

不同取向 $\text{Co}^{2+}:\text{MgAl}_2\text{O}_4$ 的可饱和吸收特性的研究

方子君¹, 惠勇凌^{1,2,3,4}, 李国泰¹, 朱占达^{1,2,3,4}, 雷荀^{1,2,3,4}, 李强^{1,2,3,4,*}

¹北京工业大学材料与制造学部激光工程研究院, 北京 100124;

²北京市激光应用技术工程技术研究中心, 北京 100124;

³激光先进制造北京高等学校工程研究中心, 北京 100124;

⁴跨尺度激光成型制造技术教育部重点实验室, 北京 100124

摘要 通过实验研究了不同切割方向 $\text{Co}^{2+}:\text{MgAl}_2\text{O}_4$ 的可饱和吸收特性。测量了 [100] 和 [110] 切割方向 $\text{Co}^{2+}:\text{MgAl}_2\text{O}_4$ 的各向异性透过率特性, 测量结果表明, [100] 和 [110] 切割晶体的透过率随入射光偏振方向呈周期性变化。采用 [100] 和 [110] 两种切割方向 $\text{Co}^{2+}:\text{MgAl}_2\text{O}_4$ 分别构成被动调 Q 激光器, 并比较激光器的输出特性, 结果表明, 采用 [110] 切割的晶体有明显的优势, 相比 [100] 切割晶体输出能量提高约 8%, 稳定性、光束质量、消光比均略有提高。

关键词 激光光学; $\text{Co}^{2+}:\text{MgAl}_2\text{O}_4$; 可饱和吸收特性; 各向异性; 被动调 Q

中图分类号 TN248.1

文献标志码 A

doi: 10.3788/AOS202040.2214001

Study on the Saturable Absorption Characteristics of $\text{Co}^{2+}:\text{MgAl}_2\text{O}_4$ with Different Orientations

Fang Zijun¹, Hui Yongling^{1,2,3,4}, Li Guotai¹, Zhu Zhanda^{1,2,3,4},
Lei Hong^{1,2,3,4}, Li Qiang^{1,2,3,4,*}

¹Institute of Laser Engineering, Faculty of Materials and Manufacturing,
Beijing University of Technology, Beijing 100124 China;

²Beijing Engineering Research Center of Laser Applied Technology, Beijing 100124 China;

³Beijing Higher Institution Engineering Research Center of Advanced Laser Manufacturing,
Beijing 100124 China;

⁴Key Laboratory of Trans-scale Laser Manufacturing Technology Ministry of Education, Beijing 100124 China

Abstract The saturable absorption characteristics of $\text{Co}^{2+}:\text{MgAl}_2\text{O}_4$ crystals in different cutting directions were experimentally studied. The anisotropic transmittance characteristics of [100] and [110]-cut $\text{Co}^{2+}:\text{MgAl}_2\text{O}_4$ crystals were measured, and the measurement results showed that the crystal transmittance of [100] and [110] cutting directions changed periodically depend on the polarization direction of the incidence light. And, the output characteristics of two cutting directions of $\text{Co}^{2+}:\text{MgAl}_2\text{O}_4$ passively Q-switched lasers in [100] and [110] are compared. Results show that the [110]-cut crystal has obvious advantages. The output energy is about 8% higher than that of the [100]-cut crystals, and the stability, beam quality, and extinction ratio are improved slightly.

