

# 基于稀疏度自适应和位置指纹的可见光定位算法

徐世武<sup>1,2</sup>, 吴怡<sup>1\*</sup>, 王徐芳<sup>1\*\*</sup>

<sup>1</sup>福建师范大学医学光电科学与技术教育部重点实验室暨福建省光子技术重点实验室, 福建 福州 350007;

<sup>2</sup>福建师范大学协和学院, 福建 福州 350117

**摘要** 基于可见光通信的指纹定位,提出一种低复杂度、稀疏度自适应的压缩感知算法。首先,利用位置指纹的稀疏性,将定位问题转换为稀疏矩阵的重构问题。其次,根据重构的残差值,自适应地计算近邻值。最后,详细分析指纹采样间距、信噪比、调制带宽及发射功率对定位误差的影响,详细分析所提定位算法的时间复杂度、最优近邻值的分布、发光二极管个数及最大近邻指纹数对定位误差的影响。仿真结果表明,所提定位算法的平均计算时间低、定位误差小,当信噪比为 10 dB,指纹点之间的间距为 40 cm 时,所提定位算法的平均定位误差为 1.56 cm,显著低于现有的同类算法。

**关键词** 光通信; 可见光通信; 接收信号强度指示; 位置指纹; 室内定位; 压缩感知

中图分类号 TN929.12

文献标志码 A

doi: 10.3788/AOS202040.1806003

## Visible Light Positioning Algorithm Based on Sparsity Adaptive and Location Fingerprinting

Xu Shiwu<sup>1,2</sup>, Wu Yi<sup>1\*</sup>, Wang Xufang<sup>1\*\*</sup>

<sup>1</sup>Key Laboratory of Opto-Electronic Science and Technology for Medicine, Ministry of Education, Fujian Key Laboratory of Photonics Technology, Fujian Normal University, Fuzhou, Fujian 350007, China;

<sup>2</sup>Concord University College, Fujian Normal University, Fuzhou, Fujian 350117, China

**Abstract** In this paper, a low-complexity, sparsity adaptive compressed sensing algorithm is proposed based on fingerprint localization of visible light communication. First, the localization problem is transformed into a sparse matrix reconstruction problem based on the sparsity of location fingerprints. Second, the nearest neighbor value is adaptively calculated based on the reconstructed residual value. Finally, the impact of fingerprint sampling interval, signal-to-noise ratio, modulation bandwidth, and transmission power on positioning errors are analyzed in detail. Moreover, the time complexity, distribution of the optimal nearest neighbor values, number of the light-emitting diodes, and maximum number of nearest neighbor fingerprints of the proposed positioning algorithm on positioning errors are also analyzed. The simulation results show that the proposed positioning algorithm has comparatively low average calculation time and small positioning error. When the signal-to-noise ratio and the distance between the fingerprints are 10 dB and 40 cm, respectively, the average positioning error of the proposed positioning algorithm is 1.56 cm, which is significantly lower than those of existing algorithms.

**Key words** optical communications; visible light communication; received signal strength indication; location fingerprint; indoor localization; compressed sensing

**OCIS codes** 060.2605; 230.3670; 220.4830

## 1 引 言

目前,针对室内定位系统的无线通信技术主要

有可见光通信(VLC)、射频识别(RFID)、无线保真(WiFi)、无线传感器网络(WSN)、蓝牙及超宽带(UWB)等<sup>[1-2]</sup>。与其他无线通信技术相比,VLC具

收稿日期: 2020-05-08; 修回日期: 2020-06-01; 录用日期: 2020-06-11

基金项目: 国家自然科学基金(61871131, 61701118, 61901117, 61571128)、国家自然科学基金促进海峡联合基金(U1805262)、福建省科技计划(2019J01267)、福建省高校产学研合作项目(2018H6007)、福建省海洋经济发展补助资金(ZHHY-2020-3)、福建省光电传感应用工程技术研究中心开放课题(2018003)

\* E-mail: wuyi@fjnu.edu.cn; \*\* E-mail: fzwxzf@fjnu.edu.cn

有 5 个优点: VLC 的工作频段是可见光频段, 不存在电磁波辐射, 可直接应用在一些禁止电磁波辐射的区域, 如手术室、加油站等; 相比 WiFi 热点, 发光二极管(LED)的布局密度大, 存在视距通信, 多径干扰小; 为了满足照明需要, 室内 LED 通信的信噪比高; 除了可实现室内定位系统, LED 还可以满足高速率的通信要求, VLC 有望成为下一代的无线通信技术; 基于 LED 的室内定位精度可以达到厘米级。

常见的室内定位方法主要有到达时间(TOA)、到达角度(AOA)及接收信号强度指示(RSSI)<sup>[1-2]</sup>。采用 TOA 实现室内定位需要收、发双方之间高精度的时钟同步, 通常的硬件设备很难达到要求。采用 AOA 实现室内定位需要布置多天线阵列, 这会增加一定的硬件成本。设备读取 RSSI 值简单, 无需增加硬件成本, RSSI 成为室内定位研究的热点之一。LED 通信服从 Lambertian 辐射模型, 可根据 Lambertian 辐射模型得到目标与 LED 之间的距离, 进而通过三边测量法<sup>[3]</sup>、最小线性二乘法<sup>[4]</sup>、牛顿迭代法<sup>[5]</sup>及极大似然法<sup>[6]</sup>等实现目标的定位。由于最小线性二乘法容易引入近似误差, 为了降低近似误差, 文献[4]提出了一种非线性估计(NE)方法。文献[7]提出一种模拟退火粒子群优化(SSA-PSO)算法来求解定位目标函数, 定位误差较低。基于 RSSI 测距的可见光定位(VLP)需要依赖 Lambertian 辐射模型, 但实际应用时很难得到高精度的 Lambertian 辐射模型。而基于位置 RSSI 指纹的 VLP 无需依赖 Lambertian 辐射模型, 可以有效地解决获取 Lambertian 辐射模型参数难的问题<sup>[8]</sup>。指纹定位一般有 RSSI 指纹库的构建与定位两个阶段<sup>[9-10]</sup>。K 最近邻(KNN)是常用的指纹定位算法<sup>[11]</sup>, 当 K 个指纹点采用不同的权重时, 这种方法就是加权 K 最近邻(WKNN)指纹定位算法, RSSI 向量之间的测距通常采用欧氏距离(ED)<sup>[12-14]</sup>。文献[15]详细分析了 WKNN 算法中采用不同的权重计算方法对定位精度的影响, 实验表明, 基于方弦距离(SCD)的 WKNN 算法的定位误差显著低于 ED。在满足可稀疏性的前提下, 未知信号能否从低维的数据中精确地重构出高维数据, 压缩感知为其提供了一种有效的解决办法<sup>[16-17]</sup>。由于位置指纹的分布满足天然的稀疏性, 因此压缩感知为指纹定位提供了一种新的研究方案。文献[18]利用正交匹配追踪(OMP)算法<sup>[17]</sup>确定光的重叠区域, 再结合 KNN 算法确定目标的坐标。文献[19]针对 VLP 问题, 提出

