测温系统中数字均值滤波器的不确定度评定

辛世杰^{1,2,3},丁雷^{1,3}*

¹中国科学院上海技术物理研究所,上海 200083; ²中国科学院大学,北京 100049; ³中国科学院红外探测与成像技术重点实验室,上海 200083

摘要 数字均值滤波器在高精度测温系统中可以有效降低噪声,提高信噪比,但也会造成信号的失真,引入不确定度,而采集到的温度信号一般为离散时间序列信号,现有的滤波器评价方法很难量化这种信号带来的失真。为了解决该问题,分析了温度缓变对象的温度变化特性,通过低噪声、高精度测量仪器采集被测物的典型温度信号序列,并由此构建数字均值滤波器的输入序列,从而得到该滤波器在当前输入信号模型下的不确定度,建立了一套评价数字均值滤波器在高精度测温系统中所引入不确定度的方法。对温度稳定条件下的黑体进行测温实验,得到了该黑体的温度波动范围为(30.874±0.002)℃,其温度变化率服从正态分布函数,验证了本文建立的温度特性模型的正确性。使用 Fluke 1595A 测温仪采集典型温度序列,对数字均值滤波器进行了不确定度分析,得到了在不同采样间隔时间、不同滤波器长度条件下,均值滤波器所引入的不确定度。基本解决了数字均值滤波器在高精度测温系统中引入不确定度难以评估的问题。

关键词 测量;温度测量;数字滤波器;数字采样;不确定度;均值滤波器 中图分类号 TH811 **文献标志码** A

doi: 10.3788/AOS202040.1712001

Uncertainty Evaluation of Digital Mean Filter in Temperature Measurement System

Xin Shijie^{1,2,3}, Ding Lei^{1,3*}

¹ Shanghai Institute of Technical Physics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200083, China; ² University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China; Key Laboratory of Infrared System Detection and Imaging Technology, Chinese Academy of Sciences

³ Key Laboratory of Infrared System Detection and Imaging Technology, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200083, China

Abstract Digital mean filter can effectively reduce noise and improve signal-to-noise ratio in high-precision temperature measurement systems, but it will also cause signal distortion and become a source of uncertainty. The collected temperature signal is generally discrete-time series signal, so the existing filter evaluation method is difficult to quantify the distortion caused by this kind of signal. In order to solve this problem, the temperature variation characteristics of the object with slowly varying temperature are analyzed in this work. The typical temperature signal sequence of the measured object is collected by low-noise and high-precision measuring instrument, and then the input sequence of digital mean filter is constructed. A method to evaluate the uncertainty introduced by digital mean filter in high precision temperature conditions are performed. The temperature range of this black-body is $(30.874 \pm 0.002)^{\circ}$, and its rate of the temperature characteristics model. Fluke 1595A thermometer is used to collect typical temperature sequences, and the uncertainty of digital mean filter is analyzed. Under the condition of different sampling intervals and filter lengths, the uncertainty introduced by digital mean filter is analyzed.

Key words measurements; temperature measurements; digital filter; digital sampling; uncertainty; mean filter OCIS codes 120.6780; 120.2440; 280.6780

收稿日期: 2020-04-29; 修回日期: 2020-05-21; 录用日期: 2020-05-29

基金项目:国家重点研发计划(2018YFB0504700)

^{*} **E-mail:** sh_jie@163.com

1引 言

随着空间遥感技术的发展,迫切需要更高技术 指标的光学载荷来解决各种科学问题。然而,光学 载荷的优良性能一般需要高精度的温度测量及温度 控制系统来保障。在高精度温度测量系统中,分析 不确定度的来源是十分必要的工作^[1-3]。在电子学 领域,通常使用恒流源激励的四线制铂电阻来进行 精密测温,其不确定度来源主要有:恒流源的漂移和 噪声、铂电阻的精度和漂移、放大器的增益非线性和 噪声、模数转换器(ADC)的量化误差等^[4-7]。

为了减少测量过程中引入的各种噪声,常对 ADC采集的数据进行数字平均滤波处理,可有效减 小模拟电路的热噪声、散粒噪声及空间电磁场所耦 合的高频干扰等^[8-9]。如 Analog Devices 公司的 LTC2368/LTC2380系列芯片,自带集成型数字平 均滤波器,能对 1~65536 个转换结果进行实时平 均,可将输入信号的动态范围从 101 dB(1.5 MSa/s) 改善至 145 dB(30.5 Sa/s)。

