma}}_i^{-1} (\Delta \mathbf{Y}_i - \mu_\lambda \boldsymbol{\Phi}_i) - \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \ln(|\tilde{\boldsymbol{\Sigma}}_i|). \quad (12)$$

对(12)式分别求关于 μ_λ 和 σ_λ^2 的偏导,可得

$$\frac{\partial L(\Theta | \mathbf{Y}_\Delta)}{\partial \mu_\lambda} =$$

$$\frac{1}{\sigma_\lambda^2} \left(\sum_{i=1}^N \Phi_i^T \tilde{\Sigma}_i^{-1} \Delta \mathbf{Y}_i - \mu_\lambda \sum_{i=1}^N \Phi_i^T \tilde{\Sigma}_i^{-1} \Phi_i \right), \quad (13)$$

$$\frac{\partial L(\Theta | \mathbf{Y}_\Delta)}{\partial \sigma_\lambda^2} = -\frac{1}{2\sigma_\lambda^2} \sum_{i=1}^N m_i + \frac{1}{2(\sigma_\lambda^2)^2} \times \sum_{i=1}^N (\Delta \mathbf{Y}_i - \mu_\lambda \Phi_i)^T \tilde{\Sigma}_i^{-1} (\Delta \mathbf{Y}_i - \mu_\lambda \Phi_i). \quad (14)$$

令(13)式、(14)式分别为零,可得

$$\hat{\mu}_\lambda = \frac{\sum_{i=1}^N \Phi_i^T \tilde{\Sigma}_i^{-1} \Delta \mathbf{Y}_i}{\sum_{i=1}^N \Phi_i^T \tilde{\Sigma}_i^{-1} \Phi_i}, \quad (15)$$

$$\hat{\sigma}_\lambda^2 = \frac{\sum_{i=1}^N (\Delta \mathbf{Y}_i - \mu_\lambda \Phi_i)^T \tilde{\Sigma}_i^{-1} (\Delta \mathbf{Y}_i - \mu_\lambda \Phi_i)}{\sum_{i=1}^N m_i}. \quad (16)$$

将(15)式、(16)式代入(12)式,可得

$$L(\Theta | \mathbf{Y}_\Delta) = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \ln(|\tilde{\Sigma}_i|) - \frac{1 + \ln(2\pi) + \ln \hat{\sigma}_\lambda^2}{2} \sum_{i=1}^N m_i. \quad (17)$$

从(17)式可以看出,该似然函数具有高维特征,只将其直接最大化很难得到其余参数的极大似然估计值。本研究利用 MATLAB 这种的多维

搜索算法求取 $\sigma^2, \sigma_\varepsilon^2, \beta$ 和 H 的极大似然估计值,然后将其代入(15)式、(16)式可得 μ_λ 和 σ_λ^2 的极大似然估计值。

4 随机系数在线更新与 RUL 实时预测

4.1 随机系数在线更新

利用退化设备的实时监测数据来更新 RUL 的 PDF 的随机系数,能够有效地提高 RUL 的预测精度。随机系数 λ 用于表征设备的退化率,其因设备的不同而变化,故对单个设备进行 RUL 预测时,通过对随机系数 λ 进行在线更新,即可实现 RUL 的实时预测。

假设在 t_k 时刻,目标设备 i 一共获得 k 个监测退化数据,记作

$$\mathbf{Y}_i^* = [y_1^*(t_1), y_1^*(t_2), \dots, y_1^*(t_k)],$$

其中, t_j ($j = 1, 2, \dots, k$) 为对应的退化状态监测时刻。

由上文可知,基于同类设备的历史退化数据,采用极大似然估计算法得到 λ_k 的先验分布,满足

$$\pi(\lambda_k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hat{\sigma}_\lambda^2}} \exp\left[-\frac{(\lambda_k - \hat{\mu}_\lambda)^2}{2\hat{\sigma}_\lambda^2}\right].$$

接下来利用目标设备 i 的实时退化监测数据 \mathbf{Y}_i^* 更新得到随机系数 λ_k 的后验分布 $f(\lambda_k | \mathbf{Y}_i^*)$ 。由正态分布的共轭特性可知,随机系数 λ_k 的后验分布也服从正态分布。依据贝叶斯定理,随机系数 λ_k 的后验分布为

$$f(\lambda_k | \mathbf{Y}_i^*) \propto f(\mathbf{Y}_i^* | \lambda_k) \pi(\lambda_k) \propto \exp\left[-\frac{1}{2} (\Delta \mathbf{Y}_i^* - \lambda_k \Phi_k)^T \Psi_k^{-1} (\Delta \mathbf{Y}_i^* - \lambda_k \Phi_k)\right] \exp\left[-\frac{(\lambda_k - \hat{\mu}_\lambda)^2}{2\hat{\sigma}_\lambda^2}\right] \propto \exp\left[-\frac{1}{2} \lambda_k^2 \left(\Phi_k^T \Psi_k^{-1} \Phi_k + \frac{1}{\hat{\sigma}_\lambda^2}\right) + \lambda_k \left(\Delta \mathbf{Y}_i^{*T} \Psi_k^{-1} \Phi_k + \frac{\hat{\mu}_\lambda}{\hat{\sigma}_\lambda^2}\right)\right]. \quad (18)$$