Key words laser optics; $\text{Co}^{2+}:\text{MgAl}_2\text{O}_4$; saturable absorption characteristics; anisotropic; passive Q-switching

OCIS codes 140.3540; 140.3380

1 引言

获得窄脉冲激光的调 Q 技术包含主动和被动

两种方式, 相比于主动调 Q 技术, 被动调 Q 技术不需要额外的复杂驱动装置, 如声光和电光调制器^[1], 因而具有结构简单、体积小、成本低等优点, 可以获

收稿日期: 2020-06-22; 修回日期: 2020-07-11; 录用日期: 2020-07-24

基金项目: 国家自然科学基金(61378023)、北京市自然科学基金(4174085)、国家重大科研装备研制项目(ZDYZ2013-2)、北京市自然科学基金(4202007)

* E-mail: ncltlq@bjut.edu.cn

得小型化且结构紧凑的调 Q 激光器^[2]。

$\text{Co}^{2+}:\text{MgAl}_2\text{O}_4$ 晶体是目前 $1.5\ \mu\text{m}$ 波段普遍采用的被动调 Q 晶体^[3], 其有较大的吸收截面[基态吸收截面面积约为 $(5.1 \pm 0.3) \times 10^{-19}\ \text{cm}^2$ ^[4] 和较长的激发态寿命[达 $(350 \pm 40)\ \text{ns}$], 在波长范围 $1 \sim 1.6\ \mu\text{m}$ 内, 有两个较为明显的吸收峰分别为 $1.34\ \mu\text{m}$ 和 $1.54\ \mu\text{m}$, 并且吸收截面大^[5]、饱和光强小, 具有良好的可饱和吸收特性, 饱和吸收特性较强的晶体在弱光下有着较大的吸收系数, 随着光强的增大很容易被漂白继而产生激光, 并且产生激光的能量相对较高, 光束质量与稳定性也相对较好。2007 年 Volk 等^[6] 对 $[100]$ 取向 $\text{Co}^{2+}:\text{MgAl}_2\text{O}_4$ 晶体的透射率曲线和吸收截面进行测定, 并对掺 Co^{2+} 尖晶石的偶极子模型进行了初步分析, 认为光沿着 $[100]$ 轴方向传播时, 在 360° 范围内旋转入射光偏振方向的过程中, 透射率曲线显示出四个最大值和最小值(峰谷), 表现出各向异性的特性。除此之外, 到目前为止, 国内外尚未有关于 $\text{Co}^{2+}:\text{MgAl}_2\text{O}_4$ 晶体吸收特性进一步研究的报道。 $\text{Co}^{2+}:\text{MgAl}_2\text{O}_4$ 晶体是掺杂 Co^{2+} 离子取代四面体配位的 Td 位上 Mg^{2+} 离子, 整体对称性为立方结构, 因此除了 $[100]$ 方向, $[110]$ 方向也应该具有各向异性可饱和吸收特性。

首先, 测量 $[100]$ 和 $[110]$ 切割 $\text{Co}^{2+}:\text{MgAl}_2\text{O}_4$ 晶体的透过率, 得到透过率与探测光偏振方向的关系, 验证了 $[100]$ 和 $[110]$ 切割 $\text{Co}^{2+}:\text{MgAl}_2\text{O}_4$ 晶体透过率都具有各向异性的特性。其次, 将 $[100]$ 和

$[110]$ 切割的 $\text{Co}^{2+}:\text{MgAl}_2\text{O}_4$ 晶体作为 Er、Yb 共掺磷酸盐玻璃激光器的可饱和吸收体, 分别进行被动调 Q 实验, 得到激光输出脉冲能量与泵浦光偏振方向之间的关系, 证明了 $[100]$ 和 $[110]$ 切割的 $\text{Co}^{2+}:\text{MgAl}_2\text{O}_4$ 晶体都具有各向异性的可饱和吸收特性。最后, 通过对比可知, 在不改变任何腔参数的情况下, $[110]$ 切割的 $\text{Co}^{2+}:\text{MgAl}_2\text{O}_4$ 作为可饱和吸收体, 可以获得更高的激光输出能量和消光比。

