

聚焦贝塞尔光束在大气湍流中的螺旋相位谱

韦宏艳*, 闫玢霖, 贾鹏, 蔡冬梅

太原理工大学物理与光电工程学院, 山西 太原 030024

摘要 涡旋光束在大气中传输时的湍流效应导致其轨道角动量发生串扰, 传输质量下降。为了有效减小光波在大气传输中的湍流影响, 探索减缓湍流效应的措施, 利用螺旋谱分析理论, 研究了各向异性非 Kolmogorov 大气湍流及光束参数对聚焦贝塞尔光束的螺旋谱展宽和接收功率的影响。结果表明, 光束的波长、拓扑荷数、束腰半径、宽度参数以及湍流的强度、各向异性程度、内外尺度均会对接收功率产生影响。通过多层相位屏模拟法对比研究了聚焦与准直贝塞尔光束的螺旋谱分布情况, 分析得出聚焦贝塞尔光束的接收功率更高、串扰功率更低。

关键词 大气光学; 聚焦贝塞尔光束; 各向异性大气湍流; 轨道角动量; 螺旋谱

中图分类号 O436

文献标志码 A

doi: 10.3788/AOS202040.2401001

Spiral Phase Spectrum of Focused Bessel Beams in Atmospheric Turbulence Channel

Wei Hongyan*, Yan Jielin, Jia Peng, Cai Dongmei

Institute of Physics and Optoelectronics Engineering, Taiyuan University of Technology, Taiyuan, Shanxi 030024, China

Abstract When the vortex beams propagate in the atmosphere, the turbulence effect causes the crosstalk of its orbital angular momentum, which reduces the transmission quality. In order to effectively reduce the influence of turbulence on the propagation of light waves in the atmosphere and explore the measures to slow down the turbulence effect, the influences of anisotropic non-Kolmogorov atmospheric turbulence and beam parameters on the spiral spectrum broadening and receiving power of focused Bessel beams are studied by using the spiral spectrum analysis theory. The results show that the wavelength, topological charge, waist radius, width parameters, turbulence intensity, anisotropy, and internal and external scales all affect the received power. In addition, the spiral spectrum distribution of focused and collimated Bessel beams is comparably studied by using multi-layer phase screen simulation method. It is concluded that the focused Bessel beam has higher receiving power and lower crosstalk power.

Key words atmospheric optics; focused Bessel beam; anisotropic atmospheric turbulence; orbital angular momentum; spiral spectrum

OCIS codes 010.1300; 010.1330; 050.4865

1 引 言

自由空间光通信^[1]是以光束作为载波、大气作为传输介质实现大容量信息的传递, 目前面临着传输容量不足和信道阻塞等问题。携带轨道角动量(OAM)的涡旋光束^[2]可以在不增加光谱带宽的情况下显著地提升光通信系统的信道容量。然而, 涡旋光束在大气湍流中传输时, 大气湍流效应造成了光束相位畸变、强度起伏等现象, 导致其 OAM 态发

生串扰, 从而降低了系统的信道容量。贝塞尔高斯涡旋光束(BGB)因其无衍射特性得到了研究者的广泛关注, 并取得了一些研究成果^[3-9]。在 OAM 态串扰方面, 柯熙政和郭新龙^[10]研究了大气斜程传输条件下高阶贝塞尔高斯光束的 OAM 弥散, Ou 等^[11]研究了非 Kolmogorov 湍流中 BGB 的螺旋谱及其通信信道容量, Cheng 等^[12]讨论了非对称各向异性湍流涡旋对部分相干 BGB 的 OAM 模式探测概率的影响, Xu 和 Zhang^[13]研究了中度到强度波动对湍流

收稿日期: 2020-07-15; 修回日期: 2020-08-19; 录用日期: 2020-09-15

基金项目: 国家自然科学基金(61805173)

* E-mail: why_1221@126.com

中 BGB 所携带的 OAM 模式传播的影响。上述研究主要是对准直 BGB 的研究,聚焦 BGB 在各向异性大气湍流信道中的传输特性研究尚未见报道。

本文以聚焦 BGB 为模型,对其在各向异性大气湍流信道的传输特性进行理论分析,推导得到了接收光束的螺旋谱解析表达式,数值分析了聚焦 BGB 在自由空间中传输的光强分布特性以及大气湍流参数和光束参数对聚焦 BGB 在大气中传输的影响,发现聚焦后的 BGB 可以减弱涡旋光通信的湍流效应,这些研究结果对提高涡旋光通信质量具有指导意义。

2 聚焦 BGB 的光强分布特性

源平面上径向坐标和角向坐标分别为 r 和 θ 的贝塞尔-高斯涡旋光束的场^[14]可以写为

$$U_0(r, \theta) = J_l(a_B r) \exp(-k\alpha_0 r^2) \exp(-il\theta), \quad (1)$$

式中: l 为 OAM(拓扑荷)数; $J_l(\cdot)$ 为第一类贝塞尔函数; a_B 为宽度参数; $k = 2\pi/\lambda$ 为波长为 λ 的波数; $\alpha_0 = 1/(k\omega_0^2) + i/(2F_0)$, 其中, ω_0 和 F_0 分别指输入激光的高斯束腰半径和聚焦参数,当 F_0 为无

