

# 无线光通信中极化码构造方法研究

曹阳, 李岳\*, 李小红

重庆理工大学电气与电子工程学院, 重庆 400054

**摘要** 针对无线光通信中极化码构造复杂度高的问题, 提出一种适用于大气弱湍流信道的具有更低编码复杂度的湍流偏序构造法。将通用偏序技术引入到大气弱湍流信道中, 利用蒙特卡罗法仿真确定弱湍流下子信道的关系, 并将其与极化权重公式相结合, 推导出最佳的参数值。仿真结果表明, 在不同大气湍流强度下, 湍流偏序法在低码率下可获得与蒙特卡罗法相同的误码性能, 且在高码率下仍具有近似于蒙特卡罗法的性能, 在误码率为  $10^{-4}$  下只产生 0.07 dB~0.2 dB 的损耗, 有利于提高系统的传输效率, 为极化码与无线光通信的高效结合提供了解决方案。

**关键词** 光通信; 无线光通信; 极化码构造; 湍流偏序; 弱湍流信道; 误码率

中图分类号 TN929.12

文献标志码 A

doi: 10.3788/AOS202040.2106003

## Research on Construction Method of Polarization Code in Wireless Optical Communication

Cao Yang, Li Yue\*, Li Xiaohong

School of Electrical and Electronic Engineering, Chongqing University of Technology, Chongqing 400054, China

**Abstract** To solve the problem of high complexity in the construction of polarization codes in wireless optical communication, a turbulence partial-order construction method with lower coding complexity is proposed, which is suitable for atmospheric weak turbulence channels. In this study, the conventional partial-order technique is introduced into the atmospheric weak turbulence channel, and the relationship among the subchannels of the weak turbulence is determined via Monte-Carlo method simulation. Combining the established relationship with the polarization weight formula, the optimal parameter value is derived. The simulation results show that under different intensities of atmospheric turbulence, the turbulence partial-order method can achieve the same bit error performance as the Monte-Carlo method at low bit rates, and its performance is also similar to that of the Monte-Carlo method at high bit rates, only 0.07–0.2 dB loss is generated at the bit error rate of  $10^{-4}$ . This is suitable for the improvement of the transmission efficiency of the system and provides a solution for the efficient combination of polarization codes and wireless optical communication.

**Key words** optical communications; wireless optical communication; polarization code construction; turbulence partial order; weak turbulence channel; bit error rate

**OCIS codes** 060.2605; 010.1330; 060.4510

## 1 引 言

无线光通信(WOC)系统具有传输速率高、传输容量大、无频谱限制等优点<sup>[1]</sup>, 已成为最后一千米、无线数据回传、广播等应用场景中的一项热门研究技术。然而, 在实际的大气激光通信链路中, 激光束在大气信道中传输时很容易受到大气湍流效应和大气衰减效应的影响<sup>[2]</sup>, 其中大气湍流效应会使接收

信号的幅度和相位产生随机波动, 导致通信系统性能恶化, 严重影响通信系统的可靠性<sup>[3-4]</sup>。为了抑制大气湍流效应, 减少衰落持续时间, 自适应光学、孔径平均<sup>[5]</sup>、空间分集<sup>[6]</sup>及最大似然序列检测(MLSD)<sup>[7]</sup>等技术被提出, 然而这些方法具有较高的计算复杂度, 并且对设备的要求较高, 使得系统的复杂性和成本显著增加。信道编码技术可以在不改变发射机或接收机构造的情况下抵抗湍流效应引起

收稿日期: 2020-06-28; 修回日期: 2020-07-11; 录用日期: 2020-07-24

基金项目: 重庆市教委科学技术项目(KJQN201901125)、重庆市科委社会事业与民生保障科技创新专项(cstc2017shmsA40019)、重庆市基础与前沿研究计划(cstc2019jcy-msxmX0233)

\* E-mail: yueyue\_1239@163.com

的衰落。刘旻雯等<sup>[8]</sup>指出在发送端进行信道编码时可以改善湍流对传输信号的影响。Djordjevic 等<sup>[9]</sup>提出在大气激光通信系统中采用低密度奇偶校验码(LDPC)编码可以提高传输效率。文献<sup>[10]</sup>研究了使用多输入多输出的级联码方案,该方案提升了WOC的编码性能。

