

基于双自由曲面高距高比照度均匀的光学系统设计

曾翌, 赵会富*, 段文举

长春理工大学光电工程学院, 吉林 长春 130022

摘要 为了解决常规照度照明系统中存在的透镜厚度厚和照度不均匀等问题,设计距高比(DHR)为 3 的双自由曲面透镜。根据能量映射理论对光源与目标面进行网格划分,利用边缘光线理论和斯涅耳定律构造双自由曲面透镜,并采用实际光源进行模拟。与单自由曲面透镜相比,双自由曲面透镜的厚度减小 2.95%,透镜的横向尺寸减小 10.50%。采用互补反馈校正法对透镜进行优化,优化后的单、双自由曲面透镜的照度均匀度分别为 80.48%和 87.05%,能量利用率分别为 88.61%和 91.23%。与单自由曲面照明系统相比,双自由曲面透镜的光学性能均有所提高。对于高 DHR 和透镜尺寸很小的照明系统,可以实现较高的照度均匀度和能量利用率。

关键词 光学设计; 发光二极管; 非成像光学; 照明设计; 均匀照明

中图分类号 TN312

文献标志码 A

doi: 10.3788/AOS202040.2422001

Design of Optical System with Illumination Uniform and High Distance-Height Ratio Based on Double Freeform-Surface

Zeng Yi, Zhao Huifu*, Duan Wenju

School of Optoelectronic Engineering, Changchun University of Science and Technology,
Changchun, Jilin 130012, China

Abstract In order to solve the problems of thick lens thickness and uneven illumination in conventional irradiance illumination systems, a double freeform-surface lens with a distance to height ratio (DHR) of 3 is designed. According to the energy mapping theory, the light source and the target surface are meshed, the edge-ray theory and Snell's law are used to construct the double freeform-surface lens, and the actual light source is used for simulation. Compared with the single freeform-surface lens, the thickness of the double freeform-surface lens is reduced by 2.95% and the transverse size of the lens is reduced by 10.50%. The complementary feedback correction method is used to optimize the lens. The optimized single and double freeform-surface lens have 80.48% and 87.05% illumination uniformity, respectively, and the energy utilization rate is 88.61% and 91.23%, respectively. Compared with the single freeform-surface surface lighting system, the optical performance of the double freeform-surface lens is improved. For the lighting system with high DHR and small lens size, higher illuminance uniformity and energy utilization can be achieved.

Key words optical design; light-emitting diode; nonimaging optics; illumination design; uniform illumination

OCIS codes 220.4298; 220.2945; 230.3670

1 引 言

发光二极管(LED)被称为绿色光源,具有光效高、稳定性好和体积小等优点。随着 LED 成本的逐年降低以及技术的不断提高,已被广泛应用于照明领域。因自由曲面具有高度的灵活性,所以采用该结构对 LED 光源进行二次光学设计。传统的自由

曲面透镜仅有一个自由曲面^[1-5],如果增加一个自由曲面将会对系统能量起到一定的分配作用,所以本文针对双自由曲面的透镜进行研究。

自由曲面的设计方法主要有同步多曲面(SMS)法^[6]、微分方程法^[7-8]和光源-目标面能量映射法^[9-13]。Wu 等^[14]采用了双自由曲面得到菱形照明光斑。Chen 等^[15]利用了双自由曲面实现准直照

收稿日期: 2020-08-13; 修回日期: 2020-09-03; 录用日期: 2020-09-08

基金项目: 国家自然科学基金(61703057)、吉林省发改委产业创新专项资金项目(2017C037-1)、吉林省科技发展计划(20200401058GX)

* E-mail: huifuzhao@163.com

明,其光能利用率为 90.3%。Hu 等^[16]根据两种附加条件设计了双自由曲面透镜的一般方法,该方法可设计均匀照明的 LED 自由曲面透镜。颜稳萍等^[17]通过微分方程法与几何法相结合的方式设计了可实现近场均匀照明的双自由曲面透镜,其中内曲面为椭圆型曲面,优化后的双自由曲面透镜的照度均匀性达到 85%。赵欢等^[18]采用了几何法构建双自由曲面透镜,并实现了准直照明。朱民等^[19]提出了一种基于准直系统的自由曲面设计方法,该系统的集光角约为 236°,出射光的半发光角小于 1°,结果表明该设计方法可以实现照度均匀的矩形光斑。

对于距高比(DHR)高以及照度均匀的近距离照明系统而言,如何解决系统小型化与实际光源尺寸的问题成为了关键。本文根据边缘光线理论以及能量映射法设计双自由曲面透镜,当设计光学系统时,该结构可以提供更多的灵活性,有助于提高系统的性能。采用互补反馈优化法优化双自由曲面透镜,可以实现高 DHR 照明系统的均匀照明。

2 二次光学设计及理论分析

当近距离照明时,高 DHR 的照明系统存在照度不均匀等问题。为了解决这一问题,实验采用双自由曲面透镜结构,如图 1 所示,其中 φ 为 Z 轴与入射光线之间的夹角, D 为照明面的最大半径, h 为光源与目标平面之间的距离,则 DHR 定义为 D/h 。内自由曲面的主要作用是控制光源的发射角度,首先使用该曲面对接收到的光能量进行一次发散,发散光经过外自由曲面后使光能量均匀化,最后通过斯涅耳定律来推导光源与目标面的网格映射关系,运用几何法求出内、外自由曲面中的离散点坐标。

