

# 用于概率整形信号的自适应载波相位恢复算法

林志颖, 杨彦甫\*, 向前, 辜超, 姚勇

哈尔滨工业大学(深圳)电子信息与工程学院, 广东 深圳 518055

**摘要** 为应对概率整形场景下载波相位恢复的问题,提出了一种基于统计分析的自适应算法。利用核密度估计进行概率整形信号的参数估计,从而估计得到信息熵,以辅助后续的基于半径定向的 4 次方频偏估计算法。运用估计出的概率整形参量进行信号的针对性归一化,用于后续基于盲相位搜索的载波相位噪声恢复。对该算法的频偏估计范围、信噪比及激光线宽容忍度进行了仿真分析。结果表明,所提方案能够应对不同的概率整形强度,在较大的信噪比范围内均能实现良好的载波相位恢复。此外,相对于用于标准信号的载波相位恢复算法,该方案达到最优性能时所需的滑动窗口长度更短并且拥有更高的估计精度。

**关键词** 光通信; 概率整形; 载波相位恢复; 核密度估计

**中图分类号** TN929.11

**文献标志码** A

**doi:** 10.3788/AOS202040.2306001

## Adaptive Carrier Phase Recovery Algorithm for Probabilistically Shaped Signals

Lin Zhiying, Yang Yanfu\*, Xiang Qian, Gu Chao, Yao Yong

*Department of Electronic and Information Engineering, Harbin Institute of Technology (Shenzhen),  
Shenzhen, Guangdong 518055, China*

**Abstract** To deal with the problem of carrier phase recovery in the probabilistic shaping (PS) scenarios, this paper proposed an adaptive algorithm based on statistical analysis. First, kernel density estimation was used for parameter estimation of the PS signals, and thereby the information entropy was estimated to assist the subsequent fourth-power frequency offset estimation (FOE) algorithm based on radius orientation. Then the estimated PS parameters were adopted to carry out targeted normalization of the signals for carrier phase noise recovery based on blind phase search. Furthermore, the FOE range, signal-to-noise ratio (SNR), and laser linewidth tolerance of the algorithm were simulated and analyzed. The results show that the proposed scheme can cope with different PS intensities and achieve good carrier phase recovery in a wide SNR range. In addition, compared with the carrier phase recovery algorithm for standard signals, the proposed scheme requires a shorter sliding window and has higher estimation accuracy when achieving optimal performance.

**Key words** optical communications; probabilistic shaping; carrier phase recovery; kernel density estimation

**OCIS codes** 060.1660; 060.2330; 060.4510

## 1 引 言

概率整形(PS)是按照各个星座点不同的先验概率传输信号并且将幅值较大的符号以较低的概率发送的过程。因此,概率整形可以优化传输方案,实现互信息(MI)的最大化。目前 PS 已被应用于不同的场景,包括跨洋<sup>[1-2]</sup>、无中继的光传输系统<sup>[3]</sup>以及宽传输距离系统<sup>[4]</sup>。尽管概率整形技术已有数十年的历史<sup>[5-6]</sup>,但它在光通信系统中的应用仍处于起步

阶段,当前载波恢复的相关研究都是针对标准信号<sup>[7-8]</sup>。概率整形使得信号在各星座点的分布不是等概率的而是呈现高斯分布,因此许多传统的数字信号处理(DSP)方案不再适用,如用于标准信号载波相位噪声估计的盲相位搜索(BPS)算法的精度会下降且对滑动窗口长度的需求增大<sup>[9]</sup>。

目前频偏估计(FOE)方案主要采用的是导频辅助的办法<sup>[10]</sup>,但是它存在着信息冗余并且所需的信息冗余量会随着整形强度的增强而增加。Yan

收稿日期: 2020-06-01; 修回日期: 2020-07-29; 录用日期: 2020-08-05

基金项目: 深圳市科技计划项目(JCYJ20190806142407195)