穷大时,光束为准直光束。根据文献[15-16],当聚焦参数 F_0 等于传输距离 L 时,光束聚焦且传输至接收平面处,达到最小光束尺寸。因此本文中将 $F_0 = L$ 的 BGB 称为聚焦 BGB。

根据扩展惠更斯-菲涅耳原理,光束在自由空间中传输 L , 到达接收平面处的光场^[17]为

$$U_1(\rho, \varphi, L) = \frac{\exp(ikL)}{1 + 2i\alpha_0 L} J_l\left(\frac{a_B \rho}{1 + 2i\alpha_0 L}\right) \cdot \exp\left[\frac{-ia_B^2 L - 2\alpha_0 k^2 \rho^2}{2k(1 + 2i\alpha_0 L)}\right] \exp(-il\varphi), \quad (2)$$

式中: ρ, φ 分别为接收平面极坐标中的径向参数和角向参数。

图 1 所示为 $l=3$ 的聚焦、准直 BGB 在真空中传输 1000 m 的光强分布示意图。图 1(b)、(e) 分别表示聚焦、准直 BGB 在真空中传输 1000 m 的侧视图。图 1(a)、(c) 分别表示聚焦 BGB 在源平面、接收平面处的光强分布,图 1(d)、(f) 分别表示准直 BGB 在源平面、接收平面处的光强分布。由图可得准直 BGB 在传输过程中由于衍射等效应,光束尺寸随传输距离的增大逐渐扩展,而聚焦 BGB 因受聚焦效应的影响,光束尺寸逐渐减小。

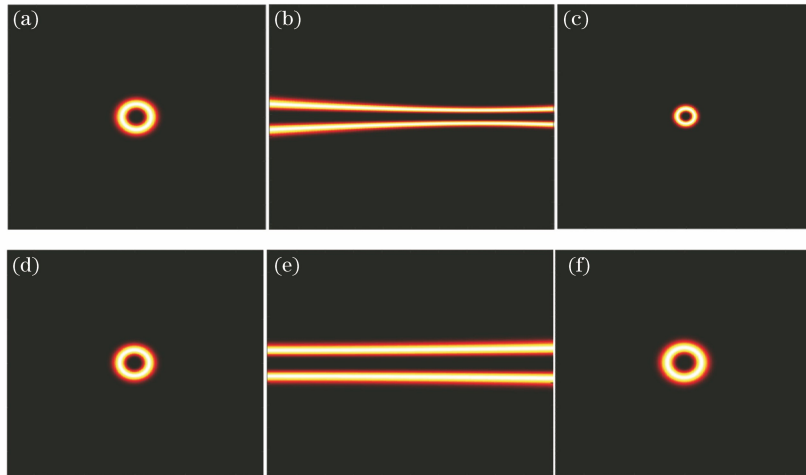


图 1 聚焦、准直 BGB 在真空中传输 1000 m 的光强分布示意图。(a)聚焦 BGB 源平面光强;(b)聚焦 BGB 传输 1000 m 时的侧视图;(c)聚焦 BGB 接收平面光强;(d)准直 BGB 源平面光强;(e)准直 BGB 传输 1000 m 时的侧视图;(f)准直 BGB 接收平面光强

Fig. 1 Intensity distributions of focused and collimated BGBs propagating 1000 m in vacuum. (a) Intensity of focused BGB at source plane; (b) side view of focused BGB after transmitting 1000 m; (c) intensity of focused BGB at receiving plane; (d) intensity of collimated BGB at source plane; (e) side view of collimated BGB after transmitting 1000 m; (f) intensity of collimated BGB at receiving plane

3 螺旋谱特性

3.1 理论推导

光束传播时,大气湍流引起的相位畸变会干扰

光波的复振幅。BGB 在大气湍流中传输 L 时的复振幅可以表示为

$$U(\rho, \varphi, L) = U_1(\rho, \varphi, L) \exp[\Phi(\rho, \varphi, L)], \quad (3)$$

式中: $\exp[\Phi(\rho, \varphi, L)]$ 表示大气湍流引起的随机复

相位扰动。

研究表明, BGB 在自由空间的 OAM 模式是守恒的^[18], 大气湍流中折射率不均匀的大气散射影响可能会改变其 OAM 模式。因此, 利用螺旋谐波的叠加理论, 接收平面处的光束可以表示为携带相位因子 $\exp(in\varphi)$ 的螺旋谐波的叠加^[19], 从而形成了螺旋谱, 即

$$U(\rho, \varphi, L) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \beta_n(\rho, L) \exp(in\varphi), \quad (4)$$

$$\beta_n(\rho, L) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{2\pi} U(\rho, \varphi, L) \exp(-in\varphi) d\varphi, \quad (5)$$

