

地球同步轨道目标天基合成孔径激光雷达 成像理论模型

王德宾^{1,2}, 吴谨^{1,2*}, 吴童^{1,2}, 柯佳仪^{1,2}

¹中国科学院空天信息创新研究院, 北京 100094;

²中国科学院大学电子电气与通信工程学院, 北京 100049

摘要 地球同步轨道(GEO)空间没有大气干扰,光束在 GEO 空间中传输不会衰减,也不会出现波面畸变,是合成孔径激光雷达(SAL)技术的理想应用场所。天基 SAL 可为 GEO 目标提供超衍射极限分辨率的光学图像。为了实现这一目标,利用在万有引力作用下绕地心沿不同圆周轨道运动的天基 SAL 和 GEO 目标的三维坐标关系,建立了基于光学外差探测的天基 SAL 成像理论模型,研究了与轨道参数有关的成像数据处理方法。研究结果表明,利用万有引力轨道运动,天基 SAL 能够对 GEO 目标实现超衍射极限分辨率成像;轨道半径、轨道平面夹角、成像位置等参数的变化会影响成像数据的处理过程,降低成像分辨率,造成聚焦图像的几何形变。交会点附近是天基 SAL 最佳的成像位置,此处天基 SAL 与 GEO 目标之间的距离近,聚焦图像的几何形变小,成像分辨率高。

关键词 遥感; 高分辨率成像; 合成孔径激光雷达; 轨道运动

中图分类号 TN985

文献标志码 A

doi: 10.3788/AOS202040.1828002

Theoretical Model on Geosynchronous Orbit Object Imaging with Space-Borne Synthetic Aperture Ladar

Wang Debin^{1,2}, Wu Jin^{1,2*}, Wu Tong^{1,2}, Ke Jiayi^{1,2}

¹*Aerospace Information Research Institute, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100094, China;*

²*School of Electronic, Electrical and Communication Engineering, University of
Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China*

Abstract Geosynchronous orbit (GEO) space is an ideal place for the synthetic aperture ladar (SAL) technology because there is no atmospheric interference and no attenuation and wavefront distortion during beam transmission in it. A space-borne SAL can provide the optical image of a GEO target with ultra-diffraction-limited resolution. To realize this aim, we establish the theoretical model of space-borne SAL imaging based on optical heterodyne detection and investigate the imaging data processing methods related to the orbital parameters, using the three-dimensional coordinate relationship between the space-borne SAL and the GEO target moving along different circular orbits around the earth's core under the effect of universal gravitation. The research results show that the space-borne SAL can produce super-diffraction-limit imaging of a GEO target using the gravitational orbital motion. Besides, the changes of orbit radius, orbital plane angle and imaging position show certain influence on the processing of imaging data, reduce imaging resolution and result in the geometric deformation of the focused image. Moreover, the position near the intersection points is the best position for space-borne SAL imaging, where the distance between the space-borne SAL and the GEO target is small, and thus the geometric deformation of focused images is small and the imaging resolution is high.

Key words remote sensing; high-resolution imaging; synthetic aperture ladar; orbital motion

OCIS codes 280.4750; 280.6730; 110.2990

1 引 言

近年来,合成孔径激光雷达(Synthetic Aperture

Ladar, SAL)技术取得了很大的进步,国内外先后开展了室内^[1-6]、室外(包括机载)^[7-11] SAL 超衍射极限高分辨率成像实验。太空环境近似真空,没有大气

收稿日期: 2020-03-02; 修回日期: 2020-05-04; 录用日期: 2020-06-09

* E-mail: jwu@mail. ie. ac. cn

干扰,光束在其中往返传输时,激光波面不会受到破坏,是SAL技术的理想应用场景。天基SAL被认为是富有潜力的下一代空间态势感知高分辨率成像载荷,备受国内外关注。

2018年4月,美国空军研究实验室发射了EAGLE实验卫星,开始了地球同步轨道(Geosynchronous Earth Orbit, GEO)空间目标的天基SAL成像实验探索^[12]。但是,国内外对天基SAL空间目标成像技术的研究主要还是集中在理论阶段^[12-17]。其中,李今明等^[13]探讨了天基SAL空间目标成像侦察中的成像距离、成像分辨率和成像速度等特性;阮航等^[14]设计了针对GEO目标成像的天基SAL运行轨道;李道京等^[15-17]思考了天基SAL系统的建立问题;李丹阳等^[12]基于斜视SAL模型,对交会点附近的成像理论进行了初步探讨。这些工作从不同方面对天基SAL成像技术进行了研究,但是天基SAL成像理论研究大都采用了简化直线运动模型,较少考虑各轨道运动的影响。事实上,天基SAL与空间目标总是在万有引力作用下沿一定轨道运动,它们各自的轨道平面一般不重合。两者的相对运动与各自的轨道参数和所处时刻位置等多种因素有关。另外,在天基环境下,有效载荷受限,一般难以实时精确测量天基SAL与GEO目标之间的三维运动关系,利用轨道参数进行天基SAL成像数据处理可能是获取高分辨率目标图像的首选方法。因此,三维空间的轨道运动对天基SAL成像的影响是值得进一步细致研究的问题。

本文以GEO空间应用为例,对GEO目标天基SAL成像开展了理论研究。在万有引力圆周轨道运动的假设下,利用天基三维空间运动坐标系,建立了GEO目标天基SAL成像数学模型;利用建立的天基SAL回波数据方程,研究了成像数据处理方法,得到了天基SAL成像分辨率与相关轨道参数的关系;通过仿真成像演示了成像位置对天基SAL成像的影响。

2 GEO目标天基SAL成像的数学模型

2.1 运动关系

假设在万有引力作用下,天基SAL与GEO目标分别绕地球沿一定的轨道作圆周运动,轨道平面不重合,存在一定的角度(设为 α),其三维坐标系如图1所示。其中,M为地球,XYZ为静止地心坐标系;天基SAL的轨道半径为 R_1 ;GEO目标的轨道半径为 R_2 。地心坐标系XYZ按如下规则建立:原

点O为地心,Y轴是地心与交会点(GEO目标与天基SAL之间距离最近时的位置)的连线,XOY为GEO目标的运动轨道平面。

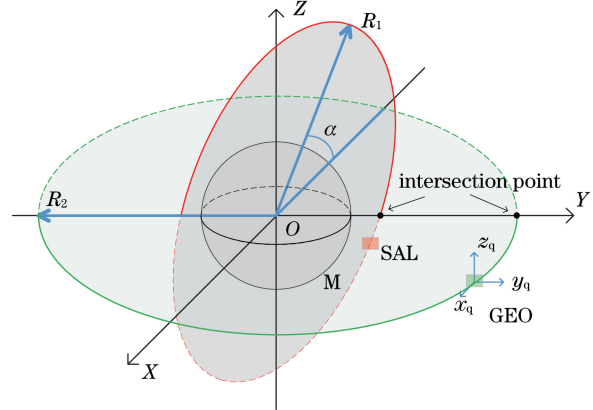


图1 天基SAL与GEO目标的几何坐标关系
Fig. 1 Geometric coordinates of space-borne SAL and GEO object

