

基于涡旋光多普勒效应的旋转柱体转速探测

邱松¹, 任元^{1,2*}, 刘通¹, 王琛¹

¹航天工程大学宇航与科学技术系, 北京 101416;

²航天工程大学激光推进及其应用国家重点实验室, 北京 101416

摘要 作为具有螺旋形相位、携带有轨道角动量的结构光束, 涡旋光的多普勒效应与经典平面波束多普勒效应相比, 多出了垂直于光束截面内的相对运动引起的频移分量。建立速度-坡印廷矢量模型和相位调制模型来研究涡旋光的线性与旋转多普勒效应, 得出了复合运动下涡旋光多普勒频移的产生规律。在此基础上, 针对旋转柱体这一典型的运动目标, 采用两种模型分别对其表面产生的多普勒频移进行分析, 得到的相同结果证明了理论分析方法的正确性。揭示涡旋光探测旋转柱体的频移分布规律, 并探究了不同涡旋光半径和不同柱体尺寸对探测结果的影响。

关键词 物理光学; 涡旋光; 多普勒效应; 转速探测; 旋转多普勒频移; 相位调制

中图分类号 O436

文献标志码 A

doi: 10.3788/AOS202040.2026001

Detection of Rotational Cylinder Speed Using Doppler Effect of Optical Vortex

Qiu Song¹, Ren Yuan^{1,2*}, Liu Tong¹, Wang Chen¹

¹Department of Aerospace Science and Technology, Space Engineering University, Beijing 101416, China;

²State Key Laboratory of Laser Propulsion & Its Application, Space Engineering University, Beijing 101416, China

Abstract As a structured beam exhibiting a spiral phase and an orbital angular momentum, the Doppler effect of an optical vortex possesses a frequency shift component caused by the relative motion that is perpendicular to the beam cross-section compared with the Doppler effect of the classical plane beam. In this study, a velocity-Poynting vector model and a phase modulation model are established to study the linear and rotational Doppler effects of optical vortex, obtaining the generation law of Doppler frequency shift of the vortex light under compound motion. Moreover, these two models are used to analyze the Doppler frequency shift on the surface of the cylinder, which is a typical spatial moving target. The same results are obtained, proving the correctness of the proposed theoretical analysis method. The distribution law of the frequency shift of the rotating cylinder detected through vortex light is proposed herein, and the influence of different optical vortex radii and cylinder sizes on the detection results is explored.

Key words physical optics; optical vortex; Doppler effect; rotation detection; rotational Doppler frequency shift; phase modulation

OCIS codes 260.6042; 280.3340; 280.4788; 280.1350

1 引 言

多普勒效应最早由奥地利物理学家多普勒发现并阐明其内在机理, 如今已经在诸多场合得到了应用^[1-2]。多普勒效应的基本原理是当接收者沿着波束传播方向存在相对运动时, 接收者接收到的波束频率将与波源发出的波束频率之间存在一定差值,

这一差值与相对运动速度呈正比, 若接收器接收到的是运动物体表面反射回来的回波信号, 那么这一频率差值将会加倍。根据这一原理, 便可实现对物体运动信息的探测。

经典多普勒效应主要聚焦于平面波^[3], 能够直接探测沿波束传播方向上的相对运动, 而对于垂直于波束传播方向的运动则无能为力, 例如, 光束沿转

收稿日期: 2020-05-12; 修回日期: 2020-06-08; 录用日期: 2020-07-06

基金项目: 国家自然科学基金(11772001, 61805283)、基础加强计划重点基础研究项目

* E-mail: renyuan_823@aliyun.com

轴方向垂直照射旋转物体时将不会产生频移。这一问题在涡旋波束的概念提出后有了新的解决办法,使多普勒效应理论得到了进一步的补充和完善。1989年,Couillet等^[4]首次得到了麦克斯韦方程组的涡旋表达式解并提出了涡旋光的概念,拉开了涡旋光研究的序幕。随后不久,涡旋光携带有轨道角动量的特性首次被提出,对于具有拉盖尔-高斯模式的涡旋光而言,其每个光子可携带有大小为 $l\hbar$ 的轨道角动量,其中 l 是涡旋光的拓扑荷数, \hbar 是归一化的普朗克常量^[5]。

