

大气中超高斯和高斯涡旋光束传输特性比较

闫家伟, 雍康乐, 唐善发, 张蓉竹*

四川大学电子信息学院, 四川 成都 610065

摘要 为比较两种不同类型涡旋光束在大气湍流中的传输特性, 利用菲涅耳衍射积分公式, 推导了涡旋光束在湍流大气中的传输表达式。采用随机相位屏法建立了涡旋光束在大气湍流中的传输模型, 计算了不同参数下涡旋光束的强度分布以及光束质量。结果表明: 传输距离、拓扑荷数和湍流强度都会对涡旋光束光束质量产生影响。其中, 传输距离对超高斯涡旋光束的光束质量的影响更大, 而拓扑荷数则对高斯涡旋光束的光束质量的影响更明显。

关键词 大气光学; 大气传输; 大气湍流; 涡旋光束; 传输特性

中图分类号 P427.1; O436.1

文献标志码 A

doi: 10.3788/AOS202040.0201002

Comparison of Propagation Characteristics Between Super Gaussian and Gaussian Vortex Beams in Air

Yan Jiawei, Yong Kangle, Tang Shanfa, Zhang Rongzhu*

College of Electronics and Information Engineering, Sichuan University, Chengdu, Sichuan 610065, China

Abstract To compare the propagation characteristics of super Gaussian vortex beam with Gaussian vortex beam in air, the transmission equation of these beams in a turbulent atmosphere are deduced by using the Fresnel diffraction integral formula. Using the random phase screen method, an atmospheric turbulence analysis model is established, and intensity distributions and beam quality are calculated for vortex beams with different parameters. Results indicate that beam quality is influenced by topological charge, transmission distance, and turbulence intensity. Among these factors, transmission distance has the most obvious effect on beam quality for a super Gaussian vortex beam, whereas topological charge has a more obvious effect on Gaussian vortex beam quality.

Key words atmospheric optics; atmospheric propagation; atmospheric turbulence; vortex beam; propagation characteristics

OCIS codes 010.1300; 010.1330; 050.4865

1 引 言

由于大气折射率的随机起伏, 激光在大气中传播会发生光束扩展、光束漂移、光强闪烁和到达角起伏等湍流效应^[1-2], 从而限制了其在通信、遥感和测距等场景的应用。涡旋光束, 作为一种特殊光场, 相比普通高斯光束在长程传输过程中具有更好的抗畸变特性^[3], 而如何进一步消除湍流对涡旋光束的影响, 提升模式纯度, 以利于其实际应用, 成为近年来国内外研究人员关注的重点问题。Lukin 等^[4]和葛筱璐等^[5]通过数值模拟证实了涡旋光束在湍流大气中传输时引起的光束扩展要比高斯光束的小得多。柯熙政等^[6]分析了部分

相干离轴涡旋光束在大气湍流中传输时的光强分布。为了研究涡旋光束在湍流中的光束质量, Zhong 等^[7]分析了大气湍流对拉盖尔高斯光束的 M^2 因子和角扩展的影响。Xu 等^[8]分析了 CGSM (cosine-Gaussian-correlated Schell-model) 的 M^2 因子和角扩展受大气湍流的影响。

在实际工程应用中, 一般采用超高斯光束模型, 但在实验中, 一般采用高斯光束模型^[9]。由于超高斯涡旋光束具有高阶指数特性, 因此其在大气湍流中的传输特性与基模高斯涡旋光束并不相同。本文主要采用随机相位屏法对高斯涡旋光束以及超高斯涡旋光束在大气湍流中的传输特性进行理论分析和数值仿真比较, 并且利用菲涅耳衍射积分公式, 推导

收稿日期: 2019-08-08; 修回日期: 2019-09-02; 录用日期: 2019-09-10

基金项目: 中央高校基本科研业务费专项资金(2012017yjsy160)