2 实验研究

2.1 实验测量不同取向晶体透过率与探测光偏振方向的关系

实验采用 $1.5\ \mu\text{m}$ 脉冲激光器作为探测光源, 脉冲能量为 $240\ \mu\text{J}$, 脉冲宽度为 $2.9\ \text{ns}$, 重复频率为 $1\ \text{Hz}$, 其峰值功率超过 $80\ \text{kW}$; $[100]$ 和 $[110]$ 切割的 $\text{Co}^{2+}:\text{MgAl}_2\text{O}_4$ 晶体初始透过率 $T_0 = 80\%$, 分别固定在转台上, 实验装置如图 1 所示。 $1.5\ \mu\text{m}$ 脉冲激光器出射的光束, 经过偏振分光棱镜(PBS), 得到一束线偏振光束, 利用两路光探测方法, 克服激光器自身能量跳动对测量的影响。通过聚焦镜将激光束会聚到 $\text{Co}^{2+}:\text{MgAl}_2\text{O}_4$ 晶体上, 其聚焦半径约为 $0.12\ \text{mm}$, 峰值功率密度约为 $170\ \text{kW}/\text{cm}^2$, 可测得饱和吸收效应; 束腰长度约为 $4\ \text{mm}$, 束腰长度远大于晶体的厚度。通过测量透过 $\text{Co}^{2+}:\text{MgAl}_2\text{O}_4$ 晶体后脉冲能量的变化, 精确测量 $[100]$ 、 $[110]$ 取向 $\text{Co}^{2+}:\text{MgAl}_2\text{O}_4$ 晶体透过率; 旋转 $\text{Co}^{2+}:\text{MgAl}_2\text{O}_4$ 晶体, 获得探测光偏振方向与晶轴不同角度的透过率。

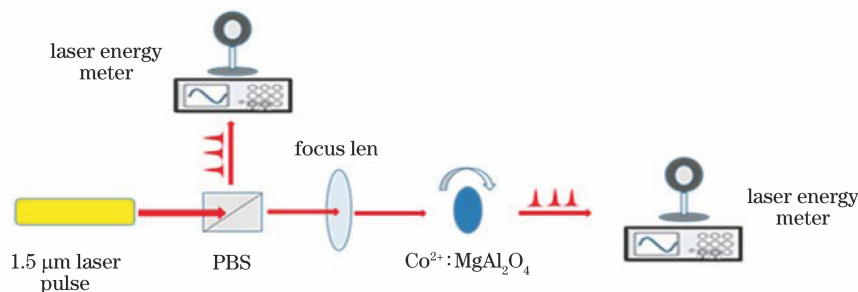


图 1 测量晶体透过率与探测光偏振方向关系实验装置

Fig. 1 Experimental device for measuring the relation between crystal transmittance and detection light polarization direction

实验测量结果如图 2 所示。对于 $[100]$ 切割方向的晶体, 如图 2(a) 所示, 探测激光透射率呈周期性变化, 在 360° 范围内存在四个周期, 每个周期内有一个极大值和极小值。定义 α 为探测光偏振方向与晶体晶轴方向的夹角, 在 α 分别为 45° 、 135° 、 225° 、 315° 时, 透射率呈现极大值; 在 α 分别为 0° 、

90° 、 180° 、 270° 、 360° 时, 晶体的透过率最低。测量结果与文献^[5] 相似, 但极大值和极小值的对应角度位置不同。对于 $[110]$ 切割的晶体, 如图 2(b) 所示, 透射率也呈现周期性变化, 在 360° 范围内存在两个周期, 每个周期存在一个极大值, 两个次极大值、一个极小值、两个次极小值。当 α 值为 90° 、 270° 时, 晶体

透过率最高;当 α 值为 0° 、 180° 、 360° 时,晶体透过率最低;在 α 值为 35° 、 145° 、 215° 、 325° 时,透过率值达到次极大;在 α 值为 55° 、 125° 、 235° 、 305° 时,透过率值达到次极小。