极化码作为一种新型编码方案,是目前唯一一种数学可证明的在二进制离散无记忆信道(BDMC)下能达到香农极限的纠错码。Arikan<sup>[11]</sup>在其开创性论文中提出以巴氏参数的方法递归构造极化码,但该方法仅适用于二进制删除信道(BEC)。为了将极化码推广至连续输出对称信道中,Mori等<sup>[12]</sup>引入密度进化(DE)法,但系统复杂度较高。之后Wu等<sup>[13]</sup>提出高斯近似(DE-GA)法,该方法降低了计算复杂度,然而极化码构造复杂度较大的问题仍然存在。为降低极化码序列构造的复杂度,Schürch<sup>[14]</sup>提出极化码子信道间的通用偏序(UPO)关系;He等<sup>[15]</sup>提出一种利用极化权重(PW)来计算加性高斯白噪声(AWGN)信道下子信道可靠度的算法,该算法明显降低了高斯信道下极化码序列构造的复杂度。在WOC系统中,Fang等<sup>[16]</sup>采用蒙特卡罗(MC)方法构造极化码,与LDPC码相比,极化码具有更好的纠错性能,但MC构造法的复杂度较高。文献<sup>[17]</sup>采用基于改进巴氏参数公式的方式在大气弱湍流信道下构造极化码,但这会产生较高的计算复杂度。

为有效利用极化码以提高激光通信质量,降低极化码在大气湍流信道中的构造复杂度,本文在UPO的基础上,提出湍流偏序(TUPO)法。将UPO、MC仿真及极化权重公式相结合,在运用UPO确定大部分子信道可靠度的基础上,通过在弱湍流下进行MC仿真来确定其他子信道的可靠度;然后结合极化权重公式,推导出合适的参数值;最后在不同码长、码率及湍流强度下,仿真分析TUPO法的误码性能,并与MC方法进行对比。

## 2 大气弱湍流信道模型

激光在大气中传输时受大气湍流的影响,会降低传输光束的相干性,使光强起伏,造成误码率(BER)增加。对于采用强度调制/直接检测(IM/DD)调制的大气激光通信系统,大气传输信道是具有一时变增益和加性高斯白噪声的离散无记忆信道。若信号在信道传输过程中平稳遍历,则信道的数学模型可描述为

$$y = \eta Ix + m, \quad (1)$$

式中: $x$ 为信号发送; $y$ 为信号接收; $I$ 为激光强度; $\eta$ 为光电转换效率; $m$ 为加性高斯白噪声。光信号在大气信道中传输时会受大气湍流的影响,根据湍流强度的大小,信道可分为弱湍流和强湍流信道。在弱湍流条件下,此时的接收光强 $I$ 服从对数正态分布<sup>[17-18]</sup>,其概率密度函数为

$$f(I) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_0 I} \exp\left[-\frac{(\ln I + \sigma_0^2/2)^2}{2\sigma_0^2}\right], \quad (2)$$

式中: $\sigma_0^2$ 为对数光强起伏方差,弱湍流下一般取 $\sigma_0^2 < 0.3$ 。

## 3 湍流偏序法构造极化码序列

因湍流效应的影响,大气湍流信道环境会发生较大改变,采用MC法构造极化码时需大量仿真统计每条子信道的可靠度。之后进行子信道排序,复杂度较高,达 $O(T \times N \times \log_2 N)$ ,其中 $T$ 为仿真次数,最低需十万次才能满足光通信要求,通信时延较大, $N$ 为码长。UPO关系是所有信道下极化子信道间都具备的关系,但在码长较长时,有较多的极化子信道关系并不能确定,因此在特定信道下,将UPO单独用于构造极化码时可靠性不高。针对以上问题,将UPO引入弱湍流信道,并结合MC法提出TUPO法构造极化码序列。TUPO具有UPO的基本性质<sup>[14]</sup>,满足的评估信道可靠性规则如下。

当码长为 $N$ 时,对于任意的两个信道 $x, y$ ,满足 $0 \leq x, y < N$ ,将信道比特位用二进制表示,可靠性关系满足:

- 1) 如果两个信道的二进制表示有一位数不同,那么数为1的信道可靠性要大于为0的信道;
- 2) 如果两个信道的二进制表示有两位数不同(可不相邻),那么从左到右,数为10的信道可靠性要大于为01的信道;
- 3) 条件1)和条件2)可重复满足或者同时满足来判断信道可靠性。