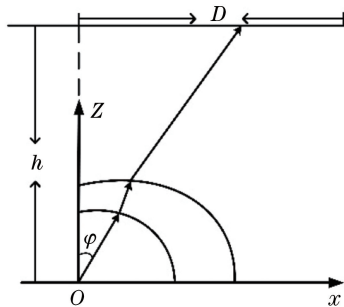


图 1 双自由曲面透镜的截面图

Fig. 1 Sectional view of double freeform-surface lens

2.1 光源与目标面的映射关系推导

实验设计尺寸为 1 mm×1 mm 的 LED 实际光

源。设计过程中,可先将 LED 实际光源近似为点光源。由于 LED 光源发出的光是近似朗伯型分布的,所以光强分布可表示为

$$I(\varphi) = I_0 \cdot \cos \varphi, \quad (1)$$

式中: I_0 表示光源在法线方向的发光强度。LED 光源发出的总光通量可以改写为

$$\phi_s = 2\pi \int_0^{\varphi_{\max}} I(\varphi) \cdot \sin \varphi d\varphi, \quad (2)$$

式中: ϕ_s 表示立体角内的光通量总和; φ_{\max} 表示光源的出射光线与 Z 轴之间的最大夹角。在 XOZ 平面上,将 φ_{\max} 均分成 N 等份,划分后每份的出射角度为 $\Delta\varphi$,如图 2 所示。

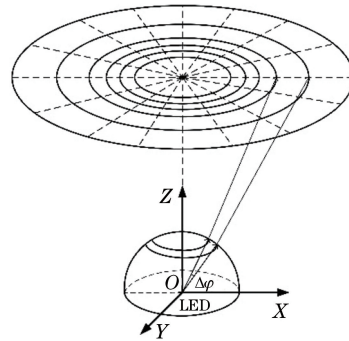


图 2 能量网格映射划分示意图

Fig. 2 Schematic of energy grid mapping division

双自由曲面的构造原理,如图 3 所示。其中 θ 为经过自由曲面折射后的方位角, i 为方位角划分后的采样序号, n 为透镜的折射率。最大的方位角为 θ_{\max} ,若 $\theta_{\max} \geq \varphi_{\max}$,这可以减小外自由曲面的尺寸,将 θ_{\max} 均分成 N 等份,这有利于外自由曲面的构建。从光源发出的光线照射到目标平面上,则在目标平面上形成一个半径为 R 的圆形照明区域。在光源与目标面之间建立一种能量映射关系,确保一定比例的光能量可以分布在相同比例面积的目标面圆环内,从而实现目标面上的照度均匀性。光能量按照等角度的方式来划分,将目标表面划分为 N 个不同面积的同心圆环。从图 3 可以看到,立体角 φ_i 内的能量与半径为 R_i 的圆环内的能量形成映射关系。根据能量守恒定律可以得到目标面接收到的总能量,表达式为

$$\phi_T = E_{\text{ave}} \cdot S = 2\pi \int_0^{\varphi_{\max}} I(\varphi) \cdot \sin \varphi d\varphi, \quad (3)$$

式中: E_{ave} 表示目标面的照度均值,即预期照度值; S 表示目标面上照明范围的总面积,可用 πR^2 来表示。根据(3)式可以得到目标面上每个同心圆环应该接收到的能量,表达式为

$$2\pi \int_{\varphi_i}^{\varphi_{i+1}} I_0 \cdot \sin \varphi \cdot \cos \varphi d\varphi = E_{ave} \cdot S_i, \quad (4)$$

式中： S_i 表示目标面每份圆环的面积，可用 $\pi r_i^2 - \pi r_{i-1}^2$ 来表示，其中 r 为圆环的半径。由(1)式、(3)式和(4)式联立可得到 r_i ，表达式为

$$r_i = \sqrt{R^2 \left(\frac{\sin^2 \varphi_{i+1} - \sin^2 \varphi_i}{\sin^2 \varphi_{max}} \right) + r_{i-1}^2}。 \quad (5)$$

根据(1)~(5)式，建立光源发出的每份能量与目标面中的每份能量之间的对应关系，为下一步自由曲面的构建及照度的均匀分布提供理论依据。

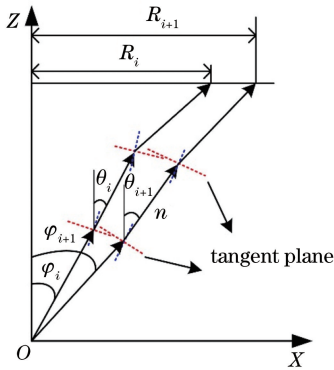


图3 双自由曲面的构造原理示意图

Fig. 3 Schematic of construction principle of double freeform-surface

2.2 计算内、外双自由曲面的离散点

当光源与目标平面的能量映射关系确立后，需对自由曲面的离散点进行计算。由于该透镜结构呈旋转对称，所以只需要考虑 XOZ 面即可。

2.2.1 计算自由曲面离散点的切线矢量

首先根据几何法给出折射点处切线矢量 T 的计算方法^[20]，该方法计算的切线矢量均适用于内、外自由曲面，而内自由曲面的几何分析方法如图4所示，其中 φ_0 为从光源 S 处发出光线的方位角， φ_r 为经过折射面以后的方位角， φ_i 为点 A 的入射角， φ_o 为点 A 的折射角， φ_t 为点 A 处切向矢量 T 的斜率角， n_1 为出射光线所在介质的折射率， n_2 为入射光线所在介质的折射率， N 为点 A 的法向量。

