大口径衍射光学系统成像特性分析方法

智喜洋1,江世凯1,乔凯2*,王达伟1,牛锐泽1,李允1

¹哈尔滨工业大学空间光学工程研究中心,黑龙江 哈尔滨 150001; ²北京跟踪与通信技术研究所,北京 100094

摘要 针对可见光与红外大口径薄膜衍射光学系统在空间上应用的可行性问题,提出基于二维时域有限差分法的 大口径衍射光学成像特性的仿真模型与快速分析的计算方法。首先充分考虑大口径衍射光学元件的亚波长微结 构尺寸的电磁场调制特性,建立亚波长结构尺寸的衍射光学系统成像特性分析模型;然后通过矢量化编程和 GPU 加速运算提出快速求解方法,有效解决由矢量计算所致计算量庞大的问题;最后利用建立的成像特性分析方法对 大口径衍射光学系统进行成像特性分析实验。实验结果表明:该方法可在有效表征亚波长微结构衍射光学系统成 像特性的基础上,实现衍射光学元件成像特性的快速分析。

关键词 衍射;成像特性;矢量衍射理论;衍射效率;矢量化加速 中图分类号 O439 文献标志码 A

doi: 10.3788/AOS202040.1705002

Imaging Characteristic Analysis Method for Large-Aperture Diffractive Optical System

Zhi Xiyang¹, Jiang Shikai¹, Qiao Kai^{2*}, Wang Dawei¹, Niu Ruize¹, Li Yun¹ ¹Research Center for Space Optical Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin, Heilongjiang 150001, China;

² Beijing Institute of Tracking and Telecommunications Technology, Beijing 100094, China

Abstract In this paper, aiming at the feasibility of the visible and infrared large-aperture membrane diffractive optical systems in space application, we present a simulation model and fast analysis and calculation method of large-aperture diffraction optical imaging characteristics based on the two-dimensional finite difference time domain. First, we fully consider the electromagnetic field modulation characteristics of the subwavelength microstructure size of the large-aperture diffractive optical element, and establish the imaging characteristics analysis model of the subwavelength structure size diffractive optical system. Then, through vectorization programming and GPU acceleration calculation, we propose a fast simulation calculation method to solve the problem caused by vector calculation. Finally, we take a large-aperture diffractive optical system as an example and verified the imaging characteristics using the established imaging characteristics analysis method. Experimental results reveal that the proposed method can effectively characterize the imaging characteristics of the subwavelength microstructure diffractive optical system, and realize a rapid analysis of the imaging performance of diffractive optical elements. **Key words** diffraction; imaging characteristics; vector diffraction theory; diffraction efficiency; vectorization

acceleration

OCIS codes 050.1965; 100.5070; 010.7350

1 引 言

地球静止轨道光学遥感卫星具有广域覆盖、定 点监视和高时间分辨率等优势,可以不间断地获取 特定区域中高成像质量军、民用目标及其突发事态, 对我国的战略意义不言而喻。因此亟需空间光学载 荷同时满足口径大、重量轻、易制造和成本低等特 点^[1]。利用衍射光学成像技术在薄膜材料表面加工 的衍射光学微结构上对地面场景进行成像,有利于 满足静止轨道载荷的超大口径与超轻量化的需求。

收稿日期: 2020-04-02; 修回日期: 2020-04-16; 录用日期: 2020-05-29

基金项目: 国家自然科学基金(61975043)

^{*} E-mail: qk_lucky@sohu.com

此外,衍射成像对主镜面形精度的要求较低,极大降低了研制成本,为薄膜衍射成像技术的空间应用提供可行性^[2-4],现已成为未来地球静止轨道超大口径光学载荷的研究热点。

与折/反式光学系统相比,衍射光学系统的成像 特性更复杂,尤其是大口径系统,其传递函数值和衍 射效率不仅低而且存在严重的空间变化特性^[5-7]。 美国国防高级研究计划局在开展的"薄膜型光学即 时成像器"(MOIRE)项目中研制出了口径为 800 mm的薄膜衍射光学透镜,从地面成像的测试 结果来看,系统的图像质量退化较严重,且衍射效率 仅达到了55%^[8]。国内受制于现有光学元件的加 工能力,目前仍缺少大口径衍射光学系统的实 物^[9-10],因此有必要对成像质量开展仿真建模研究。 然而,目前该方面的研究仅有零星报道^[11-12],且都是 对标量衍射理论进行特性分析,仅适用于较小口径 的衍射光学元件、表面结构尺度大于波长的情况,无 法应用于大口径衍射光学系统成像特性的分析。

