大畸变航天遥感相机焦平面弧形拼接

李富强*,曹东晶,姜海滨,雷文平,项卫国,郝言慧,魏学敏,黄伟,常君磊,窦莲英 北京空间机电研究所先进光学遥感技术北京市重点实验室,北京 100094

摘要时间延迟积分电荷耦合器件(TDICCD)及多光谱线阵探测器是航天遥感相机常用的成像器件。为了获得高质量的航天遥感图像,要求 TDICCD 的电荷转移速度与像移速度相等、方向相同。航天遥感相机在轨推扫成像时, 畸变会导致像移方向与积分方向不匹配。为了减小电荷转移方向和像移方向之间的失配误差,将探测器拼接成一 条弧线以补偿畸变引起的像移。首先建立了时间延迟积分(TDI)方向和像移方向失配的数学模型,分别给出了枕 形畸变和桶形畸变弧形拼接的方向。其次,推导了像移方向与 TDI 方向夹角的计算公式,建立目标函数计算每片 探测器的弧形拼接角度。最后,进行了弧形拼接在轨实验,结果表明,相比拼接前,弧形拼接后边缘视场的配准精 度由 4 pixel 提升到 1 pixel。

关键词 焦平面;弧形拼接;畸变;像移速度矢量;奇异值分解 中图分类号 TP702 文献标志码 A

doi: 10.3788/AOS202040.2008001

Focal Plane Curve Splicing of Large Distortion Aerospace Remote Sensing Camera

Li Fuqiang^{*}, Cao Dongjing, Jiang Haibin, Lei enping, Xiang Weiguo, Hao Yanhui, Wei Xuemin, Huang Wei, Chang Junlei, Dou Lianying

Beijing Key Laboratory of Advanced Optical Remote Sensing Technology, Beijing Institute of

Space Mechanics & Electricity, Beijing 100094, China

Abstract Time delay and integration charge-coupled devices (TDICCD) and multispectral linear array sensor are usually used as the imaging detector in aerospace remote sensing camera. In order to obtain high-quality aerospace remote sensing images, the charge transfer speed of the TDICCD is required to be equal to the image motion velocity and in the same direction. When the aerospace remote camera is in orbit push-broom imaging, the distortion will cause the mismatch between the image motion direction and the integration direction. In order to reduce the mismatch error between the direction of charge transfer and the image motion direction, the detectors are spliced into a curve to compensate for the image movement caused by distortion. First, a mathematical model of mismatch between the time delay and integration (TDI) direction and the image motion direction is established, and the directions of the pincushion distortion and the barrel distortion curve splicing are given respectively. Second, the calculation formula for the angle between the image shift direction and the TDI direction is derived, and the objective function is established to calculate the curve stitching angle of each detector. Finally, an on-orbit curve splicing experiment is carried out. The results show that the registration accuracy of the edge field of view after curve splicing is improved from 4 pixel to 1 pixel compared to before splicing.

Key words focal plane; curve splicing; distortion; image motion velocity vector; singular value decomposition OCIS codes 100.2550; 080.2720; 120.0280; 120.4880

1 引 言

航天遥感相机在轨成像时始终处于运动状态, 对于时间延迟积分电荷耦合器件(TDICCD)相机, 积分速度矢量(电荷转移速度)与像移速度矢量的匹 配误差会导致图像质量退化、分辨率下降,因此,必 须对像移进行补偿^[1-3]。像移速度矢量与积分速度 矢量之间的夹角被称为失配角,失配角会导致

收稿日期: 2020-06-05; 修回日期: 2020-06-16; 录用日期: 2020-07-06

基金项目:民用航天十三五预研项目(D040401)、民用航天十三五三批(A0302)

^{*} **E-mail:** lfq19851126@163.com

TDICCD 相机的调制传递函数(MTF)下降^[4-6]。对 于多光谱 CCD,失配角也会导致多个谱段之间的配 准精度下降。

由偏流角、卫星姿态等引起的像移速度矢量和积 分速度矢量不匹配问题,已有广泛的研究^[7-16]。畸变 引起的像移速度矢量和积分速度矢量不匹配问题是 相机固有的属性,无法通过调整卫星姿态进行补偿。 畸变引起的失配角可通过焦平面拼接时将探测器偏 转一定角度进行补偿,这种方法被称为弧形拼接。