由图4可以得到的几何关系为

$$\varphi_o = \varphi_t - \varphi_r, \quad (6)$$

$$\varphi_i = \varphi_t - \varphi_1. \quad (7)$$

根据斯涅耳定律可知 φ_o 和 φ_i 的关系，表达式为

$$n_1 \sin \varphi_o = n_2 \sin \varphi_i. \quad (8)$$

将(6)式和(7)式代入(8)式，整理后可以得到点 A 处切向矢量的斜率角为

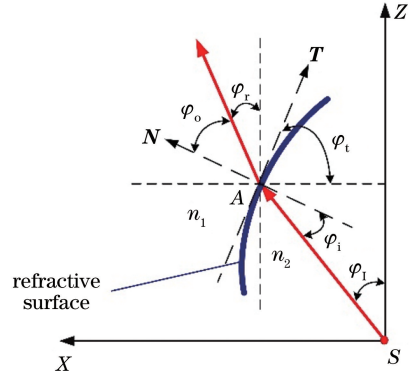


图4 内自由曲面的几何分析方法

Fig. 4 Geometric analysis method of inner freeform-surface

$$\varphi_t = \arctan \left(\frac{n_1 \sin \varphi_r - n_2 \sin \varphi_1}{n_1 \cos \varphi_r - n_2 \cos \varphi_1} \right). \quad (9)$$

点 A 处的切向矢量可以表示为

$$T = [1 \tan \varphi_t]. \quad (10)$$

切向矢量可通过(10)式来求得，所以可求解自由曲面上任意点的坐标。

2.2.2 几何法求解自由曲面的离散点

构造的双自由曲面透镜如图5所示。其中 $SA_0, SA_1, SA_2, \dots, SA_n, SA_{n+1}$ 分别表示从光源 S 处发出的入射光线， $A_0B_0, A_1B_1, A_2B_2, \dots, A_nB_n, A_{n+1}B_{n+1}$ 分别表示经过内自由曲面的折射光线， $B_0R_0, B_1R_1, B_2R_2, \dots, B_nR_n, B_{n+1}R_{n+1}$ 分别表示经过外自由曲面的折射光线， A_0 和 B_0 分别表示二维自由曲面轨迹的初始点，其位置决定透镜的厚度，一般由设计者给出， $T_{A_0}, T_{A_1}, T_{A_2}, \dots, T_{A_n}$ 和 $T_{B_0}, T_{B_1}, T_{B_2}, \dots, T_{B_n}$ 表示离散点法线的切向向量，用于构造二维轮廓曲线。

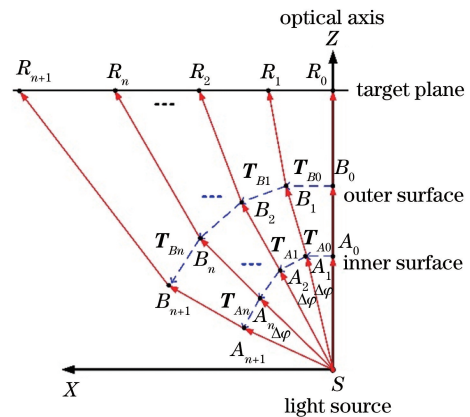


图5 双自由曲面透镜的结构示意图

Fig. 5 Schematic of double freeform-surface lens

内自由曲面的构造方案：首先给定初始点 A_0 的坐标，该点由设计者根据设计经验给出，由于 φ_r 和 φ_1 均为已知，利用(9)式和(10)式即可求得切向

矢量 $T_{A_0}, T_{A_1}, T_{A_2}, \dots, T_{A_n}$, 由于入射光线 SA_1 为已知, 所以可以求得入射光线 SA_1 与切向矢量 T_{A_0} 的交点, 切向矢量 T_{A_0} 垂直于 Z 轴, 该交点即为 A_1 点坐标; 然后计算切向矢量 T_{A_1} 与入射光线 SA_2 的交点坐标 A_2 , 重复此过程即可求得内自由曲面上所有离散点的坐标。

外自由曲面的构造方案: 在求得内自由曲面上所有离散点坐标的基础上, 可以求得所有的折射光线 $A_0B_0, A_1B_1, A_2B_2, \dots, A_nB_n, A_{n+1}B_{n+1}$, 其中 B_0 点坐标由设计者根据设计经验给出, 切向矢量 T_{B_0} 垂直于 Z 轴, 可以求得切向矢量 T_{B_0} 与折射光线 A_1B_1 的交点 B_1 坐标, 由于 A_1, B_1 和 R_1 点坐标均为已知, 进而可以求得切向矢量 T_{B_1} ; 然后计算 B_2 点坐标, 切向矢量 T_{B_1} 与折射光线 A_2B_2 的交点为 B_2 , 通过迭代方法可以求得所有外自由曲面上所有离散点的坐标; 对所有离散点进行拟合, 拟合后的轮廓曲线再绕 Z 轴旋转即可得到双自由曲面透镜的模型。

2.3 优化双自由曲面透镜

在高 DHR 的照明系统中, 由于受到光源尺寸等因素的限制, 双自由曲面透镜可能不会获得很好的效果。实验采用一种互补反馈修正优化方案对目标面上的每个圆环分配系数, 若系数发生变化则每个圆环半径也随之变化, 最终使结果达到最优^[21-22]。