* E-mail: zhang_rz@scu.edu.cn

了涡旋光束在湍流大气中的传输表达式。定量计算了拓扑荷数、传输距离和湍流强度对涡旋光束的影响。

2 理论模型

2.1 大气湍流传输模型

随机相位屏法自 Fleck 等^[10] 开始使用后被广泛使用。具体模型如图 1 所示。

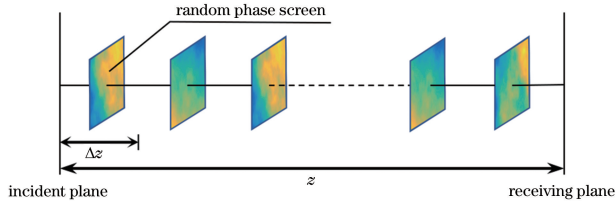


图 1 光在湍流中的传输模型示意图

Fig. 1 Schematic of model for laser transmission in turbulence

将光的传输距离 z 平均分为 N 段, 每一段的距离为 $\Delta z = z/N$, 在每段中间位置 (即 $\Delta z/2$ 处) 放置一个随机相位屏。每段的大气湍流对涡旋光束的影响通过随机相位屏表现, 光束在随机相位屏之间进行自由传输。随机相位屏可由谱反演法^[11] 得到, 其表达式为

$$\phi(x, y) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} R(f_x, f_y) \sqrt{F_\phi(f_x, f_y)} \cdot \exp[i2\pi(f_x x + f_y y)] df_x df_y, \quad (1)$$

式中: (f_x, f_y) 表示空间频率域; $R(f_x, f_y)$ 表示零均值, 单位方差的高斯随机数; $F_\phi(f_x, f_y)$ 表示由大气折射率起伏引起的相位畸变部分的近似功率谱密度。本文采用 Kolmogonov 模型来表征折射率功率谱密度, 并且设湍流强度不随传输距离变化, 因此大气相位功率谱密度的表达式为

$$F_\phi(f_x, f_y) = 2\pi k^2 0.033 f^{-11/3} C_n^2 \Delta z, \quad (2)$$

式中: k 表示波数; C_n^2 为大气折射率结构常数, 即湍流强度; f 为空间频率。

2.2 涡旋光束在湍流中的传输

超高斯涡旋光束的初始光场的复振幅可写为

$$E(\rho_0, \theta_0) = \exp[-(\rho_0^2/\omega^2)^m + is\theta_0], \quad (3)$$

式中: (ρ_0, θ_0) 为 $z=0$ 平面上的极坐标系; s 表示拓扑荷数; ω 表示束腰半径; m 表示超高斯涡旋光束的阶数。当 $m=1$ 时, (3) 式即为高斯涡旋光束的表达式。因此, 在得到超高斯涡旋光束在大气湍流中的传输表达式后, 只需将超高斯涡旋光束中的超高斯阶数 m 设置为 1, 即可得到高斯涡旋光束的传输表

达式。

对于理想的超高斯涡旋光束, 其传输 $\Delta z/2$ 距离 (此时位于相位屏的前表面) 后的光场分布可由菲涅耳衍射积分公式求解得到^[9], 即

$$E_{1-}(\rho_{1-}, \theta_{1-}) = \frac{2\pi}{i\lambda \Delta z/2} \exp\left(is\theta_{1-} + \frac{ik\rho_{1-}^2}{\Delta z}\right) \cdot \int_0^\infty \exp\left[-\left(\frac{\rho_0^2}{\omega^2}\right)^m + \frac{ik\rho_0^2}{\Delta z}\right] J_l(2\rho_{1-}k\rho_0/\Delta z) \rho_0 d\rho_0, \quad (4)$$

式中: λ 表示波长; (ρ_{1-}, θ_{1-}) 表示 $z=\Delta z/2$ 平面上的极坐标系; J_l 为 l 阶第一类贝塞尔函数。超高斯涡旋光束穿过第一个屏的光场为

$$E_1(\rho_1, \theta_1) = E_{1-}(\rho_{1-}, \theta_{1-}) \cdot \exp(i\phi) = \frac{2\pi}{i\lambda \Delta z/2} \exp\left(is\theta_{1-} + \frac{ik\rho_{1-}^2}{\Delta z} + i\phi\right) \cdot$$

$$\int_0^\infty \exp\left[-\left(\frac{\rho_0^2}{\omega^2}\right)^m + \frac{ik\rho_0^2}{\Delta z}\right] J_l(2\rho_{1-}k\rho_0/\Delta z) \rho_0 d\rho_0, \quad (5)$$