\* E-mail: yangyanfu@hit.edu.cn

等<sup>[11]</sup>提出了两种盲频偏估计方案。一种是基于筛选内部正交相移键控(QPSK)信号的半径定向的4次方算法。另一种是基于圆谐波展开算法改进的泛用圆谐波展开(GCHE)算法。第一种方案中需要针对PS强度给定类QPSK信号的筛选判据,而第二种方案需要提供信噪比(SNR)及概率整形参数,因此这两种方案都需要进行相应的适配。目前降低PS对于载波相位恢复(CPE)算法影响的方案主要有两种。一种是在传输信号前插入导频信号以辅助进行载波相位恢复<sup>[10]</sup>,该方法存在与导频辅助的频偏估计相似的问题。另一种方案是Jain等<sup>[12]</sup>提出的采用两阶的相位噪声恢复降低计算复杂度:先用BPS进行粗估再用星座图映射(CT)的方法进行细估。但这个方案由于依赖第一步的BPS粗估精度,仍然需要较长的滑动窗口。

本文提出一种用于PS信号的自适应载波相位恢复算法以解决上述方案中存在的问题。考虑到存在高斯白噪声、频偏及载波相位噪声,该方案首先通过对接收信号的幅值进行概率密度分布统计来获得内部类正交相移键控(QPSK)信号的筛选依据和概率整形参数的估计结果;接着将这些估计结果用于频偏估计中基于QPSK筛选的半径定向的4次方算法;最后对估计的概率整形参数进行归一化以保证BPS算法不受到判决误差的影响,从而实现载波相位噪声估计。该方案的优势在于无需针对信号的信息熵预置半径筛选参数,并且载波相位估计的滑动窗口需求相对于现有方案有一定程度的降低。实验结果表明,与用于标准信号的传统4次方算法和BPS结合的载波恢复方案相比,该方案在不同的SNR及概率整形强度下可实现良好的载波恢复,同时还具有更高的频偏精度和激光线宽容忍度。

## 2 基本原理

传统的相干光通信系统中,激光器发射的信号具有一定的线宽,导致接收的信号含有随机的相位噪声,并且发射端和接收端的激光器的频率不匹配现象还会使接收信号的相位随时间发生旋转。假设除了频偏、随机相位噪声及高斯噪声之外的信道损伤均已被补偿,则接收信号 $y_k$ 可以表示为

$$y_k = x_k \cdot \exp[j(2\pi k T_s \Delta f + \theta_k)] + \xi_k, \quad (1)$$

式中: $k$ 为接收信号的时序; $x_k$ 为时序 $k$ 对应的发射信号; $\theta_k$ 为相位噪声; $\Delta f$ 为频偏; $T_s$ 为符号周期; $\xi_k$ 为高斯噪声。

### 2.1 基于核密度估计的参量估计

用于多电平正交幅度调制(M-QAM)的概率整形信号通常是按麦克斯韦-玻尔兹曼分布产生的,各个星座点的概率分布 $P_m(m=1,2,\dots,M)$ 为<sup>[5]</sup>

$$P_m = \exp(-\lambda |s_m|^2) / \sum_{i=1}^M \exp(-\lambda |s_i|^2), \quad (2)$$

式中: $s_m$ 是该星座点对应的复信号; $M$ 是星座点的总数; $\lambda$ 是整形参数。

在频偏和载波相位噪声的影响下,接收信号的星座图变为一组同心圆。将各个圆定义为 $c_k, k=1,2,\dots,n$ 依次对应半径从最小到最大的各个圆。各个圆的概率分布为

$$P_{c_k} = \sum_{j=1}^N \exp(-\lambda |s_j|^2) / \sum_{i=1}^M \exp(-\lambda |s_i|^2), \quad (3)$$

式中: $s_j$ 是属于该圆的星座点所对应的复信号。考虑M-QAM信号( $M \geq 16$ )由振幅为 $\pm(2l+1)$ ( $l=0,1,2,\dots$ )的同相及正交分量组成。因此 $c_1$ 和 $c_2$ 的概率分布分别为

$$P_{c_1} = \exp(-\lambda |\pm 1 \pm 1j|^2) / \sum_{i=1}^M \exp(-\lambda |s_i|^2) = 4\exp(-2\lambda) / \sum_{i=1}^M \exp(-\lambda |s_i|^2), \quad (4)$$

$$P_{c_2} = [\exp(-\lambda |\pm 3 \pm 1j|^2) + \exp(-\lambda |\pm 1 \pm 3j|^2)] / \sum_{i=1}^M \exp(-\lambda |s_i|^2) = 8\exp(-10\lambda) / \sum_{i=1}^M \exp(-\lambda |s_i|^2). \quad (5)$$