式中: β_n 为系数; n 表示螺旋谐波的 OAM 指数。

将(3)式代入(5)式, 取湍流的系综平均值, 得到近轴通道中光束的模式概率密度为

$$\begin{aligned} \langle |\beta_n(\rho, L)|^2 \rangle &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} U_1(\rho, \varphi, L) U_1^*(\rho', \varphi', L) \exp[-in(\varphi - \varphi')] \times \\ &\quad \langle \exp[\Phi(\rho, \varphi, L)] + \exp^*[\Phi(\rho', \varphi', L)] \rangle d\varphi d\varphi', \end{aligned} \quad (6)$$

式中: $U_1^*(\cdot)$ 为 BGB 在自由空间中传输 L 时复振幅的复数共轭; ρ', φ' 为接收平面波束二维坐标矢量; $\exp^*[\cdot]$ 为 $\exp[\cdot]$ 的复数共轭; $\langle \cdot \rangle$ 为系综平

均。应用波结构函数的二次近似^[20], (6)式的最后一项可近似为

$$\langle \exp[\Phi(\rho, \varphi, L)] + \exp^*[\Phi(\rho', \varphi', L)] \rangle \approx \exp\left\{ \frac{-[2\rho^2 - 2\rho'^2 \cos(\varphi - \varphi')]}{\rho_0^2} \right\}. \quad (7)$$

将(7)式代入(6)式可得

$$\begin{aligned} \langle |\beta_n(\rho, L)|^2 \rangle &= \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} U_1(\rho, \varphi, L) U_1^*(\rho', \varphi', L) \exp[-in(\varphi - \varphi')] \times \\ &\quad \exp\left\{ \frac{-[2\rho^2 - 2\rho'^2 \cos(\varphi - \varphi')]}{\rho_0^2} \right\} d\varphi d\varphi', \end{aligned} \quad (8)$$

式中: ρ_0 是在各向异性 non-Kolmogorov 湍流中传播的球面波的空间相干半径^[21], 即

$$\rho_0 = \left\{ \mu^{2-\alpha} \frac{\pi^2 k^2 LA(\alpha)}{6(\alpha-2)} C_n^2 \left[\kappa_l'^{2-\alpha} \gamma \exp\left(\frac{\kappa_0^2}{\kappa_l^2}\right) \Gamma\left(2 - \frac{\alpha}{2}, \frac{\kappa_0^2}{\kappa_l^2}\right) - 2\kappa_0'^{4-\alpha} \right] \right\}^{-1/2}, \quad (9)$$

$$A(\alpha) = \frac{\Gamma(\alpha-1)}{4\pi^2} \sin\left[\frac{\pi}{2}(\alpha-3)\right], \quad (10)$$

$$c(\alpha) = \left[\pi A(\alpha) \Gamma\left(\frac{-\alpha+3}{2}\right) \frac{-\alpha+3}{3} \right]^{\frac{1}{\alpha-3}}, \quad (11)$$

式中: $A(\alpha)$ 为常数, 用于确保折射率结构常数与其功率谱相一致; μ 为大气湍流各向异性系数; α 为 non-Kolmogorov 湍流功率谱指数, 其范围为 $3 < \alpha < 4$; C_n^2 表示湍流折射率结构常数; κ_l' 为小尺度湍流空间截止频率, $\kappa_l'^2 = \kappa_l^2 / \mu^2$; κ_l 为大气湍流内尺度参数, $\kappa_l = c(\alpha) / l_0$, 其中, $c(\alpha)$ 为系数, l_0 为湍流内

尺度; κ_0' 为大尺度湍流空间截止频率, $\kappa_0'^2 = \kappa_0^2 / \mu^2$; κ_0 为大气湍流外尺度参数, $\kappa_0 = 4\pi / L_0$, 其中, L_0 为湍流外尺度; γ 为大气湍流因子, $\gamma = 2\kappa_0'^2 - 2\kappa_l'^2 + \alpha\kappa_l'^2$; $\Gamma(x, y)$ 为不完全伽马函数; $\Gamma(\cdot)$ 为伽马函数。

将(2)式代入(8)式, 通过积分得到大气湍流中 BGB 的 OAM 模式概率表达式为

$$\begin{aligned} \langle |\beta_n(\rho, L)|^2 \rangle &= \left| \frac{2\pi}{1 + (2\alpha_0 L)^2} \right| \left| J_l\left(\frac{a_B \rho}{1 + 2i\alpha_0 L}\right) \right|^2 \left| \exp\left(\frac{2\alpha_0 a_B^2 L^2 - 2\alpha_0 k^2 \rho^2}{k(1 + 2i\alpha_0 L)}\right) \right| \times \\ &\quad \exp\left(-\frac{2\rho^2}{\rho_0^2}\right) I_{n-l}\left(\frac{2\rho^2}{\rho_0^2}\right), \end{aligned} \quad (12)$$

式中: $I_{n-l}(\cdot)$ 为第一类修正贝塞尔函数。BGB 经过各向异性 non-Kolmogorov 湍流传播, 其在接收平面上的 OAM 态的概率为

$$P_n = \frac{\int_0^R \langle |\beta_n(\rho, L)|^2 \rangle \rho d\rho}{\sum_{m=-\infty}^{\infty} \int_0^R \langle |\beta_m(\rho, L)|^2 \rangle \rho d\rho}, \quad (13)$$