一种四稀疏度的再加权  $l_1$  范数最小化(RWL<sub>1</sub>M)指纹定位算法。

针对已有基于 VLC 的指纹定位, 采用固定的近邻值 K, 如文献[12]提出  $K=3$ , 基于 WKNN 算法的平均定位误差最小; 文献[13]提出  $K=2$ , 基于 KNN 算法的平均定位误差最小; 文献[14]提出  $K=3$ , 基于 WKNN 算法的定位误差的标准差最小, 定位的稳定性最好; 文献[15]提出  $K=4$ , 基于 WKNN 算法的平均定位误差最小。以上算法都有个共性, 即采用固定的近邻值, 通过大量的样本训练可以得到一个固定的 K 值, 使平均定位误差最小, 但平均定位误差最小并不意味着所有定位点的误差都最小。本文利用位置指纹的强稀疏性, 提出一种复杂度低、稀疏度自适应的压缩感知(LCSACS)算法, 将定位问题转换为稀疏矩阵的重构问题。

## 2 压缩感知的基本理论

压缩感知重构的目的就是根据测量矩阵  $\Phi \in \mathbb{R}^{M \times N}$ , M 为 LED 的个数, N 为指纹点的个数, 利用低维的观测向量  $\mathbf{Y} \in \mathbb{R}^{M \times 1}$  重构出高维的未知向量  $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{N \times 1}$ , 表达式为

$$\mathbf{Y} = \Phi \mathbf{X}。 \quad (1)$$

当  $M \ll N$  时, (1)式是一个欠定方程组, 无法直接求解。因此向量  $\mathbf{X}$  能够被准确重构的前提条件是其满足稀疏性。位置指纹具有天然的稀疏性, 基于压缩感知的指纹定位实质是找到与目标匹配的 K 个指纹点, 进而采用加权质心的方法得到目标的坐标, 即向量  $\mathbf{X}$  中除了 K 个值非零, 其余元素的值为 0。当信号  $\mathbf{X}$  为稀疏度为 s 的向量, 则可以利用最小二乘法求解出向量  $\mathbf{X}^{[16]}$ , 即

$$\mathbf{X} = (\Phi^T \Phi)^{-1} \Phi^T \mathbf{Y}。 \quad (2)$$

## 3 LCSACS 算法设计

### 3.1 指纹定位模型

基于 LED 通信的指纹定位模型如图 1 所示, M 个 LED 均匀布置在距离地面 3 m 的天花板上, N 个指纹点均匀布置在距离地面 1 m 的水平面上,  $\theta_n$  表示第 n 个指纹点的坐标,  $n=1, 2, \dots, N$ , 指纹点之间的间距用 S 表示。因目标在特定的时间只能出现在一个位置, 且与该位置直接相关的指纹点非常少, 即  $K \ll N$ , K 值与稀疏度 s 对应。因此可以将定位问题转换为稀疏矩阵的重构问题。

### 3.2 测量矩阵

在离线阶段, 目标放置在指定的 N 个指纹位

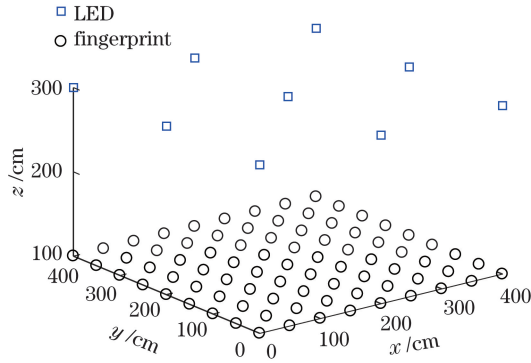


图 1 基于 LED 通信的指纹定位模型

Fig. 1 Fingerprint positioning model based on LED communication

置,分别采集来自  $M$  个 LED 的 RSSI 值,并由其构成一个测量矩阵  $\Phi$ ,即

$$\Phi = [\varphi_1 \quad \varphi_2 \quad \cdots \quad \varphi_N] = \begin{bmatrix} \varphi_{1,1} & \varphi_{1,2} & \cdots & \varphi_{1,N} \\ \varphi_{2,1} & \varphi_{2,2} & \cdots & \varphi_{2,N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \varphi_{M,1} & \varphi_{M,2} & \cdots & \varphi_{M,N} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

式中: $\varphi_n$  为第  $n$  个指纹点采集到  $M$  个 LED 的 RSSI 测量向量,即

$$\varphi_n = [\varphi_{1,n} \quad \varphi_{2,n} \quad \cdots \quad \varphi_{M,n}]^T. \quad (4)$$