第一个圆信号出现的概率与第二个圆信号出现的概率的比值为

$$P_{1/2} = \frac{4\exp(-2\lambda)}{\sum_{i=1}^M \exp(-\lambda |s_i|^2)} / \frac{8\exp(-10\lambda)}{\sum_{i=1}^M \exp(-\lambda |s_i|^2)} = \frac{1}{2} \exp(8\lambda). \quad (6)$$

因此可得到 $\lambda$ 为

$$\lambda = \ln(2P_{1/2})/8. \quad (7)$$

核密度估计(KDE)是一种非参量估计的方法,它可以用来估计混合高斯模型,而这正是信号幅值在信道噪声影响下所服从的概率分布模型。采用核密度估计的方法来估计星座点半径的概率分布,则给定样本数据的概率分布为

$$\hat{f}_h(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n K_h(x - x_i) = \frac{1}{nh} \sum_{i=1}^n K(x - x_i), \quad (8)$$

式中: $h$  是核平滑窗口的带宽; $K_h$  为核函数; $n$  为样本容量; $x_i$  为样本数据。因此,选取高斯函数作为核函数进行估计,于是(8)式变为

$$\hat{f}_h(x) = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n G_h(x - x_i), \quad (9)$$

式中: $G_h(x) = \exp[-(x^2/2h^2)]/\sqrt{2\pi}$ 。通过对接收信号的幅值进行 KDE,找到估计所得的概率分布函数的极大值点并按照对应的幅值从小到大进行排列,将前两个极大值点所对应概率的比值视为  $P_{1/2}$ 。通过得到的数据求解(7)式,即可获得概率整形参量,进而获得各星座点的概率分布,实现针对性的归一化。

根据 Silverman(1986)经验法则<sup>[13]</sup>,当数据接近高斯分布时,使用高斯核函数进行核密度估计,则  $h$  的最优选择(即使平均积分平方误差最小化的带宽)为

$$h = (4\sigma^5/3n)^{1/5} \approx 1.06\sigma \cdot n^{-1/5}, \quad (10)$$

式中: $\sigma$  为样本标准差。需要注意的是,这个最优选择的前提是数据符合单个高斯函数分布,但是实际上高阶 QAM 信号的幅值概率分布是由多个高斯函数叠加而成的。这种情况下,数据的标准差是多个高斯函数标准差的叠加,因而这个方差比理想值大,进而造成估计结果过平滑的现象。因此,实际仿真时需要对其  $h$  进行相应的优化。在将单位功率的输入复信号放大 15 倍后,通过扫描的方式找到一个在不同 SNR 及  $\lambda$  条件下估计结果都较为良好的  $h$  值:

$$h = 1.06(\sigma n)^{-1/5}. \quad (11)$$

## 2.2 载波恢复

载波恢复的流程如图 1 所示,首先通过 2.1 节的方法获得后续 DSP 所需的参数,接着进行频偏估计和载波相位恢复。

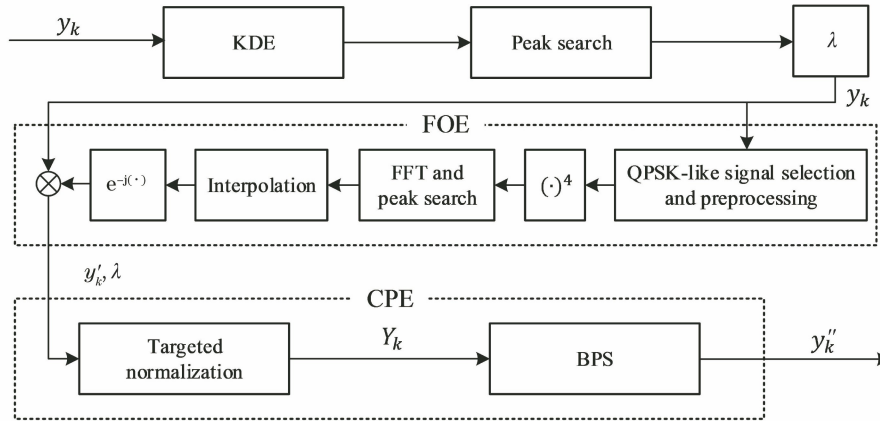


图 1 自适应载波恢复算法结构图

Fig. 1 Schematic diagram of adaptive carrier recovery algorithm

在频偏估计中采用 Yan 等提出的基于 QPSK 筛选的半径定向的 4 次方算法和类 QPSK 筛选判据  $R$ 。首先对接收信号进行预处理,将幅值大于  $R$  的信号置零。预处理的运算表示为

$$\hat{y}_k = \begin{cases} y_k, & |y_k| \leq R \\ 0, & |y_k| > R \end{cases}, \quad (12)$$

式中: $R$  的大小依照文献[11]中的方式设定, $R = -0.1924 \times H(A) + 1.4879$ ,其中  $H(A)$  为信号的信息熵, $H(A) = -\sum_{m=1}^M P_m \log_2 P_m$ ,可通过估计的  $\lambda$  结合(2)式计算得到。然后进行 4 次方运算并利用传统的快速傅里叶变换(FFT)找到峰值对应的频率,估计出频偏大小并对信号进行补偿。

载波相位恢复是利用估计出的整形参量对信号进行针对性归一化处理,然后采用 BPS 算法进行载

波相位恢复。归一化处理可表示为

$$Y_k = \sqrt{\text{Pow}(\lambda)/\text{Pow}(y)} \cdot y'_k, \quad (13)$$

式中: $Y_k$  为归一化后的信号; $\text{Pow}(\lambda)$  是根据  $\lambda$  和调制格式计算出的发射信号功率; $\text{Pow}(y)$  是接收信号功率; $y'_k$  为经过频偏估计的接收信号。

## 3 数值仿真分析与讨论

利用 Matlab 对所提出的方案进行数值仿真。采用波特率  $R_s = 28$  GBaud、信息熵分别为 5.17 bit/symbol 和 4.34 bit/symbol(对应的整形参数分别是 0.055 和 0.105)的 PS-64QAM 信号进行仿真(图 2)。PS 信号的生成使用了常规恒等分量分布匹配(CCDM)算法<sup>[14]</sup>。实验中符号总长度为 49152。BPS 算法中的测试相角个数为 64。