式中: m 为拓扑荷数; R 是探测器孔径半径。当发射平面处光束的 OAM 模式为 l 时, 接收功率 P_l [(13) 式中 $n=l$ 时] 被定义为在接收平面处检测到 OAM 模式为 l 的概率, 串扰功率 $P_{l+\Delta l}$ [(13) 式中 $n=l+\Delta l$ 时] 定义为在接收平面处检测到的 OAM 模式为 $l+\Delta l$ 的概率, 其中, Δl 为 OAM 量子数差 ($\Delta l \neq 0$)。

3.2 数值计算与分析

本节利用 3.1 节中推导出的解析式 [(13) 式], 研究了聚焦 BGB 在各向异性大气湍流中的螺旋谱特性。除非另有说明, 本文数值计算的主要参数为: $l=3$, $a_B=50 \text{ m}^{-1}$, $\lambda=1310 \text{ nm}$, $w_0=0.02 \text{ m}$, $R=0.05 \text{ m}$, $C_n^2=10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$, $l_0=0.001 \text{ m}$, $L_0=10 \text{ m}$, $L=1000 \text{ m}$, $F_0=1000 \text{ m}$, $\alpha=3.66$ 。

图 2 为不同聚焦参数 F_0 的 BGB 在大气湍流中传输至 1000 m 的接收功率及串扰功率。其中圆圈+实线表示接收功率 P_l , 菱形+虚线表示串扰功率 $P_{l+\Delta l}$ ($\Delta l=1$)。由图 2 可见, 随着 F_0 的增大, 接收功率先增大后减小, 当 $F_0=1000 \text{ m}$ 时接收功率达到最大值, 相应地串扰功率在 $F_0=1000 \text{ m}$ 时达到最小。这个结果说明当聚焦参数与传输距离相等时, BGB 的聚焦效果达到最佳, 这也验证了第 2 节对聚焦的理论分析。

自由空间光通信中波长的选择是提高通信性能的关键, 图 3(a) 给出了波长对接收功率的影响。由

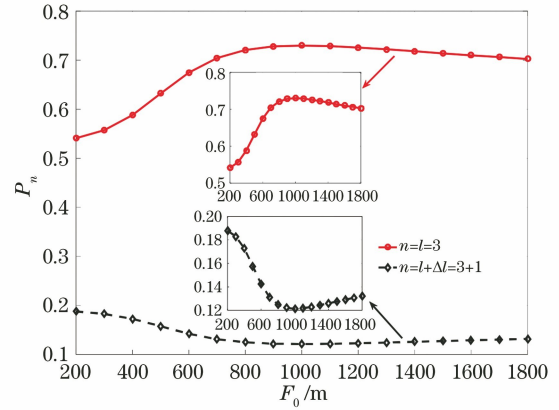


图 2 不同聚焦参数 F_0 的 BGB 在大气湍流中的接收功率及串扰功率

Fig. 2 Receiving power and crosstalk power of BGB with different focusing parameters F_0 in atmospheric turbulence

图 3(a) 可得, 在传输过程中波长越长的聚焦 BGB, 接收功率越大, 但随着传输距离接近焦平面, 不同波长的光束接收功率趋于一致。这是因为光束的聚焦效果与瑞利距离 ($Z_r = \pi w_0^2 / \lambda$) 有关, 当瑞利距离远大于焦距 F_0 时, 聚焦效果较好, 而波长短的光束瑞利距离大, 因此短波长光束的聚焦效果好, 其接收功率也随之增大。图 3(b) 为不同拓扑荷数下聚焦 BGB 的接收功率, 可以看出: 随着拓扑荷数的增大, 光束接收功率减小, 当拓扑荷数较小时, 接收功率随着拓扑荷数的增大有较明显的减小 ($l=1$ 和 $l=3$ 间的差值较大), 当拓扑荷数较大时, 接收功率随着拓扑荷数的增大减小不明显 ($l=7$ 和 $l=9$ 间的差值较小), 即接收功率的值逐渐趋于稳定。

图 4(a) 中, 传输距离大于 300 m 后, w_0 越大的聚焦 BGB 在接收(焦)平面处的接收功率越大, 这是因为 w_0 与瑞利距离有关, w_0 越大则瑞利距离越大, 从而导致聚焦效果越好。图 4(b) 所示为不同宽