本文从衍射光学成像机理出发,根据严格的矢 量衍射理论,建立基于衍射光学系统成像特性的表 征模型。针对矢量衍射理论在分析时需要对衍射元 件进行大规模采样,导致计算复杂和运算数据量极 大等问题,研究一种快速求解的工程应用方法,并将 实际大口径衍射光学系统作为应用实例以开展成像 特性的分析实验。

2 基于矢量衍射理论的衍射光学系统 成像特性分析方法

对于衍射光学系统而言,衍射效率是评估其成 像质量的重要参量之一,因此根据矢量衍射理论来 建立衍射效率影响下的表征模型,从而为衍射光学 系统成像特性的分析与优化提供技术支撑。

2.1 衍射光学系统成像特性的表征模型

考虑到衍射光学系统,仅设计级次的光波能够 在焦面上进行理想成像,非设计级次的光波会造成 杂散辐射,导致成像系统的传递函数退化。为了方 便描述,设计与非设计级次的相关参量分别利用下 标"1"和"BG"来表示。不考虑杂散辐射的情况,衍 射系统的光瞳函数可表示为

$$P(u,v) = t_1(u,v) \exp[jkW_1(u,v)/n'] +$$

 $t_{BG}(u,v)\exp[jkW_{BG}(u,v)/n'],$ (1) 式中:k 为波数,k=2 $\pi/\lambda,\lambda$ 为波长;P(•)为光瞳函数;(u,v)为成像表示的视场角; $t_1(\cdot)$ 与 $t_{BG}(\cdot)$ 为设计与非设计级次衍射系统主镜的透过率函数;W(•) 为各衍射级次位相函数;n'为像方折射率,此时 n'=1;j表示虚数。系统的冲击响应可表示为

$$\begin{split} h_1(x,y) &= \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} t_1(u,v) \exp[jkW_1(u,v)] \times \\ &\exp[-j2\pi(xu+yv)/\lambda R] \mathrm{d}u \, \mathrm{d}v/\lambda R \,, \end{split}$$
(2)

 $h_{\rm BG}(x,y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} t_{\rm EG}(u,v) \exp[jkW_{\rm EG}(u,v)] \times \exp[-j2\pi(xu+yv)/\lambda R] du dv/\lambda R, \quad (3)$

式中:*R* 为参考球面波的半径;(*x*,*y*)为平面坐标; *h*(•)为系统的冲击响应。系统的点扩展函数(PSF) 可表示为

$$I(x,y) = |h_1(x,y)|^2 + |h_{BG}(x,y)|^2 +$$

 $h_1^*(x,y)h_{BG}(x,y) + h_1(x,y)h_{BG}^*(x,y),$ (4) 式中:*为相应函数的复共轭。 $h_1(x,y) = h_{BG}(x,y)$ 在重叠区域中取值很小,所以(4)式后两项可以舍 弃,则系统的 PSF 可表示为

 $I(x,y) = |h_1(x,y)|^2 + |h_{BG}(x,y)|^2, \quad (5)$ 归一化后可表示为

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |h_{1}^{1}(x,y)|^{2} dx dy + \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |h_{BG}^{1}(x,y)|^{2} dx dy = 1, \qquad (6)$$

其中

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |h_1^1(x,y)|^2 dx dy =$$
$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} |h_1(x,y)|^2 dx dy / A_{\text{pupil}}, \qquad (7)$$

式中:A_{pupil}为出瞳面积;上标1为相关参量的归一 化结果。对光瞳函数进行傅里叶变换可以得到 h₁(x,y),因此光学系统与衍射主镜元件之间的衍 射效率关系可表示为

$$\eta_{\text{system}} = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \eta_{\text{element}}(u, v) \,\mathrm{d}u \,\mathrm{d}v / A_{\text{pupil}}, \quad (8)$$

