实现给定能量比离散光斑阵列的自由曲面分束器

司佳，冯泽心*，程德文，王涌天
北京理工大学光电学院北京市混合现实与新型显示工程技术研究中心，北京 100081

摘要 采用自由曲面透镜作为分束器以生成具有任意能量比的离散光斑阵列。根据能量守恒定律，将入射光束划分为一系列与光斑阵列对应的子区域。对于每个子区域，采用分离变量法计算子区域与相应光斑之间的光线映射关系，并采用最小二乘法构造遵循该映射关系的自由曲面。提供两个设计实例以检验自由曲面分束器的可行性：第一个设计可生成具有相同能量比例的高斯光斑阵列，第二个设计可产生具有预设不均匀能量比例的矩形平顶光斑阵列。仿真结果表明，考虑菲涅耳损耗后，两个设计实例的光输出比均高于 89%。

关键词 光学设计；分束器；自由曲面光学；非成像光学
中图分类号 O439 **文献标志码** A **doi**：10.3788/AOS202040.1722004

Freeform Surface Beam Splitter for Discrete Spot Array with Prescribed Energy Proportion

Si Jia, Feng Zexin*, Cheng Dewen, Wang Yongtian
Beijing Engineering Research Center of Mixed Reality and Advanced Display, School of Optics and Photonics, Beijing Institute of Technology, Beijing 100081, *China*

Abstract Freeform lenses are used as freeform surface beam splitters to generate discrete spot arrays with arbitrary energy proportions. According to the law of conservation of energy, the incident beam is divided into a series of subregions corresponding to the spot array. For each subarea, variable separation is used to acquire the ray map between the input beam within the subarea and the corresponding spot. Further, a least squares method is used to construct the freeform surface following the ray map. Two design examples are provided to demonstrate the capabilities of freeform beam splitters: one could generate a Gaussian spot array with an equal energy proportion and the other could generate a square top-hat spot array with a predefined non-uniform energy proportion. Both freeform beam splitters exhibit light output ratios of over 89% considering Fresnel losses.

Key words optical design; beam splitter; freeform surface optics; non-imaging optics
OCIS codes 220.4298; 220.2945; 140.3300

1 引 言

分束器是一种将输入光束分割为一维或二维光束阵列的光学元件，在激光并行处理、激光测量和检测、激光扫描、激光投影、光通信以及结构化照明等方面具有重要应用。目前，常用的衍射光学元件通过将光束能量注入指定的衍射阶次来实现光束的分离[1]。其中，台阶状结构的经典二元相位光栅（如达曼光栅）受到自身量化结构的限制[2]，无法将能量完全注入所需的阶次，从而造成较高的能量损失[3]。连续相位光栅可以提供较高的衍射效率，但制造误差对分束效果的影响很大，只有极少数公司可以生产高精度、高质量的连续表面轮廓光栅[4-7]。菲涅耳相位板[8]以及具有亚波长结构的光栅[9]和超颖表面[10-11]也可以用于产生光斑阵列，但同样存在光能利用率较低或加工制作难度较高的问题。

自由曲面是指具有非旋转和平移对称性的表面，其可以提供足够的自由度以达到对光线的精确控制。随着金刚石超精密车削加工以及模压注塑技术的快速发展，自由曲面光学元件的批量加工成本可以控制在较低的范围内。本文将探索如何应用自由曲面光学元件来实现光束分束的功能，即将入射

收稿日期：2020-04-21；**修回日期**：2020-05-23；**录用日期**：2020-05-29
基金项目：国家重点研发计划(2017YFA0701200)、国家自然科学基金青年科学基金(11704030)、北京理工大学青年教师学术启动计划
* **E-mail**：fzx84@126.com

光束转化为具有给定能量比的离散光斑阵列。目前已经发表了许多通过自由曲面光学设计来实现给定辐照度分布的文章[12]，但只有少数工作可以处理多个光束图案的输出。Wang 等[13]将一个字符“E”划分为四个区域，通过一个由四部分组成的自由曲面透镜和一个 LED 光源来实现对该字符区域的均匀照明。Wu 等[14]在光刻系统中使用了自由曲面透镜阵列，将均匀的圆形光束转换为光阑上两个或四个独立的离轴照明图案。Ma 等[15]设计了一种可生成正弦条纹图案的条状自由曲面透镜阵列，每个条状透镜可用于产生一个周期的条纹结构。这三项工作均采用光线映射法来设计自由曲面，即首先计算从光源到目标辐照度分布的光线映射，然后根据映射关系计算用来构建自由曲面的数据点。此外，Zhang 等[16]采用了蒙日-安培(MA)方法构建连续自由曲面透镜，其可以在光刻系统中产生具有轴对称的两个或四个光斑。

Maksimovic[17]将自由曲面透镜用作激光分束器。该项工作中，首先使用自由曲面分束器对发散的椭圆高斯光束进行准直，然后将准直后的光束分成多个子光束并聚焦于目标平面。该设计是通过多参数优化方法来实现的，当用于产生具有定制光束轮廓的任意比例光斑图案时，效率变低。

受到文献[13-17]的启发，本文提出一种新型的自由曲面分束透镜，其是由平面和一个不连续的自由曲面组成，可以将准直的入射光束转换为多个子光束，并在目标平面上形成具有给定光束轮廓和任意能量比例的光斑点阵。基于光线追迹的仿真结果表明，提出的设计方法可以在保持较高的光输出比的同时实现大角度的分束。

2　设计方法

图 1 为自由曲面分束器的系统设计示意图。经过准直后的入射光束沿着 z 轴正方向传播，入射光线与位于 $z=h$ 处的平面(透镜的第一表面)交于点 $\boldsymbol{S}=(x,y,h)$，然后从出射表面(透镜的第二表面)上的点 $\boldsymbol{P}=(x,y,z)$ 处射出，最终到达位于 $z=d$ 处目标面上的点 $\boldsymbol{T}=(u,v,d)$，其中 (x,y,h) 和 (u,v,d) 分别为透镜第一个表面及目标面上点的笛卡尔坐标，用 $\boldsymbol{I}_{\text{in}}$ 和 $\boldsymbol{O}_{\text{out}}$ 来表示入射光线和出射光线的单位矢量，$\boldsymbol{N}$ 为点 $\boldsymbol{P}$ 的法向矢量。透镜的出射表面由一组光滑的自由曲面片拼接而成，其可以将准直光束折射为一定数量的子光束，进而在目标平面上形成具有特定排列方式、光斑轮廓和能量比例

