

# 基于三拉盖尔高斯腔的机械振子基态冷却研究

王婧\*

通化师范学院物理学院, 吉林 通化 134000

**摘要** 将机械振子冷却到基态是实现机械振子量子操控的关键。利用电磁感应透明冷却法,研究了边带不可分辨区域中三拉盖尔高斯腔光力学系统的机械振子基态冷却。在该系统中,两个附加腔场分别与标准的腔光力学系统中的腔场发生了耦合。通过选择系统的最优参数,光学涨落谱从洛伦兹线型变成类似三能级原子系统中电磁诱导透明谱线的形式,冷却和加热速率的不对称使得机械振子被冷却到基态。研究结果为三拉盖尔高斯腔系统中机械振子的冷却提供了理论参考。

**关键词** 量子光学; 腔光力学系统; 机械振子的基态冷却; 边带不可分辨; 哈密顿量

中图分类号 O431

文献标志码 A

doi: 10.3788/AOS202040.1827001

## Ground-State Cooling of Mechanical Resonator in Three-Laguerre-Gaussian-Cavity

Wang Jing\*

College of Physics, Tonghua Normal University, Tonghua, Jilin 134000, China

**Abstract** To cool a mechanical resonator to its ground-state is the key to realize the quantum manipulation of this mechanical resonator. We propose a cooling method based on electromagnetically-induced-transparency (EIT) and investigate the ground-state cooling of a mechanical resonator in a three-Laguerre-Gaussian-cavity optomechanical system, where two auxiliary cavities are coupled to the original one in the standard optomechanical system, respectively. When the optimal parameters are chosen, the optical fluctuation spectrum changes from Lorentzian shape to EIT-like one in a three-level atomic system. The asymmetry between cooling and heating rates makes it possible to realize the ground-state cooling of a mechanical resonator. The research results here provide a theoretical guidance for the cooling of mechanical resonators in three-Laguerre-Gaussian-cavity systems.

**Key words** quantum optics; cavity optomechanical system; ground-state cooling of mechanical resonator; unresolved sideband; Hamiltonian

**OCIS codes** 270.5585; 120.4880

## 1 引 言

机械振子同时具有经典性质和量子性质,因此在量子物理和纳米技术中得到了广泛的关注。近年来,研究者将机械振子和光学腔场<sup>[1-2]</sup>组合在一起,形成了腔光力学系统<sup>[3-5]</sup>。基于机械振子和光学腔场的相互作用,腔光力学系统表现出各种有趣的现象<sup>[6-30]</sup>。初期的腔光力学系统是由单一的腔场和机械振子构成的标准腔光力学系统,现在腔光力学系统已逐步扩展到由多个腔场和多个机械振子构成的复杂腔光力学系统<sup>[31-32]</sup>、带电腔光力学系统<sup>[14]</sup>、原子-腔光力学系统<sup>[14,22-23]</sup>等,这些系统为进一步扩展

腔光力学系统的应用范围提供了方向。

另一方面,与机械振子有关的非经典态制备、量子操控和量子测量等应用都需要先消除环境热噪声的干扰。为了消除环境热噪声的干扰,需要将机械振子冷却至其运动基态,即实现机械振子的基态冷却<sup>[18-25]</sup>。因此,将机械振子冷却到基态是目前腔光力学系统研究的核心。机械振子的基态冷却是指机械振子的稳态声子数小于1<sup>[18-25]</sup>。著名的冷却方法包括被动反作用冷却法和主动反作用冷却法<sup>[27]</sup>。被动反作用冷却法是利用光辐射压力使机械振子与辅助腔场发生耦合,通过辅助腔场吸收机械振子的能量,实现机械振子的冷却。在被动反作用冷却法

收稿日期: 2020-04-20; 修回日期: 2020-05-17; 录用日期: 2020-06-11

\* E-mail: pwl1207wj@163.com

中,研究最多的是可分辨边带冷却法<sup>[31]</sup>。该冷却法必须满足边带可分辨条件<sup>[31]</sup>:腔场的衰减率必须远小于机械振子的频率。由于部分腔光学系统不能满足边带可分辨条件,因此在边带不可分辨区域中实现机械振子的基态冷却方案被相继提出。其中最为典型的的就是电磁感应透明冷却法<sup>[19-21,25]</sup>。电磁感应透明冷却法主要利用量子干涉抑制加热过程,提高冷却效果。Xia 等<sup>[25]</sup>基于电磁感应透明冷却法,将与超导量子比特耦合的机械振子冷却至基态。Guo 等<sup>[19]</sup>利用电磁感应透明冷却法,将双光腔系统的机械振子冷却至其运动基态,机械振子的稳态平均声子数小于 1。Liu 等<sup>[20]</sup>在混有二能级原子系综的双拉盖尔高斯腔光学系统中,通过电磁感应透明冷却的方法对机械振子进行基态冷却。