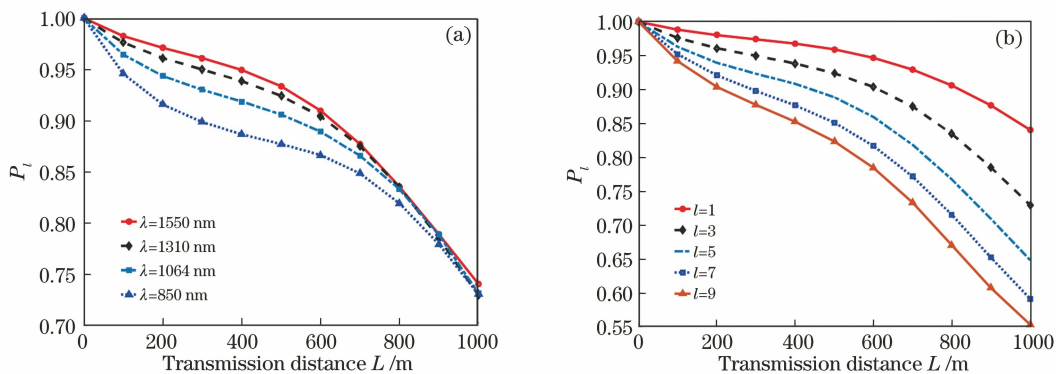


图 3 不同波长、拓扑荷数对接收功率的影响。(a) 波长; (b) 拓扑荷数

Fig. 3 Influences of wavelength and topological charge on receiving power. (a) Wavelength; (b) topological charge

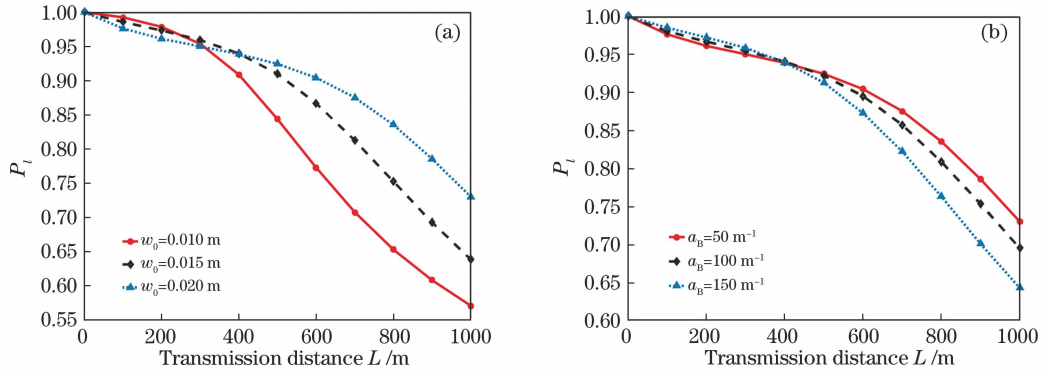


图 4 不同束腰半径、宽度参数对接收功率的影响。(a)束腰半径;(b)宽度参数

Fig. 4 Influences of waist radius and width parameter on receiving power. (a) Waist radius; (b) width parameter

度参数对聚焦 BGB 接收功率的影响。由图可见,光束传输至 400 m 前时,宽度参数较大的接收功率相对较大,但光束传输至 400~1000 m 时结果相反。因此对于聚焦 BGB,需采用较小的宽度参数。

由图 5(a)可得,湍流强度越大,聚焦 BGB 的接收功率越小。图 5(b)中,接收功率随各向异性系数的增大而增大,这是由于湍流各向异性越强,光束在传输中受到的干扰越小。

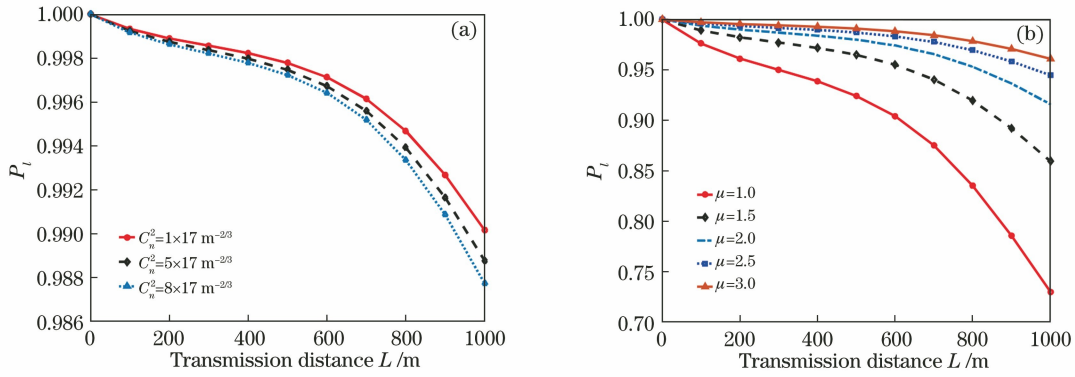


图 5 不同湍流强度、各向异性系数对接收功率的影响。(a)湍流强度;(b)各向异性系数

Fig. 5 Influences of turbulence intensity and anisotropy coefficient on receiving power.