$\varphi_{m,n}$  的计算公式为

$$\varphi_{m,n} = 10 \log_{10} P_{m,n}, \quad (5)$$

式中: $P_{m,n}$  为第  $n$  个指纹点采集到第  $m$  个 LED 的光功率值, $m=1,2,\dots,M$ 。

### 3.3 观测向量

在线阶段,第  $t$  个目标采集到  $M$  个 LED 的 RSSI 观测向量  $Y_t \in \mathbb{R}^{M \times 1}$ ,即

$$Y_t = [\varphi_{1,t} \quad \varphi_{2,t} \quad \cdots \quad \varphi_{M,t}]^T, \quad (6)$$

式中: $t=1,2,\dots,Q$ , $Q$  为目标总个数。 $\varphi_{m,t}$  的计算公式为

$$\varphi_{m,t} = 10 \log_{10} P_{m,t}, \quad (7)$$

式中: $P_{m,t}$  为第  $t$  个目标采集到第  $m$  个 LED 的光功率值。

### 3.4 LCSACS 算法描述

针对定位问题,在大部分情况下,目标在定位区域中是随机运动的,如果指定一个  $K$  值,容易使定位误差大。为了进一步降低定位误差,提出一种 LCSACS 算法,其实现流程如图 2 所示。利用  $l_2$  范数对输入的测量矩阵  $\Phi \in \mathbb{R}^{M \times N}$  和观测向量  $Y_t \in \mathbb{R}^{M \times 1}$  进行归一化处理,即分别对测量向量  $\varphi_n$  与观测向量  $Y_t$  进行归一化处理,使其分别满足  $\|\varphi_n\|_2 =$

$1, \|Y_t\|_2 = 1$ 。 $I$  表示索引集, $R \in \mathbb{R}^{M \times 1}$  表示匹配的残差。 $K_{\max}$  表示算法迭代的最大次数,即最大稀疏度,其值可以通过离线阶段的训练与学习得到。

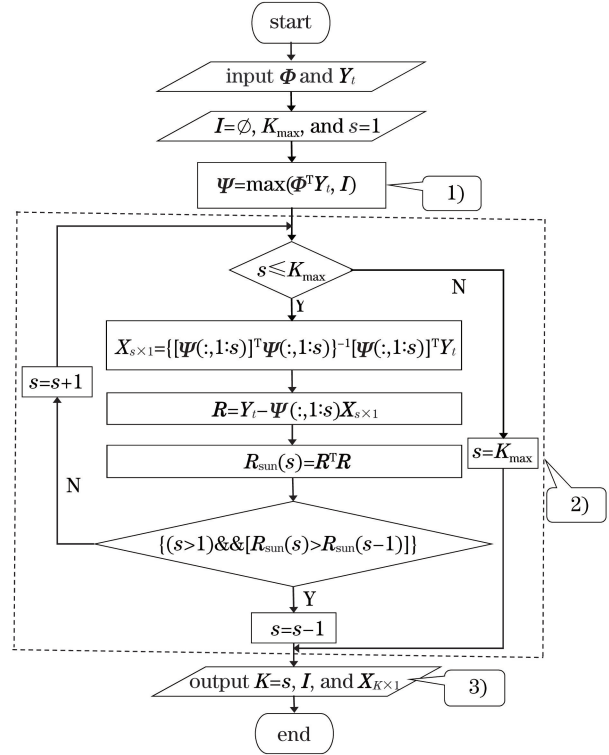


图 2 LCSACS 算法流程图

Fig. 2 Flow chart of LCSACS algorithm

LCSACS 算法总体上可以分为 3 个步骤:1) 建立  $\Psi$ ,即表达式  $\Psi = \max(\Phi^T Y_t, I)$ ;2) 自适应计算  $s$  值,即图 2 虚线框所示;3) 输出  $K$ 、 $I$ 、近邻值为  $K$  的信号  $X_{K \times 1}$ 。步骤 1) 的目的是得到  $\Phi^T Y_t$  前  $K_{\max}$  个能量最大的值,按照顺序将其对应的索引集构成集合  $I$ ,并将测量矩阵  $\Phi$  对应索引集  $I$  的列提取出来,组成新的测量矩阵  $\Psi \in \mathbb{R}^{M \times K_{\max}}$ 。在步骤 2) 中, $\Psi(:, 1:s)$  表示按照顺序取出前  $s$  列值。因目标的坐标是未知的,无法以坐标作为先验信息,但目标的 RSSI 观测向量是可以测量的。首先,通过重构的 RSSI 残差得到系数  $X_{K \times 1}$ ,其次,通过该系数计算目标的坐标。因观测向量与坐标是一一对应关系,理论上残差最小,定位误差也是最小的,条件语句  $\{(s > 1) \& \& [R_{\text{sum}}(s) > R_{\text{sum}}(s-1)]\}$  表示根据重构的残差内积最小值输出最优的  $s$  值和对应的系数  $X_{K \times 1}$ 。

最后,根据步骤 3) 输出的索引集  $I$ ,近邻值为  $K$  的信号  $X_{K \times 1}$ ,即  $X_{K \times 1} = \{\Psi(:, 1:K)]^T \times \Psi(:, 1:K)\}^{-1} [\Psi(:, 1:K)]^T Y_t$ ,计算第  $t$  个目标的坐标  $(x_t, y_t)$ ,即

$$(x_i, y_i) = \frac{\sum_{i=1}^K \mathbf{X}_{K \times 1}(i) \boldsymbol{\theta}_{I(i)}}{\sum_{i=1}^K \mathbf{X}_{K \times 1}(i)}, \quad (8)$$

式中:  $\boldsymbol{\theta}_{I(i)}$  为按照索引集  $\mathbf{I}$  找到对应  $K$  个指纹点的坐标;  $i$  为索引集对应的序号。