根据初始的模拟结果, 将目标面上的照度分布离散化, 而且区域内每一份能量都可以单独控制, 如图 6 所示, 其中 E 为目标面划分后不同圆环内的照度。根据能量守恒定律, 可以得到

$$\Phi_n = \mu_n \times E_{ave} \times S_{R_n-R_{n-1}}, \quad (11)$$

式中: Φ_n 表示目标面中每个圆环所接收到的总能量; μ 表示修正因子; $S_{R_n-R_{n-1}}$ 表示每个环带的面积。将各环带上的照度实测值与 E_{ave} 进行比较, 并结合 (5) 式和 (11) 式来重新计算内、外自由曲面的离散点坐标, 并进行实体的构建, 再次对其进行模拟直到目标面的照度均匀分布。照度均匀度 U 可以表示为

$$U = E_{ave} / E_{max}, \quad (12)$$

式中: E_{max} 表示目标面照度的最大值。能量利用率 η 可表示为

$$\eta = \phi_T / \phi_S, \quad (13)$$

式中: ϕ_T 表示目标面接收到的总能量; ϕ_S 表示光源发出的总能量。

3 设计实例与分析

为了验证单、双自由曲面透镜的照度均匀性以

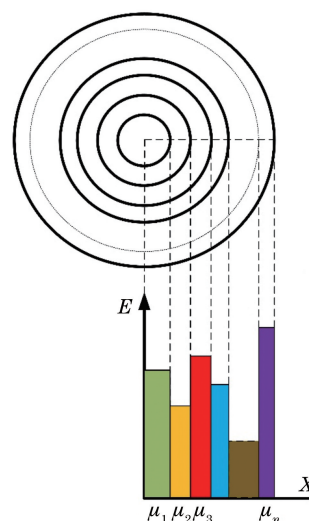


图 6 目标面的优化示意图

Fig. 6 Optimization diagram of target surface

及互补修正优化设计方法的可行性, 采用第 2 节的方法来构建透镜实体模型并对其进行仿真模拟。具体设计参数如下: 透镜材料选用聚甲基丙烯酸甲酯 (PMMA), 折射率为 1.4935, DRH 为 3, 光源与目标面之间的距离 h 为 15 mm, 目标面中光斑的半径为 45 mm, 光源采用 OSRAM_LUW HWQP 实际光源, LED 芯片的尺寸为 1 mm × 1 mm, 光学系统内、外自由曲面的中心高度分别为 2.8 mm 和 3.0 mm, 实体模型如图 7 所示。利用光学仿真软件来建模并分析, 根据仿真结果来修正优化系数 μ_n 以重新构建三维模型, 多次重复上述过程直到符合要求为止。

为了验证单自由曲面与双自由曲面的性能, 构造一个单自由曲面透镜并与所构造的双自由曲面透镜进行对比, 通过数值计算软件来计算两种类型透镜的轮廓曲线, 结果如图 8 所示。

从图 8 可以看到, 相比于单自由曲面透镜, 所设计的双自由曲面透镜的结构尺寸更紧凑, 其中透镜的厚度减小 2.95%, 透镜的横向尺寸减小 10.50%。单自由曲面透镜的照度分布如图 9 所示, 优化前的照度均匀度为 70.43%, 能量利用率为 91.72%。双自由曲面透镜的照度分布如图 10 所示, 优化前的照度均匀度为 74.19%, 能量利用率为 91.44%。实验过程中, 不考虑材料吸收以及菲涅耳损耗。

采用 2.3 节的优化方法对单、双自由曲面透镜分别进行优化设计, 优化后的照度变化曲线如图 11 和图 12 所示。

从图 11 和图 12 可以看到, 目标面中间的照度均出现弱化的现象, 从数据上来看双自由曲面透镜

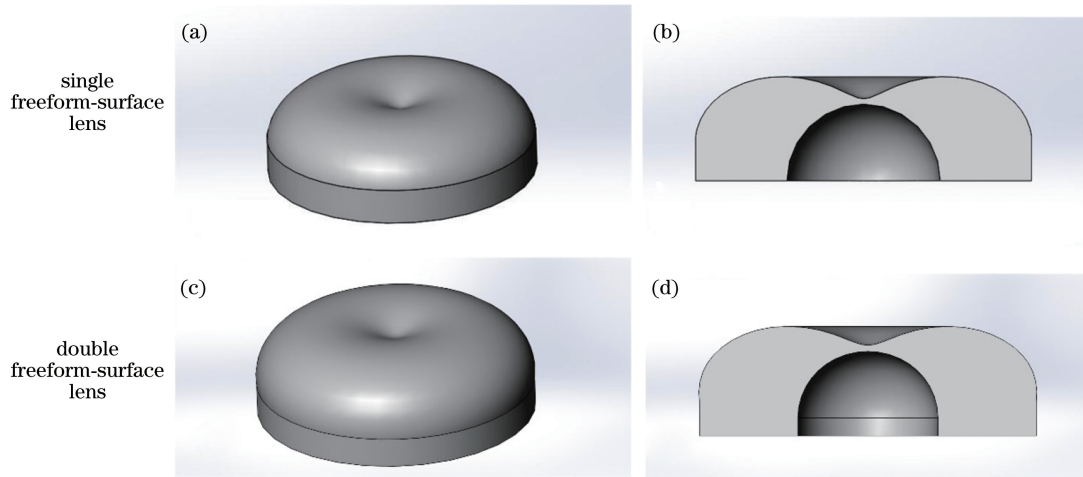


图 7 透镜的三维模型。(a)(c)三维结构;(b)(d)截面图

Fig. 7 Three-dimensional model of lens. (a)(c) Three-dimensional structure; (b)(d) cross-sectional view