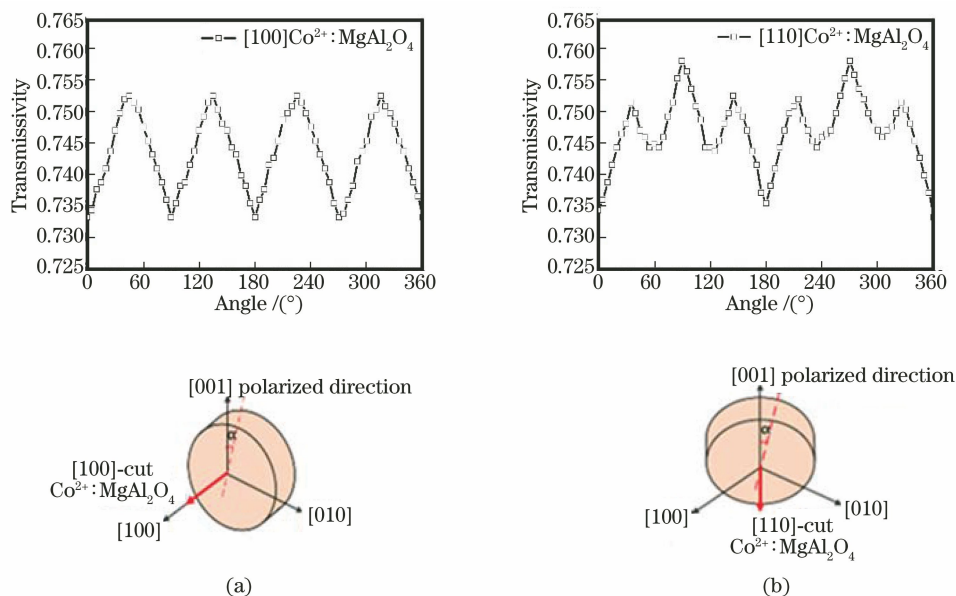


图 2 两种切割方向的晶体晶轴和激光的偏振方向之间的夹角 α 与透过率之间的变化曲线。(a) $[100]$ -cut; (b) $[110]$ -cut
 Fig. 2 Angle α between crystal axis of two cutting directions and polarization direction of laser varies with transmittance. (a) $[100]$ -cut; (b) $[110]$ -cut

$\text{Co}^{2+}:\text{MgAl}_2\text{O}_4$ 晶体的各向异性饱和吸收特性来源于晶体结构^[7]。 $\text{Co}^{2+}:\text{MgAl}_2\text{O}_4$ 属于高级晶轴立方晶系,晶体点群为 $m\bar{3}m$, 空间群应是 $Fd\bar{3}m$, 晶胞边长是普通面心立方结构 (fcc) 型的两倍, 每个晶胞实际上由 8 个立方单元组成。这 8 个立方单元可分为甲、乙两种类型。每两个共面的立方单元属于不同类型的结构, 每两个共棱的立方单元属于同类结构。每个小立方单元有 4 个 O^{2-} , 它们均位于体对角线中点至顶点的中心, 即体对角线 $1/4$ 与 $3/4$ 处^[8]。其结构可简单描述为 8 个四面体的 8a 位置由 Mg^{2+} 占据, 16 个八面体位置 16d 由 Al^{3+} 占据, 八面体的 16c 位置全部空位, O^{2-} 占据八面体 32e 的位置。 $\text{Co}^{2+}:\text{MgAl}_2\text{O}_4$ 中的 Co^{2+} 取代 Mg^{2+} , 尖晶石晶胞中有 8 个偶极子, 负责吸收的有 4 组 π 偶极子和 σ 偶极子, 如图 3 所示。猜测晶格结构电偶极子分别沿着或垂直于 $\text{Co}^{2+}:\text{MgAl}_2\text{O}_4$ 晶格中 4 条体对角线分布, 并且 π 偶极子的吸收截面远大于垂直于 $\text{Co}^{2+}:\text{MgAl}_2\text{O}_4$ 晶格对角线的 σ 偶极子的吸收截面。当沿 $\text{Co}^{2+}:\text{MgAl}_2\text{O}_4$ 的某一 π 偶极子方向吸收 1535 nm 探测光时, 很容易达到饱和并透射线性偏振脉冲。当光的偏振方向与 $[110]$ 方向的晶体晶轴垂直时, 在这一方向 π 偶极子对光的吸收