### 3.5 LCSACS 算法的时间复杂度分析

LCSACS 算法的时间复杂度如表 1 所示。步骤 1) 中,  $\Phi^T \mathbf{Y}_i$  的时间复杂度为  $O(MN)$ , 在  $N$  个值中寻找  $K_{\max}$  个能量最大的值, 时间复杂度为  $O(K_{\max} N)$ , 将测量矩阵  $\Phi$  对应索引集  $\mathbf{I}$  的列提取出来, 新的测量矩阵  $\Psi$  的时间复杂度为  $O(MK_{\max})$ 。步骤 2) 中, 最小二乘法的时间复杂度为  $O(s^2 M)$ , 残差内积的时间复杂度为  $O(M)$ , 最坏情况下  $s$  需要遍历  $K_{\max}$  次。步骤 3) 中, 执行一次最小二乘法, 最坏情况为  $O(K_{\max}^2 M)$ 。基于 VLC 的 RSSI 位置指纹具有强的可稀疏性, 即实际参与定位的指纹数非常少,  $s \leq K_{\max} \leq M \ll N$ , 因此 LCSACS 算法的时间复杂度主要取决于  $N$ , 步骤 2) 与步骤 3) 与  $N$  值无关, 因此 LCSACS 算法的时间复杂度主要来源于步骤 1), 即建立  $\Psi$  的过程, 近似为  $O(MN) + O(K_{\max} N)$ , 总体时间复杂度低。

表 1 LCSACS 算法的时间复杂度

Table 1 Time complexity of LCSACS algorithm

Step	Theoretical complexity
1)	$O(MN) + O(K_{\max} N) + O(MK_{\max})$
2)	$O(K_{\max}^3 M) + O(K_{\max} M)$
3)	$O(K_{\max}^2 M)$
Total	$O(MN) + O(K_{\max} N)$

## 4 仿真分析

### 4.1 Lambertian 辐射模型

LED 的光辐射模型服从 Lambertian 辐射模型, 在仿真中, 测量矩阵  $\Phi$  与测量向量  $\mathbf{Y}_i$  由 Lambertian 辐射模型产生。在典型的室内 VLC 环境中, 视距 (LOS) 信号为主要成分, 为了不失一般性, 只考虑 LOS 传输的 Lambertian 辐射模型<sup>[7,13,15,18-20]</sup>, 则接收方接收到的光功率值为

$$P_r = P_{tr} \frac{A_{PD}(\lambda + 1)}{2\pi d^2} \cos^\lambda(\beta) T_s g \cos \alpha, \quad (9)$$

式中:  $P_{tr}$  为 LED 的发射功率;  $d$  为收发双方之间的距离;  $\lambda$  为 Lambertian 阶数;  $A_{PD}$  为光检测器的接收面积;  $\beta$  和  $\alpha$  分别为辐射角和接收角;  $0 < \alpha <$

$\alpha_{FOV}, \alpha_{FOV}$  为光接收机视角;  $T_s$  为光滤波器增益;  $g$  为聚光透镜增益。为了不失一般性, 同样假设  $\cos \beta = \cos \alpha = h/d$ <sup>[4,7,13,15,19-20]</sup>,  $h$  为收发双方之间的垂直距离。

### 4.2 参数设置

Lambertian 辐射模型的参数<sup>[20]</sup>有  $T_s = g = 1$ ,  $\alpha_{FOV} = \pi/2$ ,  $A_r = 1 \text{ cm}^2$ ,  $\lambda = 1$ 。为了公平对比,  $Q = 200$ , 即 200 个目标随机出现在面积为  $4 \text{ m} \times 4 \text{ m}$ , 距离地面高度 1 m 的定位区域中。NE 算法<sup>[4]</sup>的初始解由最小线性二乘法产生, 最大迭代次数为 20。SA-PSO 算法<sup>[7]</sup>的粒子群规模为 200, 最大迭代次数为 20, 衰减参数为 0.5。基于 ED 的 WKNN (WKNN-ED) 算法<sup>[12]</sup>与基于 SCD 的 WKNN (WKNN-SCD) 算法<sup>[15]</sup>的  $K$  值为 4。OMP 算法<sup>[17]</sup>与 RWL<sub>1</sub>M 算法<sup>[19]</sup>的稀疏度为 4。  $P_{tr} = 5 \text{ W}$ ,  $M = 9$ , 即 9 个 LED 均匀布置在面积为  $4 \text{ m} \times 4 \text{ m}$ , 距离地面高度 3 m 的天花板上, LCSACS 算法中  $K_{\max} = 4$ 。

### 4.3 结果分析

1) 定位误差的累积分布函数(CDF)

指纹采样间距  $S = 40 \text{ cm}$ , 当信噪比  $R_{SN}$  分别取 10 dB 与 20 dB 时, 7 种算法的定位误差累积分布分别如图 3、4 所示。从图 3、4 可以看出, LCSACS 算法的定位误差累积分布明显优于 NE、SA-PSO、WKNN-ED、WKNN-SCD、OMP 及 RWL<sub>1</sub>M 算法。由于 WKNN-ED 与 WKNN-SCD 算法是直接采用 RSSI 向量之间距离度量的方法实现定位的, NE 与 SA-PSO 算法是基于测量收发双方之间距离的定位算法, 这 4 种算法的定位误差受噪声的影响较大, 在低信噪比条件下, 定位误差较大。LCSACS、OMP 及 RWL<sub>1</sub>M 算法是基于压缩感知的指纹定位, 从图 3 可以看出, 受到噪声的影响相对较小。

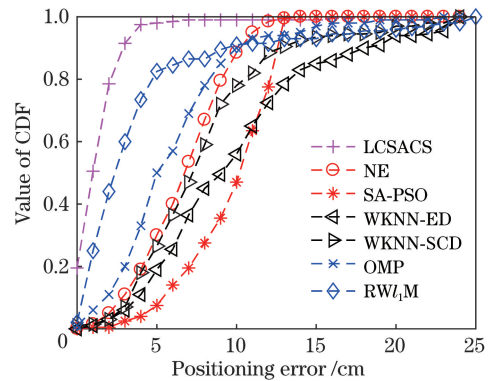


图 3  $R_{SN} = 10 \text{ dB}$ , 定位误差的累积分布

Fig. 3 Cumulative distribution of positioning errors under  $R_{SN} = 10 \text{ dB}$