(a) Turbulence intensity; (b) anisotropy coefficient

图 6(a)、(b)分别为不同内、外尺度对接收功率的影响。由图 6(a)可知,湍流内尺度越小则接收功率越小,这是由于湍流内尺度 l_0 是惯性范围的下

限, l_0 的减小使湍流中有更多的湍流单元,相当于湍流强度的增大。图 6(b)中湍流外尺度的增大会导致接收功率减小,然而当 $L_0 > 10$ m 后,湍流外尺

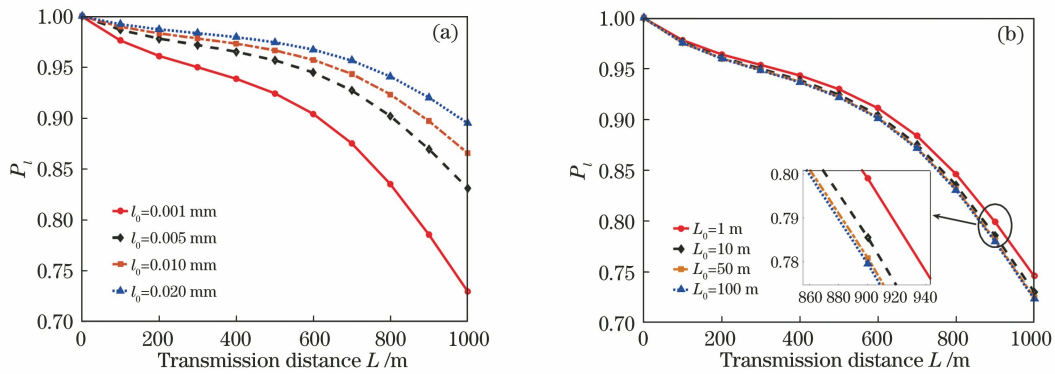


图 6 不同湍流内尺度、外尺度对接收功率的影响。(a)湍流内尺度;(b)湍流外尺度

Fig. 6 Influences of internal and external scales of turbulence on received power. (a) Internal scale of turbulence;

(b) external scale of turbulence

度的增大对接收功率的影响可以忽略。

为了探索降低湍流效应的措施,本文将聚焦 BGB 与准直 BGB 进行对比分析。图 7 所示为不同拓扑荷数的准直 BGB、聚焦 BGB 在湍流中传输至 1000 m 时的螺旋谱分布,其中右侧横坐标为光束在发射平面的 OAM 模式,左侧横坐标为接收平面的 OAM 模式,纵坐标为检测概率。在

同一横坐标下,数值高的柱体为接收功率,其相邻的柱体为串扰功率($\Delta l=1$)。由图可得:发射端 OAM 指数越大的光束在接收端的接收功率越小、串扰功率越大。对比图 7(a)、(b)可知,在相同条件下聚焦 BGB 的接收功率更大,串扰功率更小,这说明聚焦使 BGB 抗湍流能力加强、传输质量提高。

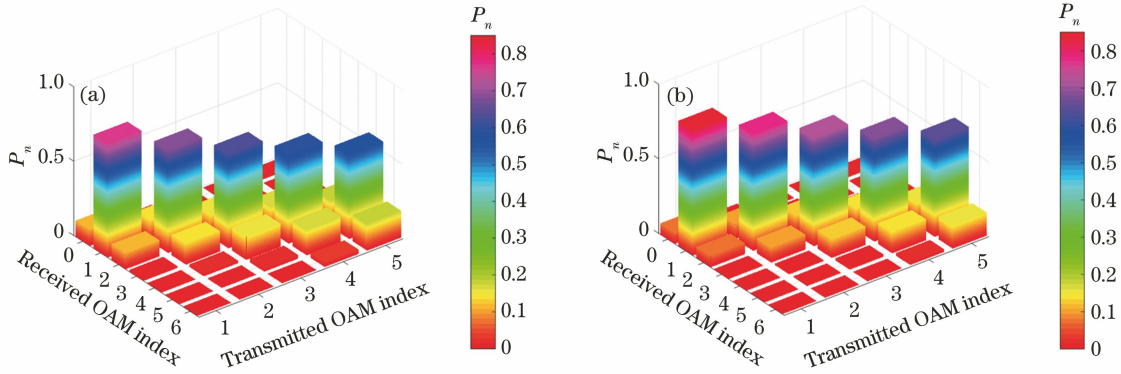


图 7 不同拓扑荷数的 BGB 在湍流中传输的螺旋谱分布。(a)准直 BGB;(b)聚焦 BGB

Fig. 7 Spiral spectrum distributions of BGBs with different topological charges propagating in turbulence.

(a) Collimated BGB; (b) focused BGB

4 模拟结果与分析

通过功率谱反演法产生相位屏,并采用多层相位屏法模拟对比了准直、聚焦 BGB 经过大气湍流传输后的螺旋谱分布。多层相位屏法的主要思想是:将光束的传输路径 L 分成 N 段,每一段的传输距离 $\Delta L=L/N$,将每段距离中大气湍流对光束的影响用相位屏体现,当光束穿过多层相位屏即模拟了通过真实湍流环境的情况。

本节采用 MATLAB 软件进行模拟,模拟参数如下:网格数 $N_x、N_y$ 为 512,网格间距 $\Delta x=0.001$ m,传输距离 $L=1000$ m,相位屏间距 $\Delta L=100$ m,相位屏个数为 10,模拟次数为 200。模拟过