式中: $E_1(\rho_1, \theta_1)$ 表示通过第一个相位屏的光场分布。以此类推, 通过第 j 个相位屏的光场表达式为

$$E_j(\rho_j, \theta_j) = \left\{ E_{j-1}(\rho_{j-1}, \theta_{j-1}) * \left[\frac{\exp(ik\Delta z)}{i\lambda \Delta z} \exp\left(\frac{ik\rho_{j-1}^2}{2\Delta z}\right) \right] \right\} \cdot \exp(i\phi) \quad (6)$$

式中: $*$ 表示卷积。当光束穿过最后一个随机相位屏后, 再传输 $\Delta z/2$ 的距离, 到达接收平面, 因此接收平面的光强表达式为

$$I_{j+1}(\rho_{j+1}, \theta_{j+1}) = |E_{j+1}(\rho_{j+1}, \theta_{j+1})|^2 = \left| E_j(\rho_j, \theta_j) * \left[\frac{\exp(ik\Delta z/2)}{i\lambda \Delta z/2} \exp\left(\frac{ik\rho_j^2}{\Delta z}\right) \right] \right|^2. \quad (7)$$

从 (7) 式可以看出, 涡旋光束的光强分布会受到传输距离、拓扑荷数和湍流强度的影响, 下面将对这些参数进行详细的讨论。

3 数值模拟分析与讨论

由于大气湍流的影响, 光束的涡旋特性会改变。为了更好地描述受到大气湍流影响的光束质量, 首先计算畸变光束光强和畸变光束平均光强的差值并进行归一化处理:

$$R_i = \frac{I_{\text{real}}(\rho, \theta, z) - I_{\text{avg}}(\rho, \theta, z)}{\max[I_{\text{avg}}(z)]}, \quad (8)$$

式中: (ρ, θ, z) 表示柱坐标系; $I_{\text{real}}(\rho, \theta, z)$ 表示畸变光束的光强; $I_{\text{avg}}(\rho, \theta, z)$ 表示畸变光束的平均光

强; $\max[I_{\text{avg}}(z)]$ 表示在传输距离为 z 时平均光强的最大值。再计算 R_i 的方差 β^2 , 并将其作为光束质量的评价参数, 其表示畸变的离散程度, 表达式为

$$\beta^2 = \sum_{i=1}^M (R_i - R_{\text{avg}})^2 / M, \quad (9)$$

式中: R_{avg} 表示 R_i 的均值; M 表示抽样点的总数。 β^2 的值越大表示畸变离散程度越大, 光束质量越差, 反之则反。由于涡旋光束的特性, 其主要能量集中在圆环上, 只有少部分分布在圆环之外, 故计算圆

环之外的畸变的离散程度已无实际意义。本文只讨论环围能量为总能量 5% 时所对应的半径和环围能量为总能量的 95% 时所对应的半径之间形成的环状区域的 β^2 [12]。

图 2 给出了在 $\lambda=0.6328 \mu\text{m}$, $\omega=100 \text{ mm}$, $s=5$, $C_n^2=10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$ 和 $\Delta z=50 \text{ m}$ 的条件下, 不同传输距离时涡旋光束的相对光强分布, 图中从左到右分别是沿 x 轴方向的光场分布, $m=1$ 的二维光场分布, $m=3$ 的二维光场分布和 $m=5$ 的二维光场分布。