根据图1,在地心坐标系中,天基SAL与GEO目标的轨道曲线可以表示为

$$\text{SAL: } \begin{cases} x_1^2 + y_1^2 + z_1^2 = R_1^2 \\ z_1 = \tan \alpha \cdot x_1 \end{cases}, \quad (1)$$

$$\text{GEO: } \begin{cases} x_2^2 + y_2^2 + z_2^2 = R_2^2 \\ z_2 = 0 \end{cases}, \quad (2)$$

式中: (x_1, y_1, z_1) 为天基SAL的坐标; (x_2, y_2, z_2) 为GEO目标的坐标。

GEO目标与天基SAL都是在万有引力作用下绕地心作圆周运动,以交会时刻为时间零点(即时间 $t=0$),则(1)、(2)式可进一步表示为

$$\text{SAL: } \begin{cases} x_1 = R_1 \sin(\omega_1 \cdot t) \cdot \cos \alpha \\ y_1 = R_1 \cos(\omega_1 \cdot t) \\ z_1 = R_1 \sin(\omega_1 \cdot t) \cdot \sin \alpha \end{cases}, \quad (3)$$

$$\text{GEO: } \begin{cases} x_2 = R_2 \sin(\omega_2 \cdot t) \\ y_2 = R_2 \cos(\omega_2 \cdot t) \\ z_2 = 0 \end{cases}, \quad (4)$$

式中: t 为天基SAL与GEO目标的运动时间; ω_1 , ω_2 分别为天基SAL与GEO目标的轨道运动角速度,根据万有引力公式,可分别表示为

$$\begin{cases} \omega_1 = \sqrt{\frac{G \cdot M_e}{R_1^3}} \\ \omega_2 = \sqrt{\frac{G \cdot M_e}{R_2^3}} \end{cases}, \quad (5)$$

式中: G 为万有引力常数; M_e 为地球质量。

由(3)、(4)式可知,天基SAL与GEO目标的相对位置和相对速度可表示为

$$\begin{cases} x_R = x_1 - x_2 = R_1 \cdot \cos \alpha \cdot \sin(\omega_1 \cdot t) - R_2 \cdot \sin(\omega_2 \cdot t) \\ y_R = y_1 - y_2 = R_1 \cdot \cos(\omega_1 \cdot t) - R_2 \cdot \cos(\omega_2 \cdot t) \\ z_R = z_1 - z_2 = R_1 \cdot \sin \alpha \cdot \sin(\omega_1 \cdot t) \end{cases}, \quad (6)$$

$$\begin{cases} V_{R_x} = \frac{dx_R}{dt} = V_1 \cdot \cos \alpha \cdot \cos(\omega_1 \cdot t) - V_2 \cdot \cos(\omega_2 \cdot t) \\ V_{R_y} = \frac{dy_R}{dt} = -V_1 \cdot \sin(\omega_1 \cdot t) + V_2 \cdot \sin(\omega_2 \cdot t) \\ V_{R_z} = \frac{dz_R}{dt} = V_1 \cdot \sin \alpha \cdot \cos(\omega_1 \cdot t) \end{cases}, \quad (7)$$

式中： x_R, y_R, z_R 分别是天基 SAL 与 GEO 目标之间的距离在 X 轴、Y 轴、Z 轴上的分量大小； $V_{R_x}, V_{R_y}, V_{R_z}$ 分别是天基 SAL 与 GEO 目标之间的相对速度在 X 轴、Y 轴、Z 轴上的分量大小； V_1, V_2 分别为天基 SAL 与 GEO 目标的轨道运动线速度，表示为

$$\begin{cases} V_1 = R_1 \cdot \omega_1 = \sqrt{\frac{G \cdot M_e}{R_1}} \\ V_2 = R_2 \cdot \omega_2 = \sqrt{\frac{G \cdot M_e}{R_2}} \end{cases}. \quad (8)$$

(6)式表明，天基 SAL 与 GEO 目标之间的相对运动一般不是直线运动。由(6)式和(7)式可得，垂直于距离向的横向相对位移和横向相对速度关系分别表示为

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{TR} = \mathbf{x}_R + \mathbf{z}_R = [R_1 \cdot \cos \alpha \cdot \sin(\omega_1 \cdot t) - R_2 \cdot \sin(\omega_2 \cdot t)]\mathbf{e}_x + R_1 \cdot \sin \alpha \cdot \sin(\omega_1 \cdot t)\mathbf{e}_z \\ \mathbf{V}_{TR} = \mathbf{V}_{R_x} + \mathbf{V}_{R_z} = [V_1 \cdot \cos \alpha \cdot \cos(\omega_1 \cdot t) - V_2 \cdot \cos(\omega_2 \cdot t)]\mathbf{e}_x + V_1 \cdot \sin \alpha \cdot \cos(\omega_1 \cdot t)\mathbf{e}_z \end{cases}, \quad (9)$$

式中： \mathbf{x}_{TR} 为垂直于 Y 轴的横向相对位移； \mathbf{x}_R 为天基 SAL 与 GEO 目标之间的距离在 X 轴上的分量； \mathbf{z}_R 为天基 SAL 与 GEO 目标之间的距离在 Z 轴上的分量； \mathbf{V}_{TR} 为垂直于 Y 轴的横向相对速度； \mathbf{V}_{R_x} 为天基 SAL 与 GEO 目标之间的相对速度在 X 轴上的分量； \mathbf{V}_{R_z} 为天基 SAL 与 GEO 目标之间的相对速度在 Z 轴上的分量； $\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_z$ 分别为 $\mathbf{x}_R, \mathbf{z}_R$ 方向的单位矢量。

图 2 给出了(9)式表达的横向相对速度的几何关系，其中 \mathbf{z}_{TR} 为垂直于相对运动平面的相对位移， θ_{TR} 为相对运动的方向向与地心坐标系中 X 轴的夹角。