涡旋光的表达式中含有螺旋相位因子 $\exp(i l \theta)$,表示绕光轴一周光场的相位由0到 2π 跳变 l 次。这一螺旋相位因子的存在,导致涡旋光在传播过程中的相位面不再是平面,而是一个螺旋形的相位面^[6-8]。根据电磁波坡印廷矢量的定义 $\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{B}$,其大小等于电场强度与磁场强度的外积,方向垂直于电磁波的相位面^[9-10],其物理意义是电磁波的能流的大小和方向。对应到涡旋光中,由于其相位面呈螺旋形,那么垂直于相位面的坡印廷矢量也对应呈螺旋形。Leach等^[11]于2006年首次在实验中测得了坡印廷矢量与涡旋光传播方向之间的夹角,其大小可表示为 $\sin \langle \mathbf{S}, \mathbf{P} \rangle = l\lambda / 2\pi r$,其中 r 为涡旋光半径, λ 为探测波束的波长, \mathbf{P} 为光束传播的方向矢量。这一夹角的存在导致涡旋光具备了探测垂直于光束传播方向上的运动的本领,最典型的就是旋转运动,这一特点被概括为旋转多普勒效应^[12-13]。国内外在旋转多普勒效应转速测量方面已经开展了广泛的研究^[14-17],其中最经典的是Lavery等^[18]于2013年利用涡旋光旋转多普勒效应实现了目标转速测量。但目前的研究主要集中在光束沿着物体转轴方向进行探测的情况^[19-21],在实际应用场合中这一条件很难满足。在之前的工作中,本课题组^[22-23]对涡旋光与物体转轴之间存在的较小横向位移和倾角进行了研究,发现当涡旋光与物体转轴不重合时,产生的旋转多普勒频率信号会发生展宽的现象。此外,目前国内外针对涡旋光多普勒效应的研究主要面向平面物体^[18-19],关于曲面旋转物体的研究鲜有报道。而在实际应用中,如旋转的弹体、失稳卫星等目标都是具有曲面特征的物体,利用涡旋光探测此类具有曲面特征的旋转物体时会产生不同的多普勒频移信号。值得关注的是,涡旋光具有旋转多普勒效应的同时,并未丢失经典光束的线性多普勒效应^[17,20],也就是说,当涡旋光与同时具有线性和旋转运动的物体或者散射点相作用时,两种运

动都会使涡旋光产生多普勒频移。

本文从描述涡旋光多普勒效应的几何角度和相位角度出发,建立涡旋光探测复合运动物体时的多普勒效应分析模型,阐明涡旋光线性多普勒效应与旋转多普勒效应之间的关系。针对旋转柱体探测这一特殊的应用场景,对基于涡旋光多普勒效应的旋转柱体目标探测进行分析,发现了涡旋光探测柱体时回波信号的多普勒频移分布规律。分别探究了不同目标尺寸和不同光束传输距离对柱体目标探测结果的影响,得到的相关结论对涡旋光多普勒效应探测在实际条件下的应用具有一定的指导意义。

2 理论分析

2.1 速度-波矢模型

光源与目标之间存在相对运动时,产生的多普勒频移可表示为 $\Delta f = f_0 v \cdot \cos \alpha / c$,其中, f_0 为探测光频率, v 为相对运动速度大小, α 为相对运动速度方向与光束传播方向之间的夹角, c 为真空中的光速。涡旋光的坡印廷矢量与光轴之间的夹角 ϵ 可表示为 $\sin \epsilon = l\lambda / 2\pi r$ 。当光束沿转轴方向照射一旋转物体时,坡印廷矢量与物体表面微小散射体线速度之间的夹角 α' 与 ϵ 之间存在的关系为 $\alpha' + \epsilon = \pi/2$ 。

取运动物体表面微小散射点为研究对象,如图1所示。为了不失一般性,可假定散射体的运动形式为绕着光轴转动与沿着光轴线性运动的叠加,因为这两个方向上的运动会直接引起光束频移,其他形式的运动可以分解到这两个方向上来。

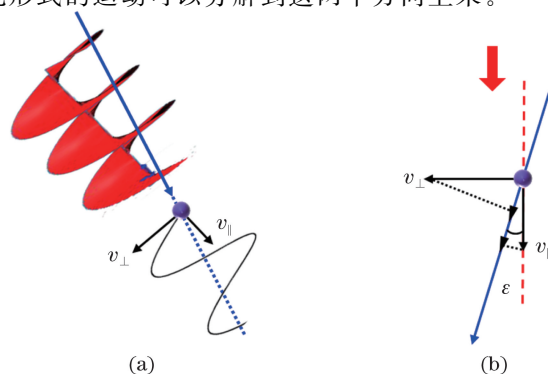


图1 微小散射体的运动分解与投影示意图。(a)运动分解示意图;(b)垂直方向运动和沿着光束传播方向运动投影到坡印廷矢量方向

Fig. 1 Motion decomposition and projection diagram of micro-scatterers. (a) Diagram of motion decomposition; (b) motion in vertical direction and along beam propagation direction projected to Poynting vector direction