为能直观得到子信道可靠性关系,提出一条推论,当信道 $x$ 满足二进制表示相邻之间不同为1,即 $(2x)_B \mathbf{x}_B^T = 0$ 时,那么信道可靠性满足 $x < 2x < 2x + 1$ ,下标 $B$ 表示对应数值转变为二进制,证明如下。

当码长 $N = 16$ 时,设 $\mathbf{x}_B = (a, b, c, d)$ ,则 $(2x)_B = (a, b, c, d, 0)$ , $(2x)_B \mathbf{x}_B^T$ 可表示为

$$(2\mathbf{x})_B \mathbf{x}_B^T = (a, b, c, d, 0) \begin{pmatrix} 0 \\ a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} = ab + bc + cd. \quad (3)$$

当  $(2\mathbf{x})_B \mathbf{x}_B^T = 0$  时, 即  $ab + bc + cd = 0$ , 此时  $a, b, c, d$  满足相邻不同为 1, 那么  $\mathbf{x}_B$  可划分为 0 和 01 组合的形式, 根据条件 2) 可得可靠性  $2(0, 01)_D \in 2N > (0, 01)_D$ , 根据条件 1) 也可得可靠性  $2(0, 01)_D + 1 > 2(0, 01)_D$ , 证得此推论成立。使用此推论, 可得出部分信道的可靠性关系, 比例如表 1 所示。

表 1 子信道可靠性关系比例

Table 1 Reliability relationship ratio of subchannels

$N$	Proportion of reliability relationship / %
4	100
8	75
16	45
32	~31.8

从表 1 可以看出, 随着码长的增大, 子信道可靠性关系比例减小, 但在码长为 32 时仍可得到 30% 以上的可靠性关系比例, 降低了序列构造的复杂性。

根据以上性质及推论, TUPO 法可以给出较多子信道的可靠性顺序排列, 子信道可靠性顺序可以由哈斯图表示。图 1 为码长  $N$  为 8 时的哈斯图。从左向右, 子信道可靠性依次增加, 但根据性质, 却不能给出子信道 3 和 4 的可靠性; 并且随着码长的增加, 不确定子信道的对数呈指数增加趋势。

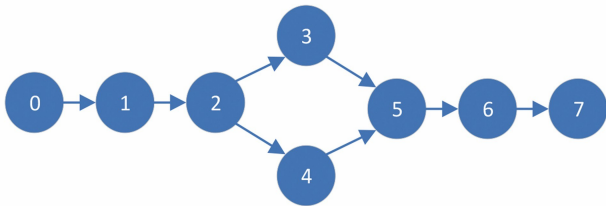


图 1  $N=8$  时的哈斯图

Fig. 1 Hasse diagram with  $N=8$

由图 1 可知, 在码长为 8 时, 只有子信道 3 和 4 的关系是不确定的。为了构造适用于 WOC 的极化码, 在大气弱湍流下, 本研究选取  $\sigma_0^2 = 0.2$  的湍流信道, 采用 MC 仿真法构造了  $N=8$  的极化码序列。图 2 为子信道 3 和 4 的误码率曲线, 可以看出, 在弱湍流信道下, 随着信噪比 (SNR) 的增大, 子信道 3 的误码率均小于子信道 4, 且差距在逐渐增大。因此,

在码长为 8 时, TUPO 法可以构造出一条单链。

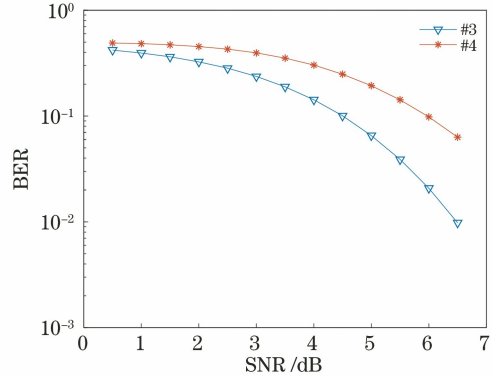


图 2 弱湍流下子信道 3 和 4 的误码率

Fig. 2 BER of subchannels 3 and 4 under weak turbulence

极化权重是评估极化子信道可靠性的重要参数, 在湍流信道下使用极化权重公式<sup>[19]</sup>对极化子信道进行可靠性评估, 公式为

$$P_i = \sum_{j=0}^{n-1} B_j \beta^j (\beta > 1), \quad (4)$$

式中:  $n = \log_2 N$ ;  $P_i$  为第  $i$  个子信道的可靠性,  $P_i$  越大, 子信道越可靠;  $j$  在集合  $\{0, 1, \dots, n-1\}$  中取值; 对第  $i$  个子信道, 其信道序号  $i$  用二进制表示为  $B_{n-1} B_{n-2} \dots B_0$ ;  $\beta$  为十进制扩展的基, 用于表示任意实数。以码长  $N=8$  为例, 各子信道可靠度大小表示为