在评定测温系统的不确定度及精度时,通常使 用温漂系数较小的标准电阻或电阻箱来替代某个固 定温度下的铂电阻,从而进行不确定度的分析与计 算[10-11]。但由于其阻值不变,无法评定在实际使用 中系统的数字均值滤波器对微弱温度变化的真实反 映程度。举个简单例子,一个平均数目为4的均值 滤波可减小采集数据中的高斯随机噪声,但如果真 实温度所代表的电压信号在 ADC 的一个采样周期 内变化了10 µV,那么通过该均值滤波器后的系统 输出电压变化了 2.5 µV。显然,此时的输出值与输 入值便存在 7.5 μV 的差值。文献 [12-15] 分别设计 了针对不同目标的高精度温度测量系统,使用了滑 动均值滤波、平均滤波、去极值平均滤波等方法对采 集到的数据进行降噪处理,然而并未考虑到这些降 噪方法对不断变化的温度信号本身所产生的影响。 在对系统进行性能评价时应充分考虑到该情况,但 目前尚未查阅到有文献对数字均值滤波器在精密直 流测量数据处理过程中所引入的失真情况进行量化 分析,更未有基于该情况对数字均值滤波器进行参 数优化的方法。

针对上述问题,本文通过对采集到的温度信号 进行建模分析,使用实验室仪器采集温度信号序列, 通过数字均值滤波器处理得到输出值,在多组实验 结果中收敛得到该输入信号模型下的数字均值滤波 器的不确定度。最终建立了一套评价数字均值滤波 器在测温系统中所引入不确定度的方法,并通过该 方法对 ADC 的采样时间、数字均值滤波器的参数 进行了优化。

2 现有滤波器评价工具的局限性

滤波器的幅频特性分析的是滤波器对频率不同 信号的响应特性^[16-17],而温度测量过程中得到的是 一种离散时间序列信号,对该信号进行 z-变换可得 到温度信号的频谱,再与滤波器幅频特性曲线中对 应频率的幅值响应进行结合,得到温度信号经过滤 波器的真实输出情况,由此可分析出滤波器对温度信 号的影响。然而,温度信号的幅值在一定程度上具有 随机性,导致其频谱无法确定,从而无法通过滤波器 的幅频特性分析得到滤波器对温度信号的影响。

滤波器的单位阶跃响应可对阶跃信号进行分析,用于衡量滤波器的响应时间、响应速度等特性。 下面将说明单位阶跃响应对于温度信号误差分析的 局限性。

图 1 是一个低通滤波器单位阶跃响应的示意 图,设其单位阶跃响应函数为 f(t)。典型温度测量 所采集到的电压数据示意图如图 2 所示,设电压与 时间的对应关系为 u(t)。由于输入到滤波器中的 信号并非恒定,当前时刻的输入相较于上一个时刻 的输入可视为阶跃信号,假定该滤波器在初始时刻 $t_0=0$ 的输入电压与输出电压均为 0,则滤波器在每 个时刻的输出电压应为上一个时刻的输出值与滤波 器对当前阶跃信号的响应值之和,可知滤波器在 t_n 时刻所输出的电压值 $u_{out}(t_n)$ 为

$$\begin{cases} u_{\text{out}}(t_{1}) = u(t_{1}) \times f(t_{1}) \\ u_{\text{out}}(t_{n}) = [u(t_{n}) - u_{\text{out}}(t_{n-1})] \times \\ f(t_{n} - t_{n-1}) + u_{\text{out}}(t_{n-1}), n \ge 2 \end{cases}$$
(1)

那么在 t_n 时刻,滤波器输出值与输入值之间的 误差 $e(t_n)$ 为

$$e(t_n) = u_{\text{out}}(t_n) - u(t_n)_{\circ}$$
⁽²⁾

虽然由(1)式、(2)式得到了滤波器对于温度测量的误差影响,但由于滤波器的单位阶跃响应函数 难以准确描述、滤波器初始输入电压未知以及该误差值为与历史输入相关的迭代函数等因素,导致无 法通过上述公式来获得滤波器的输出值及误差,进 而使得该方法难以在实际应用中定量描述滤波器对 测量结果的误差影响。