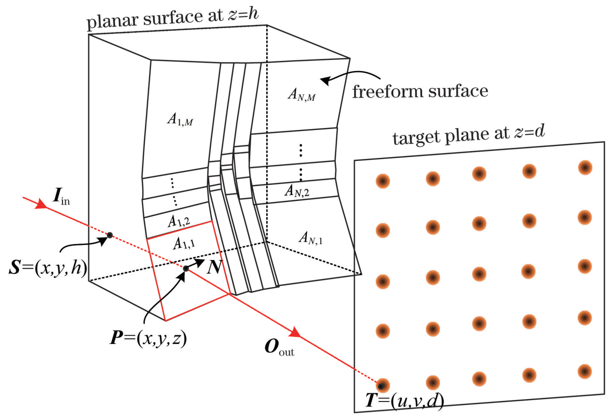

图 1　自由曲面分束器的设计示意图

Fig. 1　Design schematic of free-form beam splitter

的光斑点阵。采用编号 (n,m) 对目标面上的 $N\times M$ 个光斑进行区分和定位，与光斑 (n,m) 对应的出射子曲面用 $A_{n,m}$ 来表示，其中 $n=1,2,\cdots,N$，$m=1,2,\cdots,M$。设计主要包括三个步骤，与离散光斑阵列对应的入射光束子区域划分、入射光束子区域到对应光斑的光线映射计算和自由曲面分块的构建。

2.1　与离散光斑阵列对应的入射光束子区域划分

入射光束在平面 $z=h$ 处的辐照度分布为 $f(x,y)$，其中 $(x,y)\in\Omega_0$，Ω_0 表示入射光束在平面上的分布区域。为了实现目标面上不连续的辐照度分布，需要根据能量守恒定律将 $f(x,y)$ 划分为 $N\times M$ 个子区域，与光斑 (n,m) 对应的平面上的入射区域用 $B_{n,m}$ 来表示，如图 2 所示，其中 a_0 和 a_N 是入射光束沿 x 轴方向的边界最小值和最大值，b_0 和 b_M 分别是入射光束沿 y 轴方向的边界最小值和最大值。

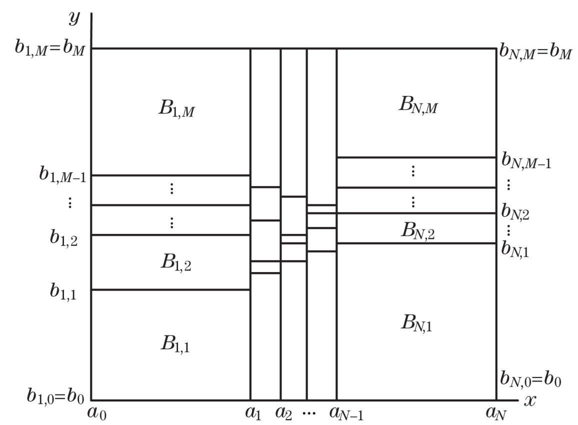

图 2　入射光束子区域的划分示意图

Fig. 2　Schematic of subarea division of incident beam

光斑 (n,m) 的预设辐照度分布为 $g_{(n,m)}(u,v)$，能量为 $E_{n,m}=\iint_{\Omega_{n,m}}g_{(n,m)}(u,v)\mathrm{d}u\mathrm{d}v$，其中

$(u,v)\in\Omega_{n,m}$，$\Omega_{n,m}$ 表示目标光斑(n,m)在目标面上的分布区域。对于一个无损光学系统而言，入射光束携带的能量与目标光斑阵列的总能量相等，可表示为

$$\iint_{\Omega_0} f(x,y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y=\sum_{n=1}^{N}\sum_{m=1}^{M}E_{n,m}。\tag{1}$$

接下来根据能量守恒原理计算每个子区域的边界。首先，将入射面沿 x 轴方向分为 N 个矩形区域，这些区域由沿 x 轴的坐标 a_n 界定，表达式为

$$\int_{a_0}^{a_n}\int_{b_0}^{b_M} f(x,y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y=\sum_{n'=1}^{n}\sum_{m=1}^{M}E_{n',m},\tag{2}$$

得到每个 a_n 之后，依次将 N 个带状矩形区域沿 y 轴方向进一步划分得到最终的子区域。对于第(n,m)个子区域 $B_{n,m}$，其沿 x 轴方向的边界为 a_{n-1} 和 a_n，而沿 y 轴方向的边界为 $b_{n,m-1}$ 和 $b_{n,m}$，可计算为

$$\int_{a_{n-1}}^{a_n}\int_{b_{n,0}}^{b_{n,m}} f(x,y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y=\sum_{m'=1}^{m}E_{n,m'}。\tag{3}$$

需要指出的是子区域的划分方式不唯一，比如可以先沿 y 轴方向划分带状矩形区域，并依次将这些带状矩形区域沿 x 轴方向进一步划分得到最终的子区域。

获得与离散光斑阵列相对应的子区域后，每一个子区域对应的自由曲面片满足一个 MA 类型的二阶非线性偏微分方程[18]，可表示为

$$C_1\left[\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}-\left(\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}\right)^2\right]+C_2\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}+C_3\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}+C_4\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}+C_5=0,\tag{4}$$

式中：C_i 为关于$(x,y,z,\partial z/\partial x,\partial z/\partial y)$的函数，$i=1,2,3,4,5$。通过求解 MA 方程可以得到相应的自由曲面数值解，但该方法在数学处理上比较复杂。因此采用一种更简洁的光线映射法来构建自由曲面，将在 2.2 节和 2.3 节中进行详细介绍。

2.2 入射光束子区域到对应光斑的光线映射计算

基于文献[19]描述的分离变量方法来计算入射光束子区域到对应光斑的光线映射关系。入射光束子区域 $B_{n,m}$ 与对应光斑区域 $\Omega_{n,m}$ 之间的能量守恒可表示为

$$\iint_{B_{n,m}} f(x,y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y=\iint_{\Omega_{n,m}} g_{(n,m)}(u,v)\mathrm{d}u\mathrm{d}v。\tag{5}$$