将两个方向上的速度同时投影至涡旋光坡印廷矢量方向上,则沿着坡印廷矢量方向的相对速度大小为

$$V = v_{\perp} \sin \epsilon + v_{\parallel} \cos \epsilon. \quad (1)$$

将坡印廷矢量方向与光轴之间的夹角代入(1)式中,并根据三角函数关系,可得最终沿着坡印廷矢量方向的相对运动速度大小为 $V = (v_{\perp} l \lambda + v_{\parallel} \sqrt{4\pi^2 r^2 - l^2 \lambda^2}) / 2\pi r$ 。结合经典光束的多普勒效应原理,得到由复合运动产生的多普勒频移为

$$\Delta f = f_0 V / c = v_{\perp} l / 2\pi r + v_{\parallel} f_0 \sqrt{4\pi^2 r^2 - l^2 \lambda^2} / 2\pi r c. \quad (2)$$

由(2)式可以看出,复合运动下的光束的频移由两部分组成:前半部分由垂直于波束传播方向的相对运动引起,是旋转多普勒频移部分,可用 Δf_{\perp} 表示;后半部分由沿着波束传播方向的运动引起,是线性多普勒频移成分,可用 Δf_{\parallel} 表示。

当光束沿转轴方向探测一个旋转运动物体时,物体表面散射点沿着光束传播方向的速度 $v_{\parallel} = 0$,垂直于光束传播方向的速度 $v_{\perp} = \Omega r$,将 v_{\parallel} 和 v_{\perp} 代入(2)式可得旋转多普勒频移 $\Delta f_{\perp} = l\Omega / 2\pi$,这与 Lavery 等^[18]给出的旋转多普勒效应关系式一致。其中 Ω 为散射点绕着光轴的旋转角速度。当光束探测一个沿着光束传播方向平动的物体时,物体表面散射点的 v_{\perp} 为 0,此时只产生线性频移,其大小可表示为

$$\Delta f_{\parallel} = f_0 v_{\parallel} \sqrt{4\pi^2 r^2 - l^2 \lambda^2} / 2\pi r c. \quad (3)$$

由于光束波长一般在几百纳米到上千纳米之

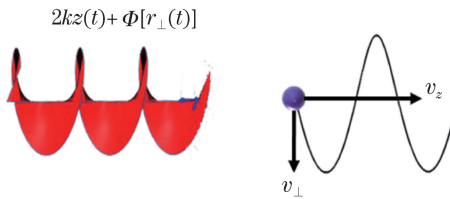


图 2 结构光与运动微粒作用后的相位变化示意图

Fig. 2 Schematic of phase change after structure light interacts with moving particles

将物体表面回波的相位对时间进行求导,可得到波束振动的空间相位角频率为

$$\Delta \omega = d\psi(t) / dt = 2k v_z + \Delta_{\perp} \Phi \cdot v_{\perp}, \quad (7)$$

式中: v_z 为散射体沿着光束传播方向的速度; $\Delta_{\perp} \Phi$ 为沿着涡旋光束圆周方向的相位梯度。

根据角频率与波束空间振动频率之间的关系,可得回波信号的频率变化为

间,而光斑半径在实验室条件下通常为几毫米到几厘米之间,(3)式中 $l^2 \lambda^2$ 通常要比 $4\pi^2 r^2$ 小 10^6 个数量级以上,故可忽略不计。因此,(3)式简化后可表示为 $\Delta f_{\parallel} = f_0 v_{\parallel} / c$,这与经典光束的线性多普勒频移表达式一致,证明了这一分析方法的正确性。此外,根据(2)式也可看出,涡旋光探测复合运动物体时,其产生的线性多普勒频移和旋转多普勒频移是相加的关系。

2.2 相位调制模型

通过对麦克斯韦方程组进行求解可以知道,平面电磁波的通解^[24]可简化为

$$E = E_0 \exp[-i(2\pi f t - k z)], \quad (4)$$

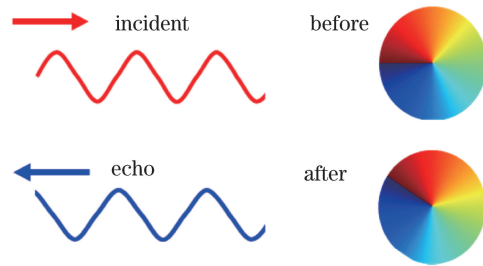
式中: E_0 为电磁波的强度; k 为波矢大小; z 为空间坐标; t 为时间。对涡旋结构光束而言,相当于在平面波的表达式基础上添加了一个空间螺旋相位,这个相位一般可用 $e^{i\varphi}$ (φ 为角坐标)表示,因此一束涡旋光沿着传播方向的光场强度可以表示为

$$E(\mathbf{r}, t) = E'_0 \exp\{-i[2\pi f t - k z - \Phi(r_{\perp})]\}, \quad (5)$$