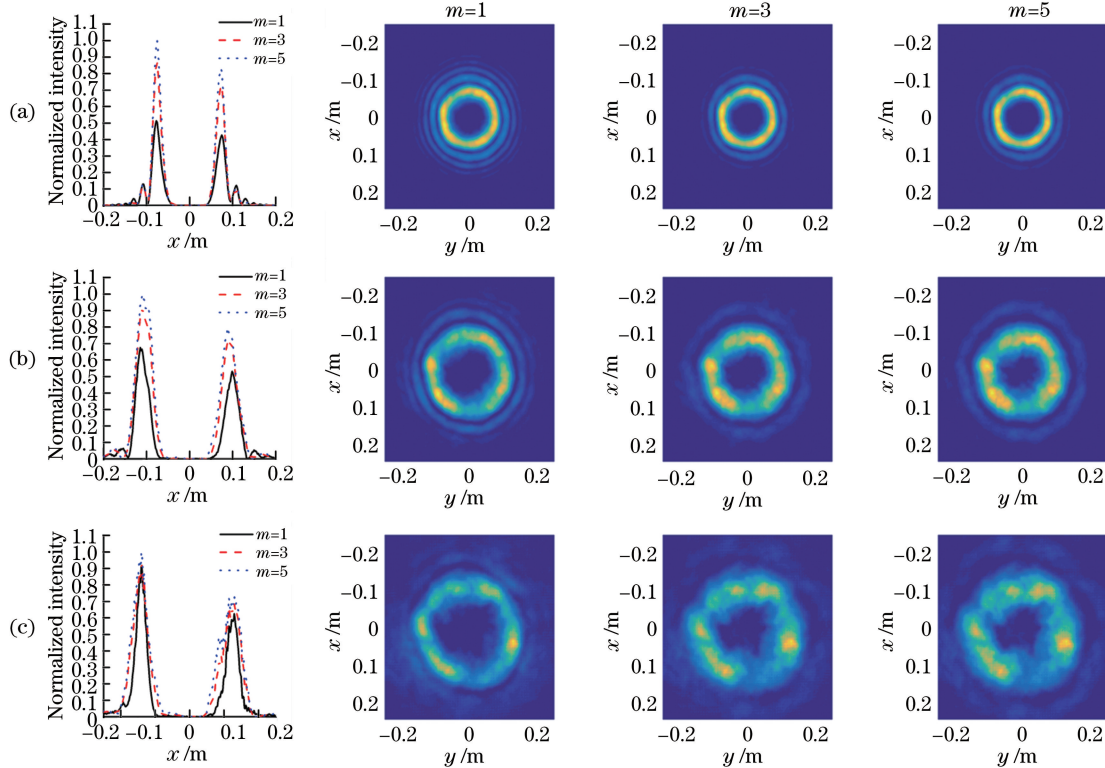


图 2 不同传输距离时的相对光强分布。(a) $z=1 \text{ km}$; (b) $z=2 \text{ km}$; (c) $z=3 \text{ km}$

Fig. 2 Relative light intensity distributions for different transmission distances.

(a) $z=1 \text{ km}$; (b) $z=2 \text{ km}$; (c) $z=3 \text{ km}$

从图 2 可以看出, 随着超高斯阶数 m 的增大, 中心暗斑的范围缩小, 主极大光环的环宽增大, 次极大光环逐渐变得不明显。随着传输距离的增加, 中心暗斑的范围逐渐增加, 光强的对称性变差, 缺环现象变得明显, 涡旋光束的质量变差。特别是当传输距离 $z=3 \text{ km}$ 时, 在 x 正半轴可以明显看到归一化光强呈现锯齿状。同时, 超高斯涡旋光束光强分布向着高斯涡旋光束的方向演化, 但相对于高斯涡旋光束, 超高斯涡旋光束峰值光强更强。为了明确光束质量随传输距离的变化, 图 3 给出了传输距离对 β^2 的影响曲线图, 横坐标为传输距离。

从图 3 中可以看出, 当传输距离 $z < 500 \text{ m}$ 时, 随着传输距离的增加, β^2 值基本保持不变, 即此时

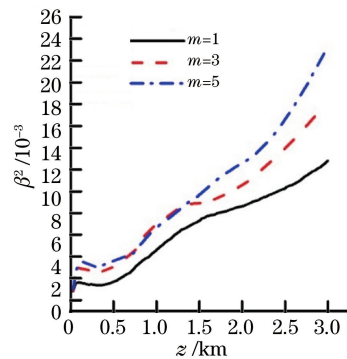


图 3 传输距离对 β^2 的影响曲线

Fig. 3 Variation of β^2 with transmission distance

光束质量基本保持不变。当传输距离 $z > 500 \text{ m}$ 时, 光束质量逐渐变差, 其中: 当 $500 \text{ m} < z < 1500 \text{ m}$