如果入射光束的辐照度分布 $f(x,y)$，$(x,y)\in B_{n,m}$ 和目标辐照度分布 $g_{(n,m)}(u,v)$，$(u,v)\in\Omega_{n,m}$ 均可分离变量，即可以分别写成沿 x 方向辐照度分布 $f_x(x)$、$g_{u,(n,m)}(u)$和沿 y 方向辐照度分布 $f_y(y)$、$g_{v,(n,m)}(v)$的乘积，表达式为

$$f(x,y)=f_x(x)\cdot f_y(y),\tag{6}$$

$$g_{(n,m)}(u,v)=g_{u,(n,m)}(u)\cdot g_{v,(n,m)}(v)。\tag{7}$$

如果确定其中一个网格的划分，另一个也就随之确定。将每一个入射子区域 $B_{n,m}$ 离散为$(I-1)\times(J-1)$个相同的矩形网格(包含 $I\times J$ 个点)，网格点的 x 坐标用 x_i 来表示，$i=1,2,\cdots,I$，y 坐标用 y_j 来表示，$j=1,2,\cdots,J$，如图 3 所示。一旦 x_i 和 y_j 确定，根据分离变量法就可以计算相应的坐标 u_i 和 v_j，表达式为

$$\int_{x_1}^{x_i} f_x(x)\mathrm{d}x\cdot\int_{y_1}^{y_J} f_y(y)\mathrm{d}y=\int_{u_1}^{u_i} g_{u,(n,m)}(u)\mathrm{d}u\cdot\int_{v_1}^{v_J} g_{v,(n,m)}(v)\mathrm{d}v,\tag{8}$$

$$\int_{x_1}^{x_I} f_x(x)\mathrm{d}x\cdot\int_{y_1}^{y_j} f_y(y)\mathrm{d}y=\int_{u_1}^{u_I} g_{u,(n,m)}(u)\mathrm{d}u\cdot\int_{v_1}^{v_j} g_{v,(n,m)}(v)\mathrm{d}v。\tag{9}$$

根据上述步骤，目标光斑区域 $\Omega_{n,m}$ 被划分为$(I-1)\times(J-1)$个非均匀的矩形网格。对于入射面上的 $N\times M$ 个子区域，需单独计算每个子区域的光线映射。

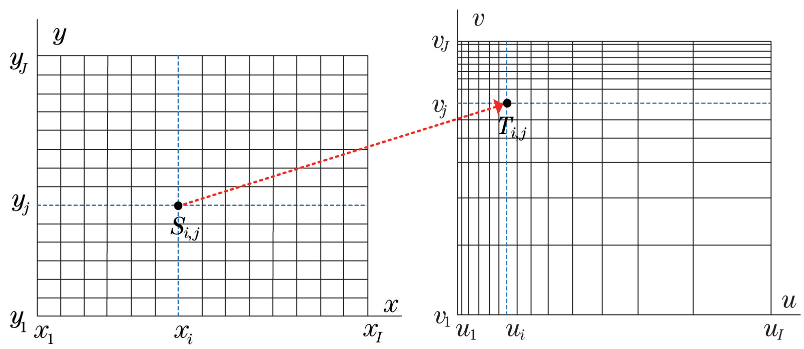

图 3 从子区域 $B_{n,m}$ 到对应光斑区域 $\Omega_{n,m}$ 的光线映射示意图

Fig. 3 Schematic of ray map from subarea $B_{n,m}$ to corresponding spot area $\Omega_{n,m}$

2.3 自由曲面分块的构建

在 2.2 节计算入射光束子区域到对应光斑的光线映射后，接下来分块的构建可实现 2.2 节映射关系的自由曲面。定义自由曲面分束透镜的折射率为 n_{lens}，透镜周围空气的折射率为 1。入射光束沿 z 轴正方向传播，即其单位方向矢量 $\boldsymbol{I}_{\text{in}}$ 为 $(0,0,1)$。透镜的第一个表面为垂直于 z 轴的平面，不会改变光束的传播方向，因而任何经过 $\boldsymbol{S}_{i,j}=(x_i,y_j,h)$ 的光线都将经过自由曲面数据点 $\boldsymbol{P}_{i,j}=(x_i,y_j,z_{i,j})$，最后到达目标面上的点 $\boldsymbol{T}_{i,j}=(u_i,v_j,d)$。由于从自由曲面到目标平面的距离远大于透镜的厚度，出射光线序列 $\boldsymbol{O}_{\text{out},i,j}$ 可近似表示为

$$\boldsymbol{O}_{\text{out},i,j}=\frac{\boldsymbol{T}_{i,j}-\boldsymbol{S}_{i,j}}{|\boldsymbol{T}_{i,j}-\boldsymbol{S}_{i,j}|},\tag{10}$$

式中：$|\boldsymbol{a}|$ 表示向量 $\boldsymbol{a}$ 的模。由矢量形式的斯涅尔定律可计算点 $\boldsymbol{P}_{i,j}$ 处的法向矢量，即

$$\boldsymbol{N}_{i,j}=\frac{\boldsymbol{O}_{\text{out},i,j}-n_{\text{lens}}\boldsymbol{I}_{\text{in},i,j}}{|\boldsymbol{O}_{\text{out},i,j}-n_{\text{lens}}\boldsymbol{I}_{\text{in},i,j}|}。\tag{11}$$

需要注意的是，上述法向矢量场不一定可积，尤其对于分束角度与傍轴近似区域差异较大的情况[20]。因此，由法向矢量场积分得到的自由曲面可能与积分路径有关，此时采用逐点积分法或线积分法常会带来较大的误差累积。

为了避免误差累积，采用文献[21]提出的最小二乘法来构建自由曲面。该方法的基本思路：将自由曲面上的点 $\boldsymbol{P}$ 与其法向矢量 $\boldsymbol{N}$ 以一种简单的关系联系起来，即相邻两个自由曲面数据点间的弦与这两点法向矢量的向量和垂直，如图 4 所示，可表示为[21]

$$(\boldsymbol{P}_{i+1,j}-\boldsymbol{P}_{i,j})\cdot(\boldsymbol{N}_{i+1,j}+\boldsymbol{N}_{i,j})=0,\tag{12}$$

$$(\boldsymbol{P}_{i,j+1}-\boldsymbol{P}_{i,j})\cdot(\boldsymbol{N}_{i,j+1}+\boldsymbol{N}_{i,j})=0,\tag{13}$$

式中：$\boldsymbol{P}_{i,j}=\boldsymbol{S}_{i,j}+r_{i,j}\boldsymbol{I}_{\text{in},i,j}$，其中 $r_{i,j}$ 代表 $\boldsymbol{S}_{i,j}$ 与 $\boldsymbol{P}_{i,j}$ 之间的距离，$r_{i,j}=z_{i,j}-h$。进而(12)式和(13)式可转换为[21]