从图 4 可以看出,当  $R_{SN}=20$  dB 时,NE 与 SA-PSO 算法的定位误差累积分布优于 WKNN-ED、WKNN-SCD、OMP 及  $RWl_1M$  算法,NE 与 SA-PSO 算法是基于收发之间测距的定位算法,无需离线采集指纹点,定位算法简单,测距的精确度取决于 Lambertian 辐射模型的精确度。但在实际应用中,要精确获得 Lambertian 辐射模型的关键性参数是很难的,模型的不精确使定位误差过大。在  $R_{SN}$  取值较低的情况下,NE 与 SA-PSO 算法的定位误差也较大。

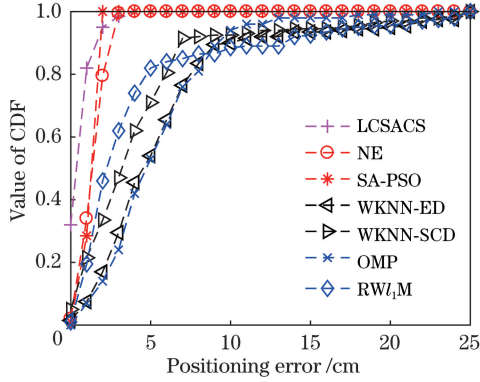


图 4  $R_{SN}=20$  dB,定位误差的累积分布

Fig. 4 Cumulative distribution of positioning errors under  $R_{SN}=20$  dB

### 2) 信噪比 $R_{SN}$ 的影响

当  $S=40$  cm 时,平均定位误差随  $R_{SN}$  的变化曲线如图 5 所示。可以看出,当  $R_{SN}$  为 5 dB~20 dB 时,LCSACS 算法的平均定位误差明显优于 NE、SA-PSO、WKNN-ED、WKNN-SED、OMP 及  $RWl_1M$  算法。当  $R_{SN}$  大于 25 dB,NE 与 SA-PSO 算法的定位误差较小,然而前提条件是需要精确的 Lambertian 辐射模型,这在实际应用中是很难实现的。LCSACS、WKNN-ED、WKNN-SCD、OMP 及  $RWl_1M$  算法是基于位置指纹的定位算法,在实际应用中,通过指纹点的 RSSI 信息,无需计算指纹点与 LED 发射端之间的距离,因此无需依赖 Lambertian 辐射模型,且在相同的环境中,指纹点与待定位点一定程度上可以抵消噪声的影响。

### 3) 指纹采样间距 $S$ 对平均定位误差的影响

当  $R_{SN}=20$  dB 时,平均定位误差随  $S$  的变化曲线如图 6 所示。可以看出,NE 与 SA-PSO 算法的定位误差与  $S$  值无关,因此为常数。随着  $S$  降低,LCSACS、WKNN-ED、WKNN-SCD、OMP 及  $RWl_1M$  算法的定位误差总体呈下降趋势,但算法的时间复杂度也相应变高。从图 6 还可以看出,与

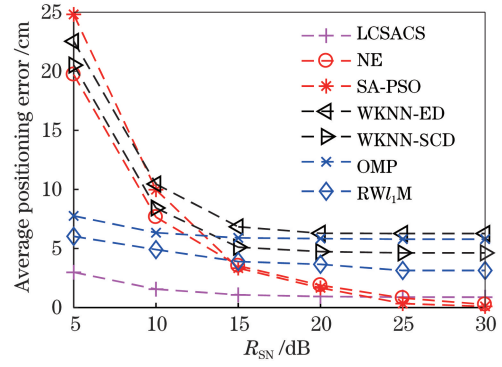


图 5  $R_{SN}$  对平均定位误差的影响

Fig. 5 Impact of  $R_{SN}$  on average positioning error

WKNN-ED、WKNN-SCD、OMP 及  $RWl_1M$  四种基于位置指纹的定位算法相比, $S$  越大,LCSACS 算法的优势越明显。因此,LCSACS 算法可以在低密度的指纹分布情况下取得较低的定位误差,算法的复杂度低。

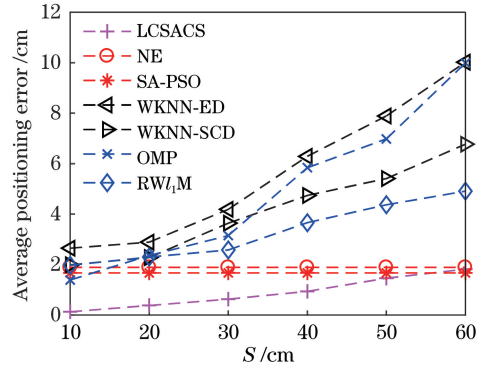


图 6  $S$  对平均定位误差的影响

Fig. 6 Impact of  $S$  on average positioning error

### 4) 等效噪声带宽 $B$ 对平均定位误差的影响

LED 通信除了可以提供高精度的室内定位,也可以实现高速率的通信需求,因此有必要分析调制带宽对定位误差的影响。通过文献[21]中被广泛引用的噪声模型分析 LED 的调制带宽对定位结果的影响,在室内典型的 VLC 中,噪声  $\sigma_{noise}^2$  包括散粒噪声  $\sigma_{shot}^2$  与热噪声  $\sigma_{thermal}^2$ ,表达式分别为

$$\sigma_{noise}^2 = \sigma_{shot}^2 + \sigma_{thermal}^2, \quad (10)$$

$$\sigma_{shot}^2 = 2qR_{PD}P_rB + 2qI_{bg}I_2B, \quad (11)$$

$$\sigma_{thermal}^2 = \frac{8\pi k T_K}{G_0} \eta A_{PD} I_2 B^2 + \frac{16\pi^2 k T_K \Gamma}{g_m} \eta^2 A_{PD}^2 I_3 B^3, \quad (12)$$