$$P_0 = f(000) = 0, P_1 = f(001) = 1, \dots, P_7 = f(111) = \beta^2 + \beta + 1. \quad (5)$$

利用极化权重可以直观表示各子信道的可靠性大小, 但在不同信道中,  $\beta$  值是不相同的, 因此, 本研究需确定一个合适的  $\beta$  值用于湍流偏序构造极化码。在  $N=8$  时,  $\beta$  取值应满足子信道 3 和 4 的可靠性关系, 有

$$\beta + 1 > \beta^2. \quad (6)$$

(6) 式解得  $1 < \beta < 1.618$ 。为了进一步限制  $\beta$  值的大小, 在  $N=16$  时, 选取  $\sigma_0^2 = 0.2$ , 对 UPO 法无法确定的子信道 (6, 9) (3, 8) (7, 12) 进行 MC 仿真, 图 3 为各子信道的误码率曲线。

从图 3 可以看出, 子信道 3 的误码率均小于子信道 8, 子信道 7 的误码率均小于子信道 12, 子信道 9 的误码率均小于子信道 6。应用 (4) 式可得

$$\begin{cases} \beta + 1 > \beta^3 \\ \beta^2 + \beta + 1 > \beta^3 + \beta^2 \\ \beta^2 + \beta < \beta^3 + 1 \end{cases} \quad (7)$$

根据 (7) 式可以求得  $\beta$  的取值范围, 如表 2 所示。

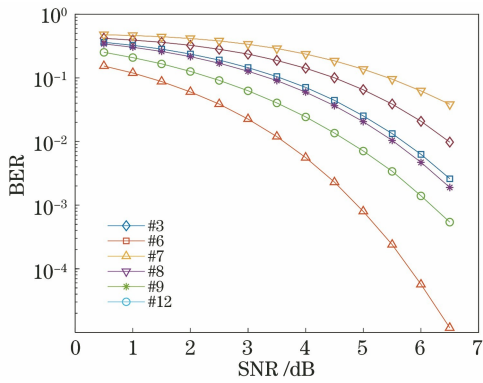


图 3 弱湍流下子信道(6,9)(3,8)(7,12)的误码率  
Fig. 3 BER of subchannels (6, 9) (3, 8) (7, 12) under weak turbulence

表 2  $N=16$  时  $\beta$  的取值范围  
Table 2 Range of  $\beta$  values when  $N=16$

Subchannel	Range of $\beta$ value
(3,8)	$1 < \beta < 1.3247$
(7,12)	$1 < \beta < 1.3247$
(6,9)	$\beta > 1$

根据(6)式可得  $\beta \in (1, 1.3247)$ , 在此范围内取值就有满足  $N=16$  的极化码序列, 但 16 位码长并不能满足 WOC 系统进行信息传输的要求。

在  $N=32$  时, 不确定极化子信道为(7,24)(11,24)(13,24)(14,19)(15,28), 仍然选取  $\sigma_0^2 = 0.2$  的湍流信道, 采用 MC 进行仿真, 得误码率曲线如图 4 所示。

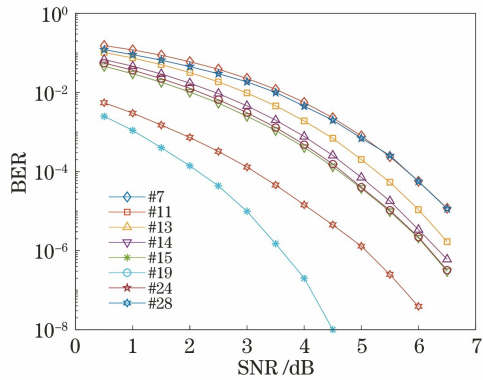


图 4 弱湍流下子信道(7,24)(11,24)(13,24)(14,19)(15,28)的误码率

Fig. 4 BER of subchannels (7, 24) (11, 24) (13, 24) (14, 19) (15, 28) under weak turbulence