随机系数 λ_k 的后验分布也服从正态分布,即

$$f(\lambda_k | \mathbf{Y}_i^*) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\hat{\sigma}_\lambda^{*2}}} \exp\left[-\frac{(\lambda_k - \hat{\mu}_\lambda^*)^2}{2\hat{\sigma}_\lambda^{*2}}\right],$$

(17)式可得 $\hat{\mu}_\lambda^*$ 和 $\hat{\sigma}_\lambda^{*2}$ 的具体形式为

$$\hat{\mu}_\lambda^* = \frac{\hat{\sigma}_\lambda^2 \Delta \mathbf{Y}_i^{*T} \Psi_k^{-1} \Phi_k + \hat{\mu}_\lambda}{1 + \hat{\sigma}_\lambda^2 \Phi_k^T \Psi_k^{-1} \Phi_k}, \quad (19)$$

$$\hat{\sigma}_\lambda^{*2} = \frac{\hat{\sigma}_\lambda^2}{1 + \hat{\sigma}_\lambda^2 \Phi_k^T \Psi_k^{-1} \Phi_k}. \quad (20)$$

根据(17)~(20)式,基于目标设备的实时监测数据完成随机系数 λ_k 的在线更新。

4.2 RUL 的实时预测

FHT 即首次到达预先设定失效阈值 ω 的时间 $\{X(t); t \geq 0\}$,当失效阈值为 ω 时,目标设备在任意时间 t_k 的 RUL 被定义为

$$L_k = \inf\{l_k : X(t_k + l_k) \geq \omega \mid X(t_k) \leq \omega\}. \quad (21)$$

基于(1)式、(21)式和弱收敛理论^[17]推导得到目标设备 RUL 的近似 PDF,如定理 1 所述。定理 1 考虑了关于 FBM 的更简单的弱收敛方案^[19],提出了基于 FBM 的退化模型的 RUL 分布。

定理 1 对于模型(1)式,若目标设备在 t_k 时刻的退化状态为 $x(t_k)$,且随机系数 λ 满足 $\lambda \sim N(\mu_\lambda, \sigma_\lambda^2)$ 时,基于 FHT 和弱收敛定理得到其在 t_k 时刻估计的 RUL 的近似 PDF 为

$$f_{L_k | \mu_\lambda, \sigma_\lambda^2, x(t_k)} = \frac{p_k(l_k)}{\int_0^\infty p_k(l_k) dl_k}, \quad (22)$$

$$p_k(l_k) = \frac{(\omega_k \vartheta - \nu \xi) \bar{h}}{\bar{h} \Delta l \sqrt{2\pi \vartheta^3}} \times \exp\left[-\frac{(\omega_k - \mu_\lambda \int_{t_k}^{t_k+l_k} \eta(\gamma; \beta) d\gamma)^2}{2\vartheta}\right], \quad (23)$$

$$\vartheta = \left[\int_{t_k}^{t_k+l_k} \eta(\gamma; \beta) d\gamma\right]^2 \sigma_\lambda^2 + \sigma^2 \bar{h}, \quad (24)$$

$$\nu = \sigma_\lambda^2 \omega_k \int_{t_k}^{t_k+l_k} \eta(\gamma; \beta) d\gamma + \mu_\lambda \sigma^2 \bar{h}, \quad (25)$$

$$\xi = \int_{t_k}^{t_k+l_k} \eta(\gamma; \beta) d\gamma - \frac{\eta(t_k + l_k; \beta) \Delta l \bar{h}}{\bar{h}}, \quad (26)$$

其中,采样间隔为 Δl , $\omega_k = \omega - x(t_k)$, $\bar{h} = h(t_k + l_k) - h(t_k)$, $\tilde{h} = h(t_k + l_k + \Delta l) - h(t_k + l_k)$, $h(t)$ 的具体形式参考文献[20]。定理 1 的具体证明参考文献[20],在此基础上进行变化。

推论 1 当 $\eta(\gamma; \beta)$ 分别选取指数函数和幂函数的情况下, RUL 的 PDF 中的相关系数具体如下:

1) 情况 1: $\eta(\gamma; \beta) = \beta \exp(\beta\gamma)$, 即指数函数形式,有

$$\vartheta = \{\exp[\beta(t_k + l_k)] - \exp(\beta t_k)\}^2 \sigma_\lambda^2 + \sigma^2 \bar{h}, \quad (27)$$

$$\nu = \sigma_\lambda^2 \omega_k \{\exp[\beta(t_k + l_k)] - \exp(\beta t_k)\} + \mu_\lambda \sigma^2 \bar{h}, \quad (28)$$

$$\xi = \{\exp[\beta(t_k + l_k)] - \exp(\beta t_k)\} - \frac{\beta \exp[\beta(t_k + l_k)] \Delta l \bar{h}}{\bar{h}}. \quad (29)$$

2) 情况 2: $\eta(\gamma; \beta) = \beta \gamma^{\beta-1}$, 即指数函数形式,有

$$\vartheta = [(t_k + l_k)^\beta - t_k^\beta]^2 \sigma_\lambda^2 + \sigma^2 \bar{h}, \quad (30)$$

$$\nu = \sigma_\lambda^2 \omega_k [(t_k + l_k)^\beta - t_k^\beta] + \mu_\lambda \sigma^2 \bar{h}, \quad (31)$$

$$\xi = [(t_k + l_k)^\beta - t_k^\beta] - \frac{\beta (t_k + l_k)^{\beta-1} \Delta l \bar{h}}{\bar{h}}. \quad (32)$$

5 实例验证

目前, GaAs 激光器被广泛应用于日常生活、工作生产以及部队的武器装备中, GaAs 激光器的性能指标会随着工作年限的增加而持续下降, 即 GaAs 激光器的光强大小会发生变化。如果需要维持光强大小的稳定输出, 则需要把 GaAs 激光器的实际工作电流不断增强。但是, 当实际工作电流增加到一定程度就会导致 GaAs 激光器失效, 这里, 把 GaAs 激光器的性能失效定义为工作电流变化比(实际工作电流在正常工作电流基础上增加的百分比)超过某一设定好的阈值。可以参考文献[21-22]了解具体的 GaAs 激光器的失效机理, 这里不再赘述。

本文使用某型号 GaAs 激光器的 15 组性能退化数据, 这些退化数据是在 80 °C 下实际电流随时间变化的百分比, 监测时间间隔为 250 h, 至 4000 h 为止, 每组数据包括 17 个性能退化数据, 起始的退化数据为零。激光器具体的性能退化数据如表 1 所示。从 15 组数据中选择其中一组作为待预测设备, 绘制其性能退化曲线, 如图 1 所示。其余数据作为历史退化监测数据。假定该型号 GaAs 激光器的失效阈值为 12.21, 其相应的设备寿命为 4×10^3 h。

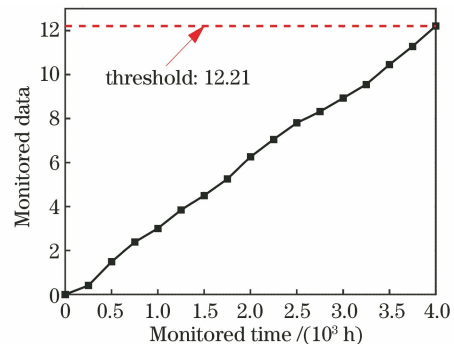


图 1 某待测 GaAs 激光器在 80 °C 温度下工作电流随时间变化的百分比

Fig. 1 Percentage change of the working current of a GaAs laser to be predicted at 80 °C over time

为了验证本文方法的准确性与优越性, 将本文模型与目前文献中两种典型的设备剩余寿命的自适应预测模型作比较。本文方法记作模型 1, 两种典型的模型分别记为模型 2 和模型 3, 其中: 模型 2 即文献[23]中的模型, 仅仅为简单的线性随机退化模型; 模型 3 即文献[24]中的模型, 为非线性随机退化模型。

表 1 某 GaAs 激光器在 80 °C 温度下工作电流随时间变化的百分比

Table 1 Percentage change of the working current of a GaAs laser at 80 °C over time