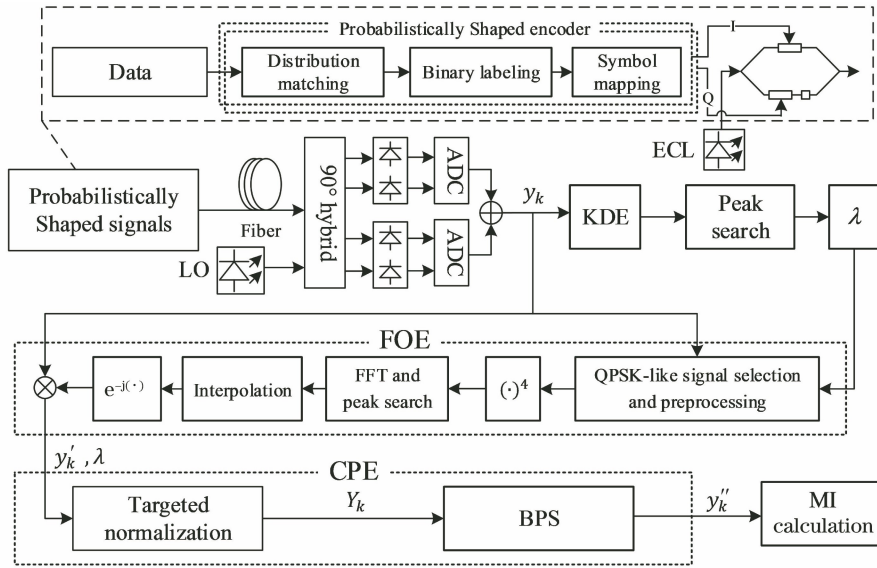


图 2 PS-64QAM 仿真结构图  
Fig. 2 Schematic diagram of PS-64QAM simulation

### 3.1 频偏估计结果

BPS 算法中的滑动窗口长度  $N_{\text{BPS}}$  设置为 64。频偏范围设定为  $[-R_s/8, R_s/8]$ , 即  $[-3.5, 3.5]$  (单位是 GHz)。FFT 的滑动窗口长度  $N_{\text{FFT}}$  设置为 2048 和 4096。在固定 SNR (SNR 为 14.9 dB,  $H(A)=5.17$  bit/symbol; SNR 为 11.6 dB,  $H(A)=4.34$  bit/symbol) 及激光线宽  $l_w=100$  kHz 的条件

下, 不同频偏大小下的频偏估计结果如图 3 所示, 图中 FO 为频偏。本文所提出的方案在不同的  $N_{\text{FFT}}$  及实际频偏的条件下得到的估计结果均优于一般的 4 次方 FFT 频偏估计方案并且估计结果受到概率整形的影响较小。频偏估计的精度分别可以提高 1 ( $N_{\text{FFT}}=2048$ ) 和 2 ( $N_{\text{FFT}}=4096$ ) 个量级。但是当  $N_{\text{FFT}}$  较小时估计结果也存在一定的波动。

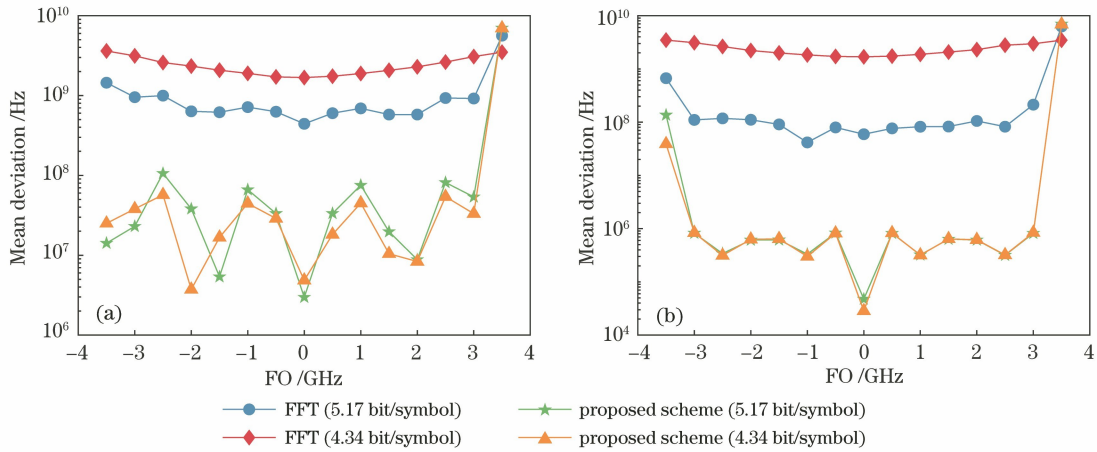


图 3 不同频偏条件下频偏估计的平均误差。(a)  $N_{\text{FFT}}=2048$ ; (b)  $N_{\text{FFT}}=4096$

Fig. 3 Mean deviation of frequency offset estimation under different frequency offset conditions.

(a)  $N_{\text{FFT}}=2048$ ; (b)  $N_{\text{FFT}}=4096$

固定激光线宽  $l_w=100$  kHz, 频偏范围设定为  $[-2, 2]$  (单位为 GHz), 不同 SNR 条件下, 频偏估计的平均误差结果如图 4 所示。随着 SNR 的降低, 频偏估计的精度也相应地降低。除了 SNR 较低时本方案的精度可能低于一般方案, 所提出算法的精度较高, 误差小于  $10^6$  GHz, 并且随着  $N_{\text{FFT}}$  的增大,

出现较大估计误差时所对应的 SNR 也相应地降低。出现较大误差的主要原因是: 在噪声过大的情况下, 对信号进行筛选的预处理会引入误差。仅凭借幅值进行筛选可能导致其他部分的信号被错误分类, 而且大噪声也会影响第一步的统计分析, 从而影响整形参数的估计。