综上所述,现有的滤波器评价方法难以对温度 测量所得到的幅值变化的直流信号进行不确定度的 定量分析。











3 数字均值滤波器不确定度评定方法

数字均值滤波器本身是一个确定的系统,给定 其输入,便有唯一确定的输出值与之对应。温度测 量系统所采集到的信号不仅包括测量系统本身存在 的电子学噪声,也包括被测目标的温度波动情况。 而数字均值滤波器在对电子学噪声进行抑制的同 时,也会对被测目标的温度波动情况进行抑制,从而 引入测量的不确定度。所以对该系统的不确定度评 定应根据实际测量对象的信号变化情况,建立合适 的输入信号模型,探讨在该输入模型条件下,数字均 值滤波器的输出值对比输入值的离散性,最终得到 数字均值滤波器在该输入信号模型下的不确定度。

3.1 温度测量系统信号模型的建立

考虑对一个被恒温控制的对象建立测温的系统。由于环境温度的波动、控温器件的精度影响等因素,使得被测目标的温度并非绝对恒定值,而是存在轻微波动,被测物在一段时间内的热量变化Q为

 $Q = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n, \qquad (3)$ 式中: $Q_i(i=1,2,\dots,n)$ 表示环境及控温器件等与

被测物之间的热传导、热辐射及热对流所交换的热量。根据不同分布的中心极限定理可得,被测物在一段时间内的热量变化服从正态分布,由比热容公式可得,单位时间内被测物的温度变化依旧服从正态分布,表示为

$$\frac{\mathrm{d}T(t)}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}Q}{\mathrm{d}t} \frac{1}{c \times m} \sim N(\mu, \sigma^2), \qquad (4)$$

式中:T(t)为在t时刻被测物的温度;c为被测物的 比热容;m为被测物质量; $\frac{dT(t)}{dt}$ 为被测物在t时刻 的温度变化率。由于被测物处于温度缓变状态,在 短时间内可视为温度稳定,易得 $\mu=0$ 。由此得到被 测物在温度相对稳定条件下的温度变化率概率分布 函数,表示为

$$P\left[\frac{\mathrm{d}T(t)}{\mathrm{d}t}\right] = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} \exp\left\{-\left[\frac{\mathrm{d}T(t)}{\mathrm{d}t}\right]^2 \frac{1}{2\sigma^2}\right\} .$$
(5)

该分布函数是被测物及环境的物性参数的表征,反映被测物温度变化的规律,而该温度变化规律 与由于电子器件非理想所导致的电子学噪声 n(t) 共同组成了温度测量系统所采集到的电信号 u(t), 因此可得温度测量系统框图如图 3 所示。







3.2 典型温度信号序列的采集

由于被测物的温度变化信息仅与被测物的物性 参数及环境的物性参数有关,与测温电路无关,这就 意味着可以采用低噪声、高精度的温度测量仪器来对 温度稳定状态下被测物的典型温度信号序列进行采 集,极大可能地降低电路噪声的影响,从而通过该信 号序列对数字均值滤波器进行不确定度的评定及优 化,最终应用到其他高噪声的场景及电路中。数字均 值滤波器不确定度评定方法的应用场景如图4所示。

3.3 数字均值滤波器的不确定度评定算法

设低噪声、高精度的温度测量仪器的采样时间 为 *T*_s,采集到的第 *i* 个温度信号为 *x*[*i*],一般 FIR 滤波器的差分方程可描述为



图 4 数字均值滤波器不确定度评定方法的应用场景 Fig. 4 Application scenarios of uncertainty evaluation method of digital mean filter

$$y[n] = \sum_{k=0}^{M-1} h[k] \times x[n-k].$$
(6)

其系统函数为

$$H(z) = \sum_{k=0}^{M-1} h[k] \times z^{-k}, \qquad (7)$$

式中:M为 FIR 滤波器长度^[18];h[k]为滤波器系数,对于数字均值滤波器而言是定值, $h[k] = \frac{1}{M}$ 。

设典型温度信号序列长度为L,构建第j组采 样间隔时间为 $pT_s, p \in \mathbb{N}^+$ 的数字均值滤波器输入 信号序列 $x_j[k]$ 表示为