考虑到合成孔径成像时间很短，在(9)式中，令

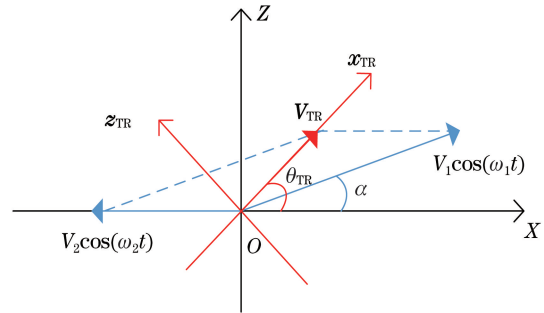


图 2 横向相对速度的几何关系

Fig. 2 Geometry of transverse relative velocity

$t = t_0 + t'$ ，其中， t_0 为相位中心对应的时刻（即成像位置对应的时刻）， t' 为成像时间，则(9)式变为

$$\begin{cases} \mathbf{x}_{TR} \approx [R_1 \cdot \cos \alpha \cdot \sin(\omega_1 \cdot t_0) - R_2 \cdot \sin(\omega_2 \cdot t_0)]\mathbf{e}_x + R_1 \cdot \sin \alpha \cdot \sin(\omega_1 \cdot t_0)\mathbf{e}_z + \mathbf{V}_{TR} \cdot t' \\ \mathbf{V}_{TR} \approx [V_1 \cdot \cos \alpha \cdot \cos(\omega_1 \cdot t_0) - V_2 \cdot \cos(\omega_2 \cdot t_0)]\mathbf{e}_x + V_1 \cdot \sin \alpha \cdot \cos(\omega_1 \cdot t_0)\mathbf{e}_z \end{cases}. \quad (10)$$

(10)式表明，在很短的合成孔径成像时间内，垂直于距离向的横向位移可以近似为匀速直线运动。这是研究者采用直线运动近似模型^[12]的依据。

考虑到 GEO 轨道半径很大（约为 40000 km），轨道运动的角速度很小，并且天基 SAL 成像一般是在交会点附近（ $t_0 \approx 0$ ）进行，因此天基 SAL 与 GEO 目标的横向相对速度（即方位速度）的大小为

$$V_{TR} = \sqrt{[V_1 \cdot \cos(\omega_1 \cdot t_0) \cdot \cos \alpha - V_2 \cdot \cos(\omega_2 \cdot t_0)]^2 + [V_1 \cdot \cos(\omega_1 \cdot t_0) \cdot \sin \alpha]^2} \approx \sqrt{V_1^2 + V_2^2 - 2V_1 V_2 \cdot \cos \alpha}. \quad (11)$$

如图 2 所示,该方位运动速度相对于地心坐标系 X 轴的角度为

$$\tan \theta_{TR} = \frac{V_1 \cdot \cos(\omega_1 \cdot t_0) \cdot \sin \alpha}{V_1 \cdot \cos(\omega_1 \cdot t_0) \cdot \cos \alpha - V_2 \cdot \cos(\omega_2 \cdot t_0)} \approx \frac{V_1 \cdot \sin \alpha}{V_1 \cdot \cos \alpha - V_2} \quad (12)$$

进一步,以 GEO 目标的质心为原点,建立 GEO 目标坐标系 $x_q y_q z_q$,如图 1 所示。在任意时刻, GEO 目标坐标系 $x_q y_q z_q$ 与地心坐标系 XYZ 平行,则任意 GEO 目标点 $p(x_p, y_p, z_p)$ 在地心坐标系的坐标表示为

$$\begin{cases} X_p = R_2 \sin(\omega_2 \cdot t) + x_p \\ Y_p = R_2 \cos(\omega_2 \cdot t) + x_p \\ Z_p = z_p \end{cases} \quad (13)$$

由(3)、(4)、(13)式可知,该目标点与天基 SAL

之间的瞬时距离表示

$$L_p(t) = (A + B + C)^{\frac{1}{2}}, \quad (14)$$

式中: $A = [R_2 \sin(\omega_2 t) + x_p - R_1 \cos \alpha \cdot \sin(\omega_1 t)]^2$;
 $B = [R_2 \cos(\omega_2 t) + y_p - R_1 \cos(\omega_1 t)]^2$;
 $C = [z_p - R_1 \sin \alpha \cdot \sin(\omega_1 t)]^2$ 。

2.2 回波数据方程

假设天基 SAL 采用线性调频(LFM)信号对目标进行探测,其调制信号表示为

$$s(t_k, t_n) = A_0 \cdot \exp\left\{j\left[2\pi\left(f_c \cdot t_k + \frac{1}{2}K_r \cdot t_k^2\right)\right]\right\}, t_k \in [0, T_p], \quad (15)$$

式中: f_c 为载波频率; K_r 为调频斜率; T_p 为脉冲宽度; t_k, t_n 分别为快时间和慢时间且 $t = t_n + t_k$; A_0 为常数振幅。

假设天基 SAL 在 t 时刻发射探测激光,经过 $\frac{\tau_p}{2}$

时间后照射到 GEO 目标散射点 p ,再经过 $\frac{\tau_p}{2}$ 时间后返回并被天基 SAL 接收,则

$$\frac{c \cdot \tau_p}{2} = L_p\left(t + \frac{\tau_p}{2}\right), \quad (16)$$

式中: c 为光速。

天基 SAL 接收的该目标点的散射回波为

$$s_{ret}(t_k, t_n) = A_0 \cdot \sigma_p \cdot \exp\left\{j2\pi\left[f_c \cdot (t_k - \tau_p) + \frac{1}{2}K_r(t_k - \tau_p)^2\right]\right\}, \quad (17)$$

式中: σ_p 为目标点 p 的振幅散射系数。

光学外差用的本振光来源于探测激光,并有一个参考延迟 τ_{ref} ,表示为

$$s_{ref}(t_k, t_n) = A_L \cdot \exp\left\{j2\pi\left[f_c(t_k - \tau_{ref}) + \frac{1}{2}K_r(t_k - \tau_{ref})^2\right]\right\}, \quad (18)$$

式中: A_L 为本振光振幅。

散射回波信号与本振信号在光电探测器上进行

光外差探测后,探测器输出信号经过过去直流分量处理后,可得到外差信号为 $S_{if}(t_k, t_n) = S_{ret}(t_k, t_n) \cdot S_{ref}^*(t_k, t_n)$,其中 $*$ 表示取复共轭,化简后得到外差信号为

$$s_{if}(t_k, t_n) = A_0 A_L \sigma_p \cdot \exp(-j2\pi f_c \cdot \tau_1) \cdot \exp[-j2\pi K_r \tau_1 \cdot (t_k - \tau_{ref})] \cdot \exp(j\pi K_r \cdot \tau_1^2), \quad (19)$$

式中: $\tau_1 = \tau_p - \tau_{ref}$ 为回波信号与本振信号的延时差。第一个幂指数项和第二个幂指数项分别代表慢时间域信号和快时间域信号,第三个幂指数项是一个残余视频相位项。