式中: $q$  为元电荷量; $R_{PD}$  为光电检测器的响应度; $k$  为玻尔兹曼常数; $T_K$  为热力学温度; $G_0$  为开环增益; $\eta$  为光电检测器的固定电容; $I_{bg}$  为背景电流; $\Gamma$  为信道噪声因子; $g_m$  为场效应晶体管跨导; $I_2$  和  $I_3$

均为噪声带宽因子。噪声模型的参数设置<sup>[21]</sup>:  $T_K = 295 \text{ K}$ ,  $R_{PD} = 0.54 \text{ A/W}$ ,  $G_0 = 10$ ,  $\eta = 112 \text{ pF/cm}^2$ ,  $\Gamma = 1.5$ ,  $g_m = 30 \text{ mS}$ ,  $I_2 = 0.562$ ,  $I_3 = 0.0868$ ,  $I_{bg} = 5100 \text{ }\mu\text{A}$ 。

当  $S = 40 \text{ cm}$  时, 等效噪声带宽对平均定位误差的影响如图 7 所示。可以看出, 随着等效噪声带宽的增大, 7 种算法的平均定位误差都增大。这主要是因为随着等效噪声带宽的增大, 信噪比降低, 从而导致定位误差变大, 调制带宽从  $50 \text{ MHz}$  增大到  $300 \text{ MHz}$ , LCSACS 算法的平均定位误差显著低于 NE、SA-PSO、WKNN-ED、WKNN-SCD、OMP 及  $RWl_1M$  算法。

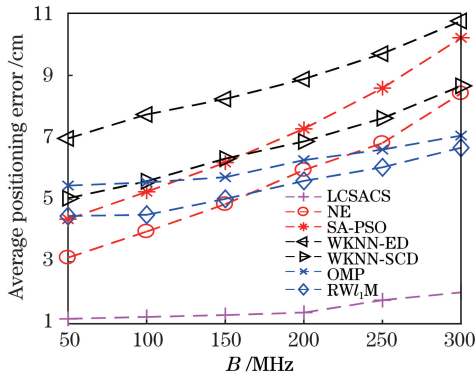


图 7 当  $P_{tr} = 6 \text{ W}$  时,  $B$  对平均定位误差的影响

Fig. 7 Impact of  $B$  on average positioning error under  $P_{tr} = 6 \text{ W}$

#### 5) 发射功率 $P_{tr}$ 对平均定位误差的影响

当  $S = 40 \text{ cm}$  时, 采用(10)式的噪声模型分析 LED 发射功率对定位误差的影响, 结果如图 8 所示。可以看出, 随着发射功率的增大, 7 种不同算法的平均定位误差都降低, 这主要是因为发射功率增大, 信噪比变高, 从而定位误差变小。发射功率从  $1 \text{ W}$  增大到  $6 \text{ W}$ , LCSACS 算法的平均定位误差显

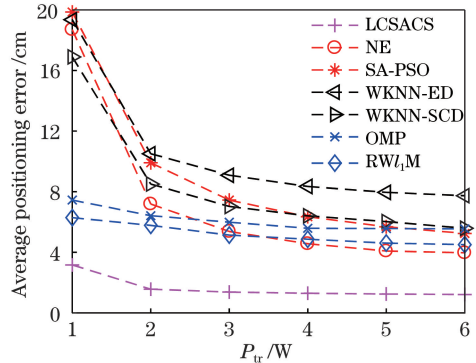


图 8 当  $B = 100 \text{ MHz}$  时,  $P_{tr}$  对平均定位误差的影响

Fig. 8 Impact of  $P_{tr}$  on average positioning error under  $B = 100 \text{ MHz}$

著低于其他 6 种算法。

#### 6) LCSACS 算法的最优 $K$ 值分布

当  $R_{SN} = 20 \text{ dB}$  时, LCSACS 算法的指纹定位最优  $K$  值的累积分布如图 9 所示。可以看出, 大部分目标的最优  $K$  值为 4, 但并非所有目标的最优  $K$  值都取 4, 因此采用固定的  $K$  值。  $K$  取 4 时可以取得最小的平均定位误差, 但不代表每个节点的误差都最小, 因此采用自适应  $K$  值, 这可以让不同的目标得到最优的  $K$  值, 从而进一步降低定位误差。从图 9 还可以看出, 当  $S$  取不同值时, 最优  $K$  值的累积分布情况相似。

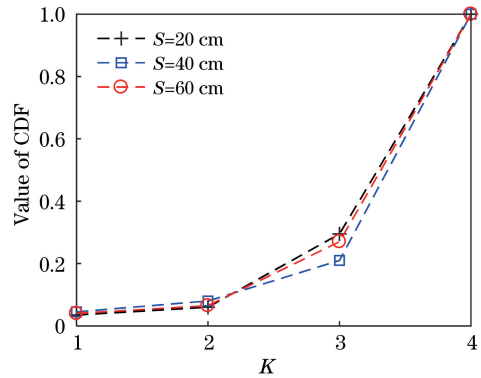


图 9 最优  $K$  值的累积分布

Fig. 9 Cumulative distribution of optimal  $K$  values

#### 7) $K_{max}$ 值对平均定位误差的影响

可以通过离线阶段的训练与学习得到一个最优的  $K_{max}$  值。影响位置指纹的定位误差的因素主要有两个, 分别是采样间距  $S$  与信噪比  $R_{SN}$ , 因此从  $S$  与  $R_{SN}$  分析  $K_{max}$  的最优取值, 仿真结果如图 10 所示。可以看出, 当  $R_{SN} = 20 \text{ dB}$  时, LCSACS 算法的平均定位误差先随  $K_{max}$  增大而降低, 当  $K_{max} = 4$  时, 平均定位误差得到收敛。当  $R_{SN} = 5 \text{ dB}$  和  $R_{SN} = 10 \text{ dB}$  时, 随着  $K_{max}$  的增大, LCSACS 算法的平均定位误差先降低后增高, 拐点值为 4。这主要是因为随着  $R_{SN}$  降低, 采集到的 RSSI 向量会逐渐偏离实际值, 即使重构得到的残差值降低, 但重构得到的 RSSI 向量偏离真实值, 从而导致定位误差大。结合以上分析和算法的计算复杂度, 得 LCSACS 算法的最优  $K_{max}$  值为 4。