式中: η_{system} 和 η_{element} 分别为光学系统和衍射主镜元 件的衍射效率。当(u,v)处于系统视场外时, $\eta_{\text{element}}(u,v) \equiv 0$ 。光学系统的衍射效率可表示为

$$\eta_{\text{system}} = \int_{0}^{2\pi} \int_{0}^{a} |E_{\text{focal}}|^{2} dr d\theta / \int_{0}^{2\pi} \int_{0}^{D/2} |E_{\text{inc}}|^{2} dr d\theta,$$
(9)

式中: E_{inc} 和 E_{focal} 分别为进入光学系统的总能量和 焦面能量;D为入瞳直径;a为艾里斑的半径;r和 θ 分别为极坐标系中的半径和角度。由(9)式可知,分 析焦面的能量分布可以得到光学系统的衍射效率。 光学系统的衍射效率与衍射主镜元件近似相等,可 表示为

$$\eta_{\rm system} \approx \eta_{\rm element \circ}$$
 (10)

大口径衍射光学系统中主镜表面的结构尺度为 亚波长量级,不连续边界上电磁场各分量间的耦合 作用在分析计算时已不能忽略,则必须根据严格的 矢量电磁理论来研究大口径衍射光学系统成像特性 分析方法。

矢量衍射理论中,电磁波的时空分布规律可用 麦克斯韦方程组来描述^[13]。推导可得电磁波的亥 姆霍兹方程为

$$\nabla \times \nabla \times \boldsymbol{E} - k^2 \boldsymbol{E} = -j\omega\mu \boldsymbol{J} - \nabla \times \boldsymbol{J}^{\mathrm{m}},$$
 (11)

 $\nabla \times \nabla \times H - k^2 H = -j\omega \epsilon J^m + \nabla \times J$, (12) 式中: $E \ \pi H \ D$ 别为电场和磁场强度; ω 为角频 率; ϵ 为介电常数; μ 为磁导率; $J \ \pi J^m \ D$ 别为电 流和磁流的分量; ∇ 为求偏导。设R = r - r', 其模 值为R, 其中 $r \ \pi r'$ D别为空间观察点和封闭曲面 上点的位移矢量。在矢量的条件下, 基尔霍夫衍 射公式为^[14]

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) = \frac{1}{4\pi} \oint_{S} \left\{ \left[\frac{\exp(-jkR)}{R} \right] \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{n}} \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}') - \boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}') \times \frac{\partial}{\partial \boldsymbol{n}} \left[\frac{\exp(-jkR)}{R} \right] \right\} dS, \qquad (13)$$

式中:S为任意封闭的曲面;E(r)为衍射场中任意 一点的入射能量分布;E(r')为S上的入射能量分 布;n为法向量。对(14)式进行化简与推导可得到 直角坐标系下各方向的电场分量,表达式为

$$\boldsymbol{E}_{x}(\boldsymbol{r}) = -\frac{1}{2\pi} \oint_{S} \boldsymbol{E}_{x}(\boldsymbol{r}',0) \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{\exp(-jkR)}{\boldsymbol{R}} \right] dS,$$
(14)

$$\boldsymbol{E}_{y}(\boldsymbol{r}) = -\frac{1}{2\pi} \bigoplus_{S} \boldsymbol{E}_{y}(\boldsymbol{r}', 0) \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{\exp(-jkR)}{\boldsymbol{R}} \right] dS,$$
(15)

$$\boldsymbol{E}_{z}(\boldsymbol{r}) = -\frac{1}{2\pi} \oint_{S} \left\{ \boldsymbol{E}_{x}(\boldsymbol{r}',0) \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{\exp(-jkR)}{R} \right] + \boldsymbol{E}_{y}(\boldsymbol{r}',0) \frac{\partial}{\partial z} \left[\frac{\exp(-jkR)}{R} \right] \right\} dS, \quad (16)$$

式中: E_x 、 E_y 、 E_z 分别为x、y、z三个方向的电场强 度分量。利用(14)~(16)式可精确解算衍射场内任 意位置的电场分布,利用(9)式可计算光学系统的衍 射效率。

衍射光学系统的光学传递函数(OTF),即对 PSF进行傅里叶变换,由设计级次与非设计级次两 部分组成,表达式为

$$x_{\text{OTF}}(f_x, f_y) = x_{\text{OTF,1}}(f_x, f_y) + x_{\text{OTF,BG}}(f_x, f_y),$$
(17)