 $x_{j}[k] = x[i + p(k-1)], \ k \in \mathbf{N}^{+}, \ k \leq M,$

 $i \in \mathbb{N}^+, i \leq L - p(M+1), p \in \mathbb{N}^+$ 。(8) 将其代入到(6)式中,得到该滤波器的输出值为 y_i 。输出偏差为

$$e(j) = y_j - x_j [M]_{\circ}$$
⁽⁹⁾

由于一组输入序列仅可得到一个输出偏差量, 为了衡量数字均值滤波器的输出量与实际输入量之 间的偏离程度,需构建多组输入信号序列进行重复 取值计算。设重复取值次数为*m*,可得典型温度信 号序列条件下数字均值滤波器输出量与输入量之间 的离散性为

$$s^{2}(y) = \frac{1}{m} \sum_{j=1}^{m} e(j)^{2}$$
. (10)

根据 GB/T 27418-2017 测量不确定度评定和 表示的国家标准,标准不确定度的 A 类评定可根据 统计分析的方法来进行。将滤波器视为一种测量方 法,滤波器输出值的期望值即为输入值,那么在大量 重复取值条件下,方差 s²(y)表征了数字均值滤波 器输出值与输出值的期望值(即输入值)的离散程 度,故方差 s²(y)与标准差 s(y)可用作典型温度信 号序列条件下输出量 y 的不确定度的度量。

4 实验与结果

4.1 黑体温度特性模型验证

对某黑体进行精密控温,采用温度稳定性表现 优良的 Pt100 铂电阻进行温度测量,测量得到的电 压数据由 Fluke 公司的超级精密电阻测温仪 1595A 进行 1 s间隔时间的采集。Fluke 1595A 是超高精 度的电阻测温仪,其测量准确度在典型测温学比例 (0.25~4.0)范围内,可以达到 0.2×10⁻⁶ 甚至更 高,当电阻比在 0.95~1.05 范围内时,1595A 的电 阻比不确定度可以达到 0.06×10⁻⁶。Fluke 1595A 在该实验中可提供 10 μ Ω 的电阻测量精度,这代表 着对该黑体的温度测量精度可达 26 μ C。经换算 后得到该黑体的温度数据如图 5 所示:该黑体的温 度从 30.82 ℃起先下降,后上升至 30.87 ℃处保持 稳定,然后又上升至 30.92 ℃。

取该黑体在 30.874 ℃附近的温度数据,如图 6 所示,可以看出,该黑体的温度在±0.002 ℃范围内 波动。将相邻的两个温度值相减,由于 Fluke 1595A 的采集间隔时间是 1 s,得到在这段时间内的 黑体温度变化率如图 7 所示。

对该温度变化率数据绘制概率分布函数图并进





图 6 该黑体在 30.874 ℃附近的温度数据

Fig. 6 Temperature data of the black body near 30.874 °C





行正态分布函数的拟合,结果如图 8 所示,可以看出,该黑体的温度变化率服从 $\mu = 1.6274 \times 10^{-7}$, $\sigma = 5.5258 \times 10^{-4}$ 的正态分布函数。这印证了本文 理论推导中温度变化率分布函数服从正态函数 $N(\mu, \sigma^2)$ 的正确性。

值得注意的是,黑体温度测量数据拟合出的温 度变化率分布函数中的μ不为零,这是由于在对该 黑体控温时的温度轻微漂移所导致的,在进行数字



body temperature change rate at 30.874 °C and its normal function fitting

均值滤波器的不确定度评定时可以忽略;在温度变 化率接近0值的概率要超过拟合的正态分布函数, 观测其大小接近 Fluke 1595A 测温仪的测温精度, 猜测是由于该测温仪的电子学噪声所导致。

4.2 采集间隔时间为 pT_s长度为 N 的均值滤波器 的不确定度评定

从 Fluke 1595A 测温仪获取到的黑体在 30.874 ℃处的数据作为典型温度信号序列,其采样 间隔时间 $T_s = 1$,根据(8)式构建采集间隔时间为 pT_s 长度为 N 的均值滤波器输入信号序列,得到相 应的输出值,根据偏差公式及数字均值滤波器输出 值与输入值的离散性公式,可得该均值滤波器对实 际输入所引入的测量结果的不确定度关于采集频率 $\frac{1}{pT_s}$ 和均值滤波器长度 N 之间的拟合关系,如图 9 和图 10 所示。