式中: E'_0 为与光场模式有关的参数; r_{\perp} 为波前的横向位置; $\Phi(r_{\perp})$ 描述涡旋光的空间螺旋相位,由涡旋光的参数决定。当光束照射运动中的散射体时,如图 2 所示,微小散射体相对波前的运动会改变回波相位。在去掉载波基频之后,回波光强信号可表示为

$$I(t) = I_0 \exp[i\psi(t)], \quad (6)$$

式中: 随时间变化的相位 $\psi(t) = 2k z(t) + \Phi[r_{\perp}(t)]$; I_0 为散射光的光场强度。



$$\Delta f = \Delta \omega / 2\pi = \frac{1}{\pi} k v_z + \frac{1}{2\pi} \Delta_{\perp} \Phi \cdot v_{\perp}. \quad (8)$$

(8)式右边第一项表示线性运动分量产生的频移,化简后为 $\Delta f_{\parallel} = 2f_0 v_z / c$,这与经典多普勒频移相同;第二项表示由截面内运动产生的频移,当垂直于光束截面内的运动仅为旋转运动时,有 $v_{\perp} = \Omega r$,此时产生的旋转多普勒频移大小为 $\Delta f_{\perp} = l\Omega / 2\pi$,

这与 Lavery 等^[18]给出的公式一致,同时也与上述速度-波矢模型下给出的公式相同,证明了理论分析的正确性。

3 旋转柱体探测原理及仿真分析

3.1 旋转柱体探测原理

目前,大多数关于旋转多普勒效应的研究主要集中在平面物体,对于非平面物体则难以实现转速测量。旋转柱体是一种典型的具有曲面特征的旋转物体,常见于弹丸、导弹等自旋稳定的空间旋转目标。以旋转柱体为例,基于两种模型对柱面的涡旋光多普勒效应进行分析。旋转柱体的特点在于,当

光束沿着图 3(b)所示方位照射时,光束照射下的任意微小散射点相对于光束都同时具有垂直于光束截面内的运动和沿着光束传播方向的运动,因此,每个微小散射点在理论上可以同时产生线性多普勒频移与旋转多普勒频移。

图 3(a)是涡旋光正入射旋转柱体的主视图(沿着涡旋光传播方向的截面图), β 表示 xoy 平面内散射点位置与 x 轴之间的夹角。图 3(c)是涡旋光正入射旋转柱体的侧视图, γ 表示 zoy 平面内原点与散射点位置连线与 z 轴负方向之间的夹角。通过 γ 和 β ,便可以确定散射点在柱面上的位置,在同一空间坐标系下, $\sin \beta = R \sin \gamma / r$,其中 R 表示旋转柱体半径。

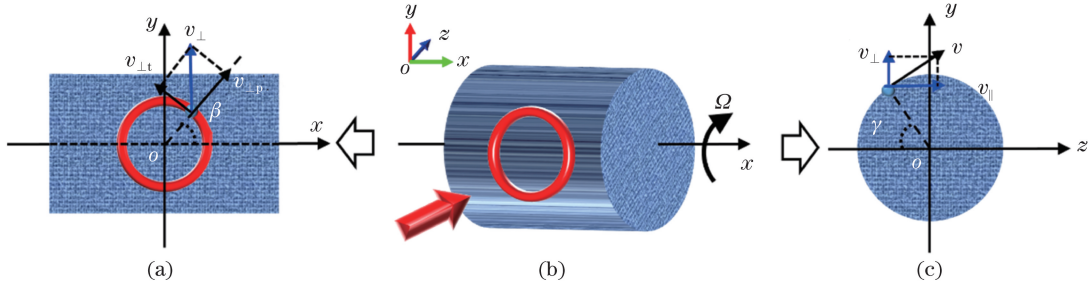


图 3 涡旋光探测旋转柱体时的不同方位视图。(a)主视图;(b)涡旋光探测柱体运动目标;(c)右视图

Fig. 3 Different azimuth views of rotating cylinder detected by vortex light. (a) Main view; (b) moving cylinder target detected by vortex light; (c) right view