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{I}_{\text{in},i+1,j}\cdot(\boldsymbol{N}_{i+1,j}+\boldsymbol{N}_{i,j})r_{i+1,j}-\\&\boldsymbol{I}_{\text{in},i,j}\cdot(\boldsymbol{N}_{i+1,j}+\boldsymbol{N}_{i,j})r_{i,j}=\\&-(\boldsymbol{S}_{i+1,j}-\boldsymbol{S}_{i,j})\cdot(\boldsymbol{N}_{i+1,j}+\boldsymbol{N}_{i,j}),\end{aligned}\tag{14}$$

$$\begin{aligned}&\boldsymbol{I}_{\text{in},i,j+1}\cdot(\boldsymbol{N}_{i,j+1}+\boldsymbol{N}_{i,j})r_{i,j+1}-\\&\boldsymbol{I}_{\text{in},i,j}\cdot(\boldsymbol{N}_{i,j+1}+\boldsymbol{N}_{i,j})r_{i,j}=\\&-(\boldsymbol{S}_{i,j+1}-\boldsymbol{S}_{i,j})\cdot(\boldsymbol{N}_{i,j+1}+\boldsymbol{N}_{i,j})。\end{aligned}\tag{15}$$

(14)式和(15)式均为关于 $r_{i,j}$ 的线性关系表达式，可以采用 Hermann 的方法得到其最小二乘解[22]。(14)式和(15)式简写为矩阵形式[21]，可表示为

$$\boldsymbol{HR}=\boldsymbol{b},\tag{16}$$

式中：$\boldsymbol{H}$ 为包含(14)式和(15)式中所有 $r_{i,j}$ 系数的矩阵[21]，即

$$\begin{cases}\boldsymbol{H}_{i+(j-1)(I-1),i+(j-1)I}=-\boldsymbol{I}_{\text{in},i,j}\cdot(\boldsymbol{N}_{i+1,j}+\boldsymbol{N}_{i,j})\\\boldsymbol{H}_{i+(j-1)(I-1),1+i+(j-1)I}=\boldsymbol{I}_{\text{in},i+1,j}\cdot(\boldsymbol{N}_{i+1,j}+\boldsymbol{N}_{i,j})\end{cases},$$
$$i=1,2,\cdots,I-1,j=1,2,\cdots,J,\tag{17}$$

$$\begin{cases}\boldsymbol{H}_{i+(j-1)I+J(I-1),i+(j-1)I}=-\boldsymbol{I}_{\text{in},i,j}\cdot(\boldsymbol{N}_{i,j+1}+\boldsymbol{N}_{i,j})\\\boldsymbol{H}_{i+(j-1)I+J(I-1),i+jI}=\boldsymbol{I}_{\text{in},i,j+1}\cdot(\boldsymbol{N}_{i,j+1}+\boldsymbol{N}_{i,j})\end{cases},$$
$$i=1,2,\cdots,I,j=1,2,\cdots,J-1;\tag{18}$$

$\boldsymbol{R}$ 为一个包含 $I\times J$ 个未知坐标 $r_{i,j}$ 的向量；$\boldsymbol{b}$ 为包含(14)式和(15)式右侧元素的向量，可表示为

$$\begin{cases}\boldsymbol{b}_{i+(j-1)(I-1)}=-(\boldsymbol{S}_{i+1,j}-\boldsymbol{S}_{i,j})\cdot(\boldsymbol{N}_{i+1,j}+\boldsymbol{N}_{i,j})\\i=1,2,\cdots,I-1,j=1,2,\cdots,J\\\boldsymbol{b}_{i+(j-1)I+J(I-1)}=-(\boldsymbol{S}_{i,j+1}-\boldsymbol{S}_{i,j})\cdot(\boldsymbol{N}_{i,j+1}+\boldsymbol{N}_{i,j})\\i=1,2,\cdots,I,j=1,2,\cdots,J-1\end{cases}。\tag{19}$$

系数矩阵 $\boldsymbol{H}$ 是一个 $I\times(J-1)+J\times(I-1)$ 行、$I\times J$ 列的矩阵，其秩为 $I\times J-1$。通过增加初值条件可将 $\boldsymbol{H}$ 变为满秩矩阵。例如可以设置 $i=i_{\text{c}}$、$j=j_{\text{c}}$ 的曲面数据点 $\boldsymbol{P}_{i_{\text{c}},j_{\text{c}}}$ 的矢高为 $\boldsymbol{r}_{\text{c}}$，其中 i_{c} 为 1，2，…，I 中的任一值，j_{c} 为 1，2，…，J 中的任一值[21]，可表示为

$$\boldsymbol{H}_{1+(J-1)I+J(I-1),i_{\text{c}}+(j_{\text{c}}-1)I}=1,\tag{20}$$

$$\boldsymbol{b}_{1+(J-1)I+J(I-1)}=\boldsymbol{r}_{\text{c}},\tag{21}$$

这就可以得到唯一的最小二乘解[21]，即

$$\boldsymbol{R}=(\boldsymbol{H}^{\text{T}}\boldsymbol{H})^{-1}\boldsymbol{H}^{\text{T}}\boldsymbol{b}。\tag{22}$$

采用上述算法得到曲面数据点 $\boldsymbol{P}_{i,j}$ 后，出射光线可得到修正，表达式为

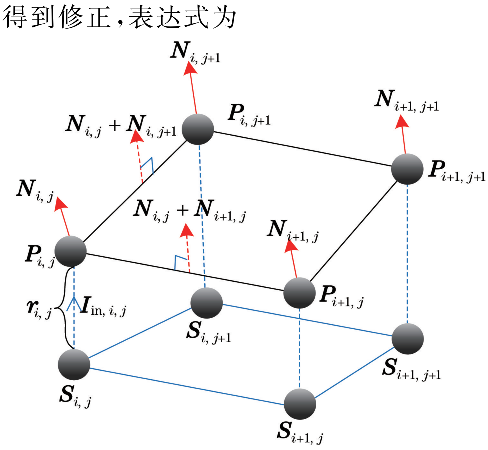

图 4 自由曲面数据点与法向矢量的关系示意图

Fig. 4 Schematic of relationships between freeform surface data points and normal vectors

$$\boldsymbol{O}_{\mathrm{out},i,j}=\frac{\boldsymbol{T}_{i,j}-\boldsymbol{P}_{i,j}}{|\boldsymbol{T}_{i,j}-\boldsymbol{P}_{i,j}|}。\tag{23}$$