从图 9 可以看出,采样周期时间增加对长度较 短滤波器所带来的不确定度影响不明显,而长度较 长滤波器所带来的不确定度会随着采样周期时间的 增加,数字均值滤波器的不确定度呈对数增加趋势, 达到 0.5 m℃后便趋于平缓,大采样周期时间的滤 波器不确定度依旧会随着滤波器长度的增加而缓慢 增加,而小采样周期时间的滤波器不确定度的增长 速率趋近于零。使用 1 s 的采样周期时间、滤波器 长度为 2 的均值滤波器所带来的不确定度最小,为 0.276 m℃,使用 20 s 的采样周期时间、滤波器长度 为 450 的均值滤波器所带来的不确定度最大,为 0.539 m℃。









图 10 数字均值滤波器所引入的不确定度与滤波器长度 之间的关系

Fig. 10 Relationship between uncertainty caused by digital mean filter and filter length

5 结 论

经实验验证,某黑体的温度变化率服从 μ = 1.6274×10⁻⁷, σ =5.5258×10⁻⁴的正态分布函数, 与本文建立的温度特性模型相符合,该数据通过 Fluke 1595A 超级精密电阻测温仪获得,保证了该 温度特性为黑体的真实温度特性,尽可能减小了电 子学噪声对其的影响。

从均值滤波器不确定度评定实验结果可以看出,不合适的滤波器设计会对该黑体的温度测量带 来最大 0.539 m℃的不确定度,即使是使用采样间 隔时间为 1 s、滤波器长度为 2 的均值滤波器也会带 来 0.276 m℃的不确定度。

本文首先将温度测量系统获取到的电压信号分 解为两个组成部分:被测对象及环境的物性参数所 导致的温度波动、电子学噪声。通过低噪声、高精度 的测量仪器对温度波动的典型信号进行采集,在此 基础上对数字均值滤波器所引入的误差进行不确定 度评估。事实上,通过高精度测量仪器分离信号波 动特性及噪声干扰,构建典型信号序列,进而评定不 确定度是一种评价数字低通滤波器设计优劣的通用 方法。在日益增长的高精度测量要求下,由数字低 通滤波器所带来的不确定度也应被纳入考虑,本文 所提出的评定数字低通滤波器的不确定度方法具有 现实意义。通过这种方法可以进一步指导数字低通 滤波器的参数设计,降低硬件成本,避免浪费性能。

必须要注意的是,由于滤波器的输出结果极大 依赖输入信号序列的情况,这就意味着高精度测量 仪器所采集的信号序列必须具有典型性,否则得到 的所评定滤波器的不确定度结果是不可靠的。

参考文献

 Ye X. Investigation on space cryogenic radiometer used as spectrum radiation standard on-orbit [D].
 Beijing: University of Chinese Academy of Sciences, 2019: 21-25.

叶新.可作为在轨光谱辐射基准的空间低温辐射计研究[D].北京:中国科学院大学,2019:21-25.

 Jiang Y. Research on uncertainty of temperature sensor measurement [J]. Meteorological, Hydrological and Marine Instruments, 2019, 36(4): 81-85.

姜勇. 温度传感器测量不确定度研究[J]. 气象水文 海洋仪器, 2019, 36(4): 81-85.

[3] HuPC, ShiWZ, MeiJT. High precision Ptresistance temperature measurement system [J]. Optics and Precision Engineering, 2014, 22(4): 988-995.
胡鹏程,时玮泽,梅健挺. 高精度铂电阻测温系统

[J]. 光学 精密工程, 2014, 22(4): 988-995.