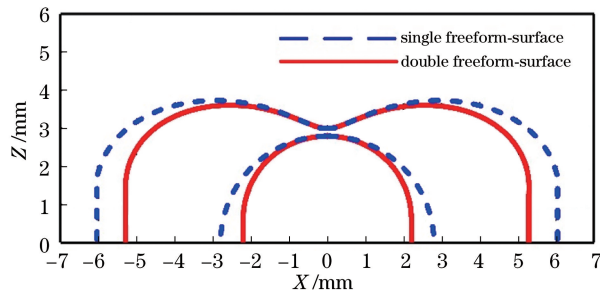


图 8 两种自由曲面透镜轮廓的对比

Fig. 8 Comparison of two freeform-surface lens profiles

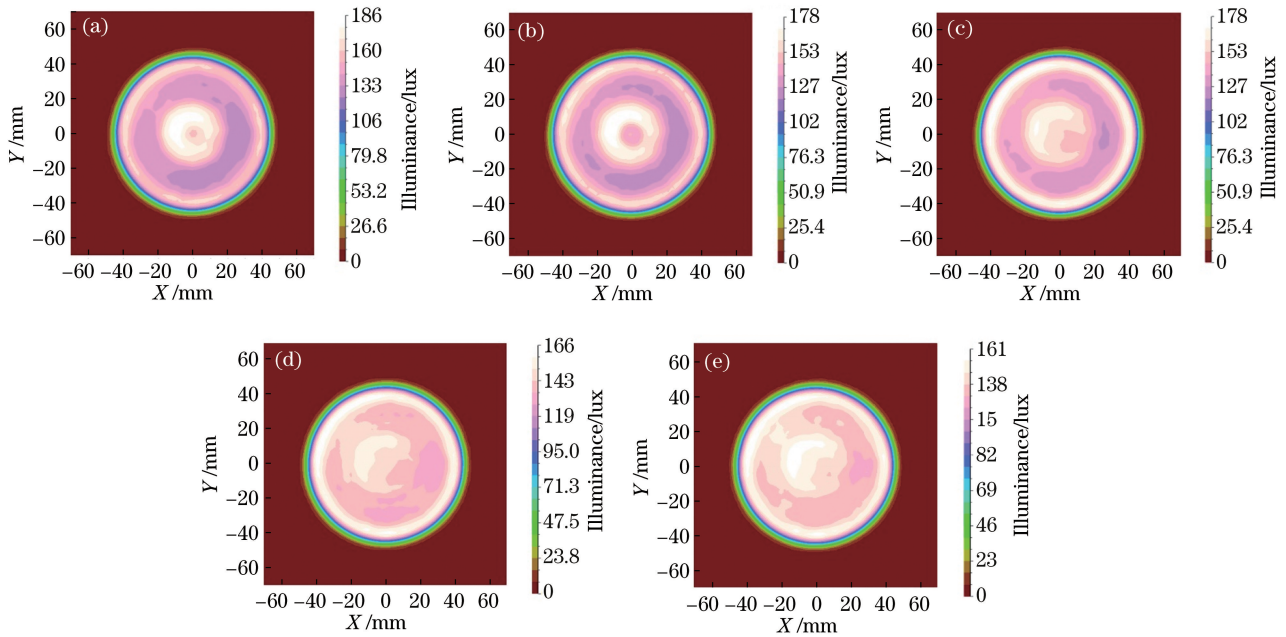


图 9 不同优化次数的单自由曲面透镜的照度对比图。(a)原始图像;(b)1次;(c)2次;(d)3次;(e)4次

Fig. 9 Illumination comparison charts of single freeform-surface lens with different optimization times.