接着，根据更新的出射光线序列，重复上述步骤重新计算表面的法向矢量 $\boldsymbol{N}_{i,j}$ 和表面点 $\boldsymbol{P}_{i,j}$ 的坐标，多次迭代直至满足收敛条件。

基于上述的最小二乘方法可以独立计算与入射光束每一个子区域对应的自由曲面，这些自由曲面均连续且光滑。将这些子曲面依序拼接得到分束器的出射表面，可以通过调整每个自由曲面的初值点使任意两个相邻子曲面之间具有较小的矢高差。如果入射光束未准直，可将入射面设置为二次曲面或自由曲面以起到对入射光束的准直作用。

3　设计实例及仿真

为了验证采用第 2 节方法构建自由曲面分束器的有效性，提供两个设计实例。设定入射光束为准直高斯光束，波长 $\lambda=532$ nm，束腰半径为 $\omega=5$ mm，光束半径取 2ω。入射平面和目标平面分别位于 $z=0$ mm 和 $z=100$ mm 处。入射光束在入射平面处的辐照度为

$$f(x,y)=A\exp\{-2[(x/\omega)^2+(y/\omega)^2]\},\quad (x,y)\in\Omega_0,\tag{24}$$

式中：A 为常数；$\Omega_0=\{(x,y)\,|\,-2\omega\leqslant x,y\leqslant 2\omega\}$。设计的目标是利用构建的自由曲面分束器 FBS 1 及 FBS 2，将入射光束分别转化为目标平面上的 5×5 高斯光斑阵列和矩形平顶光斑阵列。所有光斑的边长设为 1 mm。在 x 和 y 方向上，相邻两个光斑之间的分束角度皆为 8°，顶角处光斑和系统光轴之间的夹角为 22°，总分束角达 44°。透镜材料采用聚甲基丙烯酸甲酯（PMMA）。对于整个自由曲面，共计算 2005^2 个点，其中包括相邻子曲面接缝处 (x,y) 坐标的重合点，对每个子区域进行均匀采样。使用蒙特卡罗几何光线追迹软件 LightTools 对透镜的分束效果进行仿真，设置光源功率为 1 W。

由于激光束具有相干性，在几何光学近似的条件下设计透镜时需要考虑衍射效应对仿真结果的影响。将不确定性原理代入与激光整形相关的衍射问题中，得到的参考因子 β 可以对目标平面上的光斑质量进行预估判断[23]。参考因子 β 可表示为

$$\beta=2\sqrt{2\pi}\,r_0Y_0/d\lambda,\tag{25}$$

式中：r_0 为输入光束的半宽度；Y_0 为输出光束的半宽度；d 为光源与目标平面之间的距离。几何光学是一种短波长近似，意味着 β 值越大，衍射效应越容易被忽略。当透镜表面光滑时，一般认为 $\beta>40$ 可以完全忽略衍射效应，此时几何光线追迹足以提供可靠的结果，当透镜不连续时，则需要更大的 β 值[23]。实验使用物理光学软件 VirtualLab 分别模拟中心和边缘单片子曲面的衍射情况，相应的 β 值和仿真结果将在后面给出。

首先构建 FBS 1 以获得 5×5 的等能量高斯光斑阵列，输出高斯光斑的束腰半径为 $\omega_{\mathrm{spot}}=0.5$ mm。构建的 FBS 1 模型及其 LightTools 光线追迹结果如图 5 所示。FBS 1 的出射面由 25 个光滑的子曲面拼接组成，其中心厚度为 2.27 mm。从图 5 可以看到，入射光束经 FBS 1 折射后，被重新定向到目标面上不同的位置，进而形成预设的光斑阵列。二维光斑阵列的辐照度分布以及边缘行和列的光斑中心辐照度分布轮廓线如图 6 所示。从图 6 可以看到，各光斑之间的能量分布均匀，单个光斑的辐照度分布与高斯分布接近。在考虑菲涅耳损耗的情况

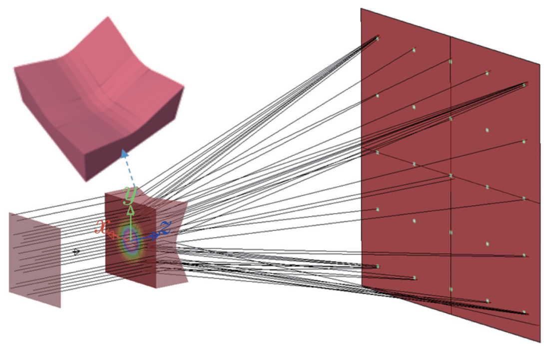

图 5　FBS 1 的模型以及光线追迹图

Fig. 5　Model of FBS 1 and ray tracing illustration

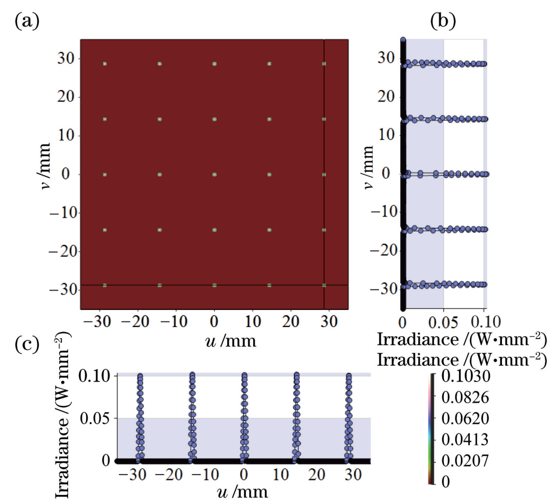

图 6　FBS 1 的光线追迹仿真结果。(a)二维光斑阵列；(b)第 5 列和(c)第 1 行的中心辐照度分布曲线

Fig. 6　Ray tracing simulation results of FBS 1. (a) 2D spot array; central irradiance profiles of (b) 5th column and (c) 1st row

下，FBS 1 的光输出比（LOR）约为 90.5%，LOR 为目标平面接收到光斑阵列的总能量与输入光束能量的比。

采用 VirtualLab 软件对 FBS 1 的中心子曲面 $A_{3,3}$ 和边缘子曲面 $A_{1,1}$ 进行物理光学仿真，结果如图 7 所示。中心子曲面 $A_{3,3}$ 的尺寸为 1.26 mm×1.26 mm，其对应入射光束的光束半宽 r_0 取 0.63 mm，目标光斑的半宽 $Y_0=\omega_{\text{spot}}=0.5$ mm，$d=100$ mm，根据(25)式计算得到 $\beta=29.68$，仿真结果如图 7(a)和图 7(b)所示。从图 7(a)和图 7(b)可以看到，因孔径尺寸的限制带来的衍射效应比较明显。子曲面 $A_{1,1}$ 尺寸为 7.90 mm×7.90 mm，相应的 $\beta=186.11$，图 7(c)和图 7(d)为物理光学仿真结果。虽然与 $A_{3,3}$ 相比，$A_{1,1}$ 衍射效应相对减弱，但其光斑呈现一定的不对称分布。主要原因在于 $A_{3,3}$ 远离光轴，曲面误差较大，造成光斑轮廓有一定的变形。