在这些成果的启发下,我们很自然地提出了一系列的问题:在由多拉盖尔高斯腔构成的腔光学系统中,能否实现机械振子的基态冷却? 这样的系统能为机械振子的基态冷却带来什么样的新见解呢? 基于这样的疑问,本文利用电磁感应透明法研究了三拉盖尔高斯腔光学系统中旋转镜子(可被视为机械振子)的基态冷却问题。引入的第二个腔场和第三个腔场分别与标准的腔光学系统中的第一个腔场直接耦合,其中第一个腔场被驱动光场驱动。在边带不可分辨区域中,利用第一个腔场和第三个腔场之间的耦合,可以调整光学涨落谱,使其从洛伦兹线型变成类似三能级原子系统中电磁诱导透明谱线的形式。第一个腔场与第三个腔场之间的耦合和第一个腔场与第二个腔场之间的耦合会引起量子干涉效应,该效应可以改变系统中的光学涨落谱。在新谱线中,正频率部分的峰可以用来增强冷却过程,同时负频率部分的谷可以用来有效抑制加热过程,最终使得机械振子的加热过程得到有效的抑制,达到将机械振子快速冷却至基态的目的。值得注意的是,所得结果与文献<sup>[19-21,33-34]</sup>的结果有些相似,然而它又不同于文献<sup>[19-21,33-34]</sup>的结果。第一,实现机械振子的基态冷却的系统不同。第二,本文附加的腔场不仅改变了量子干涉效应的通道,还使系统具有更多的可调参数,可以更好地调节冷却效果。本文研究了三拉盖尔高斯腔光学系统中机械振子的基态冷却问题,并探讨了每一个参数的作用。这对多拉盖尔高斯腔光学系统的物理性质研究具有一定的参考价值。第三,本文所提方案可以使稳态声子数在更大的参数范围内接近于零。

## 2 理论模型和速率方程

所研究的复合系统是由一个全反射的旋转镜子 RM,三个固定的部分透射镜子 FM<sub>j</sub> 组成的三拉盖尔高斯腔光学系统<sup>[20,32-34]</sup>,如图 1 所示,其中  $j$  为透射镜子的编号, $j=1,2,3$ 。假设四个镜子都是薄圆盘。由 FM<sub>1</sub> 和 RM 组成腔场  $c_1$ ,由 FM<sub>1</sub> 和 FM<sub>2</sub> (FM<sub>3</sub>) 组成腔场  $c_2$  ( $c_3$ ),腔场  $c_1$  和腔场  $c_2$  ( $c_3$ ) 耦合在一起。腔场  $c_j$  的共振频率、衰减率以及长度分别为  $\omega_{c_j}$ 、 $\kappa_j$  以及  $L$ 。旋转镜子被安装在支架 S 上并同时绕 Z 轴转动,可以被视为机械振子。此时,机械振子和腔场  $c_1$  直接耦合,并通过腔场  $c_1$  与腔场  $c_2$  ( $c_3$ ) 间接耦合。在不考虑反射的情况下,一束高斯光场  $g_0$  从镜子 FM<sub>1</sub> 处透射进入腔场  $c_1$  中,此时的高斯光场动量大小是 0,在机械振子处反射回来时高斯光场动量大小是  $2l$ ,再次通过镜子 FM<sub>1</sub> 时动量大小为 0 并入射到腔场  $c_2$  ( $c_3$ ) 中,碰到镜子 FM<sub>2</sub> (FM<sub>3</sub>) 时被反射回来,此时的高斯光场动量大小是  $2l$ 。机械振子的角频率、有效质量、半径和衰减率分别表示为  $\omega_m$ 、 $m$ 、 $r$  和  $\gamma_m$ 。机械振子沿着 Z 轴旋转的同时会以一定角频率发生振动。机械振子在 Z 轴通过其中心的转动惯量大小为  $I = mr^2/2$ <sup>[20,32-34]</sup>。假定在没有高斯光场的情况下,机械振子在平衡位置处的角位置为  $\theta_0=0$ 。当机械振子相对平衡位置的角位置  $\theta$  足够小时,可以用简谐振动的形式描述机械振子。高斯光场在腔场中往返一次的时间均为  $2L/c$ ,其中,  $c$  是光在真空中的速度大小。高斯光场中每个光子传递给机械振子的转矩大小为  $\xi_\theta = cl/L$ <sup>[20,32-34]</sup>。

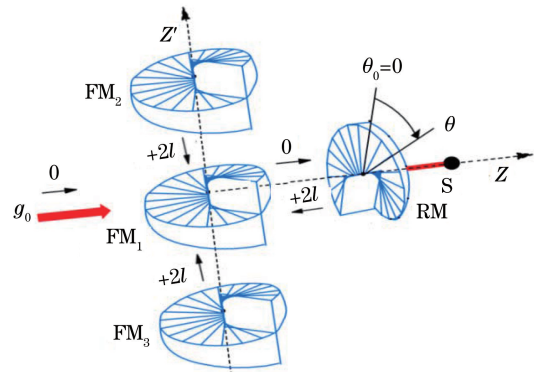


图 1 三拉盖尔高斯腔光学系统示意图<sup>[20,32-34]</sup>

Fig. 1 Schematic of three-Laguerre-Gaussian-cavity optomechanical system<sup>[20,32-34]</sup>

令约化普朗克常量  $\hbar = 1$ ,三拉盖尔高斯腔光学系统的哈密顿量<sup>[20,32-34]</sup>可以写为

$$H = \sum_{j=1}^3 \omega_{c_j} c_j^\dagger c_j + (L_Z^2/I + I\omega_m^2\theta^2)/2 - \xi_\theta \theta c_1^\dagger c_1 + J_{12}(c_1^\dagger c_2 + c_2^\dagger c_1) + J_{13}(c_1^\dagger c_3 + c_3^\dagger c_1) + i[E_L c_1^\dagger \exp(-i\omega_L t) - E_L^* c_1 \exp(i\omega_L t)], \quad (1)$$

式中: 第一项表示第  $j$  个腔场的自由哈密顿量,  $c_j$  ( $c_j^\dagger$ ) 表示腔场的产生(湮灭)算符, 满足对易关系  $[c_j, c_j^\dagger] = 1$ ; 第二项表示机械振子的哈密顿量, 角动量  $L_Z$  和角位置  $\theta$  满足对易关系  $[L_Z, \theta] = -i$ ; 第三项表示辐射力矩对机械振子的哈密顿量; 第四(五)项表示腔场  $c_1$  和  $c_2$  ( $c_3$ ) 相互作用的哈密顿量,  $J_{12}$  ( $J_{13}$ ) 为腔场  $c_1$  和  $c_2$  ( $c_3$ ) 之间的耦合强度; 第六项表示驱动光场和腔场  $c_1$  相互作用的哈密顿量, 驱动光场的频率为  $\omega_L$ , 振幅为  $E_L$ ,  $*$  表示取共轭,  $t$  为时间。