- [4] Song B Q, Ye X, Yang D, et al. Precise measurement of voltages in space cryogenic radiation temperature system [J]. Optics and Precision Engineering, 2015, 23(7): 1903-1910.
 宋宝奇,叶新,杨东军,等.空间低温辐射计中的精密电压测量系统[J].光学精密工程, 2015, 23(7): 1903-1910.
- [5] Ding J, Zhong Y B, Yu X F, et al. High precision low-drift temperature measurement system based on thermoelectric cooler [J]. Instrument Technique and Sensor, 2018(9): 66-70.
 丁炯,钟银彪,俞雄飞,等.基于半导体控温的高精

J 炯, 钾银彪, 削碟飞, 寺, 基丁丰寺体径温的尚有 密低漂移测温系统[J]. 仪表技术与传感器, 2018 (9): 66-70. [6] He Y F, Cao X T, Liu N N, et al. High precision space optical remote sensor temperature measure circuit based on constant current source[J]. Foreign Electronic Measurement Technology, 2016, 35(6): 76-81.
何云丰,曹小涛,刘南南,等.基于恒流源的高精度 空间光学遥感器测温电路[J]. 国外电子测量技术,

2016, 35(6): 76-81.

- [7] Zhao C F, Bi D C, Jiang L Y, et al. High precision temperature control of optical frequency discriminator and its influence on measurement[J]. Chinese Journal of Lasers, 2018, 45(7): 0704008.
 赵存峰,毕德仓,姜丽媛,等.光学鉴频器的精密温 控及其对测量的影响[J].中国激光, 2018, 45(7): 0704008.
- [8] Iuzzolino R, Palafox L, Kurten Ihlenfeld W G, et al. Design and characterization of a sampling system based on Σ-Δ analog-to-digital converters for electrical metrology [J]. IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement, 2009, 58 (4): 786-790.
- [9] Bramley P, Pickering J R. Better accuracy in temperature calibration and measurement through a new type analog-to-digital converter [J]. Cal Lab Magazine, 2006, 13(4): 21-26.
- [10] Wang X X, Ding Z J, Yang L, et al. A high resolution temperature measurement system designed for deep sea temperature gradient detection [J]. Ocean Technology, 2018, 37(4): 23-28.
 王向鑫,丁忠军,杨磊,等.用于深海温度梯度探测的高分辨力测温系统[J].海洋技术学报, 2018, 37 (4): 23-28.
- [11] Lu A X, Liu P K. Controlled-range and High-resolution Temperature Measurement System Based on Pt1000 [J]. Automation and Instrumentation, 2018, 33(6): 64-68, 91.
 路傲轩,刘品宽.基于 Pt1000 的量程可控高分辨率测温系统[J]. 自动化与仪表, 2018, 33(6): 64-68, 91.
- [12] Jiang L L. Design of temperature detection system

and error analysis [D]. Harbin: Northeast Agricultural University, 2016: 32-33. 江丽丽. 温度检测系统设计与误差分析研究[D]. 哈

[13] Qian Q. Research and development of temperature controlled experimental platform based on the Peltier
[D]. Nanjing: Southeast University, 2015: 24-25.
钱青.基于帕尔贴的温度控制实验平台的研究与开发[D].南京:东南大学, 2015: 24-25.

尔滨:东北农业大学,2016:32-33.

- [14] Shao M Q. Design of SAW temperature measuring system based on DSP [J]. Journal of Shanghai University of Electric Power, 2015, 31(2): 183-186.
 邵明强.基于 DSP 的声表面波温度测量系统设计 [J]. 上海电力学院学报, 2015, 31(2): 183-186.
- [15] Yan X. The research of thermocouple's high precision detection circuit and signal processing method [D]. Hangzhou: China University of Metrology, 2015: 24-26.
 [1鑫. 热电偶高精度检测电路与信号处理方法研究 [D]. 杭州:中国计量学院, 2015: 24-26.
- [16] Ma J Y. Optimization structure for finite word length FIR digital filters [D]. Chongqing: Chongqing University of Posts and Telecommunications, 2019: 37-45.
 马靖怡.有限字长 FIR 数字滤波器优化结构研究
- [D].重庆:重庆邮电大学,2019:37-45.
 [17] Liu F. FIR digital filter design and application [D]. Hangzhou: Zhejiang University of Technology, 2019:33-39.
 刘飞.FIR 数字滤波器设计与应用[D].杭州:浙江 工业大学,2019:33-39.
- [18] Proakis J G, Manolakis D G. Digital signal processing: principles, algorithms, and applications
 [M]. 4th ed. Fang Y M, Liu Y Q, et al. Transl. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2007: 418.

普罗克斯,马诺拉克斯.数字信号处理——原理、算法与应用[M].4版.方艳梅,刘永清,等,译.北 京:电子工业出版社,2007:418.