根据图 4 五组极化子信道的误码率曲线, 可以看到, (11,24)(13,24)(15,28)三组子信道的大小关系较为明确。随着信噪比的增大, (7,24)(14,19)两组子信道趋于相等。在弱湍流信道中, WOC 一般

取较低信噪比进行信息传输。因此, 求得  $\beta$  值的取值范围如表 3 所示。

表 3  $N=32$  时  $\beta$  的取值范围  
Table 3 Range of  $\beta$  values when  $N=32$

Subchannel	Range of $\beta$ value
(7,24)	$\beta > 1.1787$
(11,24)	$1 < \beta < 1.2207$
(13,24)	$1 < \beta < 1.2720$
(14,19)	$1 < \beta < 1.7549$
(15,28)	$1 < \beta < 1.2207$

结合(6)、(7)式可得  $\beta$  的取值范围, 在  $N=32$  时,  $\beta \in (1.1787, 1.2207)$ 。在构造极化码时, TUPO 法只需在此范围内取任意  $\beta$  值, 就可以完成 32 位极化码序列的构造。

为了使  $\beta$  值能用于更长码长的极化码构造, 需要获得更精确的  $\beta$  值。当码长扩展到 64 位时, 根据 UPO 法, 可以得到 10 组不确定的极化子信道, 经过统计, 不确定子信道对数如表 4 所示。

表 4 不同码长需确定的子信道数  
Table 4 Number of subchannels to be determined for different code lengths

$N$	Number of subchannels with relative uncertainty
32	9
64	19
128	~50
256	~100
512	~190
1024	~390

由表 4 可以看到, 随着码长的增加, 需要确定关系的子信道数呈指数增长, 码长为 1024 时, 需确定的子信道数增加到约 390 个, 且 1024 位极化码已经可以满足大部分的通信需求, 没有必要进行进一步扩大。针对不同码长, 通过 MC 仿真, 得出不确定子信道对的关系, 从而可确定  $\beta$  的范围。表 5 为不同码长时的  $\beta$  范围。

由表 5 可知, 码长为 1024 时,  $\beta \in (1.1890, 1.1893)$ , 综合考虑  $\beta$  范围和码长长度, 选取  $\beta$  值为 1.1892, 将  $\beta$  值代入(4)式, 就可计算各子信道的可靠度。

表 5 不同码长时的  $\beta$  范围

Table 5 Range of  $\beta$  values at different code length

$N$	Range of $\beta$ value
32	$1.1787 < \beta < 1.2207$
64	$1.1787 < \beta < 1.1939$
128	$1.1845 < \beta < 1.1902$
256	$1.1885 < \beta < 1.1902$
512	$1.1888 < \beta < 1.1895$
1024	$1.1890 < \beta < 1.1893$

图 5 为 TUPO 法离线构造极化码的具体流程。在构造极化码时,首先确定码长  $N$ ,之后根据 TUPO 法具备的偏序性质,确定子信道的可靠性关系。针对不能用性质判断的子信道对,在湍流信道下采用 MC 进行仿真分析,并将各子信道序号用二进制表示代入(4)式,利用子信道对之间的可靠性关系,计算出  $\beta$  值的范围,最后在此范围内取合适的  $\beta$  值,就完成了极化码的离线构造过程。

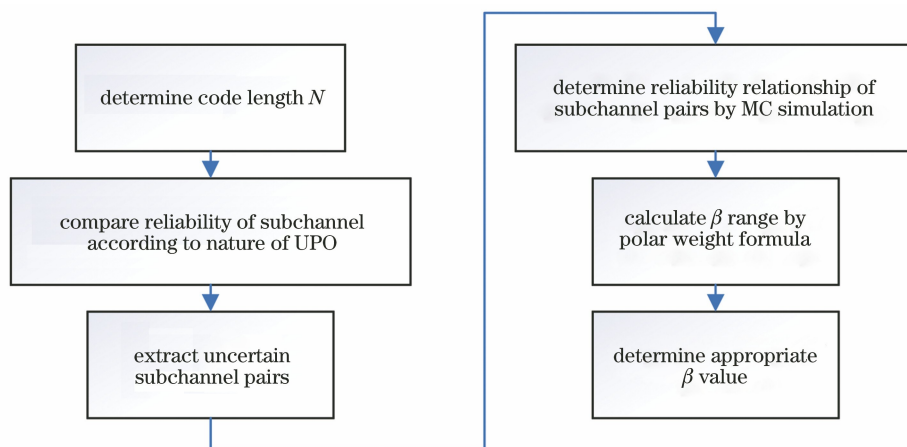


图 5 TUPO 法构造极化码流程图

Fig. 5 Flowchart of constructing polarization codes by TUPO method

在实际构造极化码时,只需将设定好的  $\beta$  值代入(4)式,选取 PW 值大的子信道承载信息比特,其他子信道承载冻结比特。因此,相较于 DE、DE-GA 等构造方法,TUPO 法具有更低的复杂度。