令  $\theta = \sqrt{1/2I\omega_m}(b^\dagger + b)$ ,  $L_Z = i\sqrt{I\omega_m/2}(b^\dagger - b)$ <sup>[20,34]</sup> [ $b^\dagger$  ( $b$ ) 表示机械振子的产生(湮灭)算符, 满足对易关系  $[b, b^\dagger] = 1$ ], 在相对驱动光场频率进行旋转后, (1)式可以写为

$$H_r = \Delta_{11} c_1^\dagger c_1 + \Delta_2 c_2^\dagger c_2 + \Delta_3 c_3^\dagger c_3 + \omega_m b^\dagger b - g_0(b^\dagger + b)c_1^\dagger c_1 + J_{12}(c_1^\dagger c_2 + c_2^\dagger c_1) + J_{13}(c_1^\dagger c_3 + c_3^\dagger c_1) + i(E_L c_1^\dagger - E_L^* c_1), \quad (2)$$

式中:  $g_0$  为光力耦合系数,  $g_0 = \sqrt{c^2 l^2 / 2L^2 I \omega_m}$ ;  $\Delta_{11} = \omega_{c_1} - \omega_L$ ,  $\Delta_2 = \omega_{c_2} - \omega_L$ ,  $\Delta_3 = \omega_{c_3} - \omega_L$  表示第 1, 2, 3 个腔场与驱动光场的频率失谐。在考虑相关的噪声来源和衰减后, 海森堡方程为

$$\begin{cases} \dot{c}_1 = -(\kappa_1 + i\Delta_{11})c_1 + ig_0 c_1(b^\dagger + b) - iJ_{12}c_2 - iJ_{13}c_3 + E_L + \sqrt{2\kappa_1}c_{1,\text{in}}(t) \\ \dot{c}_2 = -(\kappa_2 + i\Delta_2)c_2 - iJ_{12}c_1 + \sqrt{2\kappa_2}c_{2,\text{in}}(t) \\ \dot{c}_3 = -(\kappa_3 + i\Delta_3)c_3 - iJ_{13}c_1 + \sqrt{2\kappa_3}c_{3,\text{in}}(t) \\ \dot{b} = -(\gamma_m + i\omega_m)b + ig_0 c_1^\dagger c_1 + \sqrt{2\gamma_m}b_{\text{in}}(t) \end{cases}, \quad (3)$$

式中:  $b_{\text{in}}(t)$  表示作用在机械振子上的热噪声算符;  $c_{j,\text{in}}(t)$  为第  $j$  个腔场的输入量子真空噪声算符。将算符改写为稳态平均值加上其涨落算符的形式:  $c_j = C_j + \delta c_j$ ,  $b = B + \delta b$ , 其中,  $C_j$  为腔场的稳态平均值,  $B$  为机械振子的稳态平均值。将修改后的

算符代入(3)式, 从而分离出两组方程, 一组为系统的稳态平均值, 即

$$\begin{cases} C_1 = \frac{E_L}{k_1 + i\Delta_1 + \frac{J_{12}^2}{k_2 + i\Delta_2} + \frac{J_{13}^2}{k_3 + i\Delta_3}} \\ C_2 = -\frac{iJ_{12}C_1}{k_2 + i\Delta_2} \\ C_3 = -\frac{iJ_{13}C_1}{k_3 + i\Delta_3} \\ B = \frac{ig_0 |C_1|^2}{\gamma_m + i\omega_m} \end{cases}, \quad (4)$$

式中:  $\Delta_1 = \Delta_{11} - g_0(B^* + B)$  表示第一个腔场与驱动光场之间的有效失谐。

忽略非线性项, 得到另一组关于系统涨落算符的方程:

$$\begin{cases} \dot{\delta c}_1 = -(\kappa_1 + i\Delta_1)\delta c_1 + ig(\delta b^\dagger + \delta b) - iJ_{12}\delta c_2 - iJ_{13}\delta c_3 + \sqrt{2\kappa_1}c_{1,\text{in}}(t) \\ \dot{\delta c}_2 = -(\kappa_2 + i\Delta_2)\delta c_2 - iJ_{12}\delta c_1 + \sqrt{2\kappa_2}c_{2,\text{in}}(t) \\ \dot{\delta c}_3 = -(\kappa_3 + i\Delta_3)\delta c_3 - iJ_{13}\delta c_1 + \sqrt{2\kappa_3}c_{3,\text{in}}(t) \\ \dot{\delta b} = -(\gamma_m + i\omega_m)\delta b + ig(\delta c_1^\dagger + \delta c_1) + \sqrt{2\gamma_m}b_{\text{in}}(t) \end{cases}, \quad (5)$$

式中:  $g = g_0 C_1$  为有效的光力耦合系数。(5)式对应的有效哈密顿量为

$$H = \sum_{j=1}^3 \Delta_j \delta c_j^\dagger \delta c_j + \omega_m \delta b^\dagger \delta b - g(\delta b^\dagger + \delta b)(\delta c_1^\dagger + \delta c_1) + J_{12}(\delta c_1^\dagger \delta c_2 + \delta c_2^\dagger \delta c_1) + J_{13}(\delta c_1^\dagger \delta c_3 + \delta c_3^\dagger \delta c_1). \quad (6)$$