(a) Original image; (b) once; (c) twice; (d) three times; (e) four times

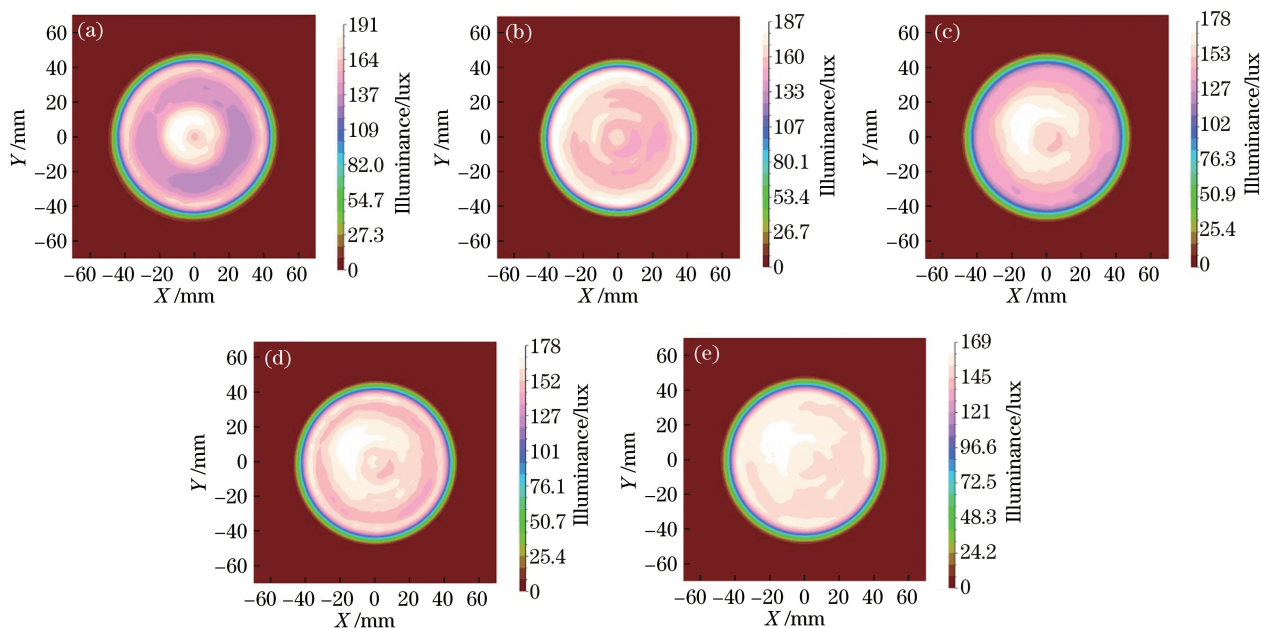


图 10 不同优化次数的双自由曲面透镜的照度对比图。(a)原始图像;(b)1次;(c)2次;(d)3次;(e)4次

Fig. 10 Illumination comparison charts of double freeform-surface lens with different optimization times.

(a) Original image; (b) once; (c) twice; (d) three times; (e) four times

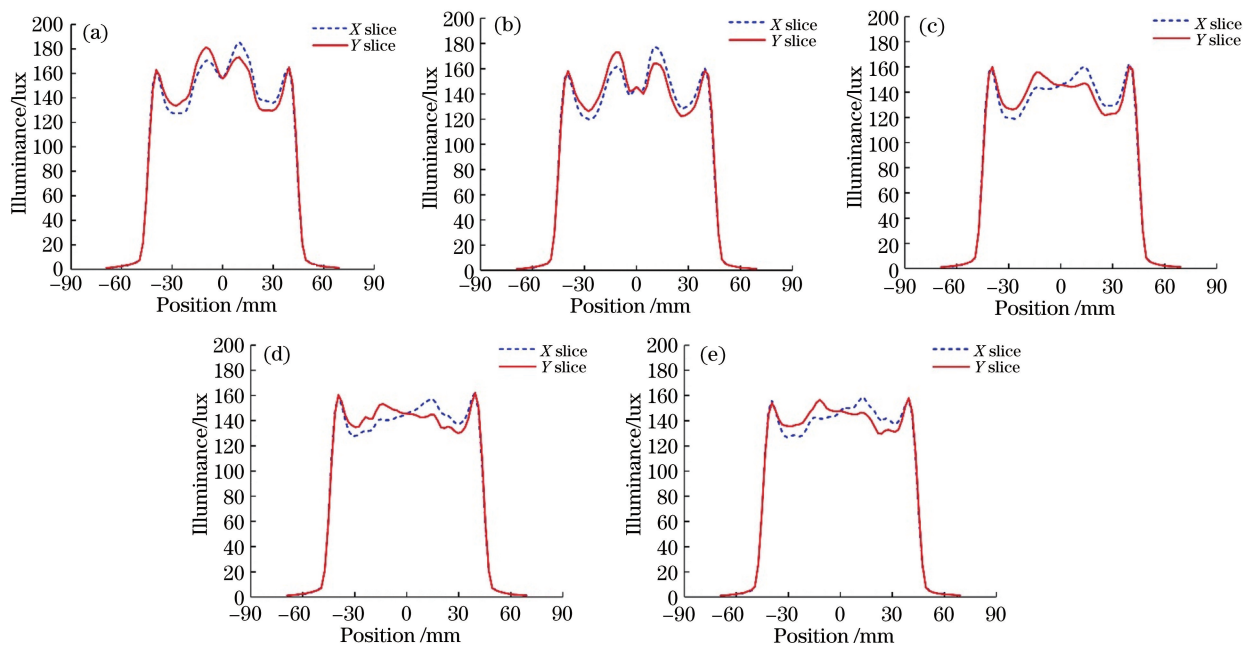


图 11 不同优化次数的单自由曲面透镜的照度曲线图。(a)原始图像;(b)1次;(c)2次;(d)3次;(e)4次

Fig. 11 Illuminance curves of single freeform-surface lens with different optimization times.

(a) Original image; (b) once; (c) twice; (d) three times; (e) four times

的照度均匀度比单自由曲面透镜高 3.76%，能量利用率仅降低 0.28%。从图 11 和图 12 可以看到，经过数次优化后，目标面中心的暗区消失。使用光学仿真软件来计算得到照度均匀度并代入(12)式和(13)式，得到单、双自由曲面透镜的照度均匀度分别为 80.48%和 87.05%，能量利用率分别为 88.61%和 91.23%。优化后的双自由曲面透镜的照度均匀

度比单自由曲面透镜高 6.57 个百分点，能量利用率高 2.62 个百分点。为了直观地观察两种透镜的照度均匀度和能量利用率的变化情况，将数据整理后得到折线图，如图 13 所示。从图 8 和图 13 可以看到，与传统的单自由曲面透镜相比，设计的双自由曲面透镜在不降低系统效率的同时还可以解决系统的小型化等问题，并且可以提高照度均匀度。