式中: f_x 、 f_y 分别为x、y方向的空间频率。非设计

级次的能量可近似看作均匀分布,对 OTF 的影响 主要表现在零频附近,可采用脉冲函数对其进行描述,表达式为

$$x_{\text{OTF}}(f_x, f_y) = \frac{1}{A_{\text{pupil}}} \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} P_1(u, v) \otimes P_1(u, v) \, \mathrm{d}u \, \mathrm{d}v + (1 - \eta_{\text{system}}) \delta(x) \delta(y), \quad (18)$$

式中:⊗为相关运算;δ(•)为脉冲函数。(18)式即为 衍射效率影响下的衍射光学系统 OTF 分析模型。

2.2 衍射光学系统成像特性分析方法

在 2.1 节系统成像特性表征模型的基础上,利 用时域有限差分(FDTD)^[15-16]法对衍射光学系统焦 平面的电磁场分布进行数值计算。衍射光学元件具 有回转对称结构,所以可以对二维衍射光学元件进 行降维表征,沿子午或弧矢方向剖解主镜,得到主镜 的二维结构,如图 1 所示。采用二维 FDTD 法对二 维衍射光学元件的结构进行解算,极大地减少运 算量。



图 1 衍射主镜在不同方向的剖分示意图。 (a)子午方向;(b)弧矢方向



实验以 TM 模式(在波导中,磁场的纵向分量 为零,电场的纵向分量不为零的传播模式)为例,当 进行 FDTD 仿真运算时,即 $E_x = E_y = 0$ 。对于二维 衍射光学元件,有 $\partial/\partial z = 0$,则 TM 模式下麦克斯韦 旋度方程在直角坐标系中的展开方程为

$$\begin{cases} \frac{\partial \boldsymbol{E}_{z}}{\partial y} = -\mu \frac{\partial \boldsymbol{H}_{x}}{\partial t} - \sigma_{\mathrm{m}} \boldsymbol{H}_{x} \\ \frac{\partial \boldsymbol{E}_{z}}{\partial x} = \mu \frac{\partial \boldsymbol{H}_{y}}{\partial t} + \sigma_{\mathrm{m}} \boldsymbol{H}_{y} , \qquad (19) \\ \frac{\partial \boldsymbol{H}_{y}}{\partial x} - \frac{\partial \boldsymbol{H}_{x}}{\partial y} = \varepsilon \frac{\partial \boldsymbol{E}_{z}}{\partial t} + \sigma_{\mathrm{e}} \boldsymbol{E}_{z} \end{cases}$$

式中: σ_e 为电导率; σ_m 为等效磁阻率; H_x 、 H_y 、 H_z 为磁场强度的三个直角分量;t为时刻。

采用图 2 的 Yee 氏空间网格划分方法将(19) 式转化为差分形式,可得到改进的电磁分量更新方





程,表达式为

$$H_{x}^{n+1/2}(i,j+1/2) = C_{P}(i,j)H_{x}^{n-1/2}(i,j+1/2) - C_{Q}(i,j)\frac{E_{z}^{n}(i,j+1) - E_{z}^{n}(i,j)}{2}, \quad (20)$$

$$H_{y}^{n+1/2}(i+1/2,j) = C_{P}(i,j)H_{x}^{n-1/2}(i+1/2,j) +$$

$$C_{\mathsf{Q}}(i,j) \frac{\boldsymbol{E}_{z}^{*}(i+1,j) - \boldsymbol{E}_{z}^{*}(i,j)}{\Delta x}, \quad (21)$$

$$E_{z}^{n+1}(i,j) = C_{A}(i,j)E_{z}^{n}(i,j) + C_{B}(i,j)\left[\frac{H_{y}^{n+1/2}(i+1/2,j) - H_{y}^{n+1/2}(i-1/2,j)}{\Delta x} - \frac{H_{x}^{n+1/2}(i,j+1/2) - H_{x}^{n+1/2}(i,j-1/2)}{\Delta y}\right],$$
(22)