时,超高斯涡旋光束与高斯涡旋光束的光束质量随传输距离增长的下降速度基本相同;当传输距离 $z > 1500$ m 时,超高斯涡旋光束的光束质量下降得比高斯涡旋光束快,即传输距离对超高斯涡旋光束的影响要比对高斯涡旋光束的明显。

除了传输距离外,拓扑荷数,作为涡旋光束的重

要属性,也会对涡旋光束的光束质量产生影响。图 4 给出了在 $\lambda = 0.6328 \mu\text{m}$, $\omega = 100$ mm, $z = 3$ km, $C_n^2 = 10^{-14} \text{m}^{-2/3}$ 和 $\Delta z = 50$ m 的条件下不同拓扑荷数的相对光强分布,图中从左到右分别是沿 x 轴方向的光场分布, $m=1$ 的二维光场分布, $m=3$ 的二维光场分布和 $m=5$ 的二维光场分布。

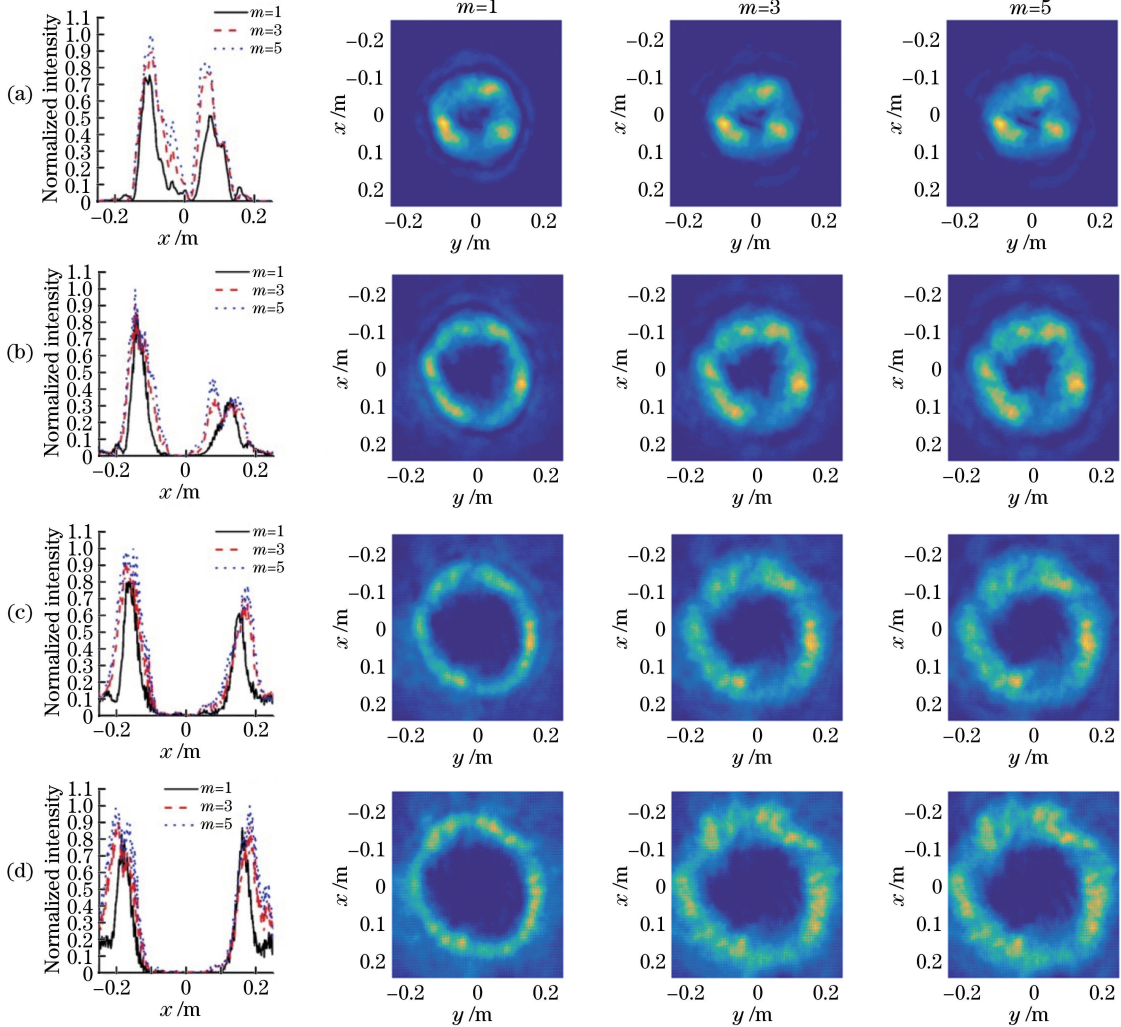


图 4 不同拓扑荷数的相对光强分布。(a) $s=2$; (b) $s=5$; (c) $s=8$; (d) $s=10$

Fig. 4 Relative light intensity distributions for different topological charges. (a) $s=2$; (b) $s=5$; (c) $s=8$; (d) $s=10$

从图 4 可以看出,随着拓扑荷数的增加,轨道角动量变大,涡旋光束的中空特性越来越明显,超高斯涡旋光束与高斯涡旋光束的峰值光强差异越来越小。从光强的对称性上可以看出,随着拓扑荷数的增加,光强对称性越好,光束质量明显变好。例如,拓扑荷数 $s=10$ 的环上光强分布比拓扑荷数 $s=2$ 时的更对称。为了明确涡旋光束质量随拓扑荷数的变化,图 5 给出了在相同条件下拓扑荷数对 β^2 的影响的曲线图,横坐标为拓扑荷数。