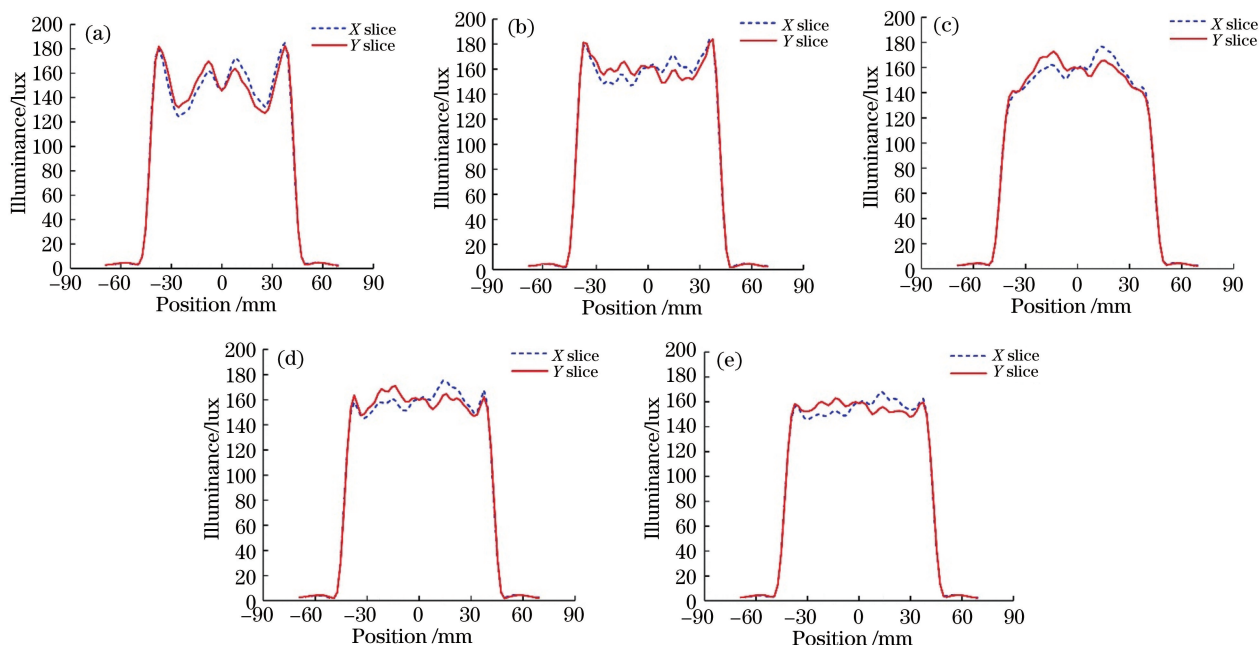


图 12 不同优化次数的双自由曲面透镜的照度曲线图。(a)原始图像;(b)1次;(c)2次;(d)3次;(e)4次
Fig. 12 Illuminance curves of double freeform-surface lens with different optimization times.

(a) Original image; (b) once; (c) twice; (d) three times; (e) four times

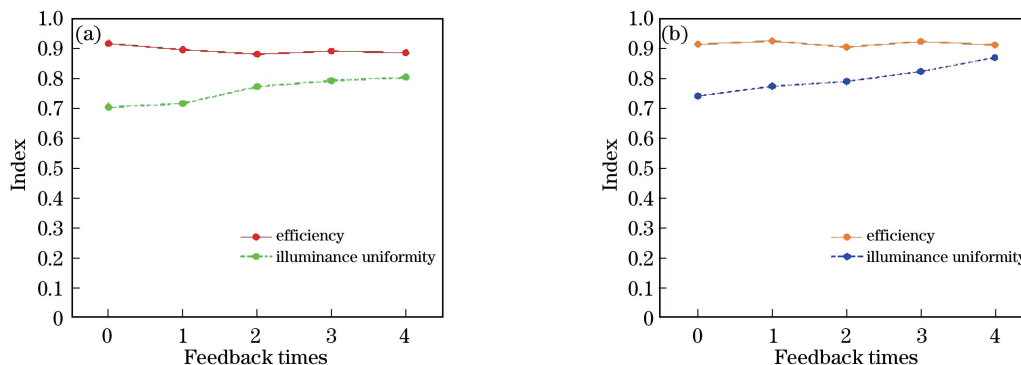


图 13 不同透镜的照度均匀度和系统效率。(a)单自由曲面透镜;(b)双自由曲面透镜

Fig. 13 Illumination uniformity and system efficiency of different lenses. (a) Single freeform-surface lens;
(b) double freeform-surface lens

4 结 论

针对 LED 实际光源设计一种高 DHR 的双自由曲面透镜。采用蒙特卡罗光线追迹方法研究透镜的光学性能。仿真结果表明,该方法可以实现目标平面上的照度均匀分布,均匀度达到 74.19%。对双自由曲面结构进行优化,照度均匀度达到 87.05%,能量利用率为 91.23%。在不影响系统效率的前提下,照度均匀度明显提升。与单自由曲面透镜相比,无论是优化前还是优化后的照度均匀度和能量利用率均有所提高,并且横向尺寸减少 10.50%,厚度减少 2.95%。设计的双自由曲面透镜不仅可以有效地改善照度均匀度,在系统小型化方面也有一定优势。该透镜可应用于背光等需要近

距离照明的光学系统,对于尺寸很小的透镜而言,实际光源尺寸不可被忽略,所以构建的双自由曲面透镜在构建完实体模型之后,还需要继续优化以提高光学性能,在后续的工作中将针对扩展光源以直接设计自由曲面进行研究。

参 考 文 献

[1] Wu R M, Zheng Z R, Li H F, et al. Optimization design of irradiance array for LED uniform rectangular illumination[J]. Applied Optics, 2012, 51(13): 2257-2263.
[2] Ma D L, Feng Z X, Liang R G. Freeform illumination lens design using composite ray mapping [J]. Applied Optics, 2015, 54(3): 498-503.