对比两条曲线, $[110]$ 切割的 $\text{Co}^{2+}:\text{MgAl}_2\text{O}_4$ 晶体透过率极大值高于 $[100]$ 切割的晶体透过率极大值; $[110]$ 切割的 $\text{Co}^{2+}:\text{MgAl}_2\text{O}_4$ 晶体极值之差略大于 $[100]$ 切割的晶体。

最少, 所以透过率值最大。依据结构, 不同角度 π 偶极子对光的吸收也不同, 所以吸收特性呈现出上文所示规律。与 $[110]$ 切割的 $\text{Co}^{2+}:\text{MgAl}_2\text{O}_4$ 晶体只有一个较大的偏振透射方向相比, $[100]$ 切割的 $\text{Co}^{2+}:\text{MgAl}_2\text{O}_4$ 晶体在图 2 中具有两个偏振透射峰, $[010]$ 和 $[001]$ 晶轴方向可以同时吸收探测偏振光, 两个方向都可以漂白探测光。

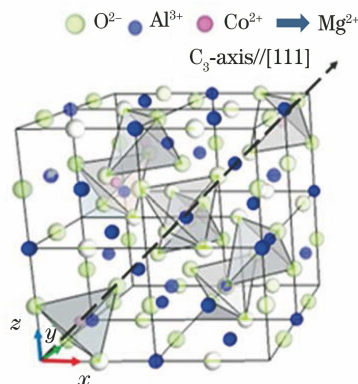


图 3 $\text{Co}^{2+}:\text{MgAl}_2\text{O}_4$ 晶体结构猜想图

Fig. 3 $\text{Co}^{2+}:\text{MgAl}_2\text{O}_4$ crystal structure conjecture

2.2 不同取向可饱和吸收晶体在被动调 Q 激光器中的实验

实验采用功率为 8 W、中心波长为 940 nm 的

单管半导体激光器作为泵浦源,其输出激光为横电波(TE)偏振,半导体激光器快轴采用微透镜准直,泵浦脉宽为 6 ms,重复频率为 3 Hz。采用焦距 $f=5\text{ mm}$ 的聚焦镜对泵浦光进行聚焦,其聚焦束腰直径约为 0.2 mm,束腰长度约为 1 mm。M1、M2 是激光器腔镜,几何腔长约为 8 mm,物理腔长约为 10 mm,其中,M1 是后腔镜,镀 940 nm 增透膜和 1535 nm 全反膜,M2 是耦合输出镜,镀 1535 nm 透

和 21% 的 Yb 共掺磷酸盐玻璃,尺寸为 $3\text{ mm}\times 3\text{ mm}\times 5\text{ mm}$,两端镀 940 nm 和 1535 nm 增透膜,其侧面用钢包裹,放置于水冷却热沉上,冷却水的温度为 $23\text{ }^\circ\text{C}$ 。实验中的被动调 Q 晶体经加工后,[100]和[110]切割的 $\text{Co}^{2+}:\text{MgAl}_2\text{O}_4$ 晶体初始透过率均为 $T=80\%$,晶体的两通光面镀 1535 nm 增透膜,分别固定在转台上。M3 作为滤光片,镀 940 nm 全反膜、1535 nm 增透膜, 45° 放置,滤除剩余的泵浦光。实验装置如图 4 所示。