程如下:1)源平面(512×512)聚焦,准直 BGB 的光场经过自由空间传输并且会受每层相位屏(512×512)的影响,最后光束到达接收平面处,受湍流影响的光场 U 为 512×512 的离散点;2)将 U 代入(5)式,然后利用积分离散化的方法求解(5)式以及(13)式,从而求得 P_n 的值,即光束传输模拟一次的螺旋谱分布;3)由于大气湍流相位屏具有随机性,因此需要进行多次模拟并取平均,从而得到较稳定的螺旋谱分布结果。

图 8 模拟了不同拓扑荷数的聚焦、准直 BGB 在大气湍流中传输至 1000 m 时的螺旋谱分布,其中较细的条形图表示聚焦 BGB,而较粗的条形图表示准直 BGB。图 8(a)中发射光束的拓扑荷数 $l=1$,相

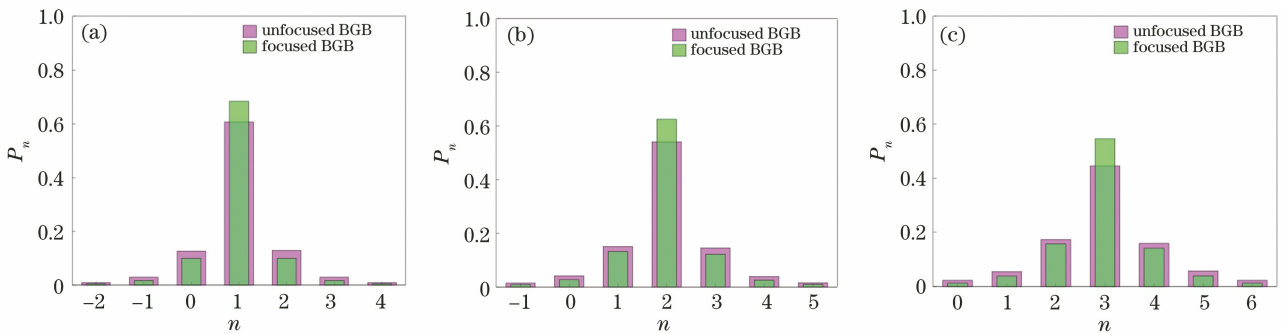


图 8 不同拓扑荷数的聚焦 BGB 在大气湍流中传输的螺旋谱分布。(a) $l=1$;(b) $l=2$;(c) $l=3$

Fig. 8 Spiral spectrum distributions of focused BGBs with different topological charges in atmospheric turbulence.

(a) $l=1$; (b) $l=2$; (c) $l=3$

应地,图中 $n=1$ 的条形表示其接收功率,图中 $n \neq 1$ 的条形表示其串扰功率,图 8(b)、(c)同理。对比三图可得,无论光束是准直光束还是聚焦光束,拓扑荷数较大的发射光束在接收端处的接收功率较小,同时串扰功率较大。另外,图 8(a)、(b)、(c)均体现出了聚焦 BGB 的接收功率更大、串扰功率更小。

5 结 论

理论分析了聚焦贝塞尔光束在真空中传输的光强分布特性,建立了各向异性 non-Kolmogorov 湍流下光束的螺旋谱以及 OAM 模式接收功率的理论模型,采用多层相位屏法进行模拟。结果表明:较长波长的聚焦 BGB 在湍流中传输时接收功率较大,但其聚焦效果不如短波长光束;拓扑荷数较小、束腰半径较大、宽度参数较小的聚焦 BGB 的接收功率较大;湍流强度越小、湍流内尺度越大、各向异性系数越大时,光束的接收功率越大,湍流外尺度对接收功率的影响越小。通过对比准直与聚焦 BGB 的计算结果,可以得到:聚焦 BGB 的尺寸更小且光强密度更大,其在传输过程减小了湍流对光束的影响,使在湍流中的接收功率较大。这些结果将有助于大气湍流中 OAM 编码光通信系统的选择、信号光光源的设计和优化。