Time / (10 ³ h)	Monitored data														
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0.25	0.47	0.71	0.71	0.36	0.27	0.36	0.36	0.46	0.51	0.41	0.44	0.39	0.30	0.44	0.50
0.50	0.93	1.22	1.17	0.62	0.61	1.39	0.92	1.07	0.93	1.49	1.00	0.80	0.74	0.70	0.83
0.75	2.11	1.90	1.73	1.36	1.11	1.95	1.21	1.42	1.57	2.38	1.57	1.35	1.52	1.05	1.29
1.00	2.72	2.30	1.99	1.95	1.77	2.86	1.46	1.77	1.96	3.00	1.96	1.74	1.85	1.35	1.52
1.25	3.51	2.87	2.53	2.30	2.06	3.46	1.93	2.11	2.59	3.84	2.51	2.98	2.39	1.80	1.91
1.50	4.43	3.75	2.97	2.95	2.58	3.81	2.39	2.40	3.29	4.50	2.84	3.59	2.95	2.55	2.27
1.75	4.91	4.42	3.30	3.39	2.99	4.53	2.68	2.78	3.61	5.25	3.47	4.03	3.51	2.83	2.78
2.00	5.48	4.99	3.94	3.79	3.38	5.35	2.94	3.02	4.11	6.26	4.01	4.44	3.92	3.39	3.42
2.25	5.99	5.51	4.16	4.11	4.05	5.92	3.42	3.29	4.60	7.05	4.51	4.79	5.03	3.72	3.78
2.50	6.72	6.07	4.45	4.50	4.63	6.71	4.09	3.75	4.91	7.80	4.80	5.22	5.47	4.09	4.11
2.75	7.13	6.64	4.89	4.72	5.24	7.70	4.58	4.16	5.34	8.32	5.20	5.48	5.84	4.83	4.38
3.00	8.00	7.16	5.27	4.98	5.62	8.61	4.84	4.76	5.84	8.93	5.66	5.96	6.50	5.41	4.63
3.25	8.92	7.78	5.69	5.28	6.04	9.15	5.11	5.16	6.40	9.55	6.20	6.23	6.94	5.76	5.38
3.50	9.49	8.42	6.02	5.61	6.32	9.95	5.57	5.46	6.84	10.45	6.54	6.99	7.39	6.14	5.84
3.75	9.87	8.91	6.45	5.95	7.10	10.49	6.11	5.81	7.20	11.28	6.96	7.37	7.85	6.51	6.16
4.00	10.94	9.28	6.88	6.14	7.59	11.01	7.17	6.24	7.88	12.21	7.42	7.88	8.09	6.88	6.62

模型 1 与模型 3 在进行 RUL 预测之前,需要确定 $\eta(\gamma;\beta)$ 的非线性函数形式。为了确保比较的公平性,这里选取指数函数形式,即 $\eta(\gamma;\beta) = \beta \exp(\beta\gamma)$ 。接下来,将上述三种模型应用到 GaAs 激光器的性能退化数据中,验证本文所建模型对随机退化设备的 RUL 的预测能力,同时比较三种模型对 RUL 的预测效果与精度。

5.1 参数的先验估计

利用图 1(a)中的历史退化数据,采用第 2 节中极大似然估计算法对预测模型里的未知参数 $\Theta = [\mu_\lambda, \sigma_\lambda^2, \sigma^2, \sigma_\epsilon^2, \beta, H]$ 进行离线估计,得到未知参数 Θ 的先验估计值。

为了对比度量三种模型之间的拟合精度与估计准确度,使用 Akashi 信息准则(AIC)^[25]、贝叶斯信息准则(BIC)^[26]、均方误差(MSE)等方法作对比,AIC、BIC 和 MSE 的值越小则拟合程度越高,反之则拟合程度越差。AIC 与 BIC 用于测量预测模型

的拟合程度。AIC 值的具体公式为

$$V_{AIC} = 2p - 2\ln L(\Theta), \quad (33)$$

其中, $L(\Theta)$ 表示似然函数值, p 是未知参数的总个数。

BIC 引入了改进惩罚项,其惩罚项大于 AIC 的惩罚项,可以有效避免大样本的过拟合问题,其具体表达式为

$$V_{BIC} = p \ln n - 2\ln L(\Theta), \quad (34)$$

其中, $L(\Theta)$ 表示似然函数值, n 为样本数据量。

MSE 的具体形式为

$$E_{MS} = \int_0^\infty (l_k - \tilde{l}_k)^2 f_{L_k | \mu_\lambda, \sigma_\lambda^2, x(t_k)}(l_k) dl_k, \quad (35)$$

其中, \tilde{l} 为时刻 t_k 处的真实 RUL, $f_{L_k | \mu_\lambda, \sigma_\lambda^2, x(t_k)}(l_k)$ 为时刻 t_k 处的 RUL 的 PDF 值。

因此,基于同类设备的历史退化数据,采用极大似然估计方法得到的模型参数估计先验值如表 2 所示。

表 2 参数 Θ 的先验估计值

Table 2 Prior estimation of parameters Θ

Model	μ_λ	σ_λ^2	σ^2	σ_ϵ^2	β	H	$\ln L(\Theta)$	AIC	BIC
Model 1	1.897	0.0442	0.067	0.095	1.98	0.9131	-29.87	71.74	92.56
Model 2	1.726	0.0855	0.095	0.168	—	—	-36.11	88.42	105.04
Model 3	1.735	0.0771	0.087	0.132	1.76	—	-33.84	79.68	100.50