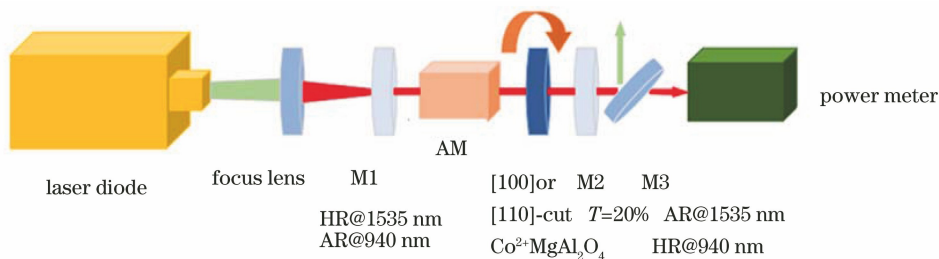


图 4 不同取向的可饱和吸收晶体在激光器中实验装置图

Fig. 4 Experimental setup of saturable absorption crystals with different orientations in lasers

实验中,通过旋转被动调 Q 晶体,改变泵浦光偏振方向与调 Q 晶体晶轴方向的夹角,Er, Yb: glass/ $\text{Co}^{2+}:\text{MgAl}_2\text{O}_4$ 被动调 Q 激光器输出能量的实验结果如图 4 所示。其中,图 4(a)采用的是[100]切割 $\text{Co}^{2+}:\text{MgAl}_2\text{O}_4$ 被动调 Q 晶体,图 4(b)采用的是[110]切割 $\text{Co}^{2+}:\text{MgAl}_2\text{O}_4$ 被动调 Q 晶体。当[100]切割 $\text{Co}^{2+}:\text{MgAl}_2\text{O}_4$ 晶体用做被动调 Q 晶体时,在 360° 范围内有四个周期, α 角分别为 $45^\circ, 135^\circ, 225^\circ, 315^\circ$ 时,脉冲能量输出最大; α 角为

$0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ, 360^\circ$ 时,脉冲能量输出最小,最高值比最低值高约 26%,如图 5(a)所示。当[110]切割 $\text{Co}^{2+}:\text{MgAl}_2\text{O}_4$ 晶体用做被动调 Q 晶体时,在 360° 范围内有两个周期, α 角为 $90^\circ, 270^\circ$ 时,脉冲能量输出最大; α 角为 $0^\circ, 180^\circ, 360^\circ$ 时,脉冲能量输出最小,最高值比最低值高约 30%,如图 5(b)所示。比较图 5 与图 2 可知,不同切割方向晶体的输出脉冲能量随角度变化的规律与透过率随角度变化的规律一致,呈相似的周期性变化。

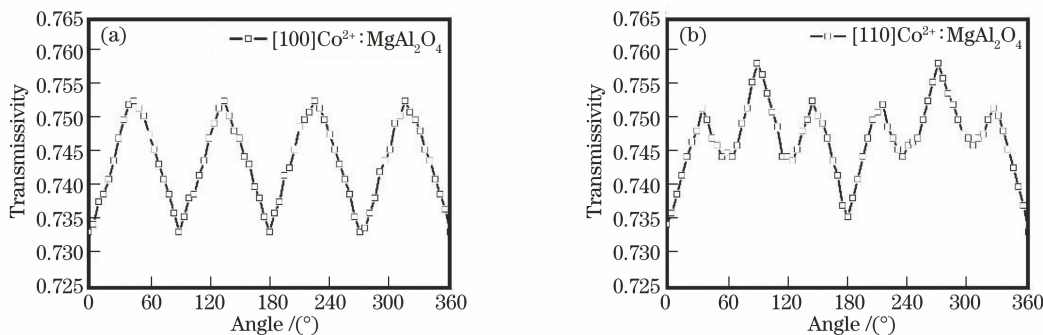


图 5 $\text{Co}^{2+}:\text{MgAl}_2\text{O}_4$ 不同切割角度下的激光输出能量。(a) [100]-cut; (b) [110]-cut

Fig. 5 Laser output energy of different cutting directions $\text{Co}^{2+}:\text{MgAl}_2\text{O}_4$ at different angles.