(6)式中的光学部分为

$$H_{\text{cooling}} = \Delta_1 \delta c_1^\dagger \delta c_1 + \Delta_2 \delta c_2^\dagger \delta c_2 + \Delta_3 \delta c_3^\dagger \delta c_3 + J_{12}(\delta c_1^\dagger \delta c_2 + \delta c_2^\dagger \delta c_1) + J_{13}(\delta c_1^\dagger \delta c_3 + \delta c_3^\dagger \delta c_1). \quad (7)$$

(7)式对应的海森堡方程为

$$\begin{cases} \dot{\delta c}_1 = -(\kappa_1 + i\Delta_1)\delta c_1 - iJ_{12}\delta c_2 - iJ_{13}\delta c_3 + \sqrt{2\kappa_1}c_{1,\text{in}}(t) \\ \dot{\delta c}_2 = -(\kappa_2 + i\Delta_2)\delta c_2 - iJ_{12}\delta c_1 + \sqrt{2\kappa_2}c_{2,\text{in}}(t) \\ \dot{\delta c}_3 = -(\kappa_3 + i\Delta_3)\delta c_3 - iJ_{13}\delta c_1 + \sqrt{2\kappa_3}c_{3,\text{in}}(t) \end{cases}. \quad (8)$$

定义辐射压力<sup>[19]</sup>为

$$F = \delta c_1^\dagger + \delta c_1. \quad (9)$$

则光学涨落谱<sup>[19]</sup>为

$$S_{\text{FF}}(\omega) = \int dt \exp(i\omega t) \langle F(t)F(0) \rangle, \quad (10)$$

式中: $F(t)$ 为 $t$ 时刻力的大小; $F(0)$ 为0时刻力的大小; $\langle \cdot \rangle$ 为关联函数。

引入傅里叶变换公式  $f(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \times \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(i\omega t) f(t) dt$  和  $f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \times \int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-i\omega t) f(\omega) d\omega$ , (10)式变为

$$S_{\text{FF}}(\omega) = \frac{2\kappa_1 + 2\kappa_2 |T(\omega)|^2 + 2\kappa_3 |Z(\omega)|^2}{|O(\omega)|^2}, \quad (11)$$

式中:  $O(\omega) = \kappa_1 + i(\Delta_1 - \omega) + \frac{J_{12}^2}{\kappa_2 + i(\Delta_2 - \omega)} + \frac{J_{13}^2}{\kappa_3 + i(\Delta_3 - \omega)}$ ;  $T(\omega) = -\frac{iJ_{12}}{\kappa_2 + i(\Delta_2 - \omega)}$ ;  $Z(\omega) = -\frac{iJ_{13}}{\kappa_3 + i(\Delta_3 - \omega)}$ ;  $\omega$  为频率。进一步化简有

$$S_{\text{FF}}(\omega) = \frac{1}{O(\omega)} + \frac{1}{O^*(\omega)}. \quad (12)$$

机械振子上声子的速率方程<sup>[19]</sup>为

$$\begin{aligned} \dot{p}_n &= \Gamma_{n \leftarrow n+1} P_{n+1} + \Gamma_{n \leftarrow n-1} P_{n-1} - \\ &\Gamma_{n-1 \leftarrow n} P_n - \Gamma_{n+1 \leftarrow n} P_n + \gamma_m (n_m + 1)(n+1) P_{n+1} + \\ &\gamma_m n_m n P_{n-1} - \gamma_m (n_m + 1)n P_n - \gamma_m n_m (n+1) P_n, \end{aligned} \quad (13)$$

式中: $P_n$ 是机械振子在声子数本征态 $|n\rangle$ 的概率; $n$ 为声子数; $n_m$ 是热声子数; $\Gamma_{n' \leftarrow n}$ 是从态 $|n\rangle$ 到态 $|n'\rangle$ 的跃迁速率。(13)式前四项源于有效光力耦合,利用维纳-辛钦定理,我们可以获得  $\Gamma_{n \leftarrow n+1} = (n+1)g^2 S_{\text{FF}}(\omega_m)$  和  $\Gamma_{n+1 \leftarrow n} = (n+1)g^2 \times S_{\text{FF}}(-\omega_m)$ 。(13)式后四项描述的是热库环境对机械振子的作用。(13)式可以改写<sup>[19]</sup>为

$$\begin{aligned} \dot{p}_n &= \gamma_f (n_f + 1)(n+1) P_{n+1} + \gamma_f n_f n P_{n-1} - \\ &\gamma_f (n_f + 1)n P_n - \gamma_f n_f (n+1) P_n, \end{aligned} \quad (14)$$

式中: $\gamma_f$ 是平均声子数趋于稳态解 $n_f$ 时的速率,满足

$$\begin{cases} \gamma_f (n_f + 1) = \gamma_m (n_m + 1) + g^2 S_{\text{FF}}(\omega_m) \\ \gamma_f n_f = \gamma_m n_m + g^2 S_{\text{FF}}(-\omega_m) \end{cases}. \quad (15)$$

如果  $n_f < 1$ ,机械振子冷却到基态。由(15)式有

$$n_f = \frac{\gamma_m n_m + \gamma_c n_c}{\gamma_m + \gamma_c}, \quad (16)$$

式中: $\gamma_c$ 冷却速率; $n_c$ 冷却极限。相关计算公式为

$$\begin{cases} \gamma_c = g^2 [S_{\text{FF}}(+\omega_m) - S_{\text{FF}}(-\omega_m)] \\ n_c = \frac{S_{\text{FF}}(-\omega_m)}{S_{\text{FF}}(+\omega_m) - S_{\text{FF}}(-\omega_m)} \end{cases}. \quad (17)$$