对于弧形拼接, Greslou 等^[17-18]介绍了 Pleiades 卫星通过探测器弧形拼接方法修正畸变引起的 P 谱 段 MTF 下降问题。但没有修正多光谱之间由畸变引 起的配准误差,且 Pleiades 卫星弧形拼接时探测器的 偏转方向及偏转角度的计算方法并未公开,目前国内 也没有相关的公开文献。

弧形拼接的关键技术是判断弧形拼接方向和计 算弧形拼接角度,本文通过像移速度矢量对弧形的拼 接方向进行研究,并通过构建评价函数推导了探测器 弧形拼接角度的计算公式。

2 弧形拼接方向的判断

光学系统中常见的畸变有枕形畸变(正畸变)和 桶形畸变(负畸变)两种。以枕形畸变光学系统为例, 可通过像移方向判断弧形拼接的方向。如图1所示, 定义相机运行方向为Y轴,探测器的线阵方向(幅宽 方向)为X轴,TDICCD的积分速度矢量为v₀,地面 上的物在焦平面上共轭像点的像移速度矢量为v_i。



图 1 像移速度矢量和积分速度矢量

Fig. 1 Image motion speed vector and integral speed vector

当光学系统不存在畸变时,地物 O_i 在焦面上的像点 I_i 沿 $P_{in} \rightarrow \cdots \rightarrow P_{i3} \rightarrow P_{i2} \rightarrow P_{i1}$ 方向运动。 当光学系统存在正畸变时,点 P_{in} 在焦面上的实际 像点为 P'_{in} ,此时,地物 O_i 在焦面上的共轭像沿 $P'_{in} \rightarrow \cdots \rightarrow P'_{i3} \rightarrow P'_{i2} \rightarrow P'_{i1}$ 方向运动。其中,*n* 为像点 轨迹的采样点数,像移速度矢量 v; 的方向每一时刻都在变化。

由上述分析可知,相机在轨推扫成像时,像点沿 畸变曲线的方向运动。畸变导致相机成像时像点沿 X 方向移动。X 方向的像移偏差会引起垂轨方向 的 MTF 下降^[3-18],同时导致多光谱配准精度降低。 畸变引起的垂轨方向(X 方向)MTF下降与偏流角 导致的垂轨方向 MTF 下降类似,但畸变引起的垂 轨方向像移偏差会随视场角的增加而增加。由图 1 可以看出,畸变引起的像移关于 CCD 线阵中心对 称,不能通过修正卫星的姿态消除。为了补偿积分 速度矢量和像移速度矢量方向的不一致,需要将 CCD 阵列偏转一定角度。将焦面上每点像移方向与 线阵方向垂直得到的 CCD 线阵排列方式,如图 2 所 示,即弧形拼接的方向与畸变曲线的方向相反。同理 得出桶形畸变的 CCD 弧形拼接方向与畸变曲线的方 向相反,如图3所示。可以发现,不论是枕形畸变还 是桶形畸变,弧形拼接的方向都与畸变曲线的方向相 反,其中, θ_i 为CCD上沿X方向第*i*个点失配角。



图 2 枕形畸变光学系统弧形拼接方向 Fig. 2 Curve splicing direction of pincushion distortion optical system



图 3 桶形畸变光学系统弧形拼接方向 Fig. 3 Curve splicing directions of barrel distortion optical system

3 弧形拼接角度及首像元位置的计算

由上述分析可知,同一片探测器上,不同点的像

移矢量方向不一致。当探测器通过偏转角度进行像 移补偿时,不能补偿所有点的像移矢量方向。因此, 弧形拼接时,需要求解一个使 *X* 方向像移偏差对 MTF 或配准误差影响最小的弧形拼接角度。