从图 5 中可以看出随着拓扑荷数的增加, β^2 呈现明显下降趋势,光束质量明显变好。但当拓扑荷

数 $s > 6$ 时, β^2 的值基本没有变化,即增加拓扑荷数已经不能改善涡旋光束的光束质量。拓扑荷数改善高斯涡旋光束的光束质量的能力比改善超高斯涡旋光束光束质量的能力强。例如从 $s=1$ 到 $s=6$,高斯涡旋光束的光束质量从 4.9×10^{-2} 变到 1.2×10^{-2} ,而阶数 $m=5$ 的超高斯涡旋光束的光束质量从 4.4×10^{-2} 变到 2.0×10^{-2} 。也就是说,拓扑荷数对高斯涡旋光束的影响要比超高斯涡旋光束的影响大。当拓扑荷数 $s=2$ 时,超高斯涡旋光束和高斯涡旋光束的光束质量相对大小发生反转,这是因为当拓扑荷数较低时,超高斯涡旋光束的平顶特性并

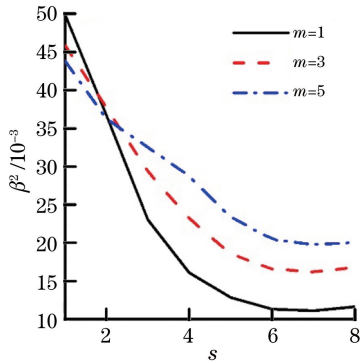


图 5 拓扑荷数对 β^2 的影响曲线

Fig. 5 Variation of β^2 with topological charge

未完全遭到破坏,其环宽与高斯涡旋光束基本相同,因此其相对于高斯涡旋光束来说,光束质量会好一些。但随着拓扑荷数的增加,超高斯涡旋光束的平顶特性会被完全破坏,高斯涡旋光束的环宽比超高斯涡旋光束小,光束能量会更加集中。因此,高斯涡旋光束的光束质量更好一些。

图 6 给出了在 $\lambda = 0.6328 \mu\text{m}$, $\omega = 100 \text{ mm}$, $z = 3 \text{ km}$, $s = 5$ 和 $\Delta z = 50 \text{ m}$ 的条件下不同湍流强度的相对光强分布,图中从左到右分别是沿 x 轴方向的光场分布, $m = 1$ 的二维光场分布, $m = 3$ 的二维光场分布和 $m = 5$ 的二维光场分布。