由(16)式可以知道, $n_f$ 主要由 $\gamma_m, n_m, \gamma_c$ 和 $n_c$ 这四个参数决定。如果 $\gamma_m \rightarrow 0$ ,那么 $n_f \rightarrow n_c$ 。这意味着即使没有热库环境, $n_f$ 依然有个非零的下限 $n_c$ 。为了获得较小的 $n_f$ ,在使得 $\gamma_c$ 有较大值的同时, $n_c$ 要有较小的值。 $\gamma_c$ 和 $n_c$ 分别由光学涨落谱的正负频率 $S_{\text{FF}}(\pm\omega_m)$ 决定,这说明 $S_{\text{FF}}(\omega_m)$ 要有较大值, $S_{\text{FF}}(-\omega_m)$ 要有较小值。我们同样也注意到, $S_{\text{FF}}(-\omega_m)$ 对应跃迁速率 $\Gamma_{n+1 \leftarrow n}$ ,即决定了加热过程; $S_{\text{FF}}(\omega_m)$ 对应跃迁速率 $\Gamma_{n \leftarrow n+1}$ ,即决定了冷却过程。因此,为了实现机械振子的基态冷却,必须要抑制加热过程,增强冷却过程。

### 3 机械振子的基态冷却

由(12)式可以看出,光学涨落谱由腔场衰减率、失谐及腔场之间的耦合强度决定。接下来详细讨论参数对机械振子基态冷却的影响。参数取值如下: $\omega_m = 2\pi \times 20 \times 10^6$  Hz,  $\kappa_1 = 2\omega_m$ ,  $\kappa_2 = 4\omega_m$ ,  $\kappa_3 = 0.1\omega_m$ ,  $\Delta_1 = -4\omega_m$ ,  $\Delta_2 = \Delta_3 = -\omega_m$ ,  $J_{12} = 2\omega_m$ 。 $\kappa_2 > \kappa_1 > \omega_m$ 表明系统处在边带不可分辨区域。

首先来看 $c_3$ 和 $c_1$ 之间的耦合强度 $J_{13}$ 对光学涨落谱的影响。基于光学涨落谱(12)式,将光学涨落谱 $S_{\text{FF}}(\omega)$ 绘制为频率 $\omega/\omega_m$ 和 $\lambda$ 的函数,如图2所示,其中 $\lambda = J_{13}/\omega_m$ 。可以看出:1)当系统中只有 $c_1$ 和 $c_2$ 的耦合时,也就是 $c_3$ 和 $c_1$ 解耦( $\lambda = 0$ ,  $J_{13} = 0$ )时,光学涨落谱 $S_{\text{FF}}(\omega)$ 呈现出洛伦兹线型,仅在 $\omega = -4\omega_m$ 附近出现一个共振峰,谱线的形状如图2所示,在这种情况下,冷却速率和加热速率近似相等,不可能实现机械振子的基态冷却。2)当 $c_3$ 和 $c_1$ 间的耦合强度增加到 $J_{13} = 3\omega_m$  ( $\lambda = 3$ )或 $J_{13} = 4\omega_m$  ( $\lambda = 4$ )时,光学涨落谱 $S_{\text{FF}}(\omega)$ 不再是洛伦兹形状,如图2所示,共振峰分裂为两个较窄的高峰,两峰间出现一个低谷。此时,光学涨落谱 $S_{\text{FF}}(\omega)$ 清晰地表明冷却速率和加热速率不相等。机械振子冷却速率与加热速率的巨大不对称性使得机械振子的基态冷却变得可能。随着 $c_3$ 和 $c_1$ 间的耦合强度的增加,光学涨落谱正频部分的最大值变大,光学涨落谱负频部分的最小值变小,即可实现冷却速率的提高和加热速率的抑制。

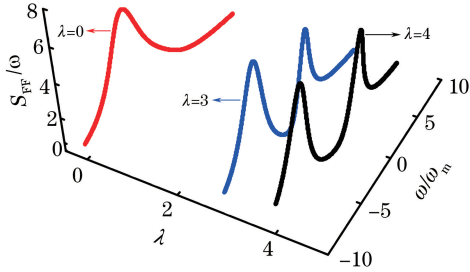


图 2  $S_{FF}(\omega)$  随  $\omega/\omega_m$  和  $\lambda$  的变化  
Fig. 2  $S_{FF}(\omega)$  versus  $\omega/\omega_m$  and  $\lambda$

当考虑  $J_{13} = 0$  的时候,三拉盖尔高斯腔光力学系统退回到双拉盖尔高斯腔光力学系统,光学涨落谱(12)式可以简化为  $O(\omega) = \kappa_1 + i(\Delta_1 - \omega) + J_{12}^2 / [\kappa_2 + i(\Delta_2 - \omega)]$ 。若  $\kappa_1 > \omega_m$ ,  $\kappa_2 < \omega_m$ , 光学涨落谱正频部分  $S_{FF}(\omega_m)$  和光学涨落谱负频部分  $S_{FF}(-\omega_m)$  的差值较大,冷却极限  $n_c < 1$ , 稳态声子数  $n_f < 1$ , 实现机械振子的基态冷却是可能的,此时和文献[19]的情况是一致的。但是,当  $\kappa_1 > \omega_m$ ,  $\kappa_2 > \omega_m$  时,光学涨落谱正频部分  $S_{FF}(\omega_m)$  和光学涨落谱负频部分  $S_{FF}(-\omega_m)$  的差值较小,冷却极限  $n_c > 1$ , 稳态声子数  $n_f > 1$ , 所以不可能实现机械振子的基态冷却,此时对应图 2 中的  $\lambda = 0$  线。进一步把  $c_3$  考虑进来,光学涨落谱正频部分  $S_{FF}(\omega_m)$  和光学涨落谱负频部分  $S_{FF}(-\omega_m)$  的差值变得较大,实现机械振子的基态冷却是可能的,此时对应图 2 中的  $\lambda = 3$  线或  $\lambda = 4$  线。