轨道参数、目标特性等有关参数包含在 τ_1 中,通过求解(16)式,可以进行更深入的分析。

3 成像数据处理

3.1 方程(16)式的求解

将(16)式中的时间 t 写为

$$t = t_0 + t_n + t_k, \quad (20)$$

式中:如果成像位置在交会点位置处, $t_0 = 0$;慢时间

$t_n \in \left[-\frac{T_{sa}}{2}, \frac{T_{sa}}{2}\right]$, T_{sa} 为合成孔径相干处理时间。

于是,(16)式变为

$$\frac{c \cdot \tau_p}{2} = L_p\left(t_0 + t_n + t_k + \frac{\tau_p}{2}\right). \quad (21)$$

考虑成像位置在交会点附近,可以将(14)式近似为

$$L_p(t) \approx [(R_1 - R_2)^2 + A_1 - A_2 - A_3 + x_p^2 + y_p^2 + z_p^2]^{\frac{1}{2}}, \quad (22)$$

式中: $A_1 = \left(\frac{R_2 V_1^2}{R_1} + \frac{R_1 V_2^2}{R_2} - 2V_1 V_2 \cdot \cos \alpha \right) \cdot t^2$;
 $A_2 = 2[(V_1 \cos \alpha - V_2) \cdot x_p + V_1 \cdot \sin \alpha \cdot z_p] \cdot t$; $A_3 =$
 $2 \left[R_1 - R_2 - \left(\frac{V_1^2}{2R_1} - \frac{V_2^2}{2R_2} \right) \cdot t^2 \right] \cdot y_p$ 。

针对 GEO 目标点坐标系引入坐标变换:

$$\begin{cases} x_p = x_T \cos \theta_{TR} - z_T \sin \theta_{TR} \\ y_p = y_T \\ z_p = x_T \sin \theta_{TR} + z_T \cos \theta_{TR} \end{cases}, \quad (23)$$

式中: (x_T, y_T, z_T) 为目标点 p 在 $x_{TR} y_{TR} z_{TR}$ 坐标系中的坐标, 其中 $x_{TR} y_{TR} z_{TR}$ 坐标系是根据天基

SAL 与 GEO 目标之间的相对运动建立的坐标系, 相对运动关系如图 2 所示。并引入变量替换:

$$\begin{cases} L_0 = R_1 - R_2 \\ V_{TR} = \sqrt{V_1^2 + V_2^2 - 2V_1 V_2 \cos \alpha} \\ V_0 = \sqrt{\frac{R_2 \cdot V_1^2}{R_1} + \frac{R_1 \cdot V_2^2}{R_2} - 2V_1 V_2 \cos \alpha}, \\ V_{0T}^2 = V_0^2 + \left(\frac{V_1^2}{R_1} - \frac{V_2^2}{R_2} \right) \cdot y_T \end{cases}, \quad (24)$$

式中: $|L_0|$ 为天基 SAL 与 GEO 目标在交会点处 ($t=0$) 的距离。

则(22)式可进一步近似为

$$L_p(t) \approx \sqrt{L_0^2 - 2 \cdot L_0 \cdot y_T - 2 \cdot V_{TR} \cdot x_T \cdot t + V_{0T}^2 \cdot t^2 + x_T^2 + y_T^2 + z_T^2}. \quad (25)$$

将(25)式代入(21)式, 作适当近似, 求解得到

$$\tau_p \approx \frac{2}{c} \cdot \sqrt{L_0^2 + V_0^2 \cdot t_0^2} (1 - B_1 - B_2) + B_3 (V_0^2 \cdot t_0 - B_4 + B_5 \cdot t_0 \cdot y_T) \cdot t_n + B_6, \quad (26)$$

$$\text{式中: } B_1 = \frac{V_{TR} \cdot t_0 \cdot x_T + \left[L_0 - \left(\frac{V_1^2}{2R_1} - \frac{V_2^2}{2R_2} \right) \cdot t_0^2 \right] \cdot y_T}{L_0^2 + V_0^2 \cdot t_0^2}; B_2 = \frac{\left\{ V_{TR} \cdot t_0 \cdot x_T + \left[L_0 - \left(\frac{V_1^2}{2R_1} - \frac{V_2^2}{2R_2} \right) \cdot t_0^2 \right] \cdot y_T \right\}^2}{2(L_0^2 + V_0^2 \cdot t_0^2)^2};$$

$$B_3 = \frac{2}{c} \cdot \frac{1}{\sqrt{L_0^2 + V_0^2 \cdot t_0^2}}; B_4 = \frac{L_0^2}{L_0^2 + V_0^2 \cdot t_0^2} \cdot V_{TR} \cdot x_T; B_5 = \frac{V_0^2 \left[L_0 - \left(\frac{V_1^2}{2R_1} - \frac{V_2^2}{2R_2} \right) \cdot t_0^2 \right]}{L_0^2 + V_0^2 \cdot t_0^2} + \frac{V_1^2}{R_1} - \frac{V_2^2}{R_2}; B_6 = \frac{1}{c} \cdot \frac{L_0^2 \cdot V_0^2}{\sqrt{(L_0^2 + V_0^2 \cdot t_0^2)^3}} \cdot t_n^2。$$

3.2 成像数据处理

将(26)式代入回波数据方程(19)式, 忽略第三个幂指数项即残余视频项, 并且假设 $\tau_{ref} = \frac{2\sqrt{L_0^2 + V_0^2 t_0^2}}{c}$,

经过适当近似和整理得到

$$s_{if}(t_k, t_n) \approx A_0 A_L \sigma_p \cdot \exp\{-j2\pi f_c [C_1 \times (B_1 - B_2) + B_3 (V_0^2 \cdot t_0 - B_4 + B_5 \cdot t_0 \cdot y_T) \cdot t_n + B_6]\} \times \exp\{-j2\pi K_r [C_1 \times (B_1 - B_2) + B_3 (V_0^2 \cdot t_0 - B_4 + B_5 \cdot t_0 \cdot y_T) \cdot t_n + B_6] \cdot t_k\}, \quad (27)$$

式中: $C_1 = \frac{2}{c} \cdot \sqrt{L_0^2 + V_0^2 \cdot t_0^2}$; $C_2 = \frac{V_1^2}{R_1} - \frac{V_2^2}{R_2}$ 。

根据(27)式可以看到, 引入距离向相位补偿函数能够消除慢时间引起的距离走动:

$$H_R(t_k, t_n) = \exp\left\{j \frac{2\pi K_r}{c} \left[\frac{2 \cdot V_0^2 t_0}{\sqrt{L_0^2 + V_0^2 t_0^2}} \cdot t_n + \frac{V_0^2 L_0^2}{\sqrt{(L_0^2 + V_0^2 t_0^2)^3}} \cdot t_n^2 \right] \cdot t_k \right\}. \quad (28)$$