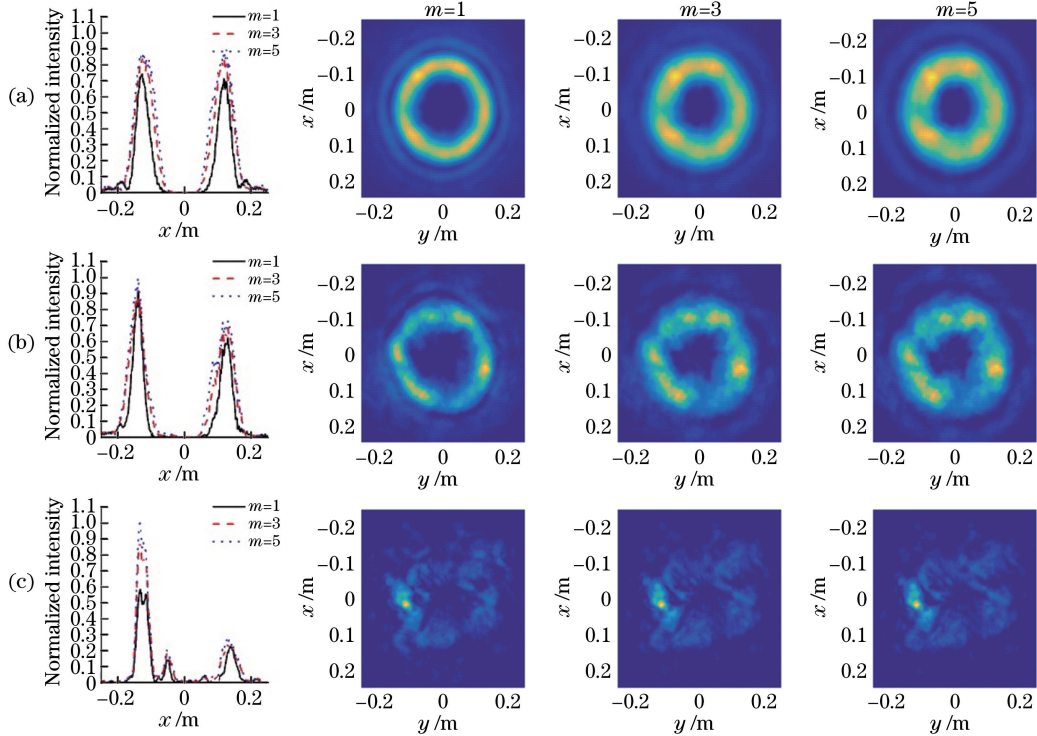


图 6 不同湍流强度的相对光强分布。(a) $C_n^2 = 10^{-15} \text{ m}^{-2/3}$; (b) $C_n^2 = 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$; (c) $C_n^2 = 10^{-13} \text{ m}^{-2/3}$

Fig. 6 Relative light intensity distributions for different turbulence intensities. (a) $C_n^2 = 10^{-15} \text{ m}^{-2/3}$;

(b) $C_n^2 = 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$; (c) $C_n^2 = 10^{-13} \text{ m}^{-2/3}$

从图 6 中可以看出,随着湍流强度的增加,光束的不对称性越来越明显,涡旋光束的质量变差。尤其是在图 6 (c)中,负半轴的峰值光强是正半轴部分的三倍,涡旋光束的环状结构遭到极大的破坏。为了明确涡旋光束质量随湍流强度的变化,图 7 给出了在相同条件下不同湍流强度对 β^2 的影响的曲线图,横坐标为湍流强度。

从图 7 中可以看出,湍流强度对涡旋光光束的影响是巨大的。随着湍流强度的增强,光束质量显著下降。但高斯涡旋光束与超高斯涡旋光束随湍流强度增长的斜率相差不大,这说明随着湍流强度的