采用速度-波矢模型分析,旋转柱体表面任意微小散射体沿涡旋光束圆周方向的速度可表示为 $v_{\perp} = \Omega R \cos \gamma \cos \beta$ 。沿涡旋光束传播方向的速度可表示为 $v_{\parallel} = \Omega R \sin \gamma$ 。结合 γ 和 β 之间的关系,将两个方向的运动速度代入(2)式,可得最终涡旋光产生的多普勒频移大小为

$$\Delta f_{\text{mod}} = f_0 V / c = f_0 (\Omega \cos \beta \sqrt{R^2 - r^2 \sin^2 \beta} l \lambda + \Omega r \sin \beta \sqrt{4\pi^2 r^2 - l^2 \lambda^2}) / 2\pi r c. \quad (9)$$

从(9)式可以看出,涡旋光多普勒效应由两部分相加而成:前一部分为旋转多普勒频移量,化简后可表示为 $\Delta f_{\perp} = l \Omega \cos \beta \sqrt{R^2 - r^2 \sin^2 \beta} / 2\pi r$;后一部分为线性多普勒频移,利用 2.1 节的简化原理,得到线性多普勒频移为 $\Delta f_{\parallel} = f_0 \Omega r \sin \beta / c$ 。

若采用相位调制模型分析,根据散射点的切向速度,可以得到光斑圆周上微小散射点的角速率为 $\omega = \Omega R \cos \gamma \cos \beta / r$,而沿涡旋光方向的传播速度为 $v_{\parallel} = \Omega R \sin \gamma$ 。涡旋光截面内的旋转和沿光束传播方向的相对运动将分别引起旋转相位和平移相位的变化,单位时间内这一相位变化的大小表示为

$$\Delta \phi = 2k \Omega R \sin \gamma + l \Omega R \cos \gamma \cos \beta / r. \quad (10)$$

结合(7)、(8)式,相位变化引起的散射光频移为

$$\Delta f_{\text{mod}} = k \Omega r \sin \beta / \pi + l \Omega \cos \beta \sqrt{R^2 - r^2 \sin^2 \beta} / 2\pi r. \quad (11)$$

该频移同样也由两项组成:前一项表示线性多普勒频移,将相位梯度的大小 $2\pi/\lambda$ 代入(11)式,可得 $\Delta f_{\parallel} = f_0 \Omega r \sin \beta / c$;后一项为旋转多普勒频移,与速度-波矢模型分析下的结果一致。除了曲面导致的非平面因子外,其余项与之前学者给出的旋转多普勒频移公式相同,从而证明了这一分析结果的正确性。

3.2 探测仿真及结果分析

为了观测两种方法得出的多普勒频移大小及其分布规律,分别在不同条件下对上述结论进行仿真。单一态和叠加态拉盖尔-高斯涡旋光相位图及沿光束传播方向的仿真分布如图 4 所示,光束的拓扑荷数为 2。在空间光调制器上加载如图 4(a)、(b)所示的相位图,反射光将变成如图 4(c)所示的强度分布的涡旋光,随着传播距离的增大,光束逐渐发散,光斑圆环的半径也逐渐增大。