同时, 引入慢时间的相位补偿函数:

$$H_a(t_n) = \exp\left\{j2\pi f_c \left[\frac{2}{c} \cdot \frac{V_0^2 \cdot t_0}{\sqrt{L_0^2 + V_0^2 \cdot t_0^2}} \cdot t_n + \frac{1}{c} \cdot \frac{V_0^2 L_0^2}{\sqrt{(L_0^2 + V_0^2 t_0^2)^3}} \cdot t_n^2 \right] \right\}. \quad (29)$$

将(27)、(28)、(29)式相乘, 实现距离和方位向的相位补偿后, 对快时间、慢时间进行二维傅里叶变换, 即完成天基 SAL 成像, 表示为

$$\mathcal{F}[s_{if}(t_k, t_n) \cdot H_R(t_k, t_n) \cdot H_a(t_n)]|_{t_n, t_k} \approx A' \cdot \sigma_p \cdot \exp[-j2\pi f_c C_1 (-B_1 - B_2)] \times \text{sinc}\{[f_a(x_T, y_T) - B_3 f_c \times (-B_4 + B_5 \cdot t_0 \cdot y_T)] \cdot T_{sa}\} \times \text{sinc}\{[f_r(x_T, y_T) - C_3] \cdot T'_p\}, \quad (30)$$

$$\text{式中: } C_3 = \frac{2K_r}{c} \cdot \left\{ \frac{V_{TR} \cdot t_0 \cdot x_T + \left[L_0 - \left(\frac{V_1^2}{2R_1} - \frac{V_2^2}{2R_2} \right) \cdot t_0^2 \right] \cdot y_T}{\sqrt{L_0^2 + V_0^2 \cdot t_0^2}} \right\};$$

$\mathcal{F}(\bullet) |_{t_n, t_k}$ 表示二维傅里叶变换; $f_a(x_T, y_T)$ 、 $f_R(x_T, y_T)$ 分别为慢时间 t_n (方位向)、快时间 t_k (距离向) 的傅里叶变换频率; 形成距离压缩像的脉

冲长度 $T'_p \leq T_p$; 其他所有对成像无影响的常数均归入了 A' 。

3.3 成像结果分析

从(30)式可以看出, 经二维傅里叶变换后, 聚焦形成的合成孔径图像的位置由两个 sinc 函数的峰值确定, 表示为

$$\begin{cases} f_a(x_T, y_T) = \frac{2f_c}{c} \cdot \frac{L_0 \cdot V_0}{L_0^2 + V_0^2 \cdot t_0^2} \cdot \left(D_1 + D_2 \cdot \frac{V_0 \cdot t_0}{\sqrt{L_0^2 + V_0^2 \cdot t_0^2}} \cdot y_T \right) \\ f_R(x_T, y_T) = \frac{2K_r}{c} \cdot (D_3 + D_4) \end{cases}, \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \text{式中: } D_1 &= -\frac{L_0}{\sqrt{L_0^2 + V_0^2 \cdot t_0^2}} \cdot \frac{V_{TR}}{V_0} \cdot x_T; D_2 = \frac{L_0 - \left(\frac{V_1^2}{2R_1} - \frac{V_2^2}{2R_2} \right) \cdot t_0^2}{L_0} + \frac{L_0^2 + V_0^2 \cdot t_0^2}{V_0 \cdot L_0} \cdot \left(\frac{V_1^2}{R_1} - \frac{V_2^2}{R_2} \right); D_3 = \frac{V_0 \cdot t_0}{\sqrt{L_0^2 + V_0^2 \cdot t_0^2}} \\ \frac{V_{TR}}{V_0} \cdot x_T; D_4 &= \frac{L_0 - \left(\frac{V_1^2}{2R_1} - \frac{V_2^2}{2R_2} \right) \cdot t_0^2}{\sqrt{L_0^2 + V_0^2 \cdot t_0^2}} \cdot y_T. \end{aligned}$$

若引入角度参数 θ_{sq} , 使满足

$$\begin{cases} \sin \theta_{sq} = \frac{V_0 \cdot t_0}{\sqrt{L_0^2 + V_0^2 \cdot t_0^2}} \\ \cos \theta_{sq} = -\frac{L_0}{\sqrt{L_0^2 + V_0^2 \cdot t_0^2}} \end{cases}, \quad (32)$$

(31)式进一步写为

$$\begin{cases} f_a(x_T, y_T) = \frac{2f_c}{c} \cdot \frac{L_0 \cdot V_0}{L_0^2 + V_0^2 \cdot t_0^2} \cdot \left(\frac{V_{TR}}{V_0} \cdot x_T \cos \theta_{sq} + D_2 \cdot y_T \sin \theta_{sq} \right) \\ f_R(x_T, y_T) = \frac{2K_r}{c} \cdot \left[\frac{V_{TR}}{V_0} \cdot x_T \sin \theta_{sq} - \frac{L_0 - \left(\frac{V_1^2}{2R_1} - \frac{V_2^2}{2R_2} \right) \cdot t_0^2}{L_0} \cdot y_T \cos \theta_{sq} \right] \end{cases}. \quad (33)$$

(33)式表明, 二维傅里叶变换后形成的图像处于 $f_a(x_T, y_T)Of_R(x_T, y_T)$ 坐标系, 与目标坐标系 $x_{TR}Oy_{TR}$ 之间存在线性变换关系, 且在 $f_a(x_T, y_T)Of_R(x_T, y_T)$ 坐标系中, 两个坐标轴 $f_a(x_T, y_T)$ 和 $f_R(x_T, y_T)$ 不是正交的。换言之, $f_a(x_T, y_T)Of_R(x_T, y_T)$ 坐标系中形成的图像存在一定的几何形变, 包括由成像位置 (t_0) 引起的倾斜和轨道运动引起的缩放, 需要经过一定的几何校正, 才能恢复成为 $x_{TR}Oy_{TR}$ 坐标系的图像。

在 GEO 空间, 轨道半径 R_1, R_2 很大, 并且在交会点附近 ($t_0 \approx 0$) 有

$$|L_0| \gg |V_0 \cdot t_0| \gg \left(\frac{V_1^2}{2R_1} - \frac{V_2^2}{2R_2} \right) \cdot t_0^2. \quad (34)$$

再考虑到 $R_1 \gg |L_0|, R_2 \gg |L_0|, \frac{R_1}{R_2} \approx 1$, 于是

$V_{TR} \approx V_0$, 则(33)式可进一步近似为

$$\begin{cases} f_a(x_T, y_T) \approx \frac{2f_c}{c} \cdot \frac{L_0 \cdot V_0}{L_0^2 + V_0^2 \cdot t_0^2} \cdot (x_T \cos \theta_{sq} + y_T \sin \theta_{sq}) \\ f_R(x_T, y_T) \approx \frac{2K_r}{c} \cdot (x_T \sin \theta_{sq} - y_T \cos \theta_{sq}) \end{cases}. \quad (35)$$