航天遥探测器的种类有单谱段 CCD(单谱段 TDICCD、单线阵 CCD)、多光谱 CCD(多光谱线阵 CCD、多光谱 TDICCD)等。对于单谱段 CCD,以 MTF为目标进行弧形拼接角度的计算。对于多光谱 CCD,当多个谱段之间的分辨率不一致时,相比谱段 之间的配准误差,高分辨率谱段对 MTF 更敏感,因 此,此类探测器以高分辨率谱段的 MTF 为弧形拼接 角度的计算依据;此外,偏转探测器也会提升谱段的 配准精度。对于多光谱分辨率一致的 CCD,以谱段的 配准精度为目标进行弧形拼接。

3.1 像移失配角的计算

由于光学系统畸变曲线是非线性的,如图1中 像点 I_i 的像移速度矢量 v_i 需要通过多点拟合方 式确定。如图4所示,在 CCD 的像面区域沿线阵 方向(X 方向)和垂直线阵方向(Y 方向)均匀选取 $m \times n$ 个基准点。对于存在 P 谱段的多光谱 TDICCD,基准点在 P 谱段的感光区域中选取;对 于不存在 P 谱段的多光谱 TDICCD,基准点在所有 谱段的感光区域中选取。在光学设计软件中计算 每个点的实际像高,坐标原点为光学系统光轴与 像面的交点。



图 4 选取基准点的示意图



由点 P_{i1} 、 P_{i2} 、…、 P_{in} 的实际像高 P'_{i1} 、 P'_{i2} 、 P'_{in} 拟合得到 I_i 像移速度矢量 v_i 的参数方程为

$$a_i x + b_i y - d_i = 0,$$
 (1)

式中, a_i 、 b_i 为直线的参数,x、y为直线上任一点的 坐标值, d_i 为坐标原点到直线的距离。

对于线性拟合,根据最小二乘原理使偏差平方和最小,当误差发生在Y方向时,通过(2)式进行拟合;当误差发生在X方向时,通过(3)式进行拟合^[19-20]。

$$\min_{a_i, b_i, d_i} \sum_{j=1}^n \left[y_{ij} - (d_i - \frac{a_i}{b_i} x_{ij}) \right]^2, \qquad (2)$$

$$\min_{a_i, b_i, d_i} \sum_{j=1}^{n} \left[x_{ij} - (d_i - \frac{b_i}{a_i} y_{ij}) \right]^2, \quad (3)$$

式中,1 $\leqslant i \leqslant m$,1 $\leqslant j \leqslant n$, x_{ij} , y_{ij} 为点 P'_{ij} 的坐标。

由于光学系统在 X 和 Y 方向都存在畸变,当两 个方向都存在误差时,采用点到直线的距离偏差平 方和最小进行计算^[19-23],即

$$\underset{a_{i},b_{i}}{\operatorname{argmin}}\sum_{i=1}^{n} (a_{i}x_{ij} + b_{i}y_{ij} - d_{i})^{2}, a_{i}^{2} + b_{i}^{2} = 1.$$
(4)

可采用奇异值分解(SVD)方法求解(4)式,将拟 合点的坐标及变量表示为矩阵的形式,即

$$\boldsymbol{P}_{i} = \begin{bmatrix} x_{i1} & x_{i2} & \cdots & x_{in} \\ y_{i1} & y_{i2} & \cdots & y_{in} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}}, \quad (5)$$

$$\boldsymbol{w}_i = (a_i, b_i)^{\mathrm{T}}, \qquad (6)$$

式中, P_i 为探测器上第i列数据坐标构成的矩阵, w_i 为第i列数据拟合直线的法向量。拟合点的坐标均值可表示为

$$\overline{x_i} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_{ij}, \overline{y_i} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n y_{ij}, \Delta x_{ij} = x_{ij} - \overline{x_i}, \Delta y_{ij} = y_{ij} - \overline{y_i}, \quad (7)$$

$$d_i = a_i x_i + b_i y_i, \qquad (8)$$

式中, x_i 、 y_i 分别为矩阵 P_i 第一列和第二列元素的 均值, Δx_{ij} 、 Δy_{ij} 分别为矩阵 P_i 第一列和第二列元 素去中心后的数值。