#### 8) LED 个数 $M$ 对平均定位误差的影响

LCSACS 算法的平均定位误差随  $M$  值的变化曲线如图 11 所示, 可以看出, 随着 LED 个数的增大, 即观测值增大, LCSACS 算法的平均定位误差逐渐降低。当  $M = 9$  时, 算法的平均定位误差趋于收敛, 因此 LCSACS 算法不需要高密度的 LED 布

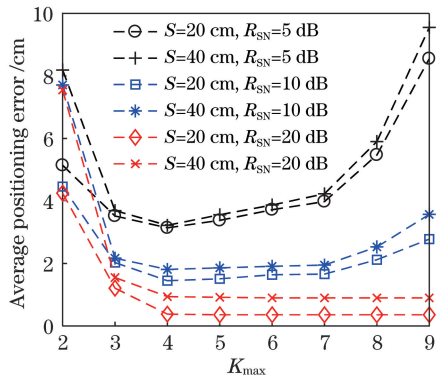


图 10  $K_{\max}$  对平均定位误差的影响

Fig. 10 Impact of  $K_{\max}$  on average positioning error

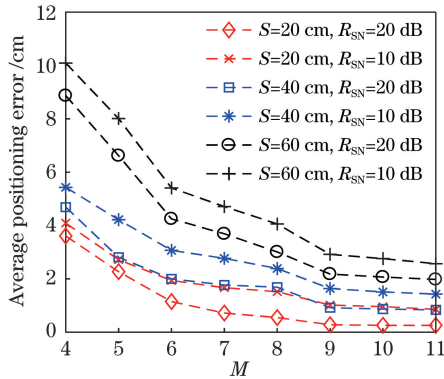


图 11  $M$  对平均定位误差的影响

Fig. 11 Impact of  $M$  on average positioning error

局,典型的室内 LED 布局即可满足高精度的定位结果。

9) 计算复杂度分析

定位实际发生于在线阶段,因此计算时间不考虑离线指纹库的构建时间,只计算在线定位阶段所需要的时间。假设 NE 算法迭代一次的时间复杂度为  $P_1$ ,迭代收敛所需要的次数为  $L_1$ ,则 NE 算法的时间复杂度为  $O(L_1 P_1)$ 。假设粒子群迭代一次的时间复杂度为  $P_2$ ,迭代收敛所需要的次数为  $L_2$ ,则 SA-PSO 算法的时间复杂度为  $O(L_2 P_2)$ 。假设求解一次加权  $l_1$  范数最小化的时间复杂度为  $P_3$ ,迭代收敛所需要的次数为  $L_3$ ,则  $RWL_1M$  算法的时间复杂度为  $O(L_3 P_3)$ 。WKNN-ED 与 WKNN-SCD 算法的时间复杂度主要取决于  $N$  个指纹点距离里的  $K$  个最小值,其时间复杂度为  $O(KN)$ ,细微的区别在于求解 ED 与 SCD 距离。OMP 算法每次迭代需要执行一次  $\Phi^T Y_t$ ,其时间复杂度为  $O(MN)$ ,需要迭代  $K$  次,算法的时间复杂度为  $O(KMN)$ 。

当  $R_{SN}=10$  dB, $S=40$  cm 时,重复定位 200 次的平均计算时间如表 2 所示。可以看出,相比 OMP 与  $RWL_1M$  两种基于压缩感知的重构算法,及 NE、

SA-PSO 两种迭代算法,LCSACS 算法的平均计算时间显著降低;相比 WKNN-ED 与 WKNN-SCD 两种算法,LCSACS 算法的平均计算时间较高,但平均定位误差得到显著降低;与 NE、SA-PSO、WKNN-ED、WKNN-SCD、OMP 及  $RWL_1M$  算法相比,LCSACS 算法的平均定位误差分别降低了 79.63%、84.36%、85.08%、81.49%、75.39% 及 68.22%。

表 2  $S$  值相同时的平均计算时间

Table 2 Average computing time when  $S$  value is same

Algorithm	Theoretical complexity	Average positioning error /cm	Average computing time /ms
LCSACS	$O(MN)+O(K_{\max}N)$	1.56	37.27
NE	$O(L_1 P_1)$	7.66	323.69
SA-PSO	$O(L_2 P_2)$	9.98	1519.26
WKNN-ED	$O(KN)$	10.46	18.04
WKNN-SCD	$O(KN)$	8.43	19.76
OMP	$O(KMN)$	6.34	73.75
$RWL_1M$	$O(L_3 P_3)$	4.91	661.67

从图 6 可以看出,即使在  $S$  取值较大的情况下,LCSACS 算法依然可以取得较低的定位误差,因此如果取得相近的定位结果,LCSACS 算法的时间复杂度将得到显著降低。当  $R_{SN}=20$  dB 时, $S$  取不同值时的平均计算时间如表 3 所示,其中 NE 与 SA-PSO 算法与  $S$  值无关。在取得相近的定位结果前提下,与 NE、SA-PSO、WKNN-ED、WKNN-SCD、OMP 及  $RWL_1M$  算法相比,LCSACS 算法的平均计算时间分别降低了 86.12%、98.11%、78.71%、80.47%、88.02% 及 97.83%。