此时, 在 $f_a(x_T, y_T)Of_R(x_T, y_T)$ 坐标系中, 两个坐标轴是正交的, 与目标坐标系 $x_{TR}Oy_{TR}$ 之间是简单的旋转关系, 如图 3 所示。

根据傅里叶变换的性质, 从(31)式可以得到对应的图像分辨率, 表示为

$$\begin{cases} \rho_{x_T} = \frac{c}{2f_c} \cdot \frac{L_0^2 + V_0^2 t_0^2}{L_0^2} \cdot \frac{\sqrt{L_0^2 + V_0^2 t_0^2}}{V_{TR} \cdot T_{sa}} = \frac{1}{\cos^2 \theta_{sq}} \cdot \frac{\lambda_0}{2D_{sa}} \cdot \sqrt{L_0^2 + V_0^2 t_0^2} \\ \rho_{y_T} = \frac{c}{2K_r} \cdot \frac{1}{T'_p} \cdot \frac{2 \cdot \sqrt{L_0^2 + V_0^2 t_0^2}}{\left| 2 \cdot L_0 - \left(\frac{V_1^2}{R_1} - \frac{V_2^2}{R_2} \right) \cdot t_0^2 \right|} \approx \frac{c}{2B \cos \theta_{sq}} \end{cases}, \quad (36)$$

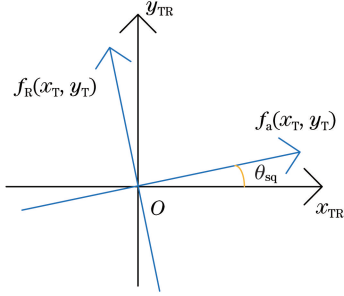


图 3 几何坐标关系

Fig. 3 Relationship of geometric coordinates

式中： ρ_{x_T} 为相对运动的方向向分辨率； ρ_{y_T} 为相对运动的距离向分辨率；用于距离压缩的外差信号带宽 $B = K_r \cdot T'_p$ ； D_{sa} 为方位合成孔径长度，表示为

$$D_{sa} = V_{TR} \cdot T_{sa} = \sqrt{V_1^2 + V_2^2 - 2V_1V_2 \cos \alpha} \cdot T_{sa}。 \quad (37)$$

从成像分辨率表达式(36)式可知,当天基 SAL 与 GEO 目标都在万有引力的作用下沿圆周轨道运动时,轨道运动会同时影响距离向和方位向的成像分辨率。天基 SAL 成像分辨率不仅与合成孔径长度、目标距离、距离压缩带宽等有关,还与成像位置 t_0 、轨道半径(R_1, R_2)、运动速度(V_1, V_2)、速度变量(V_0, V_{TR})等有关。这些影响主要通过速度变量 V_0 体现出来。由于圆周轨道运动, V_0 与方位运动速度 V_{TR} 不相等,在交会点处 $t_0=0$,表面上轨道运动对成像分辨率的影响被消除了,其实还是隐含在两个补偿函数中。从(28)式和(29)式得到,此时两个补偿函数表示为

$$\begin{cases} H_R(t_k, t_n) = \exp\left(j2\pi K_r \cdot \frac{V_0^2}{cL_0} \cdot t_n^2 \cdot t_k\right) = \exp\left(j2\pi K_r \cdot \frac{\frac{R_2 \cdot V_1^2}{R_1} + \frac{R_1 \cdot V_2^2}{R_2} - 2V_1V_2 \cos \alpha}{cL_0} \cdot t_n^2 \cdot t_k\right) \\ H_a(t_n) = \exp\left(j2\pi f_c \cdot \frac{V_0^2}{cL_0} \cdot t_n^2\right) = \exp\left(j2\pi f_c \cdot \frac{\frac{R_2 \cdot V_1^2}{R_1} + \frac{R_1 \cdot V_2^2}{R_2} - 2V_1V_2 \cos \alpha}{cL_0} \cdot t_n^2\right) \end{cases}。 \quad (38)$$

可见,在圆周轨道运动的假设下,表达式中包含轨道半径参数的速度 V_0 起着很重要的作用。

4 仿 真

4.1 参数设置

表 1 给出了用于仿真成像的 GEO 空间参数和天基 SAL 系统参数设置。

根据表 1 的参数,可计算得到

表 1 参数设置

Table 1 Parameter setting

Parameter	Value
R_1 /km	41978
R_2 /km	42178
α /($^\circ$)	10
Wavelength of SAL /nm	1550
Band width of SAL /GHz	3
Pulse width of SAL / μ s	10

$$\begin{cases} L_0 = R_1 - R_2 = -200 \text{ km} \\ V_{TR} = \sqrt{V_1^2 + V_2^2 - 2V_1V_2 \cos \alpha} = 536.05 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \\ V_0 = \sqrt{\frac{R_2 \cdot V_1^2}{R_1} + \frac{R_1 \cdot V_2^2}{R_2} - 2V_1V_2 \cos \alpha} = 536.45 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \\ \theta_{TR} \approx \cot\left(\frac{V_1 \cdot \sin \alpha}{V_1 \cdot \cos \alpha - V_2}\right) + 180^\circ \approx 94.2^\circ \end{cases}。 \quad (39)$$

即天基 SAL 与 GEO 目标在交会点处的距离为 200 km;虽然轨道平面的夹角只有 10° ,但是方位运动方向与地心坐标系 X 轴正向间的夹角达到 94.2° 。

另外,为了简单起见,将空间目标设置在 $x_{TR}y_{TR}z_{TR}$ 坐标系。由于合成孔径雷达在距离向和方位向上成像,为了简化处理过程,使用平面目标 ($z_{TR}=0$),目标尺寸为 $6\text{ m}\times 4\text{ m}$,由两个 $1\text{ m}\times 1\text{ m}$ 的正方形、一个 $4\text{ m}\times 2\text{ m}$ 的大长方形和一个直径为 1 m 的圆组成,其中,大长方形位居中央,如图 4 所示。合理设置仿真参数,可得到 $5\text{ cm}\times 5\text{ cm}$ 的成像分辨率。