式中:n 为时间步长的个数; Δx 、 Δy 和i、j 分别为 x、y 方向的空间步长和网格个数。其中中间变量可 表示为

$$C_{\rm A}(i,j) = \frac{2\varepsilon(i,j) - \sigma_{\rm e}(i,j)\Delta t}{2\varepsilon(i,j) + \sigma_{\rm e}(i,j)\Delta t}, \qquad (23)$$

$$C_{\rm B}(i,j) = \frac{2\Delta t}{2\varepsilon(i,j) + \sigma_{\rm e}(i,j)\Delta t}, \qquad (24)$$

$$C_{\mathrm{p}}(i,j) = \frac{2\mu(i,j) - \sigma_{\mathrm{m}}(i,j)\Delta t}{2\mu(i,j) + \sigma_{\mathrm{m}}(i,j)\Delta t}, \quad (25)$$

$$C_{\rm Q}(i,j) = \frac{2\Delta t}{2\mu(i,j) + \sigma_{\rm m}(i,j)\Delta t}, \quad (26)$$

式中:Δt 为时间步长。根据电磁场更新方程可以求 得近场中任意时刻、任意位置电磁场的数值解,然后 根据标量衍射理论远场传播可以计算得到像面上的 电场分布,进而计算系统的衍射效率,表达式为

$$\eta_{\text{system}} = \frac{\sum_{b_n=0}^{M_1} |\boldsymbol{E}_z(\boldsymbol{b}_n)|^2 \cdot \Delta r}{\sum_{b_n=0}^{M_2} |\boldsymbol{E}_z(\boldsymbol{b}_n)|^2 \cdot \Delta r}, \qquad (27)$$

式中:b_n为采样点序号; Δr 为相邻采样点的间隔;

 M_1 和 M_2 分别为艾里斑内部和整个像面中采样点的数量。

3 衍射光学系统成像特性分析方法的 快速求解方法

根据矢量衍射理论对大口径衍射光学系统成像 特性进行分析会产生大量的浮点运算,计算效率极 低。针对上述问题,实验设计基于 GPU 计算架构 的快速求解方法,将基于 FDTD 算法的成像特性分 析过程转变为并行的流式数据计算过程,同时结合 矢量化编程,提高 FDTD 算法的电磁场分量更新循 环过程中显式索引求址操作的效率,以实现衍射光 学系统成像特性的快速求解。具体方法的实现流程 如图 3 所示,其中 N 表示最大迭代次数。

3.1 基于 GPU 计算架构的求解算法

FDTD 一个时间步的迭代计算过程中,空间内 所有点的电场分量和磁场分量是先后分别计算的。 由于某点的电磁场分量仅取决于上一时刻该点及其 相邻点的电磁场值,即单次迭代过程中各点间场值 的计算是互不干扰的。针对此特性,实验基于 GPU 计算架构采用空间分区、时间分段的方式对成像特 性分析算法进行并行运算后,将计算结果返回 CPU 内存,从而有效提高 FDTD 方法的计算效率。

以 E_z 的更新过程为例给出迭代计算过程,其 他分量同理。设 E_z 、 H_x 在 CPU 中的电、磁场分量 分别是 e_z 、 h_x ; d_y 与 d_z 分别为沿 y、z方向的网格 长度。则 CPU 中 h_x 、 e_z 的更新方程为(h_y 的更新 方程与 h_x 相同)

$$h_{x}(1:e_{nd},1:e_{nd}-1) = C_{hxh}(1:e_{nd},1:e_{nd}-1). * h_{x}(1:e_{nd},1:e_{nd}-1) - C_{hxe}(1:e_{nd},1:e_{nd}-1). * [e_{z}(1:e_{nd},2:e_{nd}) - e_{z}(1:e_{nd},1:e_{nd}-1)],$$
(28)

$$e_{z}(1:e_{nd}-1,1:e_{nd}-1) = C_{eze}(1:e_{nd}-1,1:e_{nd}-1) + C_{eze}(1:e_{nd}-1,1:e_{nd}-1) + \langle [h_{y}(2:e_{nd},1:e_{nd}-1) - h_{y}(1:e_{nd}-1,1:e_{nd}-1)] - h_{x}(1:e_{nd}-1,2:e_{nd}) - h_{x}(1:e_{nd}-1,1:e_{nd}-1)] \rangle,$$

$$(29)$$

式中:*e*_{nd} 为数组或矩阵索引的末位;".*"为矩阵或 向量对应位置相乘操作。其中中间变量定义为

$$C_{\rm hxh} = \frac{2\mu - \sigma_{\rm m} \cdot \Delta t}{2\mu + \sigma_{\rm m} \cdot \Delta t}, \qquad (30)$$