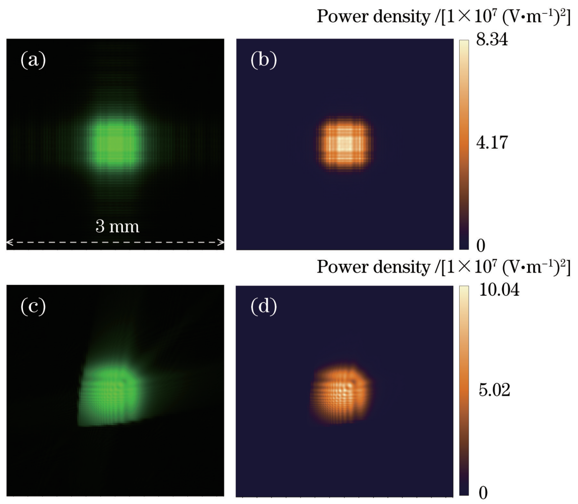

图 7　FBS 1 的物理光学仿真结果。$A_{3,3}$ 的仿真光斑(a)真色，(b)假色；$A_{1,1}$ 的仿真光斑(c)真色，(d)假色

Fig. 7　Physical optical simulation results of FBS 1. Simulated spot of $A_{3,3}$ (a) true color, (b) false color; simulated spot of $A_{1,1}$ (c) true color, (d) false color

FBS 2 可以产生具有预设能量比例的 5×5 矩形平顶光斑阵列。构建的 FBS 2 模型及其 LightTools 光线追迹结果如图 8(a)所示。FBS 2 的最薄厚度为 2.23 mm，与 FBS 1 相比其出射面的不连续性更明显，这主要是由光斑阵列的不均匀能量分布比例造成的，如图 8(b)所示。FBS 2 的光线追迹仿真结果如图 9 所示。从图 9 二维光斑阵列辐照度分布和每一列光斑的中心辐照度分布曲线可以看到，光斑的能量比例与图 8(b)设定的比例系数一致；此外，远离光轴的光斑轮廓发生变形，

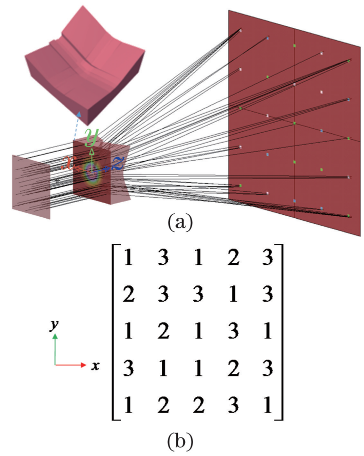

图 8　FBS 2 的模型、光线追迹和能量比例示意图。(a) FBS 2 的模型以及光线追迹的示意图；(b) 目标光斑阵列的能量比例

Fig. 8　FBS 2 model, ray tracing and energy scale diagram. (a) Model of FBS 2 and ray tracing illustration; (b) predefined energy proportion of target spot array

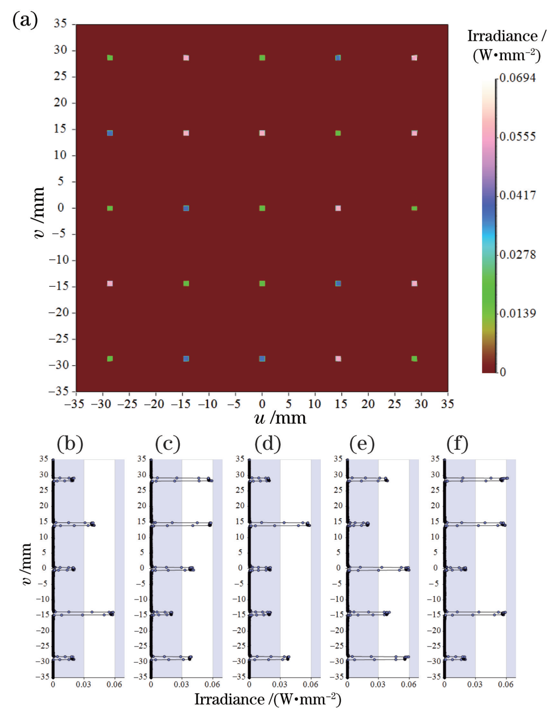

图 9　FBS 2 的光线追迹仿真结果。(a) 二维光斑阵列；(b) 第 1 列，(c) 第 2 列，(d) 第 3 列，(e) 第 4 列，(f) 第 5 列的中心辐照度分布曲线

Fig. 9　Ray tracing simulation results of FBS 2. (a) 2D spot array; central irradiance profiles of (b) 1st, (c) 2nd, (d) 3rd, (e) 4th, and (f) 5th column

均匀性也有所降低，这是由光线映射方法带来的法向矢量误差造成的。考虑菲涅耳损耗时 FBS 2 的 LOR 为 89.5%。

FBS 2 中最小子曲面 $A_{3,3}$ 的尺寸为 1.03 mm×0.80 mm，其对应入射光束的 r_0 取 0.4 mm，目标光斑的半宽 Y_0 为 0.5 mm，计算得到 $\beta=18.84$。从图 10(a)和图 10(b)可以看到，衍射效应对光斑能量分布的影响相较于 FBS 1 而言更严重。选取较大尺寸的单片子曲面 $A_{1,1}$，其尺寸为 7.55 mm×7.12 mm，对应入射光束的光束半宽 r_0 取 3.56 mm，计算得到$\beta=167.74$，物理光学仿真结果如图 10(c)和图 10(d)所示。从图 10(c)和图 10(d)可以看到，$A_{1,1}$ 所对应光斑的形状畸变与图 7(c)和图 7(d)类似。