在物理上,低谷的起因类似于三能级原子系统中电磁感应透明中的双光子共振。光学涨落谱最小点位于  $\omega = \Delta_3$ , 对应于电磁感应透明或类电磁感应透明现象中的双光子共振条件<sup>[19-21,34]</sup>。在这种情况下,  $c_1 - c_3$  和  $c_1 - c_2$  间的耦合所引起的量子干涉效应可以独立地改变三拉盖尔高斯腔光力学系统中的光学涨落谱,最终使得机械振子的加热过程得到有效的抑制,达到将机械振子快速冷却至基态的目的。

接下来讨论最优冷却条件。最优冷却条件是指尽可能地抑制加热过程(光学涨落谱负频部分取最小值),同时尽可能地增大冷却过程的转变速率(光学涨落谱正频部分取最大值)。根据海森堡表象下的朗之万方程即(8)式,可以得到三个能量本征值  $E_1 = [\Delta_3 + \Delta_1 + \sqrt{4(J_{12}^2 + J_{13}^2) + (\Delta_3 - \Delta_1)}] / 2$ ,  $E_2 = [\Delta_3 + \Delta_1 - \sqrt{4(J_{12}^2 + J_{13}^2) + (\Delta_3 - \Delta_1)}] / 2$ ,  $E_3 = \Delta_3$ 。这三个能量本征值对应光学涨落谱中的三个拐点。当  $E_3 = \Delta_3 = -\omega_m$  时,意味着量子相消干涉在  $\omega = -\omega_m$  处出现光学涨落谱的最小值,从而

加热过程得到有效抑制<sup>[19-21,34]</sup>。为了加强冷却过程,必须保证  $E_2 = \omega_m$ , 这样在  $\omega = \omega_m$  处会出现光学涨落谱的最大值<sup>[19-21,34]</sup>。此时,最佳冷却条件就是  $\Delta_1 = \omega_m - (J_{12}^2 + J_{13}^2) / 2\omega_m$ 。接下来,在最佳冷却条件下研究光学涨落谱的变化。

光学涨落谱  $S_{FF}(\omega)$  随频率  $\omega/\omega_m$  的变化如图 3 所示,其中  $J_{13} = 3\omega_m$ ,  $J_{12} = \sqrt{2\omega_m(\omega_m - \Delta_1) - J_{13}^2}$ 。可以看出,光学涨落谱的正频率部分总是位于  $\omega = \omega_m$  处,光学涨落谱的负频率部分总是位于  $\omega = -\omega_m$  处。随着  $c_3$  衰减率的逐渐降低,光学涨落谱的正频率部分在  $\omega = \omega_m$  处的取值逐渐增大,而光学涨落谱的负频率部分在  $\omega = -\omega_m$  处的取值逐渐趋近于零。当  $\kappa_3 = 0.1\omega_m$  时,即使  $\kappa_1 > \omega_m$ ,  $\kappa_2 > \omega_m$ , 依然可以在抑制加热过程 [ $\omega = -\omega_m$ ,  $S_{FF}(-\omega_m) = 0$ ] 的同时,增强冷却效果 [ $\omega = \omega_m$ , 光学涨落谱最大值  $S_{FF}(\omega_m)_{\max} = 6.5$ ]。

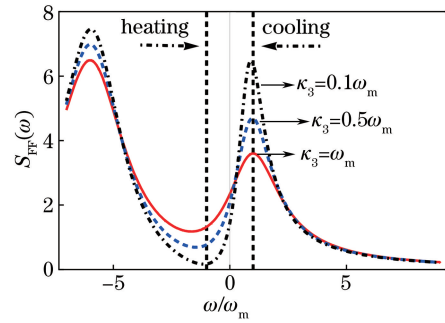


图 3  $S_{FF}(\omega)$  随  $\omega/\omega_m$  的变化  
Fig. 3  $S_{FF}(\omega)$  versus  $\omega/\omega_m$

$S_{FF}(\pm\omega_m)$  随  $J_{13}/\omega_m$  的变化如图 4 所示,其中  $\kappa_3 = 0.1\omega_m$ 。可以看出,随着  $J_{13}/\omega_m$  的变化,光学涨落谱正频率部分在  $\omega = \omega_m$  处的取值  $S_{FF}(\omega_m)$ 、光学涨落谱负频率部分在  $\omega = -\omega_m$  处的取值  $S_{FF}(-\omega_m)$  呈现出不同的变化趋势。随  $c_3$  和  $c_1$  之间耦合强度的增加,光学涨落谱负频率部分在  $\omega = -\omega_m$  处的取值  $S_{FF}(-\omega_m)$  逐步减小,当  $J_{13} > \omega_m$

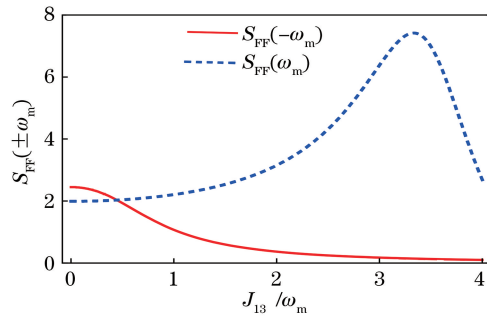


图 4  $S_{FF}(\pm\omega_m)$  随  $J_{13}/\omega_m$  的变化  
Fig. 4  $S_{FF}(\pm\omega_m)$  versus  $J_{13}/\omega_m$