#### 4 极化码序列构造仿真分析

TUPO 法采用 UPO 法和 MC 相结合的方法来构造极化码。在继承 UPO 构造极化码的通用性质上,TUPO 法将 MC 引入弱湍流信道,对 UPO 法不能确定可靠度的子信道进行比较分析。为了验证在弱湍流信道中使用 TUPO 法构造极化码序列的可靠性,在 MATLAB 仿真环境下,选取  $\sigma_0^2 = 0.2$  的湍流信道,分别采用 MC 和 TUPO 进行极化码构造, $\beta$  值设定为 1.1892,译码选择 SC 译码,进行仿真实验。图 6 为码长为 512 时,采用 TUPO 法得出的各个极化子信道的可靠度。在用 TUPO 法构造极化码时,只需优先选取可靠度高的子信道承载信息比特就可节省大量的系统资源。

TUPO 法在比较不确定子信道可靠度时采用 MC 方法,因此,TUPO 具有接近于 MC 的误码性能。图 7 为在不同码长、不同码率( $R$ )下,分别采用 TUPO 和 MC 构造极化码时的误码性能。由图 7

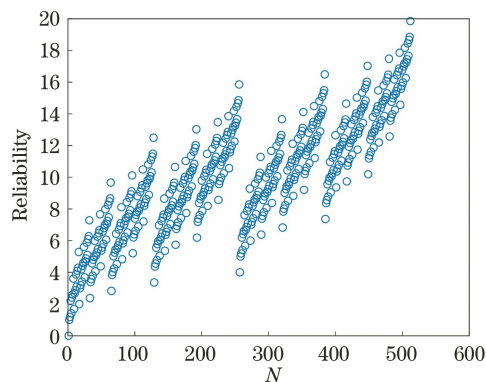


图 6  $N=512$  时各子信道的可靠度

Fig. 6 Reliability of each subchannel when  $N=512$

可知:在码长为 512、码率为 0.5 时,TUPO 构造极化码时在低信噪比下具有与 MC 方法相同的误码率,在高信噪比下只产生较低的损耗,例如当 BER 为  $10^{-4}$  时,TUPO 法产生 0.07 dB 左右的损耗;当码长增大到 1024、码率为 0.5 时,低信噪比下,TUPO 仍具有与 MC 相同的误码性能,但高信噪比下产生的损耗有所增加,在 BER 为  $10^{-4}$  时,产生 0.2 dB 左右的损耗;当码率降低到 0.25、码长为 1024 时,TUPO 法的误码性能与 MC 几乎相同。因此,在码率较低、码长较短时,TUPO 法具有近似于 MC 的极化码构造性能。

对于 TUPO 法构造极化码,在码长增加和码率降低时,误码性能都有所改善。在通信误码率需达到  $10^{-4}$  时,码率选取 0.5,当码长由 512 增加到 1024,有 0.6 dB 左右的增益;当码长都为 1024,码率由 0.5 降低到 0.25 时,产生约 3 dB 左右的编码增益。因此,在实际光通信系统中,考虑最佳误码性能,可适当降低码率。