通过(7)式对矩阵 P_i去中心化,可表示为

$$\boldsymbol{A}_{i} = \begin{bmatrix} \Delta x_{i1} & \Delta x_{i2} & \cdots & \Delta x_{in} \\ \Delta y_{i1} & \Delta y_{i2} & \cdots & \Delta y_{in} \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} .$$
(9)

对矩阵A,进行奇异值分解,得到

A

$$_{i} = \boldsymbol{U}_{i} \boldsymbol{\Sigma}_{i} \boldsymbol{V}_{i} , \qquad (10)$$

式中, U_i 为矩阵 A_i 左奇异向量组成的 $m \times m$ 矩阵, V_i 为矩阵 A_i 右奇异向量组成的 $n \times n$ 矩阵, Σ_i 为矩 阵 A_i 奇异值组成的 $m \times n$ 矩阵。

由文献[21-25]可知,向量 w_i 为矩阵 A_i 最小奇 异值对应的右奇异向量,即向量 w_i 为矩阵 V_i 的最 右一列。由向量 w_i 可得到每个 CCD 上m个点的 失配角为

$$\theta_i = \arctan\left(\frac{-b_i}{a_i}\right). \tag{11}$$

3.2 弧形拼接角度的计算

对于单谱段或多光谱 TDICCD, MTF 与像点在 X 方向的像移量成正比。以每片 CCD 上 m 个点在 X 方向上的 MTF 均值作为评价函数求解弧形拼接 角度 φ。评价函数可表示为

$$\operatorname*{argmax}_{\varphi} \overline{X_{\mathrm{MTF}}} = \sum_{i=1}^{m} \frac{\sin\left[\frac{\pi}{2}M\tan(\varphi - \theta_{i})\right] / \left[\frac{\pi}{2}M\tan(\varphi - \theta_{i})\right]}{m}, \varphi \in (\theta_{\min}, \theta_{\max}), \quad (12)$$

式中, $\theta_{\min} = \min\{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_m\}, \theta_{\max} = \max\{\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_m\}, \overline{X_{MTF}}$ 为 X_{MTF} 的均值, *M*为TDICCD的

积分级数。

对 X_{MTF} 求导,并令导数为零可得

$$\frac{\partial \overline{X}_{\text{MTF}}}{\partial \varphi} = \frac{\sum_{i=1}^{m} \left\{ \frac{\cos\left[\frac{\pi}{2} M \tan(\varphi - \theta_i)\right]}{\sin(\varphi - \theta_i)\cos(\varphi - \theta_i)} - \frac{2\sin\left[\frac{\pi}{2} M \tan(\varphi - \theta_i)\right]}{M \pi \sin(\theta - \theta_i)^2} \right\}}{m} = 0.$$
(13)

对(13)式求解可得到角度 φ ,对于多片 CCD 拼 接,可得到每片 CCD 的弧形拼接角度 $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ …。 对于多光谱线阵 CCD,谱段配准精度与 X 方向的 像移量成正比。以 CCD 上 m 个点在 X 方向的像移 均值作为评价函数求解弧形拼接角度 φ ,可表示为

$$\underset{\varphi}{\operatorname{argmin}} \overline{X_{\operatorname{error}}} = \sum_{i=1}^{m} \frac{W \tan(\varphi - \theta_i)}{m}, \varphi \in (\theta_{\min}, \theta_{\max}),$$
(14)

式中, $W = y_{mn} - y_{m1}$ 为多光谱探测器的宽度, \overline{X}_{error} 为谱段配准误差的均值。

对 $\overline{X}_{\text{error}}$ 求导,并令导数为零可得

$$\frac{\partial X_{\text{error}}}{\partial \varphi} = \frac{W}{m} \sum_{j=1}^{m} \frac{1}{\cos^2(\varphi - \theta_i)} = 0. \quad (15)$$

可以发现,(15)式没有解析解,可通过数值求解 的方法得到角度 φ 。对于多片 CCD 拼接,通过(15)式 可得到每片 CCD 弧形拼接的角度 $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ …。