时,  $S_{\text{FF}}(-\omega_m) \rightarrow 0$ 。随  $c_3$  和  $c_1$  之间耦合强度的增加, 光学涨落谱正频率部分在  $\omega = \omega_m$  处的取值  $S_{\text{FF}}(\omega_m)$  先增大在减小, 极值出现在  $J_{13} \approx 3.5\omega_m$  处。要使机械振子达到最优的冷却效果,  $c_3$  和  $c_1$  之间的耦合强度取  $J_{13}/\omega_m = 3.5$ 。

冷却率函数  $\gamma_c/\omega_m$  随  $J_{13}/J_{12}$  的变化如图 5 所示, 其中  $g = 0.15\omega_m$ 。可以看出, 当  $\kappa_3 = \omega_m$  时, 随着  $J_{13}/J_{12}$  的增加,  $\gamma_c/\omega_m$  增大。在相同的  $J_{13}/J_{12}$  下, 当衰减率从  $\kappa_3 = \omega_m$  变化到  $\kappa_3 = 0.1\omega_m$  时,  $\gamma_c/\omega_m$  增大。由此可知, 在较小的  $\kappa_3$  和较大的  $J_{13}/J_{12}$  条件下, 冷却速率较高, 也就是说较小的  $\kappa_3$  和较大的  $J_{13}/J_{12}$  可以用于较好地抑制加热过程, 这与(17)式的结论是一致的。

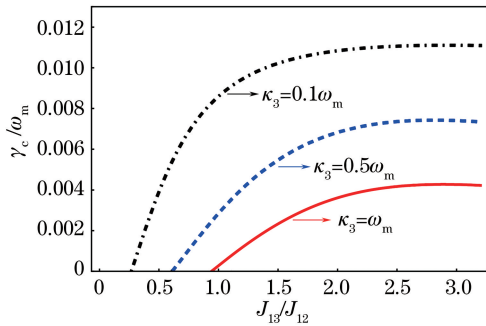


图 5  $\gamma_c/\omega_m$  随  $J_{13}/J_{12}$  的变化

Fig. 5  $\gamma_c/\omega_m$  versus  $J_{13}/J_{12}$

稳态声子数  $n_f$  随  $J_{13}/J_{12}$  的变化如图 6 所示, 其中  $g_0 = 1.6 \times 10^{-4}\omega_m$ ,  $\epsilon = 6000\omega_m$ ,  $n_m = 312$ ,  $J_{12} = \omega_m$ 。可以清楚地看到, 当  $J_{13} > 0.4J_{12}$  时, 稳态声子数  $n_f$  随着  $J_{13}/J_{12}$  的增加最终小于 1。这意味着, 在不可解边带区域中, 机械振子可以被冷却至接近其基态。

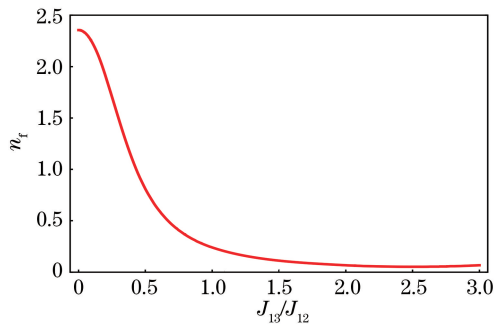


图 6  $n_f$  随  $J_{13}/J_{12}$  的变化

Fig. 6  $n_f$  versus  $J_{13}/J_{12}$

## 4 结 论

利用电磁感应透明冷却法, 在三拉盖尔高斯腔光学系统中实现了机械振子的基态冷却。为了促

进机械振子的基态冷却, 一个标准的腔光学系统中的腔场分别与两个附加的腔场耦合在一起。利用系统的哈密顿量, 得到海森堡表象下的郎之万运动方程, 进而求得系统的稳态解。借助于傅里叶变换得到光学涨落谱, 利用速率方程求出机械振子的稳态声子数解析式。在边带不可分辨区域中, 得到了实现机械振子基态冷却的最优条件, 发现耦合强度和耗散可以用于控制机械振子的基态冷却效果。

## 参 考 文 献

- [1] Fan L. Controllable quantum entanglement based on cavity structure [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2019, 56(4): 042701.  
陆繁. 基于腔结构的可控量子纠缠[J]. 激光与光电子学进展, 2019, 56(4): 042701.
- [2] Lin J. Preparing Bell state by using dissipative process in directly coupled cavities [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2019, 56(24): 242703.  
林杰. 直接耦合腔中通过耗散通道制备 Bell 态[J]. 激光与光电子学进展, 2019, 56(24): 242703.
- [3] Agarwal G S, Huang S M. Electromagnetically induced transparency in mechanical effects of light [J]. Physical Review A, 2010, 81(4): 041803.
- [4] Yan X B. Optomechanically induced transparency and gain[J]. Physical Review A, 2020, 101(4): 043820.
- [5] Wang T, Zheng M H, Bai C H, et al. Normal-mode splitting and optomechanically induced absorption, amplification, and transparency in a hybrid optomechanical system [J]. Annalen der Physik, 2018, 530(10): 1800228.
- [6] Yang Q, Hou B P, Lai D. Local modulation of double optomechanically induced transparency and amplification [J]. Optics Express, 2017, 25(9): 9697-9711.
- [7] Maayani S, Dahan R, Kligerman Y, et al. Flying couplers above spinning resonators generate irreversible refraction[J]. Nature, 2018, 558(7711): 569-572.
- [8] Li B J, Huang R, Xu X W, et al. Nonreciprocal unconventional photon blockade in a spinning optomechanical system [J]. Photonics Research, 2019, 7(6): 000630.
- [9] Jiang C, Song L N, Li Y. Directional amplifier in an optomechanical system with optical gain[J]. Physical Review A, 2018, 97(5): 053812.
- [10] He B, Yang L, Jiang X S, et al. Transmission nonreciprocity in a mutually coupled circulating structure[J]. Physical Review Letters, 2018, 120(20): 203904.