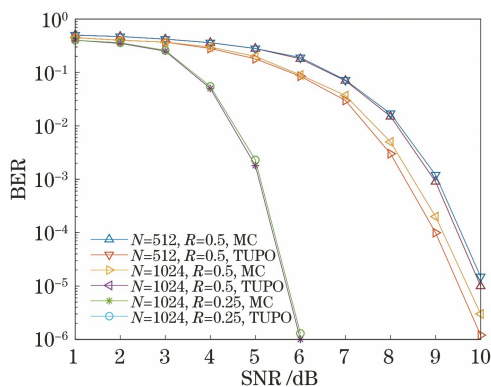


图 7 不同码长、码率下的误码率对比

Fig. 7 Comparison of BER under different code lengths and code rates

在 WOC 系统中,湍流强度是影响误码性能的重要因素之一。在弱湍流信道中,一般取  $\sigma_0^2 < 0.3$ ,湍流强度变化较小,因此对极化子信道的可靠性关系影响较小。为了进一步证明 TUPO 法构造极化码时在弱湍流信道中的可行性,研究不同湍流强度对通信性能的影响。图 8 给出了码长为 1024、码率为 0.5、采用 SC 译码方式,在不同湍流强度下, TUPO 和 MC 构造极化码时的性能对比。由图 8 可知:在低信噪比下,两种构造方法所产生的误码率几乎相同;在信噪比较高、湍流强度  $\sigma_0^2 = 0.1$  情况下,两种构造方式仍具有相近的误码性能;在湍流强度  $\sigma_0^2 = 0.3$  时,选取 BER 为  $10^{-4}$ ,与 MC 相比, TUPO 产生 0.2 dB 左右的损耗,这与  $\sigma_0^2 = 0.2$  时几乎相同。因此, TUPO 法在弱湍流下用于 WOC 构造极化码是可行的,且在较低湍流强度下具有更好的性能。

TUPO 法采用离线操作的方式构造极化码,在实际极化码构造时只需要进行少量运算,且在弱湍流下 TUPO 法具备近似于 MC 的误码性能,相比传统构造方法,在构造极化码时具有更低时延,节省了构造极化码时产生的复杂度。将 TUPO 法应用于 WOC 的弱湍流信道中,对 WOC 系统的传输性能有较大提升,对 WOC 系统在弱湍流下的应用具有重要的现实意义。

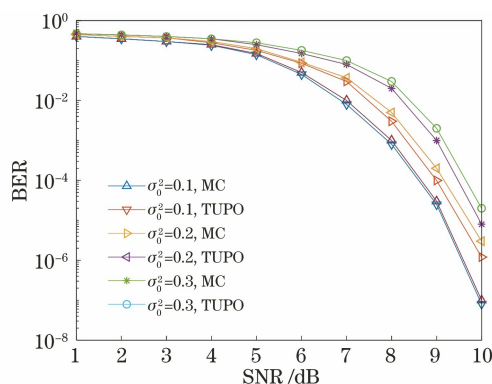


图 8 不同湍流强度下的误码率对比

Fig. 8 Comparison of BER under different turbulence intensity

## 5 结 论

主要研究了将极化码作为纠错码用于弱湍流下 WOC 的信息传输,提出了一种适用于大气弱湍流信道的湍流偏序构造法,重点分析了在不同码长、码率、湍流强度下, TUPO 法与 MC 方法的性能对比。结果表明:在码率为 0.25、湍流强度  $\sigma_0^2 = 0.1$  时, TUPO 法具有和 MC 几乎相同的误码性能;选取 BER 为  $10^{-4}$ 、湍流强度  $\sigma_0^2 = 0.2$ ,在码率为 0.5、码长为 512 时, TUPO 法产生约 0.07 dB 的损耗,当码长增加到 1024 时,产生损耗为 0.2 dB 左右,湍流强度  $\sigma_0^2 = 0.3$  时产生的损耗与  $\sigma_0^2 = 0.2$  时近似。 TUPO 法采用离线操作的方式构造极化码,在实际通信中产生的复杂度可以忽略不计,且不受信噪比变化的影响,在低码率、低湍流强度下,这一优势将更加明显。大气湍流对 WOC 系统的影响较为复杂,传统极化码构造方法都会产生大量的编码复杂度,限制了 WOC 系统的传输性能,本研究可为 WOC 系统的实际应用提供更具实用价值的参考。

## 参 考 文 献

- [1] Miglani R, Malhotra J S. An innovative approach for performance enhancement of 320 Gbps free space optical communication system over turbulent channel [J]. Optical and Quantum Electronics, 2019, 51(9): 1-26.
- [2] Wang H, Zhang T. Analysis of performance for free-space optical communications with rain or fog weather condition [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2012, 49(8): 080101.  
王涵, 张涛. 降雨和雾气天气下自由空间光通信性能研究 [J]. 激光与光电子学进展, 2012, 49(8): 080101.
- [3] Han L Q, You Y H. Performance of free space