3.3 首像元位置的计算

为了完成多片 CCD 首尾相接的拼接,需要计算每 片 CCD 弧形拼接的角度以及每片 CCD 首像元在垂直 线阵方向(Y 方向)的位置。以枕形畸变光学系统焦平 面拼接方案为例,推导了 CCD 偏转角度的求解公式。 弧形拼接原理如图 5 所示,由于光学系统的对称性,只 需计算半视场 2 片 CCD 的拼接角度及位置。

设拼接后单个 CCD 的有效像元长度为 L,CCD



图 5 弧形拼接原理

Fig. 5 Schematic of curve splicing

在垂直线阵方向的偏移量可表示为

$$L_1 = L\sin\varphi_1, \qquad (16)$$

$$L_2 = L\sin\varphi_1 + L\sin\varphi_2, \qquad (17)$$

式中, L_N 为第 N 片 CCD 末尾像元或第(N+1)片 CCD 首像元在 Y 方向的偏移量。当有多片器件拼 接时,设第 r 片 CCD 的偏转角度为 φ_r ,则

$$L_N = \sum_{r=1}^{N} L \tan \varphi_r \,. \tag{18}$$

4 应用实例

实验提出的弧形拼接方案已成功应用于多个在 轨型号,如 GF-2 相机、高景系列相机。以高景相机 为例,计算弧形拼接的角度。相机采用 4 片五色 CCD 拼接的方案,CCD 搭接区的拼接长度为 3 mm,探测器的感光区长度为 60 mm,P 谱段的宽 度为 1.5 mm,五个谱段的总宽度为 12 mm。从每 片 CCD 的 P 谱段上取 8 行、6 列共 48 个点,即 *m* = 6,*n* = 8。通过(4)式~(11)式对畸变数据进行求 解,得到的数据如表 1 所示。

表 1 不同 CCD 上 6 个位置拟合的失配角

	Table 1 Mis	e 1 Mismatch angles of obtained by fitting 6 positions on different CCDs				unit: (°)	
Detector	$ heta_1$	$ heta_2$	$ heta_{3}$	$ heta_{_4}$	$ heta_{5}$	$ heta_{6}$	
CCD1	0	0.0418	0.0837	0.1255	0.1674	0.2093	
CCD2	0.2093	0.2512	0.2931	0.3351	0.3771	0.4191	

根据表 1 的数据,通过(13)式进行数值求解,得 到: $\varphi_1 = 0.1045^\circ$, $\varphi_2 = 0.3141^\circ$ 。通过(16)式和(17) 式得到: $L_1 = 0.1095 \text{ mm}$, $L_2 = 0.4384 \text{ mm}$ 。计算 得到每片 CCD 器件的 6 个点弧形拼接前后的 MTF 下降值如表 2 所示。可以发现,弧形拼接在提升 MTF 的同时可以提升配准精度,表 3 为弧形拼接前 后多个谱段之间的配准误差。

表 2	弧形拼接前后各点	MTF	的	下降值
-----	----------	-----	---	-----

Table 2 MTF decline of each point before and after curve splicing

unit: %

Point –	CC	D1	CC	D2
	Before	After	Before	After
1	0.00	4.05	11.90	4.08
2	0.49	1.10	16.86	1.12
3	1.96	0.12	22.51	0.13
4	4.38	0.12	28.78	0.12
5	7.71	1.11	35.53	1.12
6	11.90	4.07	42.65	4.07

表 3 弧形拼接前后 CCD 多光谱之间的配准误

 Table 3
 Registration error between CCD multi-spectrum before and after curve splicing
 unit: pixel

Deint	CC	CD1	CC	CD2
Point —	Before	After	Before	After
1	0.00	-0.64	1.60	-0.63
2	0.32	-0.32	1.93	-0.31
3	0.64	0.00	2.25	0.02
4	0.96	0.32	2.58	0.34
5	1.28	0.64	2.91	0.67
6	1.60	0.96	3.24	0.99