- [3] Zhu Z B, Yuan X H, Liang R G, et al. Free-form surface generation in a double pole coordinate system for off-axis illumination application [J]. *Applied Optics*, 2017, 56(4): 771-776.
- [4] Wang K, Han Y J, Li H T, et al. Overlapping-based optical freeform surface construction for extended lighting source[J]. *Optics Express*, 2013, 21(17): 19750-19761.
- [5] Mao X L, Li H T, Han Y J, et al. A two-step design method for high compact rotationally symmetric optical system for LED surface light source[J]. *Optics Express*, 2014, 22(S2): S233-S247.
- [6] Grabovičkić D, Benítez P, Miñano J C. Free-form V-groove reflector design with the SMS method in three dimensions [J]. *Optics Express*, 2011, 19(S4): S747-S756.
- [7] Yan W P, Guo Z N, Lin J B, et al. Direct-down LED panel light design for uniform illumination [J]. *Journal of Optoelectronics • Laser*, 2014, 25(10): 1878-1885.
颜稳萍, 郭震宁, 林介本, 等. 直下式 LED 平板灯的均匀照明设计[J]. *光电子 • 激光*, 2014, 25(10): 1878-1885.
- [8] Li Z T, Yu S D, Lin L W, et al. Energy feedback freeform lenses for uniform illumination of extended light source LEDs [J]. *Applied Optics*, 2016, 55(36): 10375-10381.
- [9] Wu H, Zhang X M, Ge P. Modular design of a high-efficiency LED headlamp system based on freeform reflectors [J]. *Optics & Laser Technology*, 2015, 72: 79-85.
- [10] Wei S L, Zhu Z B, Fan Z C, et al. Multi-surface catadioptric freeform lens design for ultra-efficient off-axis road illumination[J]. *Optics Express*, 2019, 27(12): A779-A789.
- [11] Wang G Z, Wang L L, Li L, et al. Secondary optical lens designed in the method of source-target mapping [J]. *Applied Optics*, 2011, 50(21): 4031-4036.
- [12] Huang D, Feng Q B, Tang T, et al. Design method for surface energy mapping optimization based on extended light source[J]. *Acta Optica Sinica*, 2019, 39(12): 1222003.
黄丹, 冯奇斌, 唐天, 等. 基于扩展光源的曲面能量映射优化设计方法[J]. *光学学报*, 2019, 39(12): 1222003.
- [13] Zhao W, Liu X, Li H F. Design of laser projection display illumination system based on freeform surface array [J]. *Acta Optica Sinica*, 2018, 38(6): 0622001.
赵伟, 刘旭, 李海峰. 基于自由曲面阵列的激光投影显示照明系统设计[J]. *光学学报*, 2018, 38(6): 0622001.
- [14] Wu R M, Chang S Q, Zheng Z R, et al. Formulating the design of two freeform lens surfaces for point-like light sources[J]. *Optics Letters*, 2018, 43(7): 1619-1622.
- [15] Chen J J, Wang T Y, Huang K L, et al. Freeform lens design for LED collimating illumination [J]. *Optics Express*, 2012, 20(10): 10984-10995.
- [16] Hu R, Luo X B. Adding an extra condition: a general method to design double freeform-surface lens for LED uniform illumination [J]. *Journal of Solid State Lighting*, 2014, 1(1): 1-9.
- [17] Yan W P, Guo Z N, Lin J B, et al. Design of double freeform-surface lens with large view angle for uniform illumination of the near-field [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2015, 44(1): 0122002.
颜稳萍, 郭震宁, 林介本, 等. 实现近场均匀照明的双自由曲面大角度透镜设计[J]. *光子学报*, 2015, 44(1): 0122002.
- [18] Zhao H, Li C G, Chen Z T, et al. Design of collimating lens with uniform illumination for LED based on double freeform surface [J]. *Acta Optica Sinica*, 2017, 37(4): 0422001.
赵欢, 李长庚, 陈志涛, 等. 基于双自由曲面的 LED 均匀照明准直透镜设计[J]. *光学学报*, 2017, 37(4): 0422001.
- [19] Zhu M, Lou J, Pan Y J, et al. Design of freeform surface with uniform illumination based on new LED collimation system[J]. *Acta Optica Sinica*, 2018, 38(4): 0422002.
朱民, 楼俊, 潘玉珏, 等. 基于新型 LED 准直系统的自由曲面均匀照明设计[J]. *光学学报*, 2018, 38(4): 0422002.
- [20] Chen J J, Huang Z Y, Liu T S, et al. Freeform lens design for light-emitting diode uniform illumination by using a method of source-target luminous intensity mapping[J]. *Applied Optics*, 2015, 54(28): E146-E152.
- [21] Liu P, Wu R M, Zheng Z R, et al. Optimized design of LED freeform lens for uniform circular illumination [J]. *Journal of Zhejiang University SCIENCE C*, 2012, 13(12): 929-936.
- [22] Hu X J, Qian K Y. Optimal design of optical system for LED road lighting with high illuminance and luminance uniformity[J]. *Applied Optics*, 2013, 52(24): 5888-5893.