从表 2 可知,模型 1 的 AIC 与 BIC 值最小,并且其中的三个方差参数总体也较小,这说明本文所

提供模型参数估计的准确性更高。其主要原因是模型 1 考虑了监测数据之间的长期依赖性、相关性,属

于非马尔可夫模型。而模型 2、模型 3 具有强马尔可夫的约束特性,忽略了历史退化状态对未来退化状态的影响。

5.2 随机系数更新与 RUL 预测结果

利用同类激光器的历史退化数据得到模型参数的先验估计值后,要想实现单个激光器的 RUL 实时预测,还需要利用单个激光器的实时监测退

化数据更新模型参数中的随机系数。这里利用图 1 的数据作为待预测 GaAs 激光器的实时监测数据,使用第 3 节中贝叶斯更新方法对随机系数 λ 进行实时更新。具体的更新过程如图 2 所示,可以看出随着退化监测数据的不断获取,随机系数的后验估计值趋于平稳,这说明估计值越来越接近真实值。

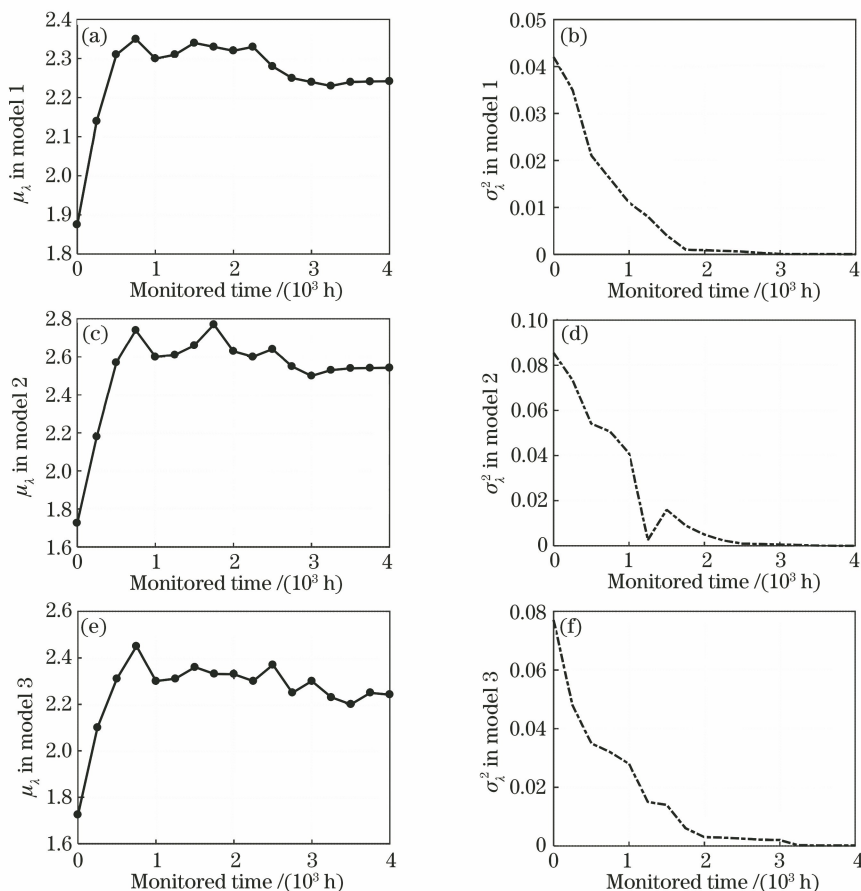


图 2 三种模型中随机系数的实时更新过程。(a)(b)模型 1;(c)(d)模型 2;(e)(f)模型 3

Fig. 2 Real-time updated process of random coefficients in the three models.

(a)(b) Model 1; (c)(d) model 2; (e)(f) model 3

通过贝叶斯更新获取得到随机系数的实时更新值后,对该型号 GaAs 激光器进行 RUL 的实时预测,以 GaAs 激光器最后 10 个退化监测时刻为例,分别用模型 1、模型 2、模型 3 实时预测该型号 GaAs 激光器的 RUL,三种预测模型在 GaAs 激光器最后 10 个退化监测时刻对应的 RUL 实时预测结果如图 3 所示。

同时选取模型 1、模型 2、模型 3 在 3000,3250,3500,3750 h 时 RUL 的实时预测结果,通过二维平面图的形式作进一步具体对比,对比图如图 4 所示。