FBS 1 和 FBS 2 的表面矢高突变可能增大加工难度以及增加透镜的易损性。图 11 和图 12 分别为 FBS 1 和 FBS 2 的表面矢高轮廓线及突变曲线。这里为了展示方便，将分束器的出射面沿 x 轴方向分为 5 个带状子曲面 $A_1,\cdots,A_5$(如 A_1 为子曲面 $A_{1,1}$ 到 $A_{1,5}$ 的总和)。图 11(a)～(c)和图 12(a)～(e)分别为 FBS 1 和 FBS 2 中带状子曲面 $A_1,\cdots,A_5$ 沿 y 轴方向的边缘矢高轮廓线。从图 11(a)和图 12(e)可以看到，FBS 1 和 FBS 2 的表面矢高最大值分别为 10.00 mm 和 11.06 mm。图 11(d)和图 12(f)绘制两透镜相邻曲面之间的矢高突变情况，两个分

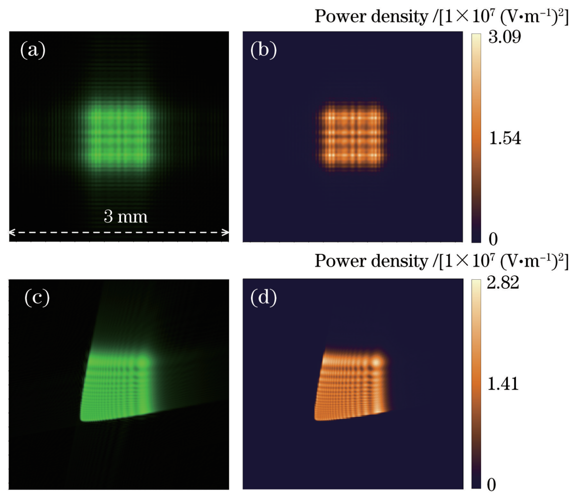

图 10 FBS 2 的物理光学仿真结果。$A_{3,3}$ 的仿真光斑(a)真色，(b)假色；$A_{1,1}$ 的仿真光斑(c)真色，(d)假色

Fig. 10 Physical optical simulation results of FBS 2. Simulated spot of $A_{3,3}$ (a) true color, (b) false color; simulated spot of $A_{1,1}$ (c) true color, (d) false color

束器的最大表面矢高突变值分别为 0.247 mm 和 1.539 mm。与 FBS 2 相比，FBS 1 的最大表面矢高突变值与最大矢高的比值更小，加工难度相应更低。

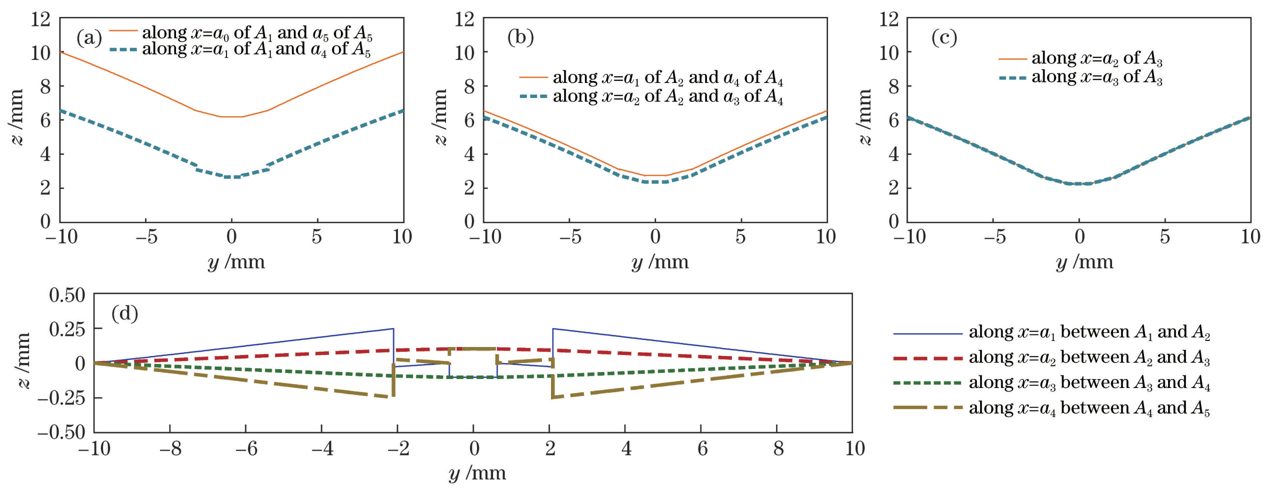

图 11 FBS 1 子曲面的边缘轮廓线及矢高突变曲线。(a) A_1 和 A_5；(b) A_2 和 A_4；(c) A_3；(d)相邻子曲面之间的表面矢高突变曲线

Fig. 11 Edge profiles and sag mutation curves of sub-surfaces of FBS 1. (a) A_1 and A_5; (b) A_2 and A_4; (c) A_3; (d) sag mutation curves between adjacent sub-surfaces

4 结　论

提出一种可以实现任意比例光束分束的自由曲面分束器。基于能量守恒和目标光斑阵列将入射光束辐照度分为相应数量的子区域，采用分离变量光线映射法计算子区域与对应光斑的映射关系，并根据该映射关系使用最小二乘法构造子曲面，将子曲面按照既定顺序进行连接，最终得到自由曲面分束器的出射面。在考虑菲涅耳损耗的情况下，按照几何光学的追迹结果，两个设计实例的 LOR 均高于 89%。该设计方法也可以用于未准直光束，以及用于产生不规则排列的光斑阵列。因输出辐照度的离