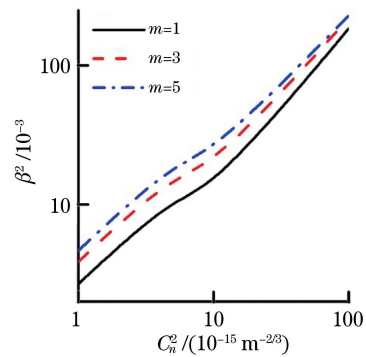


图 7 湍流强度对 β^2 的影响曲线

Fig. 7 Variation of β^2 with turbulence intensity

变化,这两种涡旋光束的光束质量降低的速度相同。

4 结 论

本文首先介绍了大气湍流的传输模型,采用谱反演法产生随机相位屏,推导了高斯与超高斯涡旋光束在大气湍流中的传输表达式。通过数值模拟的方式,分析了涡旋光束在大气湍流中传输时,拓扑荷数、传输距离和湍流强度对光束质量的影响。结果表明:随着传输距离的增长,涡旋光束的光束质量下降,传输距离对超高斯涡旋光束的影响更大。随着拓扑荷数的增加,光束质量得到明显改善,并且高斯涡旋光束质量的改善效果要比超高斯涡旋光束质量的改善效果明显。随着湍流强度的增加,光束质量均会明显下降,但湍流强度变化对这两种光束的影响基本相同。通过对比高斯与超高斯涡旋光束在大气湍流中的传输特性,可以得到实验与实际工程中光束的不同特性。这对于研究涡旋光束在自由光通信中的传输很有帮助。

参 考 文 献

- [1] Zhu K C, Zhou G Q, Li X G, et al. Propagation of Bessel-Gaussian beams with optical vortices in turbulent atmosphere[J]. *Optics Express*, 2008, 16(26): 21315-21320.
- [2] Gu Y L. Statistics of optical vortex wander on propagation through atmospheric turbulence [J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2013, 30(4): 708-716.
- [3] Gbur G, Tyson R K. Vortex beam propagation through atmospheric turbulence and topological charge conservation [J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2008, 25(1): 225-230.
- [4] Lukin V P, Konyaev P A, Sennikov V A. Beam spreading of vortex beams propagating in turbulent atmosphere[J]. *Applied Optics*, 2012, 51(10): C84-C87.
- [5] Ge X L, Wang B Y, Guo C S. Beam broadening of vortex beams propagating in turbulent atmosphere [J]. *Acta Optica Sinica*, 2016, 36(3): 0301002. 葛筱璐, 王本义, 国承山. 涡旋光束在湍流大气中的光束扩展[J]. *光学学报*, 2016, 36(3): 0301002.
- [6] Ke X Z, Wang C Z. Intensity distribution of partially coherent off-axis vortex beam propagating in atmospheric turbulence [J]. *Acta Optica Sinica*, 2017, 37(1): 0101005. 柯熙政, 王超珍. 部分相干离轴涡旋光束在大气湍流中的光强分布 [J]. *光学学报*, 2017, 37(1): 0101005.
- [7] Zhong Y L, Cui Z F, Shi J P, et al. Propagation properties of partially coherent Laguerre-Gaussian beams in turbulent atmosphere[J]. *Optics & Laser Technology*, 2011, 43(4): 741-747.
- [8] Xu H F, Zhang Z, Qu J, et al. Propagation factors of cosine-Gaussian-correlated Schell-model beams in non-Kolmogorov turbulence [J]. *Optics Express*, 2014, 22(19): 22479-22489.
- [9] Xiao Q Y, Zhang R Z. Propagation characteristics of super-Gaussian beams with vortex wave-front [J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2014, 26(12): 121015. 肖谦裔, 张蓉竹. 超高斯涡旋光束在空间中的传输特性[J]. *强激光与粒子束*, 2014, 26(12): 121015.
- [10] Fleck J A, Jr., Morris J R, Feit M D. Time-dependent propagation of high energy laser beams through the atmosphere[J]. *Applied Physics*, 1976, 10(2): 129-160.
- [11] Frehlich R. Simulation of laser propagation in a turbulent atmosphere[J]. *Applied Optics*, 2000, 39(3): 393-397.
- [12] Nie J Y, Xiao Q Y, Liu G D, et al. Propagation characteristics of ultra-short Gaussian vortex beams [J]. *Optik*, 2017, 141: 99-104.