从图 3 和图 4 可以得出以下结论:1)随着监测时间的推移,当获取的退化监测数据越来越多时,基

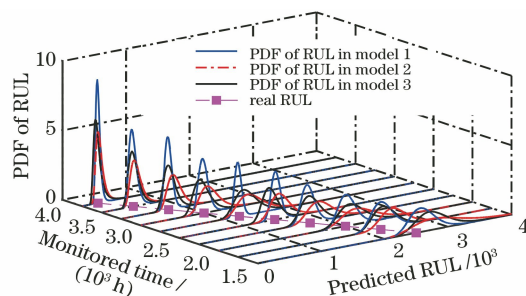


图 3 三种模型在各个时刻的 RUL 的 PDF

Fig. 3 RUL PDF of the three models at various time
于三种随机退化模型预测的 RUL 的 PDF 逐渐变高、变窄,这表明随着数据的积累,所获取的信息不断增加,使得对 GaAs 激光器 RUL 的预测精度度越

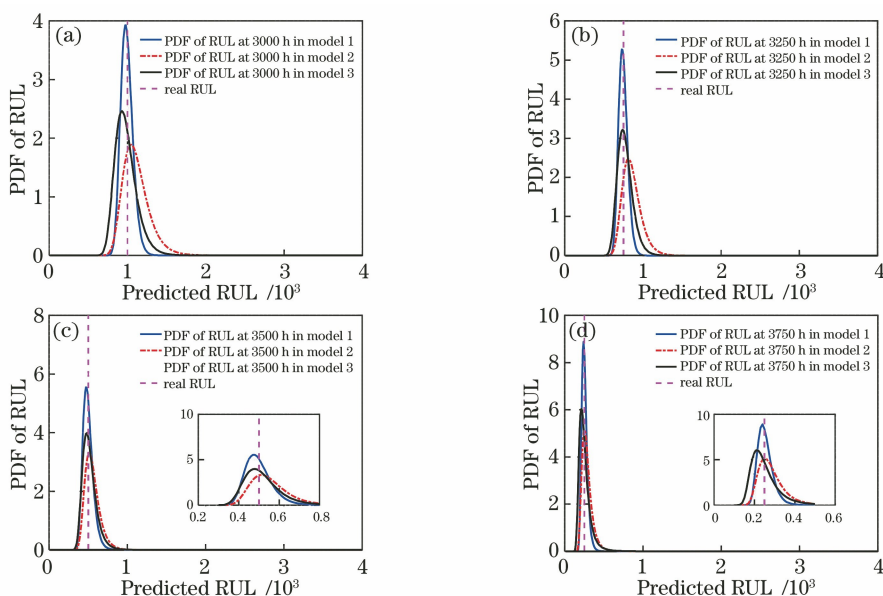


图 4 三种模型在 3000,3250,3500,3750 h 处的 RUL 的 PDF。(a) 3000 h;(b) 3250 h;(c) 3500 h;(d) 3750 h

Fig. 4 RUL PDF of the three models at 3000, 3250, 3500, and 3750 h. (a) 3000 h; (b) 3250 h; (c) 3500 h; (d) 3750 h

高,预测不确定度越低。2)从图 4(a)~(d)可知,三种模型在监测时刻后期所预测的 RUL 的 PDF 都能够覆盖真实的 RUL,这说明三种方法都能对 GaAs 激光器进行 RUL 的实时预测,由此表明三种方法具有有效性、准确性、可行性。3)从图 4(a)~(d)可知,在相同的监测数据、相同的参数估计算法、相同的非线性函数形式下,模型 1 在各时刻预测的 RUL 的 PDF 更高、更窄,并且模型 1 预测的 RUL 的期望值能更有效地跟踪真实的 RUL,这表明模型 1 的 RUL 预测结果更接近真实的 RUL,其预测的精度与不确定度优于模型 2 与模型 3;与之相比,刚开始预测的时候,模型 2 与模型 3 尽管能覆盖真实的 RUL,但是其预测的 RUL 的均值距真实的 RUL 有一定偏差,这说明模型 2 与模型 3 的预测误差是大于模型 1 的,预测的准确性也低于模型 1。究其主要原因是模型 1 采用 FBM 建模时,考虑了退化数据的记忆效应,表征了数据之间的长期相关性特点,而模型 2、模型 3 是把退化过程假设成无记忆效应的 Wiener 过程。由此可知使用模型 1 进行实际设备的退化建模能够更真实地反映设备随机退化的动态过程。

为了定量地比较三种模型在 GaAs 激光器最后 10 个监测点的 RUL 预测能力,绘制三种模型预测得到的 RUL 的均值与真实值,如图 5 所示,同时三种模型预测的 MSE 如图 6 所示。