(a) [100]-cut; (b) [110]-cut

通过对比可知,在同样实验条件下,[110]切割方向的 $\text{Co}^{2+}:\text{MgAl}_2\text{O}_4$ 晶体作为饱和吸收体时,可以获得比[100]切割晶体时能量高 $20\text{ }\mu\text{J}$ 的脉冲输出,提高约 8%;比实验室[111]切割晶体时能量高 $65\text{ }\mu\text{J}$,提高约 35%^[9]。

同时,还对 Er, Yb: glass/ $\text{Co}^{2+}:\text{MgAl}_2\text{O}_4$ 被动调 Q 激光器输出激光脉冲的稳定性、光束质量、消光比进行了测量。当抽运能量为 4.2 mJ、抽运时间为 6 ms、重复频率为 3 Hz 时,采用光电探测器和示波器测量输出激光脉宽;采用脉冲图像多次重叠测量的方

法,测量激光脉冲的稳定性及脉冲宽度^[10-12];用刀口法测量其光束质量^[13-14];采用 PBS 测量输出激光消光比。激光参数对比如表 1 所示,分别在两种方向透过率最大角度也是被动调 Q 激光器产生能量最大处

测量稳定性和光束质量,得到[100]方向能量稳定性为 93.7%, $M^2 = 1.87$,[110]方向能量稳定性为 94.2%, $M^2 = 1.56$ 。由此数据可以看出,[110]切割 $\text{Co}^{2+}:\text{MgAl}_2\text{O}_4$ 被动调 Q 激光器输出参数更优。

表 1 相同抽运条件下[100]和[110]切割方向输出激光参数对比

Table 1 Comparison of laser output in [100] and [110] cutting directions under the same pumping condition

Cutting direction	Output energy(max) / μJ	Pulse width /ns	Stability /%	Beam quality M^2	Extinction ratio
[100]-cut	245	5.12	93.7	1.87	183:1
[110]-cut	265	5.05	94.2	1.56	185:1

3 结 论

本文通过实验测量了[100]和[110]切割 $\text{Co}^{2+}:\text{MgAl}_2\text{O}_4$ 晶体对不同偏振方向入射光的透过率,变化规律呈周期性,其中[100]切割方向晶体有四个极大透过率,即两个相互垂直的偏振方向会出现极大透过率,与文献[3]的结果相似,但极大值和极小值的角度位置不同;[110]切割晶体有两个极大透过率,只存在一个最大透过率的方向。另外,还研究了不同切割方向 $\text{Co}^{2+}:\text{MgAl}_2\text{O}_4$ 晶体作为可饱和吸收体构成被动调 Q 激光器的输出特性。实验结果表明,采用[110]切割的晶体有明显的优势,主要体现在输出能量比[100]切割晶体高约 8%,比[111]切割晶体高约 35%;稳定性、光束质量、消光比均略有提高。

参 考 文 献

- [1] Chen B, Cheng Y, Wang G C, et al. Recent advance in passive Q-switch of 1.54 μm Er³⁺:glass laser[J]. Optics&Optoelectronic Technology, 2004, 2(1): 54-60.
陈波,程勇,王古常,等. 1.54 μm 钕玻璃激光器被动调 Q 技术发展现状[J]. 光学与光电技术, 2004, 2(1): 54-60.
- [2] Yumashev K V. Saturable absorber $\text{Co}^{2+}:\text{MgAl}_2\text{O}_4$ crystal for Q switching of 1.34 μm Nd³⁺:YAlO₃ and 1.54 μm Er³⁺:glass lasers[J]. Applied Optics, 1999, 38(30): 6343-6346.
- [3] Du C L, Zhang H J, Ruan S C, et al. Passive Q-switching of $\text{Co}^{2+}:\text{LaMgAl}_{11}\text{O}_{19}$ crystal to 1.34 μm laser[J]. Chinese Journal of Lasers, 2005, 32(4): 575.
杜晨林,张怀金,阮双琛,等. $\text{Co}^{2+}:\text{LaMgAl}_{11}\text{O}_{19}$ 晶体对 1.34 μm 激光的被动调 Q[J]. 中国激光, 2005, 32(4): 575.
- [4] Yumashev K V, Denisov I A, Posnov N N, et al. Nonlinear absorption properties of $\text{Co}^{2+}:\text{MgAl}_2\text{O}_4$