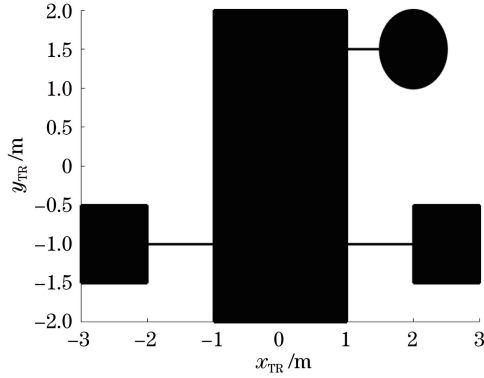


图 4 仿真目标设置

Fig. 4 Simulation target setting

根据(36)式和表 1 的数据,在交会点处 ($t_0 = 0$),天基 SAL 距离向分辨率为

$$\rho_{y_T} = \frac{c}{2B'} = 5\text{ cm}, \quad (40)$$

式中: B' 为天基 SAL 的带宽。

为了实现方位向分辨率 $\rho_{x_T} = 5\text{ cm}$,所需方位合成孔径长度为

$$D_{sa} = \frac{\lambda_0}{2\rho_{x_T}} \cdot L_0 = 3.1\text{ m}, \quad (41)$$

对应的方位合成孔径时间为

$$T_{sa} = \frac{D_{sa}}{V_{TR}} \approx 5.8\text{ ms}. \quad (42)$$

4.2 仿真成像

根据(32)式选择三个位置 (t_0) 进行仿真成像。

$$\tan \theta_{sq} = -\frac{V_0 \cdot t_0}{L_0}. \quad (43)$$

选择三个成像位置 θ_{sq} 分别为 $-10^\circ, 0^\circ, 10^\circ$,则对应的成像时刻 t_0 为 $-65.74, 0, +65.74\text{ s}$ 。可见,当 $\theta_{sq} = 10^\circ$ 时,距离交会的时间为 65.74 s ,已经超过 1 min ,大于 1.13 万个合成孔径时间了。

图 5 为 $f_a(x_T, y_T)Of_R(x_T, y_T)$ 坐标系中的仿真图像。与图 4 的仿真目标相比,从图 5 可以看出,由于成像位置不同, $f_a(x_T, y_T)Of_R(x_T, y_T)$ 坐标系中的 SAL 图像会出现几何形变与旋转,实际的长方形和正方形目标在 SAL 图像中变为平行四边形。只有在交会点位置 ($\theta_{sq} = 0^\circ$) 处, SAL 图像才不会发生几何形变,如图 5(b) 所示。利用仿真图像得到的

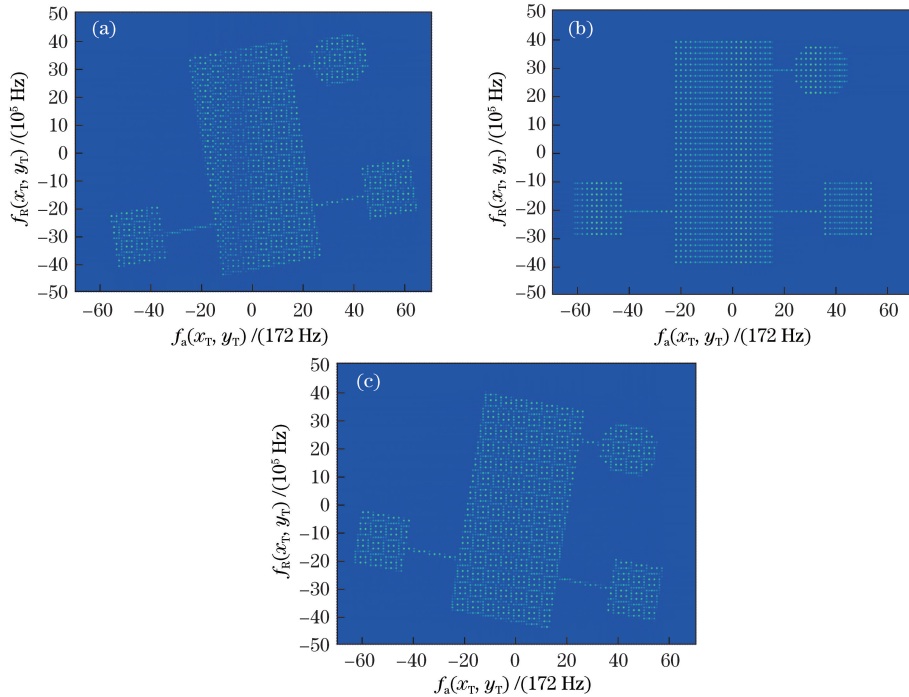


图 5 天基 SAL 仿真图像。(a) $\theta_{sq} = -10^\circ$; (b) $\theta_{sq} = 0$; (c) $\theta_{sq} = +10^\circ$

Fig. 5 Simulated space-borne SAL images. (a) $\theta_{sq} = -10^\circ$; (b) $\theta_{sq} = 0$; (c) $\theta_{sq} = +10^\circ$

目标信息,计算仿真图像的旋转角度 θ'_{sq} ,可以得到图 5(a)对应的 θ'_{sq} 为 $+10.00^\circ$,图 5(c)对应的 θ'_{sq} 为 -10.01° 。

从 θ'_{sq} 的计算结果可知,仿真图像旋转角度的大小与设置角度大小相同。根据前文的理论分析可知,如果已知成像位置,可以对 $f_a(x_T, y_T)Of_R(x_T, y_T)$ 坐标系中发生形变的 SAL 图像进行几何校正。利用图像的旋转角度可以得到位置信息,进而对成像

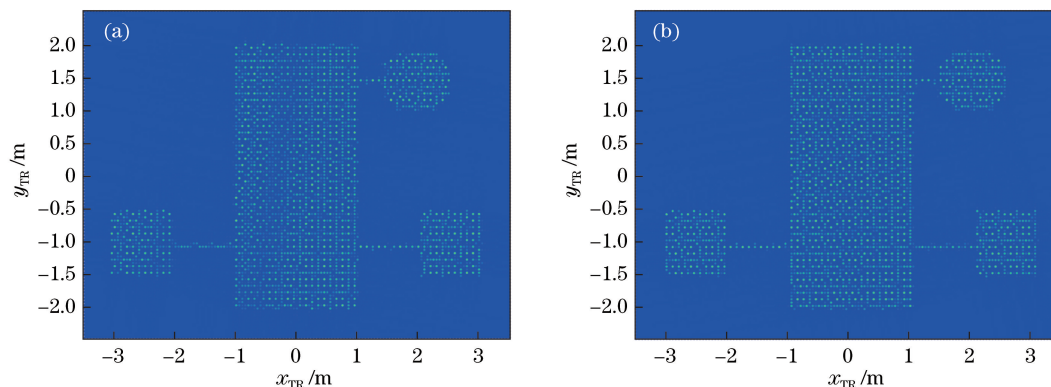


图 6 几何校正后的图像。(a) $\theta_{sq} = -10^\circ$; (b) $\theta_{sq} = +10^\circ$

Fig. 6 Images after geometric correction. (a) $\theta_{sq} = -10^\circ$; (b) $\theta_{sq} = +10^\circ$