从图 5 可知,刚开始由三种模型预测的 RUL 距离真实 RUL 有一定的偏差,但是后期三种模型

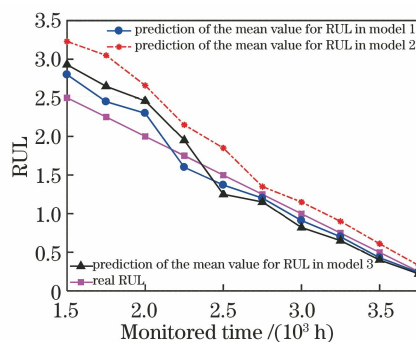


图 5 三种模型预测的 RUL 期望对比

Fig. 5 Comparison of RUL predicted by the three models

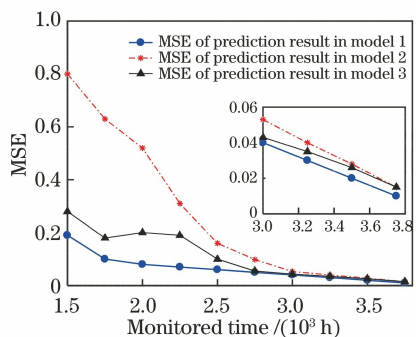


图 6 三种模型 RUL 预测结果的 MSE 对比

Fig. 6 MSE comparison of RUL prediction results of three models

预测的 RUL 都能够拟合真实的 RUL,本文模型得到的 RUL 更接近真实的 RUL,其次是模型 3 的 RUL 预测结果,模型 2 的预测结果劣于模型 1 与模型 3 的 RUL 预测结果。

从图 6 可以看出:1)随着监测数据的增多,模

型 1、模型 2、模型 3 预测结果的 MSE 值越来越小,使得 RUL 预测的精度越来越高,这点与 RUL 预测的 PDF 变得越来越窄是一致的。2)模型 1 预测结果的 MSE 一直都低于模型 2 与模型 3 预测结果的 MSE,这说明模型 1 预测的误差小于模型 2、模型 3 预测的误差,其中模型 2 预测结果的 MSE 最大,模型 3 预测结果的 MSE 略高于模型 1 的。因此可以进一步看出,本文所提模型 1 预测 GaAs 激光器 RUL 的能力优于模型 2、模型 3,因为模型 1 考虑了光电设备可能受各种外界复杂因素的影响,考虑了历史退化状态对未来退化状态存在的影响,区别于模型 2、模型 3,并未受到强马尔可夫性的限制。由三种模型 RUL 预测结果的对比进一步表明,考虑设备随机退化过程存在记忆效应的模型 1 能够更好地刻画随机退化光电设备的动态退化过程。

6 结 论

针对光电设备,考虑到光电随机退化设备在退化过程中退化状态之间可能存在的长期相关性、记忆性特点,提出了一种非线性随机退化模型,克服了目前研究中潜在假设存在的限制,即将光电设备的随机退化过程简化成无记忆效应的马尔可夫过程,受到强马尔可夫性的限制。最后实现了光电设备 RUL 的自适应预测,且预测精度高于同等条件下传统模型的预测精度。主要结论如下:

1) 基于非线性 FBM 的随机退化模型,能够更为准确、合理地描述光电随机退化设备的记忆效应。通过实例验证,与传统的建模方法比较可知,其 RUL 预测结果更加精确,不确定性更小。