在实际探测中,主要采用相干探测法来提取光束频移量的绝对值^[25],满足相干条件的两束光耦合之后会产生拍频现象,此时两束光的频差信息可以

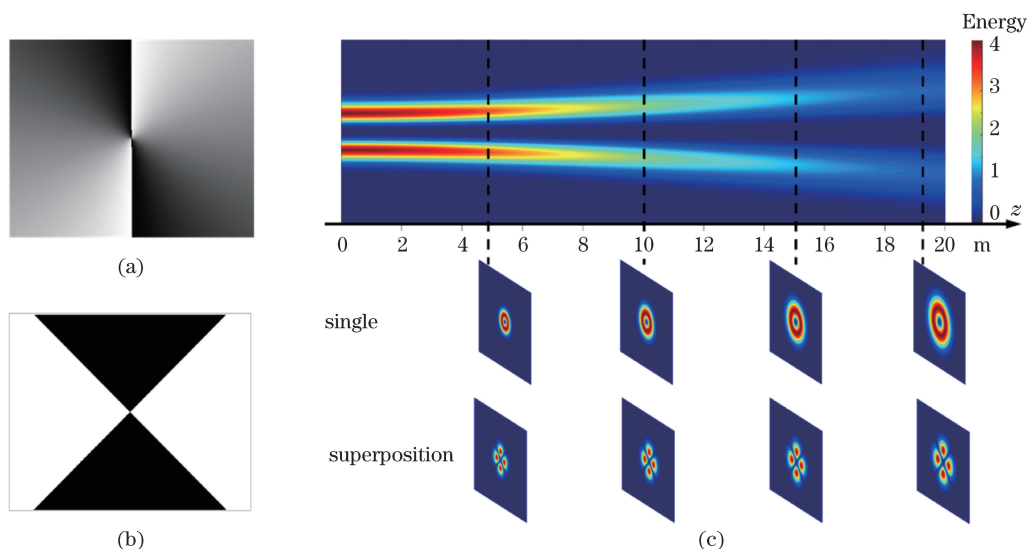


图 4 涡旋光的相位分布及光强分布。(a)单一态涡旋光相位分布;(b)叠加态涡旋光相位分布;
(c) 涡旋光沿传播路径及传播方向截面的光强分布

Fig. 4 Phase distribution and intensity distribution of optical vortex. (a) Phase distribution of single-mode optical vortex;
(b) phase distribution of superposition-mode optical vortex; (c) intensity distribution of optical vortex along
propagation direction and transverse plane

被捕捉到。然而对信号光和本振光进行拍频耦合时实际操作难度较大,采用叠加态涡旋光则更加方便。叠加态涡旋光与单一态涡旋光的差别在于,叠加态涡旋光由两个拓扑荷数相同、符号相反的单一态成分组成,这两种成分之间的螺旋相位面旋向也相反,根据旋转多普勒频移产生原理,这两种成分会分别产生大小相同但方向相反的旋转频移。而线性频移部分不受拓扑荷数影响,因此会产生同方向等值的线性多普勒频移,这样经过相干检测之后,旋转多普勒频移会加倍,线性多普勒频移则不会体现出来。

采用如图 4 所示的拓扑荷数为 2 的单一态涡旋光和相应拓扑荷数为 ± 2 的叠加态涡旋光进行仿真验证,设定旋转目标半径为 $R = 1$ m,照射在旋转柱体表面涡旋光的半径为 0.05 m,得到光斑照射下散射点沿圆环一周的频移分布,如图 5(a)所示。可以看出:在方位角 β 为 0 和 π 处,线性多普勒频移为 0;而在 $\pi/2$ 和 $3\pi/2$ 处,频移取得最大值,频移量在 0 到极大值之间连续分布。在对应的频谱域,频率信号表现为从 0 到最大频移之间的连续峰值分布,最大频移由圆柱体的转速决定。

在相同初始条件下,采用拓扑荷数为 ± 2 的叠加态涡旋光进行探测仿真,得到的频移分布如图 5(b)所示。与单一态涡旋光探测不同,此时的散射体多普勒频移仅包含旋转多普勒频移成分,在方位角 β 取 $\pi/2$ 和 $3\pi/2$ 时频移值为 0,而当方位角 β

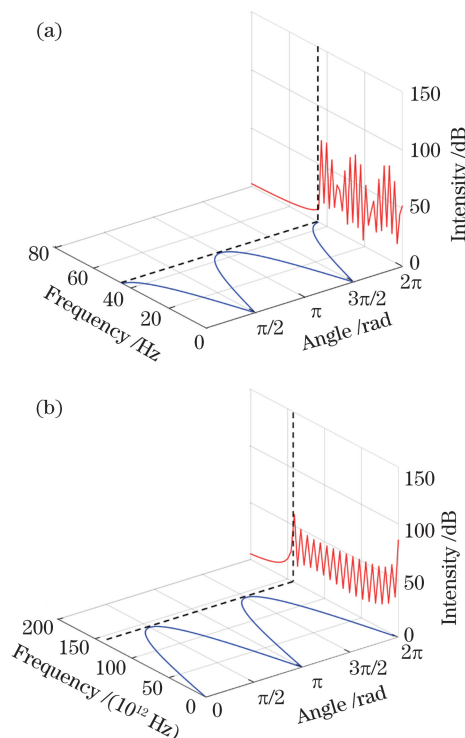


图 5 单一态和叠加态涡旋光探测下的频移分布。
(a)单一态涡旋光;(b)叠加态涡旋光

Fig. 5 Frequency shift distribution detected by single-mode and superposition-mode optical vortex. (a) Single-mode optical vortex; (b) superposition-mode optical vortex

为 0 和 π 时,多普勒频移取得最大值。在对应的频

谱域,频率峰值在 0 到极大值之间均有分布,其频率带宽由圆柱体转速决定。

随着涡旋光传播距离的增加,相应的光束半径也逐渐增大,如图 4(c)所示。在不同的光束半径下,对恒定转速、相同半径的圆柱体进行探测仿真。分别采用拓扑荷数为 2 的单一态涡旋光和 ± 2 的叠加态涡旋光进行探测仿真,圆柱体半径设置为 1,涡旋光半径在小于旋转柱体半径的范围内依次递增。随着涡旋光半径逐渐增加,探测到的频移带宽 f_i 也依次发生改变。分别提取不同半径下的频移带宽,结果如图 6 所示。可明显看出:随着光束半径的增大,叠加态涡旋光探测到的旋转多普勒频移带宽逐渐减小;而单一态涡旋光探测到的总的多普勒频移带宽逐渐增加,且频移带宽近似与涡旋光半径呈正比。结果表明,在叠加态涡旋光探测旋转柱体时,适当增加光束半径可使频率信号集中,减小信号带宽。