5 结 论

针对 GEO 目标天基 SAL 成像问题,探讨了在万有引力作用下,天基 SAL 与 GEO 目标绕地心作圆周运动时的基本成像理论。考虑到天基 SAL 与 GEO 目标的轨道平面存在一定的夹角,建立了三维空间的运动模型,进而获得了基于光学外差探测的天基 SAL 回波数据方程。根据回波数据方程,给出了天基 SAL 成像数据处理方法,通过距离向与方位向的两个补偿函数对回波数据方程进行补偿,进而采用二维傅里叶变换实现图像聚焦。与简化的直线运动模型^[12]相比,所建立的 GEO 目标天基 SAL 成像三维轨道运动模型详细说明了三维运动参数对 SAL 成像的影响。理论研究结果表明,轨道参数、成像位置等对图像质量有不同程度的影响,例如,会造成聚焦图像的几何形变(包括倾斜和缩放)和成像分辨率的降低。实验结果表明,只有在交会点附近成像,图像的几何形变化才可以忽略;对于非交会点附近的畸变图像,可以通过几何校正得到无畸变的图像。

当然,在实际成像中,测量天基 SAL 与 GEO 空间目标的轨道参数是很困难的,往往无法获得准确的数值。在成像数据处理过程中,不能简单使用轨道参数估值处理回波数据。解决轨道参数估值对

位置未知情况下的 SAL 图像进行几何校正,但这一方法需要提供无畸变的图像信息。

图 6(a)、(b)分别为位置 $\theta_{sq} = -10^\circ$ 和 $\theta_{sq} = +10^\circ$ 处校正后的 SAL 图像。通过对比校正后目标的位置信息与尺寸信息,可以看出,经过校正的 SAL 图像基本与交会点处未发生形变的图像一致,且与仿真目标一致,验证了本文提出的几何校正方法的正确性。

天基成像的影响是下一步需要深入研究的问题。

参 考 文 献

- [1] Bashkansky M, Lucke R L, Funk E E, et al. Two-dimensional synthetic aperture imaging in the optical domain[J]. Optics Letters, 2002, 27(22): 1983-1985.
- [2] Beck S M, Buck J, Buell W F, et al. Synthetic-aperture imaging laser radar: laboratory demonstration and signal processing[J]. Applied Optics, 2005, 44(35): 7621-7629.
- [3] Crouch S, Barber Z W. Laboratory demonstrations of interferometric and spotlight synthetic aperture ladar techniques [J]. Optics Express, 2012, 20(22): 24237-24246.
- [4] Turbide S, Marchese L, Bergeron A, et al. Synthetic aperture ladar based on a MOPAW laser[J]. Proceedings of SPIE, 2016, 10005: 1000502.
- [5] Wu J, Zhao Z L, Wu S D, et al. High resolution synthetic aperture ladar imaging at 12.9 m distance [J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(12): 1228002.
吴谨, 赵志龙, 吴曙东, 等. 12.9 m 高分辨率合成孔径激光雷达成像[J]. 光学学报, 2015, 35(12): 1228002.
- [6] Wu S D, Huang J Y, Zhao Z L, et al. Experimental demonstration of spotlight mode synthetic aperture ladar[J]. Acta Optica Sinica, 2016, 36(6): 0628001.
吴曙东, 黄建余, 赵志龙, 等. 聚束模式合成孔径激

- 光雷达实验演示 [J]. 光学学报, 2016, 36(6): 0628001.
- [7] Li G Z, Wang R, Wang P S, et al. Synthetic aperture LADAR at 1550 nm: system demonstration, imaging processing and experimental result [J]. Proceedings of SPIE, 2016, 10155: 101553G.
- [8] Wang N, Wang R, Li G Z, et al. Experiment of inverse synthetic aperture lidar at 1.1 km [J]. Proceedings of SPIE, 2016, 10155: 101551G.
- [9] Krause B W, Buck J, Ryan C, et al. Synthetic aperture lidar flight demonstration [C]//CLEO: Applications and Technology 2011, May 1-6, 2011, Baltimore, Maryland. Washington, D. C. : OSA, 2011: PDPB7.
- [10] Li G Z, Wang N, Wang R, et al. Imaging method for airborne SAL data [J]. Electronics Letters, 2017, 53(5): 351-353.
- [11] Lu Z Y, Zhou Y, Sun J F, et al. Airborne down-looking synthetic aperture imaging lidar field experiment and its flight testing [J]. Chinese Journal of Lasers, 2017, 44(1): 0110001.
卢智勇, 周煜, 孙建峰, 等. 机载直视合成孔径激光成像雷达外场及飞行试验 [J]. 中国激光, 2017, 44(1): 0110001.
- [12] Li D Y, Wu J, Wan L, et al. Elementary imaging theory on space-borne synthetic aperture lidar [J]. Acta Optica Sinica, 2019, 39(7): 0728002.
李丹阳, 吴谨, 万磊, 等. 天基合成孔径激光雷达成像理论初步 [J]. 光学学报, 2019, 39(7): 0728002.
- [13] Li J M, Hu Y H, Wang E H, et al. Imaging of satellite-to-satellite synthetic aperture lidar [J]. Infrared and Laser Engineering, 2011, 40(9): 1668-1672.
李今明, 胡以华, 王恩宏, 等. 星对星合成孔径激光雷达成像 [J]. 红外与激光工程, 2011, 40(9): 1668-1672.
- [14] Ruan H, Wu Y H, Zhang S X. Geostationary orbital object imaging based on spaceborne inverse synthetic aperture lidar [J]. Infrared and Laser Engineering, 2013, 42(6): 1611-1616.
阮航, 吴彦鸿, 张书仙. 基于天基逆合成孔径激光雷达的静止轨道目标成像 [J]. 红外与激光工程, 2013, 42(6): 1611-1616.
- [15] Li D J, Du J B, Ma M, et al. System analysis of spaceborne synthetic aperture lidar [J]. Infrared and Laser Engineering, 2016, 45(11): 1130002.
李道京, 杜剑波, 马萌, 等. 天基合成孔径激光雷达系统分析 [J]. 红外与激光工程, 2016, 45(11): 1130002.
- [16] Hu X, Li D J, Fu H C, et al. System analysis of ground-based inverse synthetic aperture lidar for geosynchronous orbit object imaging [J]. Acta Photonica Sinica, 2018, 47(6): 0601003.
胡焯, 李道京, 付瀚初, 等. 地球同步轨道空间目标地基逆合成孔径激光雷达系统分析 [J]. 光子学报, 2018, 47(6): 0601003.
- [17] Hu X, Li D J. Space-based synthetic aperture lidar system with 10 m diffractive aperture [J]. Chinese Journal of Lasers, 2018, 45(12): 1210002.
胡焯, 李道京. 10 m 衍射口径天基合成孔径激光雷达系统 [J]. 中国激光, 2018, 45(12): 1210002.