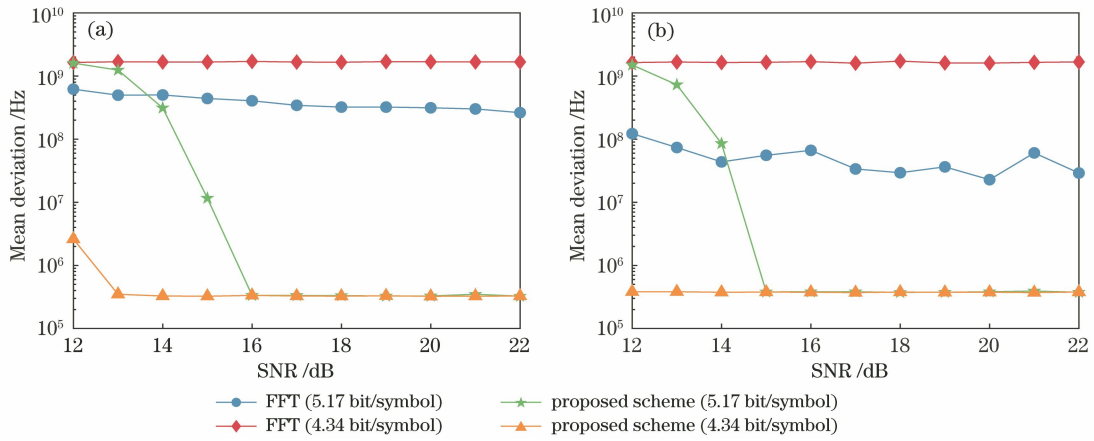


图 4 不同 SNR 条件下频偏估计的平均估计误差。(a)  $N_{\text{FFT}}=2048$ ; (b)  $N_{\text{FFT}}=4096$

Fig. 4 Mean deviation of frequency offset estimation under different SNR conditions.

(a)  $N_{\text{FFT}}=2048$ ; (b)  $N_{\text{FFT}}=4096$

### 3.2 载波恢复结果

通过计算发射信号与经频偏估计及载波相位恢复的信号的互信息来分析算法性能。首先对比 BPS 算法中不同的滑动窗口  $N_{\text{BPS}}$  对恢复结果的影响。将频偏设置为 2 GHz, 频偏估计中的滑动窗口长度  $N_{\text{FFT}}=4096$ , SNR 设定为 20 dB, 结果如图 5 所示。可以看出:在不同的频偏条件下,  $N_{\text{BPS}} \geq 64$  时 MI 代价(仅考虑高斯噪声的接收信号与发射信号的互信息和恢复后信号与发射信号的互信息的差值)已经低于 0.1 bit/symbol。所提算法相比 BPS 达到低

MI 代价需要的  $N_{\text{BPS}}$  较小, 具有较高的线宽容忍度。而且所提方案还能解决概率整形较大的情况下 BPS 算法失效或性能劣化的问题。此外, 本文优化算法在大的滑动窗口条件下的性能会降低, 这是由 BPS 算法本身的缺陷造成的。由于 BPS 在估计相位噪声时假定一个滑动窗口内的信号相位噪声恒定, 所以可以通过一个统一的相位旋转实现相位恢复。但实际上信号所受的相位噪声是随时间变化的。在滑动窗口较大的情况下, 信号相位变化较大, 用相同的测试相角来恢复相位噪声将导致恢复效果变差。