- optical communication with combined effects from atmospheric turbulence and pointing errors[J]. *Acta Optica Sinica*, 2014, 34(11): 1106005.
- 韩立强, 游雅晖. 大气湍流及瞄准误差联合效应下自由空间光通信的性能[J]. *光学学报*, 2014, 34(11): 1106005.
- [4] Hu Q S, Huang Y H, Wang J B, et al. Performance analysis of multi-hop free space optics over strong turbulence[J]. *Acta Optica Sinica*, 2013, 33(9): 0906004.
- 胡庆松, 黄玉划, 王俊波, 等. 强湍流下多跳自由空间光通信的性能分析[J]. *光学学报*, 2013, 33(9): 0906004.
- [5] Uysal M, Li J. Error rate performance of coded free-space optical links over Gamma-Gamma turbulence [C]//2004 IEEE International Conference on Communications, June 20-24, 2004, Paris, France. New York: IEEE, 2004: 3331-3335.
- [6] Ibrahim M M, Ibrahim A M. Performance analysis of optical receivers with space diversity reception[J]. *IEE Proceedings-Communications*, 1996, 143(6): 369-372.
- [7] Zhu X M, Kahn J M. Markov chain model in maximum-likelihood sequence detection for free-space optical communication through atmospheric turbulence channels [J]. *IEEE Transactions on Communications*, 2003, 51(3): 509-516.
- [8] Liu M W, Li Y C. Propagation of OFDM-OAM optical signal in atmospheric turbulence [J]. *Acta Optica Sinica*, 2019, 39(7): 0706002.
- 刘旻雯, 李迎春. OFDM-OAM 光信号在大气湍流中的传输[J]. *光学学报*, 2019, 39(7): 0706002.
- [9] Djordjevic I B, Vasic B, Neifeld M A. LDPC coded OFDM over the atmospheric turbulence channel[J]. *Optics Express*, 2007, 15(10): 6336-6350.
- [10] Cao Y, Zhang X, Peng X F, et al. Cascade scheme based on multiple-input multiple-output in spatial optical communication[J]. *Acta Optica Sinica*, 2018, 38(1): 0106003.
- 曹阳, 张勋, 彭小峰, 等. 空间光通信中基于多输入多输出的级联码方案研究[J]. *光学学报*, 2018, 38(1): 0106003.
- [11] Arikan E. Channel polarization: a method for constructing capacity-achieving codes for symmetric binary-input memoryless channels [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2009, 55(7): 3051-3073.
- [12] Mori R, Tanaka T. Performance of polar codes with the construction using density evolution [J]. *IEEE Communications Letters*, 2009, 13(7): 519-521.
- [13] Wu D L, Li Y, Sun Y. Construction and block error rate analysis of polar codes over AWGN channel based on Gaussian approximation [J]. *IEEE Communications Letters*, 2014, 18(7): 1099-1102.
- [14] Schürch C. A partial order for the synthesized channels of a polar code [C]//2016 IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT), July 10-15, 2016, Barcelona, Spain. New York: IEEE, 2016: 220-224.
- [15] He G N, Belfiore J C, Land I, et al. Beta-expansion: a theoretical framework for fast and recursive construction of polar codes [C]//GLOBECOM 2017-2017 IEEE Global Communications Conference, December 4-8, 2017, Singapore. New York: IEEE, 2017.
- [16] Fang J F, Bi M H, Xiao S L, et al. Performance investigation of the polar coded FSO communication system over turbulence channel[J]. *Applied Optics*, 2018, 57(25): 7378-7384.
- [17] Shao J H, Ke X Z, Chen Q. A suitable polar coding modulation scheme for atmospheric weak turbulence channel[J]. *Acta Electronica Sinica*, 2016, 44(8): 1831-1836.
- 邵军虎, 柯熙政, 陈强. 一种适用于大气弱湍流信道的极化纠错编码调制方案[J]. *电子学报*, 2016, 44(8): 1831-1836.
- [18] Ohtsuki T. Turbo-coded atmospheric optical communication systems [C]//2002 IEEE International Conference on Communications, April 28-May 2, 2002, New York, USA. New York: IEEE, 2002: 2938-2942.
- [19] Zhou Y, Li R, Zhang H Z, et al. Polarization weight family methods for polar code construction [C]//2018 IEEE 87th Vehicular Technology Conference (VTC Spring), June 3-6, 2018, Porto, Portugal. New York: IEEE, 2018.