2) 所采用的参数估计方法能够有效地利用设备的历史退化信息与实时监测信息,从而更加准确地实现光电随机退化设备 RUL 的实时预测。

下一步将研究如何对预测模型中的非随机参数进行自适应更新。

综上,本文提出的基于非线性 FBM 的随机退化模型,对 RUL 的预测更为准确,优于传统方法,具有一定的工程实用价值。

参 考 文 献

- [1] Xie J, Cai Z Y, Wang Z Z, et al. A remaining useful lifetime prediction method for stochastic degradation device under accelerated stress[J]. *Electronics Optics & Control*, 2019, 26(7): 75-79.
解江, 蔡忠义, 王泽洲, 等. 加速应力下随机退化设备剩余寿命预测方法[J]. *电光与控制*, 2019, 26(7): 75-79.
- [2] Zhou D H, Wei M H, Si X S. A survey on anomaly detection, life prediction and maintenance decision for industrial processes [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2013, 39(6): 711-722.
周东华, 魏慕恒, 司小胜. 工业过程异常检测、寿命预测与维修决策的研究进展[J]. *自动化学报*, 2013, 39(6): 711-722.
- [3] Wang H, Chai T Y, Ding J L, et al. Data driven fault diagnosis and fault tolerant control: some advances and possible new directions [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2009, 35(6): 739-747.
- [4] Si X S, Wang W B, Hu C H, et al. Reming useful life estimation-a review on the statistical data driven approaches [J]. *European Journal of Operational Research*, 2011, 213(1): 1-14.
- [5] Chao D H, Ma J, Chen S Y, et al. Reliability assessment of FOGs used for satellite from degradation data[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2011, 40(9): 1763-1767.
- [6] Zhang J P, Zong Y, Zhu W Q, et al. A novel model of life prediction for photoelectric products and its application[J]. *Acta Optica Sinica*, 2018, 38(2): 0223001.
张建平, 宗雨, 朱文清, 等. 光电产品的新型寿命预测模型及其应用[J]. *光学学报*, 2018, 38(2): 0223001.
- [7] Yan S F, Ma B, Zheng C S, et al. Remaining useful life prediction of power-shift steering transmission based on uncertain oil spectral data[J]. *Spectroscopy and Spectral Analysis*, 2019, 39(2): 553-558.
闫书法, 马彪, 郑长松, 等. 基于不确定油液光谱数据的综合传动装置剩余寿命预测[J]. *光谱学与光谱分析*, 2019, 39(2): 553-558.
- [8] Wang X, Hu C H, Pei H, et al. Adaptive remaining useful life prediction method for newly developed photoelectric products[J]. *Acta Optica Sinica*, 2019, 39(12): 1223003.
王玺, 胡昌华, 裴洪, 等. 新研发光电产品的剩余寿命自适应预测方法[J]. *光学学报*, 2019, 39(12): 1223003.
- [9] Cai Z Y, Guo J S, Chen Y X, et al. Remaining lifetime online prediction based on step-stress accelerated degradation modeling [J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2018, 40(11): 218-223.
- [10] Luo S, Chen L X, Zhang B. Influence of structural parameters of deformable mirror on its fatigue life [J]. *Acta Optica Sinica*, 2017, 37(10): 1001003.
罗帅, 陈丽霞, 张彬. 变形镜的结构参数对其疲劳寿命的影响[J]. *光学学报*, 2017, 37(10): 1001003.

- [11] Zhang H, Chen M, Xi X, et al. Remaining useful life prediction for degradation processes with long-range dependence [J]. *IEEE Transactions on Reliability*, 2017, 66(4): 1368-1379.
- [12] Xi X P, Chen M Y, Zhou D H. Remaining useful life prediction for degradation processes with memory effects [J]. *IEEE Transactions on Reliability*, 2017, 66(3): 751-760.
- [13] Xi X P, Chen M Y, Zhang H W, et al. An improved non-Markovian degradation model with long-term dependency and item-to-item uncertainty [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2018, 105: 467-480.
- [14] Wang Z Q, Wang W B, Hu C H, et al. A real-time prognostic method for the drift errors in the inertial navigation system by a nonlinear random-coefficient regression model [J]. *Acta Astronautica*, 2014, 103: 45-54.
- [15] Wang X L, Jiang P, Guo B, et al. Real-time reliability evaluation with a general wiener process-based degradation model [J]. *Quality and Reliability Engineering International*, 2014, 30(2): 205-220.
- [16] Mandelbrot B B, van Ness J W. Fractional Brownian motions, fractional noises and applications [J]. *Siam Review*, 1968, 10(4): 422-437.
- [17] Xu L P, Li Z, Luo J W. Global attracting set and exponential decay of second-order neutral stochastic functional differential equations driven by fBm [J]. *Advances in Difference Equations*, 2017, 2017(1): 1-16.
- [18] Bae S, Kim S, Kim M. Degradation analysis of Nano-contamination in plasma display panels [J]. *IEEE Transaction on Reliability*, 2008, 57(2): 222-229.
- [19] Bian L K, Gebrael N. Computing and updating the first-passage time distribution for randomly evolving degradation signals [J]. *IIE Transactions*, 2012, 44(11): 974-987.
- [20] Konstantopoulos T, Sakhanenko A. Convergence and convergence rate to fractional Brownian motion for weighted random sums [J]. *Siberian Electronic Mathematical Reports*, 2004, 1(4): 47-63.
- [21] Peng C, Tseng S. Mis-specification analysis of linear degradation models [J]. *IEEE Transactions on Reliability*, 2009, 58(3): 444-455.
- [22] Peng C, Tseng S. Statistical lifetime inference with skew-wiener linear degradation models [J]. *IEEE Transactions on Reliability*, 2013, 62(2): 338-350.
- [23] Park C, Padgett W J. Accelerated degradation models for failure based on geometric Brownian motion and gamma processes [J]. *Lifetime Data Analysis*, 2005, 11(4): 511-527.
- [24] Sun B, Zeng S K, Kang R, et al. Benefits and challenges of system prognostics [J]. *IEEE Transactions on Reliability*, 2012, 61(2): 323-335.
- [25] Akaike H. A new look at the statistical model identification [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1974, 19(6): 716-723.
- [26] Schwarz G. Estimating the dimension of a model [J]. *The Annals of Statistics*, 1978, 6(2): 461-464.