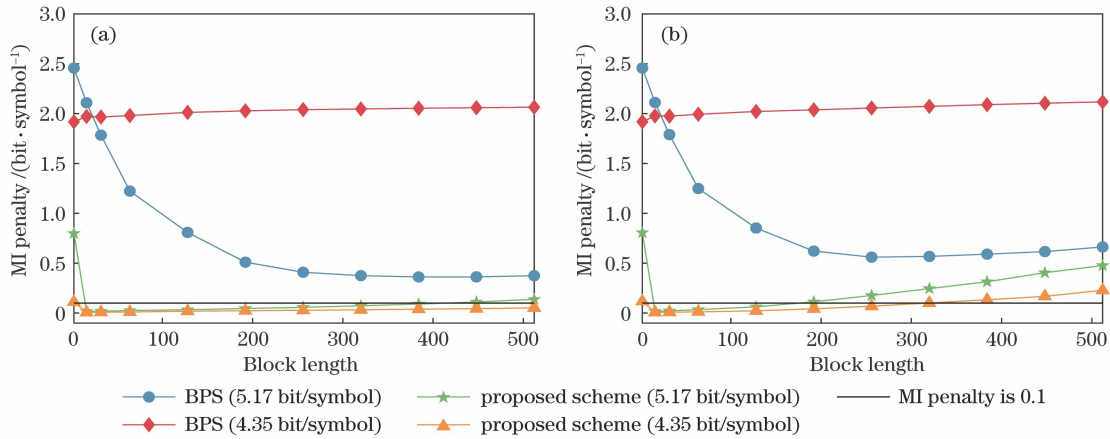


图 5 不同滑动窗口长度条件下, 经过载波恢复的信号互信息。(a)  $l_w=100$  kHz; (b)  $l_w=500$  kHz

Fig. 5 Signal mutual information after carrier recovery under different  $N_{\text{BPS}}$ . (a)  $l_w=100$  kHz; (b)  $l_w=500$  kHz

然后对比不同 SNR 和  $N_{\text{FFT}}$  条件下载波恢复的结果。载波恢复的算法中载波相位噪声估计均采用本文提出的方案, 频谱估计则采用本文提出的方案和传统 FFT 两种方案。固定激光线宽  $l_w=100$  kHz, 频偏范围设定为  $[-2, 2]$  (单位为 GHz),  $N_{\text{BPS}}=64$ , 得到的结果如图 6 所示。在高 SNR 情况下, 载波恢复结果与理论的 MI 相差不大, 且相较一

般的 4 次方算法, MI 提升了 20% 以上。但是在低 SNR 情况下, 由于出现了相对较大的频偏估计误差(图 4), 算法恢复的结果不佳。这是因为本方案利用的信号统计特性容易受到大噪声的影响。过低的 SNR 下本方案的频偏估计误差大于  $10^8$  GHz, 因而载波恢复的性能会出现明显劣化。图 6 为不同 SNR 条件下经过载波恢复的信号互信息。

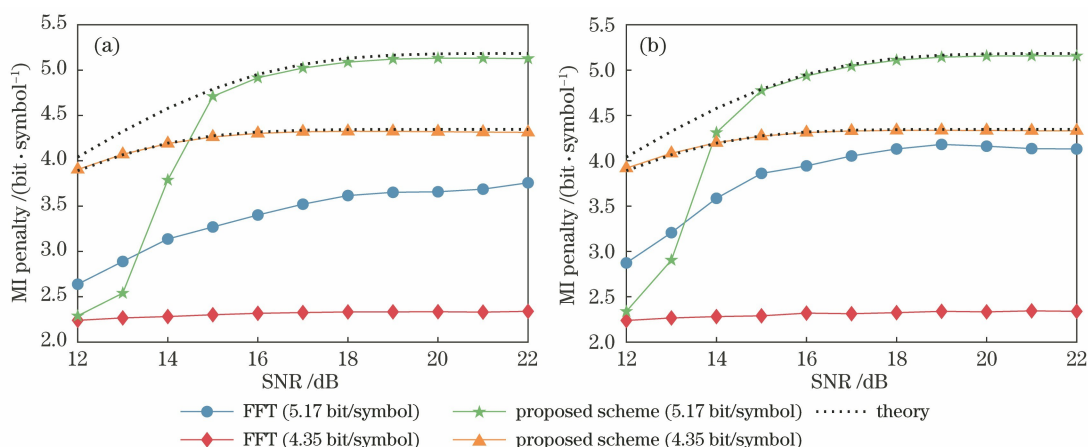


图 6 不同 SNR 条件下经过载波恢复的信号互信息。(a)  $N_{\text{FFT}}=2048$ ; (b)  $N_{\text{FFT}}=4096$

Fig. 6 Signal mutual information after carrier recovery under different SNR. (a)  $N_{\text{FFT}}=2048$ ; (b)  $N_{\text{FFT}}=4096$