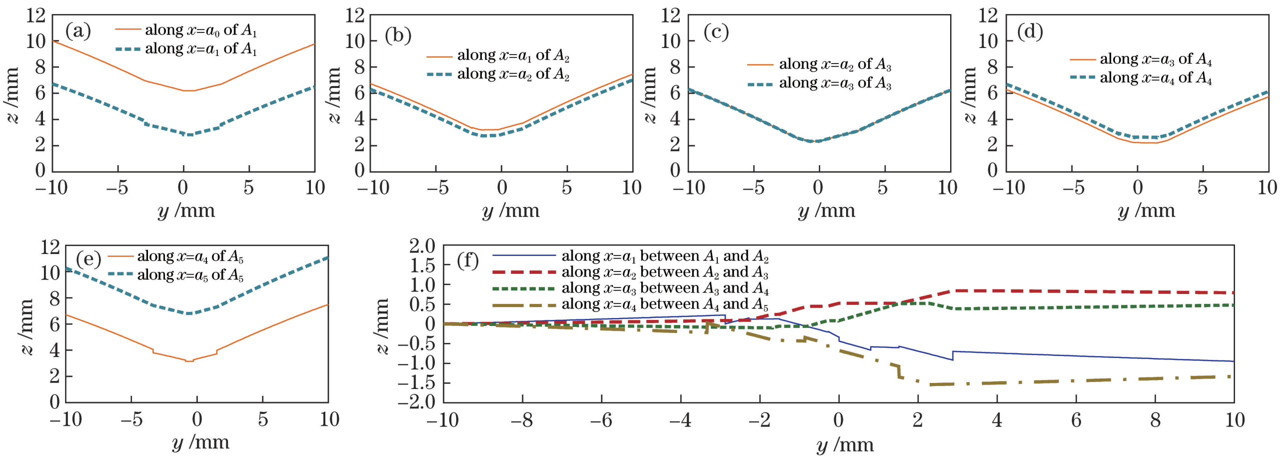

图 12　FBS 2 子曲面的表面矢高轮廓线及突变曲线。(a) A_1；(b) A_2；(c) A_3；(d) A_4；(e) A_5；(f)相邻子曲面之间的表面矢高突变

Fig. 12　Edge profiles and sag mutation curves of sub-surfaces of FBS 2. (a) A_1; (b) A_2; (c) A_3; (d) A_4; (e) A_5; (f) sag mutation curves between adjacent sub-surfaces

散特性及所提方法的固有限制造成出射表面不连续性，给加工带来一定困难，但目前的自由曲面加工水平已经足以应对此类非连续表面[24]。

针对中心子曲面和边缘子曲面的物理光学仿真结果表明，衍射会降低分束光斑的光学性能。需要指出的是，因计算机内存的限制没有对整个分束器进行仿真，认为考虑衍射效应后，出射面的非连续性可能会进一步降低光学性能。如何构建具有连续表面的自由曲面分束器并减弱衍射效应的影响，将是下一步需要解决的问题。

参　考　文　献

[1] Golub M A. Laserbeam splitting by diffractive optics[J]. Optics & Photonics News, 2004, 15(2): 36-41.

[2] Dammann H, Görtler K. High-efficiency in-line multiple imaging by means of multiple phase holograms[J]. Optics Communications, 1971, 3(5): 312-315.

[3] Zhou C H, Liu L R. Numerical study of Dammann array illuminators[J]. Applied Optics, 1995, 34(26): 5961-5969.

[4] Romero L A, Dickey F M. Theory of optimal beam splitting by phase gratings. II. Square and hexagonal gratings[J]. Journal of the Optical Society of America A, 2007, 24(8): 2296-2312.

[5] Miklyaev Y V, Imgrunt W, Pavelyev V S, et al. Novel continuously shaped diffractive optical elements enable high efficiency beam shaping[J]. Proceedings of SPIE, 2010, 7640: 764024.

[6] Miklyaev Y V, Krasnaberski A, Ivanenko M, et al. Efficient diffractive optical elements from glass with continuous surface profiles[J]. Proceedings of SPIE, 2011, 7913: 79130B.

[7] Pacheco S, Milster T, Liang R G. Analysis of grating doublets for achromatic beam-splitting[J]. Optics Express, 2015, 23(17): 22939-22952.

[8] Manela O, Segev M. Nonlinear diffractive optical elements[J]. Optics Express, 2007, 15(17): 10863-10868.

[9] Chen Q, Li G J, Fang L, et al. Design of wide-angle laser beam splitter with sub-wavelength multi-level structure[J]. Chinese Journal of Lasers, 2016, 43(2): 0205006.
陈琪，李国俊，方亮，等．亚波长多台阶结构大角度激光分束器设计[J]．中国激光，2016，43(2)：0205006．

[10] Zhang D, Ren M X, Wu W, et al. Nanoscale beam splitters based on gradient metasurfaces[J]. Optics Letters, 2018, 43(2): 267-270.

[11] Yang B, Cheng H, Chen S Q, et al. Multi-dimensional manipulation of optical field by metasurfaces based on Fourier analysis[J]. Acta Optica Sinica, 2019, 39(1): 0126005.
杨渤，程化，陈树琪，等．基于傅里叶分析的超表面多维光场调控[J]．光学学报，2019，39(1)：0126005．

[12] Wu R M, Feng Z X, Zheng Z R, et al. Design of freeform illumination optics[J]. Laser & Photonics Reviews, 2018, 12(7): 1700310.

[13] Wang L, Qian K Y, Luo Y. Discontinuous free-form lens design for prescribed irradiance[J]. Applied Optics, 2007, 46(18): 3716-3723.

[14] Wu R M, Zheng Z R, Li H F, et al. Freeform lens for off-axis illumination in optical lithography system[J]. Optics Communications, 2011, 284(12): 2662-

2667.
[15] Ma D L, Feng Z X, Liang R G. Deconvolution method in designing freeform lens array for structured light illumination [J]. Applied Optics, 2015, 54(5): 1114-1117.
[16] Zhang Y Q, Wu R M, Zheng Z R. Freeform surface off-axis illumination design with the Monge-Ampère equation method in optical lithography[J]. Applied Optics, 2014, 53(31): 7296-7303.
[17] Maksimovic M. Design and optimization of compact freeform lens array for laser beam splitting: a case study in optimal surface representation[J]. Proceedings of SPIE, 2014, 9131: 913107.
[18] Wu R M, Liu P, Zhang Y Q, et al. A mathematical model of the single freeform surface design for collimated beam shaping[J]. Optics Express, 2013, 21(18): 20974-20989.
[19] Feng Z X, Huang L, Gong M L, et al. Beam shaping system design using double freeform optical surfaces [J]. Optics Express, 2013, 21(12): 14728-14735.
[20] Bruneton A, Bäuerle A, Wester R, et al. Limitations of the ray mapping approach in freeform optics design [J]. Optics Letters, 2013, 38(11): 1945-1947.
[21] Feng Z X, Froese B D, Liang R G. Freeform illumination optics construction following an optimal transport map[J]. Applied Optics, 2016, 55(16): 4301-4306.
[22] Herrmann J. Least-squares wave front errors of minimum norm[J]. Journal of the Optical Society of America, 1980, 70(1): 28-35.
[23] Shealy D L. Optical design of laser beam shaping systems[J]. Proceedings of SPIE, 2002, 4832: 344-358.
[24] Wang K, Liu S, Chen F, et al. Effect of manufacturing defects on optical performance of discontinuous freeform lenses[J]. Optics Express, 2009, 17(7): 5457-5465.