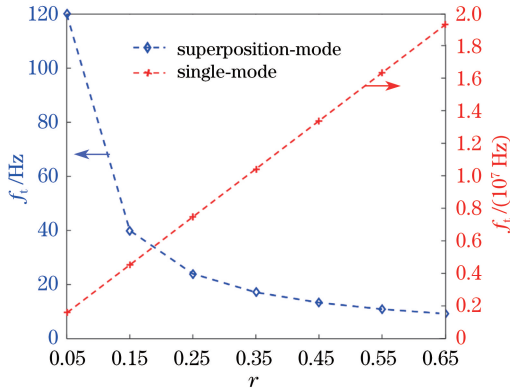


图 6 多普勒频移带宽随光束半径变化仿真

Fig. 6 Simulation of Doppler frequency shift bandwidth changing with beam radius

采用相同半径的涡旋光束,探测不同半径的旋转圆柱体,所得仿真结果如图 7 所示。从仿真结果可知,圆柱体半径的增大对线性多普勒频移成分没有影响,而旋转多普勒频移分量的频谱带宽会逐渐增加。由此可知,涡旋光探测下旋转柱体产生的线性多普勒频移带宽与柱体半径无关,而旋转多普勒频移带宽随旋转柱体半径的增大而增大,这与(11)式结果一致。

4 结 论

在经典多普勒效应的基础上,建立速度-波矢和相位调制两种模型,阐明了涡旋光与复合运动目标相互作用时线性多普勒效应与旋转多普勒效应规律及二者之间的关系。在探测具有复合运动的物体时,涡旋光会同时产生线性多普勒频移和旋转多普

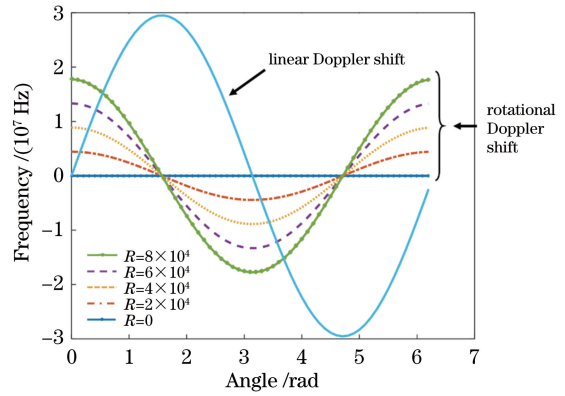


图 7 不同柱体半径下沿光斑一周的多普勒频移分布
Fig. 7 Doppler frequency shift distribution around the spot ring under different radius of rotational cylinder

勒频移,最终涡旋光所产生的频移为二者之和。首次利用理论模型对旋转柱体探测这一特殊的应用场景进行了探测仿真研究:涡旋光照射旋转柱体表面时会同时产生线性多普勒频移和旋转多普勒频移;在散射光的频谱域,会产生一个从 0 到极大值之间的带宽频率信号,极大值由柱体的转速和半径决定;线性多普勒频移与旋转柱体的半径无关,而旋转多普勒频移则与旋转柱体的半径和转速同时相关。此外,随着探测光束半径的增加,柱体旋转产生的旋转多普勒频移带宽逐渐减小而线性多普勒频移带宽逐渐增加。相关结论对基于涡旋光的旋转目标探测技术在实际条件下的应用具有一定的指导意义。

参 考 文 献

- [1] Censor D. Theory of the Doppler effect: fact, fiction and approximation[J]. Radio Science, 1984, 19(4): 1027-1040.
- [2] Hong X, He S Z, Jiang C Z, et al. Remote displacement measurement of solid scattering surface utilizing laser Doppler effect[J]. Acta Optica Sinica, 2001, 21(1): 118-121.
洪昕, 贺顺忠, 蒋诚志, 等. 用激光多普勒效应远距离测量固体散射表面的位移[J]. 光学学报, 2001, 21(1): 118-121.
- [3] Varghese B, Rajan V, van Leeuwen T G, et al. Discrimination between Doppler-shifted and non-shifted light in coherence domain path length resolved measurements of multiply scattered light[J]. Optics Express, 2007, 15(20): 13340-13350.
- [4] Couillet P, Gil L, Rocca F. Optical vortices [J]. Optics Communications, 1989, 73(5): 403-408.
- [5] Allen L, Beijersbergen M W, Spreeuw R J C, et al. Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes[J].