- [11] Yan X B, Lu H L, Gao F, et al. Perfect optical nonreciprocity in a double-cavity optomechanical system [J]. *Frontiers of Physics*, 2019, 14 (5): 52601.
- [12] Zhang L W, Li X L, Yang L. Optical nonreciprocity with blue-detuned driving in two-cavity optomechanics [J]. *Acta Physical Sinica*, 2019, 68 (17): 170701.  
张利巍, 李贤丽, 杨柳. 蓝失谐驱动下双腔光力系统中的光学非互易性 [J]. *物理学报*, 2019, 68(17): 170701.
- [13] Bai C H, Wang D Y, Zhang S, et al. Modulation-based atom-mirror entanglement and mechanical squeezing in an unresolved-sideband optomechanical system [J]. *Annalen der Physik*, 2019, 531 (7): 1800271.
- [14] Wang J, Tian X D, Liu Y M, et al. Entanglement manipulation via Coulomb interaction in an optomechanical cavity assisted by two-level cold atoms [J]. *Laser Physics*, 2018, 28(6): 065202.
- [15] Yan X B, Deng Z J, Tian X D, et al. Entanglement optimization of filtered output fields in cavity optomechanics [J]. *Optics Express*, 2019, 27(17): 24393-24402.
- [16] Lu X Y, Liao J Q, Tian L, et al. Steady-state mechanical squeezing in an optomechanical system via Duffing nonlinearity [J]. *Physical Review A*, 2015, 91(1): 013834.
- [17] Agarwal G S, Huang S M. Strong mechanical squeezing and its detection [J]. *Physical Review A*, 2016, 93(4): 043844.
- [18] Genes C, Ritsch H, Drewsen M, et al. Atom-membrane cooling and entanglement using cavity electromagnetically induced transparency [J]. *Physical Review A*, 2011, 84(5): 051801.
- [19] Guo Y J, Li K, Nie W J, et al. Electromagnetically-induced-transparency-like ground-state cooling in a double-cavity optomechanical system [J]. *Physical Review A*, 2014, 90(5): 053841.
- [20] Liu Y M, Bai C H, Wang D Y, et al. Ground-state cooling of rotating mirror in double-Laguerre-Gaussian-cavity with atomic ensemble [J]. *Optics Express*, 2018, 26(5): 6143-6157.
- [21] Li L C, Luo R H, Liu L J, et al. Double-passage ground-state cooling induced by quantum interference in the hybrid optomechanical system [J]. *Scientific Reports*, 2018, 8(1): 14276.
- [22] Zhang S, Zhang J Q, Zhang J, et al. Ground state cooling of an optomechanical resonator assisted by a  $\Lambda$ -type atom [J]. *Optics Express*, 2014, 22 (23): 28118-28131.
- [23] Liu Y C, Xiao Y F, Luan X S, et al. Coupled cavities for motional ground-state cooling and strong optomechanical coupling [J]. *Physical Review A*, 2015, 91(3): 033818.
- [24] Lai D G, Zou F, Hou B P, et al. Simultaneous cooling of coupled mechanical resonators in cavity optomechanics [J]. *Physical Review A*, 2018, 98(2): 023860.
- [25] Xia K Y, Evers J. Ground state cooling of a nanomechanical resonator in the nonresolved regime via quantum interference [J]. *Physical Review Letters*, 2009, 103(22): 227203.
- [26] Wu Q. Tunable ponderomotive squeezing induced by Coulomb interaction in an optomechanical system [J]. *Chinese Physics B*, 2016, 25(1): 010304.
- [27] Cohadon P F, Heidmann A, Pinard M. Cooling of a mirror by radiation pressure [J]. *Physical Review Letters*, 1999, 83(16): 3174-3177.
- [28] Aspelmeyer M, Kippenberg T J, Marquardt F. Cavity optomechanics [J]. *Reviews of Modern Physics*, 2014, 86(4): 1391.
- [29] Wang Q, Ge Y, Liu L Z, et al. Quantum coherent control in hybrid atom optomechanical systems [J]. *Acta Optica Sinica*, 2016, 36(11): 1102001.  
王琦, 戈燕, 刘练珍, 等. 混合原子光机械系统中的量子相干控制 [J]. *光学学报*, 2016, 36 (11): 1102001.
- [30] Guo Y B, Xiao Y, Yu Y F, et al. Optical bistability and entanglement in a nonlinear optomechanical system [J]. *Acta Optica Sinica*, 2015, 35 (10): 1027002.  
郭永宾, 肖银, 於亚飞, 等. 非线性光机械系统中的双稳性与纠缠 [J]. 2015, *光学学报*, 35 (10): 1027002.
- [31] Genes C, Vitali D, Tombesi P, et al. Ground-state cooling of a micromechanical oscillator: comparing cold damping and cavity-assisted cooling schemes [J]. *Physical Review A*, 2008, 77(3): 033804.
- [32] Bhattacharya M, Giscard P, Meystre P. Entanglement of a Laguerre-Gaussian cavity mode with a rotating mirror [J]. *Physical Review A*, 2008, 77(1): 013827.
- [33] Bhattacharya M, Meystre P. Using a Laguerre-Gaussian beam to trap and cool the rotational motion of a mirror [J]. *Physical Review Letters*, 2007, 99 (15): 153603.
- [34] Liu Y M. Study on ground state cooling of mechanical resonator based on optomechanical system [D]. Yanji: Yanbian University, 2019.  
刘禹沐. 腔光力系统中机械振子基态冷却研究 [D]. 延吉: 延边大学, 2019.