参 考 文 献

- [1] Dikmelik Y, Davidson F M. Fiber-coupling efficiency for free-space optical communication through atmospheric turbulence [J]. *Applied Optics*, 2005, 44(23): 4946-4952.
- [2] Lu X H, Huang H Q, Zhao C L, et al. Optical vortex beams and optical vortices [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2008, 45(1): 50-56.
陆璇辉, 黄慧琴, 赵承良, 等. 涡旋光束和光学涡旋 [J]. *激光与光电子学进展*, 2008, 45(1): 50-56.
- [3] Ma X B, Li E B. Influence of atmospheric turbulence on the axial intensity of Bessel-Gauss beams [J]. *Opto-Electronic Engineering*, 2009, 36(6): 42-45.
马秀波, 李恩邦. 大气湍流对贝塞尔高斯光束轴上光强的影响 [J]. *光电工程*, 2009, 36(6): 42-45.
- [4] Li W L, Peng T R, Ma J Q. Analysis of influencing factors on quality of Bessel beam generated by deformable mirror [J]. *Acta Optica Sinica*, 2019, 39(8): 0826003.
李文来, 彭泰然, 马剑强. 变形镜生成贝塞尔光束的质量影响因素分析 [J]. *光学学报*, 2019, 39(8): 0826003.
- [5] Chen F N, Chen J J, Zhao Q, et al. Properties of high order Bessel Gaussian beam propagation in non-Kolmogorov atmosphere turbulence [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2012, 39(9): 0913001.
陈斐楠, 陈晶晶, 赵琦, 等. 高阶贝塞尔高斯光束在非柯尔莫哥诺夫大气中的传输特性 [J]. *中国激光*, 2012, 39(9): 0913001.
- [6] Wang H Y, Chen C L, Du J L, et al. Propagation of Bessel-Gaussian beam with optical vortices in turbulent atmosphere [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2013, 42(5): 505-510.
王海燕, 陈川琳, 杜家磊, 等. 贝塞尔高斯涡旋光束在大气湍流中的传输特性 [J]. *光子学报*, 2013, 42(5): 505-510.
- [7] Hu R, Chen J, Wu F T, et al. Partially coherent spiral self-accelerating Bessel beam [J]. *Acta Optica Sinica*, 2018, 38(11): 1126002.
胡润, 陈婧, 吴逢铁, 等. 部分相干螺旋自加速贝塞尔光束 [J]. *光学学报*, 2018, 38(11): 1126002.
- [8] Sun R D, Guo L X, Cheng M J, et al. Propagation characteristics of Bessel-Gaussian beam in anisotropic atmosphere [J]. *Acta Photonica Sinica*, 2018, 47(12): 1201002.
孙日东, 郭立新, 程明建, 等. 贝塞尔高斯光束在各向异性湍流中的传输特性 [J]. *光子学报*, 2018, 47(12): 1201002.
- [9] Ge X L, Yue X F, Wang B Y, et al. Beam spreading and phase singularities' behavior of non-diffracting vortex beams through turbulent atmosphere [J]. *Acta Optica Sinica*, 2019, 39(9): 0901001.
葛筱璐, 岳喜福, 王本义, 等. 湍流大气中无衍射涡旋光束的展览及相位奇点的演化 [J]. *光学学报*, 2019, 39(9): 0901001.
- [10] Ke X Z, Guo X L. Orbital angular momentum research of high order Bessel Gaussian beam in a slant atmosphere turbulence [J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2015, 44(12): 3744-3749.
柯熙政, 郭新龙. 大气斜程传输中高阶贝塞尔高斯光束轨道角动量的研究 [J]. *红外与激光工程*, 2015, 44(12): 3744-3749.
- [11] Ou J, Jiang Y S, Zhang J H, et al. Spreading of spiral spectrum of Bessel-Gaussian beam in non-Kolmogorov turbulence [J]. *Optics Communications*, 2014, 318: 95-99.
- [12] Cheng M J, Guo L X, Li J T, et al. Propagation properties of an optical vortex carried by a Bessel-Gaussian beam in anisotropic turbulence [J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2016, 33(8): 1442-1450.
- [13] Xu Y, Zhang Y X. Bandwidth-limited orbital angular momentum mode of Bessel Gaussian beams in the moderate to strong non-Kolmogorov turbulence [J].

- Optics Communications, 2019, 438: 90-95.
- [14] Eyyuboglu H T. Propagation of higher order Bessel-Gaussian beams in turbulence[J]. Applied Physics B, 2007, 88(2): 259-265.
- [15] Cang J, Zhang Y X. Propagation properties of focused partially coherent vortex beams in turbulent atmosphere[J]. Acta Photonica Sinica, 2009, 38(5): 1277-1282.
- [16] Zhou M Y, Zhou Y Q, Wu G F, et al. Reducing the cross-talk among different orbital angular momentum modes in turbulent atmosphere by using a focusing mirror[J]. Optics Express, 2019, 27(7): 10280-10287.
- [17] Eyyuboglu H T, Sermetlu E, Baykal Y, et al. Intensity fluctuations in J-Bessel-Gaussian beams of all orders propagating in turbulent atmosphere [J]. Applied Physics B, 2008, 93(2/3): 605-611.
- [18] Zhang Y X, Qi W H, Wang J Y, et al. Orbital angular momentum of single photons for optical communication in a slant path atmospheric turbulence [J]. Laser Journal, 2009, 30(5): 63-65.
- 张逸新, 齐文辉, 王建宇, 等. 斜程湍流大气光通信信道的单光子轨道角动量 [J]. 激光杂志, 2009, 30(5): 63-65.
- [19] Torner L, Torres J P, Carrasco S. Digital spiral imaging[J]. Optics Express, 2005, 13(3): 873-881.
- [20] Yura H T. Mutual coherence function of a finite cross section optical beam propagating in a turbulent medium [J]. Applied Optics, 1972, 11(6): 1399-1406.
- [21] Wu G H, Tong C M, Cheng M J, et al. Superimposed orbital angular momentum mode of multiple Hankel-Bessel beam propagation in anisotropic non-Kolmogorov turbulence [J]. Chinese Optics Letters, 2016, 14(8): 080102.