从表 2、表 3 可以看出,弧形拼接之前 CCD1 和 CCD2 的 MTF 最大分别下降 11.90%和 42.65%; 弧形拼接之后,MTF 的下降均在 4.10%以内。弧 形拼接之前 CCD1 和 CCD2 多光谱之间配准误差最 大值分别为 1.60 pixel 和 3.24 pixel;弧形拼接后, 多光谱配准误差均小于 1 pixel。

5 结 论

针对大畸变光学系统引起的 MTF 和多光谱配 准精度下降问题,提出了一种弧形拼接方案。给出 了正畸变和负畸变光学系统弧形拼接方向的判断方 法。通过奇异值分解方法求解像移速度矢量,构造 了评价函数,解决了每片探测器弧形拼接角度的计 算问题。最后给出了在轨应用的案例,结果表明,该 弧形拼接方案对大畸变光学遥感器具有普适性。

参考文献

- [1] Chen S L. Computation model of veer angle and velocity height ratio for space camera in roll attitude
 [J]. Spacecraft Engineering, 2010, 19(1): 36-40.
 陈绍龙. 侧摆摄影偏流角和速高比的计算模型[J]. 航天器工程, 2010, 19(1): 36-40.
- [2] Wang J Q, Yu P, Yan C X, et al. Space optical

remote sensor image motion velocity vector computational modeling [J]. Acta Optica Sinica, 2004, 24(12): 1585-1589.

王家骐,于平,颜昌翔,等. 航天光学遥感器像移速 度矢计算数学模型[J]. 光学学报,2004,24(12): 1585-1589.

- [3] Wulich D, Kopeika N S. Image resolution limits resulting from mechanical vibrations [J]. Optical Engineering, 1987, 26(6): 529-533.
- [4] Hadar O, Dror I, Kopeika N S. Numerical calculation of image motion and vibration modulation transfer functions: a new method[J]. Proceedings of SPIE, 1991, 1533: 61-74.
- [5] Miller B M, Rubinovich E Y. Image motion compensation at charge-coupled device photographing in delay-integration mode [J]. Automation and Remote Control, 2007, 68(3): 564-571.
- [6] Yuan X K. Calculation and compensation for the deviant angle of satellite borne TDI-CCD push scan camera[J]. Aerospace Shanghai, 2006, 23(6): 10-13.

袁孝康. 星载 TDI-CCD 推扫相机的偏流角计算与补 偿[J]. 上海航天, 2006, 23(6): 10-13.

[7] Li Y Y. Study of the drift angle control in a space camera[J]. Optics and Precision Engineering, 2002, 10(4): 402-406. 李友一. 空间相机中的偏流角控制[J]. 光学 精密工程, 2002, 10(4): 402-406.

- [8] Tong Z L. Compensation technology for the image motion of CCD camera[J]. Laser & Infrared, 2005, 35(9): 628-632.
 童子磊. CCD 相机的像移补偿技术[J]. 激光与红外, 2005, 35(9): 628-632.
- [9] Fan C, Li Y C, Yi H W. Influence analysis of drift angle on image quality of TDICCD camera[J]. Opto-Electronic Engineering, 2007, 34(9): 70-73.
 樊超,李英才,易红伟. 偏流角对 TDICCD 相机像质 的影响分析[J]. 光电工程, 2007, 34(9): 70-73.
- [10] Yan D J, Xu S Y, Han C S. Effect of aerocraft attitude on image motion compensation of space camera[J]. Optics and Precision Engineering, 2008, 16(11): 2199-2203.
 [目得杰,徐抒岩,韩诚山.飞行器姿态对空间相机像 移补偿的影响[J].光学 精密工程, 2008, 16(11): 2199-2203.
- [11] Yang X B, He X J, Zhang L, et al. Effect and simulation of the deviant angle error on TDICCD cameras image [J]. Opto-Electronic Engineering, 2008, 35(11): 45-50.
 杨秀彬,贺小军,张刘,等.偏流角误差对 TDICCD 相机成像的影响与仿真[J].光电工程, 2008, 35 (11): 45-50.
- [12] Wang G L, Liu J G, Long K H, et al. Influence of image motion on image quality of off-axis TMA aerospace mapping camera [J]. Optics and Precision Engineering, 2014, 22(3): 806-813.
 王国良,刘金国,龙科慧,等.离轴三反航天测绘相 机像移对成像质量的影响[J].光学精密工程, 2014, 22(3): 806-813.
- [13] Zhuang X X, Wang Z L, Ruan N J, et al. Influence analysis of image motion on image quality of satelliteboard TDI camera optical system [J]. Spacecraft Recovery & Remote Sensing, 2013, 34(6): 66-73.
 庄绪霞, 王治乐, 阮宁娟, 等. 像移对星载 TDICCD 相机成像品质的影响分析[J]. 航天返回与遥感, 2013, 34(6): 66-73.
- [14] Yang J K, Xu J W. The effect of the drift on three line TDICCD mapping camera [J]. Spacecraft Recovery & Remote Sensing, 2006, 27(4): 27-32.
 杨居奎,许敬旺. 偏流对三线阵 TDICCD 测绘相机 的影响分析[J]. 航天返回与遥感, 2006, 27(4): 27-32.
- [15] Jing Q. Research on computation model of bias angle for agile satellite[J]. Spacecraft Engineering, 2012, 21(4): 16-20.
 景泉.敏捷卫星偏流角计算模型研究[J]. 航天器工 程, 2012, 21(4): 16-20.
- [16] Huang Q D, Yang F, Zhao J. Drift angle analysis for