- Physical Review A, 1992, 45(11): 8185-8189.
- [6] Wang C, Liu T, Ren Y, et al. Generating optical vortex with large topological charges by spiral phase plates in cascaded and double-pass configuration[J]. Optik, 2018, 171: 404-412.
- [7] Padgett M J. Orbital angular momentum 25 years on [Invited][J]. Optics Express, 2017, 25(10): 11265-11274.
- [8] Yang W D, Qiu X D, Chen L X. Research progress in detection, imaging, sensing, and micromanipulation application of orbital angular momentum of beams[J]. Chinese Journal of Lasers, 2020, 47(5): 0500013. 杨伟东, 邱晓东, 陈理想. 光轨道角动量分离、成像、传感及微操控应用研究进展[J]. 中国激光, 2020, 47(5): 0500013.
- [9] Poynting J H. The wave motion of a revolving shaft, and a suggestion as to the angular momentum in a beam of circularly polarised light[J]. Proceedings of the Royal Society A, 1909, 82(557): 560-567.
- [10] Padgett M J, Allen L. The Poynting vector in Laguerre-Gaussian laser modes[J]. Optics Communications, 1995, 121(1/2/3): 36-40.
- [11] Leach J, Keen S, Padgett M J, et al. Direct measurement of the skew angle of the Poynting vector in a helically phased beam[J]. Optics Express, 2006, 14(25): 11919-11924.
- [12] Allen L, Babiker M, Power W L. Azimuthal Doppler shift in light beams with orbital angular momentum[J]. Optics Communications, 1994, 112(3/4): 141-144.
- [13] Garetz B A. Angular Doppler effect[J]. Journal of the Optical Society of America, 1981, 71(5): 609-611.
- [14] Qi Q Q, Chen C B, Xu T Z, et al. Optimal measurement of rotation Doppler-frequency shifts based on rotational symmetry[J]. Journal of Xiamen University (Natural Science), 2017, 56(2): 220-225. 齐倩倩, 陈灿斌, 徐天哲, 等. 基于物体对称性实现旋转多普勒效应的优化测量[J]. 厦门大学学报(自然科学版), 2017, 56(2): 220-225.
- [15] Fu S Y, Wang T L, Zhang Z Y, et al. Non-diffractive Bessel-Gauss beams for the detection of rotating object free of obstructions[J]. Optics Express, 2017, 25(17): 20098-20108.
- [16] Fu Z L, Wang Z, Cui C, et al. Angular velocity measurement based on rotational Doppler effect of vortex beam[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2019, 56(18): 180501. 傅子玲, 王智, 翟焱, 等. 利用涡旋光束的旋转多普勒效应测量角速度[J]. 激光与光电子学进展, 2019, 56(18): 180501.
- [17] Hu X B, Zhao B, Zhu Z H, et al. *In situ* detection of a cooperative target's longitudinal and angular speed using structured light[J]. Optics Letters, 2019, 44(12): 3070-3073.
- [18] Lavery M P J, Speirits F C, Barnett S M, et al. Detection of a spinning object using light's orbital angular momentum[J]. Science, 2013, 341(6145): 537-540.
- [19] Lavery M P J, Barnett S M, Speirits F C, et al. Observation of the rotational Doppler shift of a white-light, orbital-angular-momentum-carrying beam backscattered from a rotating body[J]. Optica, 2014, 1(1): 1-4.
- [20] Fang L, Padgett M J, Wang J. Sharing a common origin between the rotational and linear Doppler effects[J]. Laser & Photonics Reviews, 2017, 11(6): 1770064.
- [21] Liu B Y, Chu H C, Giddens H, et al. Experimental observation of linear and rotational Doppler shifts from several designer surfaces[J]. Scientific Reports, 2019, 9(1): 8971.
- [22] Qiu S, Liu T, Li Z M, et al. Influence of lateral misalignment on the optical rotational Doppler effect[J]. Applied Optics, 2019, 58(10): 2650-2655.
- [23] Qiu S, Liu T, Ren Y, et al. Detection of spinning objects at oblique light incidence using the optical rotational Doppler effect[J]. Optics Express, 2019, 27(17): 24781-24792.
- [24] Belmonte A, Torres J P. Optical Doppler shift with structured light[J]. Optics Letters, 2011, 36(22): 4437-4439.
- [25] Anderson A Q, Strong E F, Heffernan B M, et al. Detection technique effect on rotational Doppler measurements[J]. Optics Letters, 2020, 45(9): 2636-2639.