## 4 结 论

提出一种新型的自适应载波相位恢复方法,解决了传统系统中信号在概率整形条件下的频偏估计及载波相位噪声恢复结果不佳的问题。使用核密度估计统计分析估计信号的整形参量,用于辅助后续的 DSP。借助统计分析的结果对信号进行预处理后再进行 FFT,计算估计频偏,之后利用整形参量进行针对性归一化以减少 BPS 算法中判决错误的情况,使得 BPS 算法能够在较短的滑动窗口内实现良好的恢复性能。

仿真结果表明,该方案能够对 PS-64QAM 信号进行较好的频偏估计。除了低 SNR 的情况,该方案的估计结果误差小于  $10^6$  GHz。载波相位恢复达到 0.1 bit/symbol MI 代价时的滑动窗口长度比一般的 BPS 算法短 25%。由此可见,这是一种能够简单灵活地实现不同概率整形场景下信号载波恢复的方案。

## 参 考 文 献

- [1] Ghazisaeidi A, de Jauregui Ruiz I F, Rios-Muller R, et al. 65 Tb/s transoceanic transmission using probabilistically-shaped PDM-64QAM[C]//42nd European Conference on Optical Communication, September 18-22, 2016, Dusseldorf, Germany: VDE-Verlag, 2016: 1-3.
- [2] Domingues O D, Mello D A A, Silva R, et al. Achievable rates of space-division multiplexed submarine links subject to nonlinearities and power feed constraints[J]. Journal of Lightwave Technology, 2017, 35(18): 4004-4010.
- [3] Renner J, Fehenberger T, Yankov M P, et al. Experimental comparison of probabilistic shaping methods for unrepeated fiber transmission[J]. Journal of Lightwave Technology, 2017, 35(22): 4871-4879.
- [4] Gené J M, Chen X, Cho J, et al. Experimental demonstration of widely tunable rate/reach adaptation from 80 km to 12000 km using probabilistic constellation shaping[C]//Optical Fiber Communication Conference (OFC) 2020, San Diego, California. Washington, D. C.: OSA, 2020: M3G.3.
- [5] Kschischang F R, Pasupathy S. Optimal nonuniform signaling for Gaussian channels[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1993, 39(3): 913-929.
- [6] Wachsmann U, Fischer R F H, Huber J B. Multilevel codes: theoretical concepts and practical design rules[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 1999, 45(5): 1361-1391.
- [7] Li Y Z, Wang M G, Guo Y X, et al. Dual-polarization carrier phase recovery algorithm based on simplified extended Kalman filter[J]. Acta Optica Sinica, 2019, 39(11): 1106005.  
李耀祖, 王目光, 郭玉箫, 等. 基于简化扩展卡尔曼滤波的双偏振载波相位恢复算法[J]. 光学学报, 2019, 39(11): 1106005.
- [8] Zhang J, Qiu Q. High-precision fourth power carrier phase recovery algorithm[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2019, 56(13): 130604.  
张杰, 邱琪. 一种高精度的四次方载波相位恢复算法[J]. 激光与光电子学进展, 2019, 56(13): 130604.
- [9] Mello D A A, Barbosa F A, Reis J D. Interplay of probabilistic shaping and the blind phase search algorithm[J]. Journal of Lightwave Technology, 2018, 36(22): 5096-5105.
- [10] Barbosa F A, Rossi S M, Mello D A A. Phase and frequency recovery algorithms for probabilistically shaped transmission[J]. Journal of Lightwave

- Technology, 2020, 38(7): 1827-1835.
- [11] Yan Q F, Liu L, Hong X Z. Blind carrier frequency offset estimation in coherent optical communication systems with probabilistically shaped M-QAM[J]. Journal of Lightwave Technology, 2019, 37(23): 5856-5866.
- [12] Jain A, Abd El-Rahman A I, Cartledge J C. Optimization of two-stage carrier phase estimation for probabilistic shaping[C]//45th European Conference on Optical Communication (ECOC 2019), Dublin, Ireland. Institution of Engineering and Technology, 2019: 1-4.
- [13] Silverman B W. Density estimation in action[M]//Density Estimation for Statistics and Data Analysis. Boston, MA: Springer US, 1986: 120-158.
- [14] Schulte P, Böcherer G. Constant composition distribution matching[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2016, 62(1): 430-434.