表 3  $S$  值不同时平均计算时间

Table 3 Average computing time when  $S$  value is different

Algorithm	$S$ /cm	Average positioning error /cm	Average computing time /ms
LCSACS	50	1.39	26.31
NE		1.89	189.62
SA-PSO		1.67	1393.29
WKNN-ED	10	2.65	123.61
WKNN-SCD	10	1.99	134.78
OMP	20	2.36	219.65
$RWL_1M$	20	2.30	1217.23

5 结 论

在可见光通信的位置指纹定位算法的基础上,

针对位置指纹的强稀疏性,提出一种低复杂度、稀疏度自适应的压缩感知算法,将定位问题转换为稀疏矩阵的重构问题。仿真结果表明,LCSACS算法的平均计算时间低、定位误差小,在低信噪比下,依然能够实现较低的定位误差。与WKNN算法、基于Lambertian辐射模型测距的算法相比,基于压缩感知的算法在实现指纹定位时受噪声的影响较小。详细调查了指纹采样间距、信噪比、调制带宽及发射功率对定位误差的影响,详细分析了LCSACS算法的时间复杂度、最优邻近值的分布、LED个数及最大近邻指纹数对定位误差的影响,所得结果可为实际应用提供有益的参考。

## 参 考 文 献

- [1] Zafari F, Gkelias A, Leung K K. A survey of indoor localization systems and technologies[J]. *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, 2019, 21(3): 2568-2599.
- [2] Zhuang Y, Hua L C, Qi L N, et al. A survey of positioning systems using visible LED lights [J]. *IEEE Communications Surveys & Tutorials*, 2018, 20(3): 1963-1988.
- [3] Wu Y X, Liu X W, Guan W P, et al. High-speed 3D indoor localization system based on visible light communication using differential evolution algorithm [J]. *Optics Communications*, 2018, 424: 177-189.
- [4] Gu W J, Aminikashani M, Deng P, et al. Impact of multipath reflections on the performance of indoor visible light positioning systems[J]. *Journal of Lightwave Technology*, 2016, 34(10): 2578-2587.
- [5] Mathias L C, de Melo L F, Abrao T. 3-D localization with multiple LEDs lamps in OFDM-VLC system [J]. *IEEE Access*, 2019, 7: 6249-6261.
- [6] Zhou B P, Lau V, Chen Q C, et al. Simultaneous positioning and orientating for visible light communications: algorithm design and performance analysis[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2018, 67(12): 11790-11804.
- [7] Cai Y, Guan W P, Wu Y X, et al. Indoor high precision three-dimensional positioning system based on visible light communication using particle swarm optimization[J]. *IEEE Photonics Journal*, 2017, 9(6): 7908120.
- [8] Guo X S, Shao S H, Ansari N, et al. Indoor localization using visible light via fusion of multiple classifiers[J]. *IEEE Photonics Journal*, 2017, 9(6): 7803716.
- [9] Lovón-Melgarejo J, Castillo-Cara M, Huarcaya-Canal O, et al. Comparative study of supervised learning and metaheuristic algorithms for the development of bluetooth-based indoor localization mechanisms [J]. *IEEE Access*, 2019, 7: 26123-26135.
- [10] Li F M, Zhang T, Liu K, et al. An indoor positioning method based on range measuring and location fingerprinting[J]. *Chinese Journal of Computers*, 2019, 42(2): 339-350.  
李方敏, 张韬, 刘凯, 等. 基于距离测量和位置指纹的室内定位方法研究[J]. *计算机学报*, 2019, 42(2): 339-350.
- [11] Hu J S, Liu D W, Yan Z, et al. Experimental analysis on weight  $K$ -nearest neighbor indoor fingerprint positioning[J]. *IEEE Internet of Things Journal*, 2019, 6(1): 891-897.
- [12] Van M T, Tuan N V, Son T T, et al. Weighted  $K$ -nearest neighbour model for indoor VLC positioning [J]. *IET Communications*, 2017, 11(6): 864-871.
- [13] Zhao C H, Zhang H M, Song J. Fingerprint based visible light indoor localization method [J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2018, 45(8): 0806002.  
赵楚韩, 张洪明, 宋健. 基于指纹的室内可见光定位方法[J]. *中国激光*, 2018, 45(8): 0806002.
- [14] Xu S W, Wu Y, Su G D. Fingerprint matching and localization algorithm based on orthogonal frequencydivision multiplexing modulation for visible light communication [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2019, 56(9): 090601.  
徐世武, 吴怡, 苏国栋. 基于正交频分复用调制的可见光通信指纹匹配定位算法[J]. *激光与光电子学进展*, 2019, 56(9): 090601.
- [15] Alam F, Chew M T, Wenge T, et al. An accurate visible light positioning system using regenerated fingerprint database based on calibrated propagation model[J]. *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, 2019, 68(8): 2714-2723.
- [16] Donoho D L. Compressed sensing[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(4): 1289-1306.
- [17] Tropp J A, Gilbert A C. Signal recovery from random measurements via orthogonal matching pursuit[J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2007, 53(12): 4655-4666.
- [18] Gligorić K, Ajmani M, Vukobratović D, et al. Visible light communications-based indoor positioning via compressed sensing [J]. *IEEE Communications Letters*, 2018, 22(7): 1410-1413.
- [19] Zhang R, Zhong W D, Qian K M, et al. A reversed visible light multitarget localization system via sparse matrix reconstruction [J]. *IEEE Internet of Things Journal*, 2018, 5(5): 4223-4230.
- [20] Wang P F, Guan W P, Wen S S, et al. High



precision indoor visible three-dimensional positioning system based on immune algorithm [J]. *Acta Optica Sinica*, 2018, 38(10): 1006007.

王鹏飞, 关伟鹏, 文尚胜, 等. 基于免疫算法的高精度室内可见光三维定位系统 [J]. *光学学报*, 2018,

38(10): 1006007.

- [21] Komine T, Nakagawa M. Fundamental analysis for visible-light communication system using LED lights [J]. *IEEE Transactions on Consumer Electronics*, 2004, 50(1): 100-107.