agile satellite imaging when its attitude points to the earth changing continuously [J]. Journal of Astronautics, 2012, 33(10): 1544-1551.

黄群东,杨芳,赵键.姿态对地指向不断变化成像时 的偏流角分析[J]. 宇航学报,2012,33(10):1544-1551.

- [17] Greslou D, Delussy F. Geometric calibration of Pleiades location model [J]. The Photogrammetric Record, 2006, 21(116): 25-30.
- [18] Kubik P, Pascal V, Latry C, et al. Pleiades image quality: from users' needs to products definition[J]. Proceedings of SPIE, 2005, 5978: 59780L.
- [19] Fei Y T. Error theory and data processing [M]. 6th ed. Beijing: China Machine Press, 2010: 131-148.
 费业泰.误差理论与数据处理 [M]. 6版.北京:机 械工业出版社, 2010: 131-148.
- [20] Taylor J R. An introduction to error analysis: the study of uncertainties in physical measurement [M]. Wang Z Y, et al, Transl. 2nd ed. Beijing: Higher Education Press. 2015: 171-181.
 Taylor J R. 误差分析导论:物理测量中的不确定度 [M]. 王中宇,等.译,2版.北京:高等教育出版 社,2015: 171-181.
- [21] Kalman D. A singularly valuable decomposition: the SVD of a matrix [J]. The College Mathematics Journal, 1996, 27(1), 2-23.
- [22] David C L. Linear algebra and its applications [M]. Liu S Q, et al, Transl. 5th ed. Beijing: China Machine Press. 2018: 411-420.
 David C L. 线性代数及其应用[M]. 刘深泉,等, 译.5版.北京:机械工业出版社, 2018: 411-420.
- [23] Chen Y, Lu J, Zheng B. Application of total least squares to space resection [J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2008, 33 (12): 1271-1274.
 陈义,陆珏,郑波.总体最小二乘方法在空间后方交会中的应用[J].武汉大学学报·信息科学版, 2008, 33(12): 1271-1274.
- [24] Cai J H, Xiao Y L, Li X Q. De-noising of near infrared spectra based on generalized S transform and singular value decomposition[J]. Acta Optica Sinica, 2018, 38(4): 0430005.
 蔡剑华,肖永良,黎小琴.基于广义S变换和奇异值 分解的近红外光谱去噪[J].光学学报, 2018, 38 (4): 0430005.
- [25] Zhuang Z B, Chen X, Tai H D, et al. Turbulence alerting algorithm based on singular value decomposition of Lidar [J]. Optics and Precision Engineering, 2019, 27(3): 671-679.
 庄子波,陈星,台宏达,等.基于奇异值分解的激光 雷达湍流预警算法[J].光学精密工程, 2019, 27 (3): 671-679.