crystal[J]. Applied Physics B: Lasers and Optics, 2000, 70(2): 179-184.

- [5] Lin H Y, Liu H, Zhang S Q, et al. Passively Q-switched 1319 nm Nd:YAG laser based on $\text{Co}:\text{MgAl}_2\text{O}_4$ crystal [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2018, 55(12): 121404.
林洪沂,刘虹,张顺钦,等. 基于 $\text{Co}:\text{MgAl}_2\text{O}_4$ 晶体的被动调 Q1319 nm Nd:YAG 激光器[J]. 激光与光电子学进展, 2018, 55(12): 121404.
- [6] Volk Y V, Malyarevich A M, Yumashev K V, et al. Anisotropy of nonlinear absorption in $\text{Co}^{2+}:\text{MgAl}_2\text{O}_4$ crystal[J]. Applied Physics B, 2007, 88(3): 443-447.
- [7] Okhrimchuk A G, Shestakov A V. Absorption saturation mechanism for YAG:Cr⁴⁺ crystals [J]. Physical Review B, 2000, 61(2): 988-995.
- [8] Kang K, Dai S H, Wan Y H. Progress in prepartation of LiMn_2O_4 thin-film electrode for lithium ion batteries [J]. Chemical Research and Application, 2000, 12(6): 580-586, 596.
康慨,戴受惠,万玉华. 锂离子电池 LiMn_2O_4 薄膜电极的制备研究进展[J]. 化学研究与应用, 2000, 12(6): 580-586, 596.
- [9] Zhang Y L, Hui Y L, Jiang M H, et al. Experimental study on passively Q-switched microlaser of LD pumped codoped phosphate glass [J]. Infrared and Laser Engineering, 2017, 269(3): 0305004.
- [10] Tan W, Zeng W F, Wang X B, et al. Pulse width testing technology of laser range finder[J]. Electronic Measurement Technology, 2014, 37(4): 61-63.
谭威,曾文锋,王小兵,等. 激光测距机脉宽测量技术研究[J]. 电子测量技术, 2014, 37(4): 61-63.
- [11] Liu S L, Zhu S L, Zhao W, et al. Investigation on repetition rate stability of Cr⁴⁺:YAG passively Q-switched microchip laser[J]. Acta Photonica Sinica, 2008, 37(9): 1717-1721.
刘少龙,朱少岚,赵卫,等. Cr⁴⁺:YAG 被动调 Q 微晶片激光器重复频率稳定性研究[J]. 光子学报, 2008, 37(9): 1717-1721.

- [12] Krylov A, Buchenkov V A, Uskov A V. Compact Q-switched Yb:Er laser with a pulse repetition rate of 10 Hz[J]. Quantum Electronics, 2018, 48(7): 607-610.
- [13] Gao Y, Fan Z W, Yu J, et al. New algorithm of knife-edge method measuring the size of hat spot and Gaussian spot[J]. Laser Technology, 2013, 37(2): 261-264.
- 高源, 樊仲维, 余锦, 等. 刀口法测平顶光斑和高斯光斑半径的新算法[J]. 激光技术, 2013, 37(2): 261-264.
- [14] Bilger H R, Habib T. Knife-edge scanning of an astigmatic Gaussian beam[J]. Applied Optics, 1985, 24(5): 686-690.