图 3 所提方法的流程图



$$C_{\rm hxe} = \frac{2d_{\rm deltat}}{2\mu + \sigma_{\rm m} \cdot d_{\rm deltat}} \cdot \frac{1}{d_y}, \qquad (31)$$

$$C_{\rm ezc} = \frac{2\varepsilon - \sigma_{\rm m} \cdot \Delta t}{2\varepsilon + \sigma_{\rm m} \cdot \Delta t}, \qquad (32)$$

$$C_{\rm ezh} = \frac{2\Delta t}{2\varepsilon + \sigma_{\rm m} \cdot \Delta t} \cdot \frac{1}{d_z} \,. \tag{33}$$

然后将更新方程中的参数传递至 GPU,设 C_{HXH} 、 C_{HXE} 、 C_{EZE} 、 C_{EZH} 分别表示中间变量 C_{hxh} 、 C_{hxe} 、 C_{eze} 、 C_{ezh} 在 GPU 中相应的数据存储矩阵,则 GPU 中运算电场分量 E_z 的更新方程为

$$H_{x}(1:e_{nd},1:e_{nd}-1) =$$

$$C_{HXH}(1:e_{nd},1:e_{nd}-1). * H_{x}(1:e_{nd},1:e_{nd}-1) -$$

$$C_{HXE}(1:e_{nd},1:e_{nd}-1). * [E_{z}(1:e_{nd},2:e_{nd}) -$$

$$E_{z}(1:e_{nd},1:e_{nd}-1)], \qquad (34)$$

$$E_{z}(1:e_{nd}-1,1:e_{nd}-1) = C_{EZE}(1:e_{nd}-1,1:e_{nd}-1).*$$

$$\{[H_{y}(2:e_{nd},1:e_{nd}-1) - H_{y}(1:e_{nd}-1,1:e_{nd}-1)] -$$

$$[H_{x}(1:e_{nd}-1,2:e_{nd}) - H_{x}(1:e_{nd}-1,1:e_{nd}-1)]\}, \qquad (35)$$

在 GUP 中完成更新后,将计算结果返回至 CPU,即可得到所求的电场分布。

3.2 基于数据矢量化的求解算法

考虑到数组或矩阵的运算过程,采用矢量化运算的方式对全部元素同时进行运算,能够进一步提 高运算效率。实验基于矢量化运算对更新方程 (33)式和(34)式进行优化,首先将 e_z矩阵与零向量 进行级联来构造补零矩阵,即

h

$$\boldsymbol{a} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{e}_z & \boldsymbol{0} \end{bmatrix}, \qquad (36)$$

$$= \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \boldsymbol{e}_z \end{bmatrix}, \qquad (37)$$

以实现错列相减的效果。进而可得到矢量化加速优 化后 h, 的更新方程,即

$$\boldsymbol{h}_{x} = \boldsymbol{C}_{\text{hxh.}} * \boldsymbol{h}_{x} - \boldsymbol{C}_{\text{hxe.}} * (\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b})_{\circ} \qquad (38)$$

设 A、B 分别为 a、b 在 GPU 中相应的数据存储矩阵,则 GPU 框架下相应的矢量化电磁场更新 方程为

 $H_x = C_{\text{HXH}} * H_x - C_{\text{HXE}} * (A - B)$ 。 (39) 同理,定义补零矩阵 $c \, \langle d \, \rangle g \, \langle k \, \rangle$

$$\boldsymbol{c} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{h}_{y} & \boldsymbol{0} \end{bmatrix}, \qquad (40)$$

$$\boldsymbol{d} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{0} & \boldsymbol{h}_{\mathrm{H}} \end{bmatrix}, \qquad (41)$$

$$\boldsymbol{g} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{h} & \boldsymbol{0} \end{bmatrix}, \quad (42)$$

$$\boldsymbol{k} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{0} & \boldsymbol{h}_{x} \end{bmatrix}, \tag{43}$$

则矢量化的 e_z 分量的更新方程为

$$\boldsymbol{e}_{z} = \boldsymbol{C}_{\text{eze.}} * \boldsymbol{e}_{z} - \boldsymbol{C}_{\text{ezh.}} * [(\boldsymbol{c} - \boldsymbol{d}) - (\boldsymbol{g} - \boldsymbol{k})]_{\circ}$$

$$(44)$$

 $\boldsymbol{E}_{z} = \boldsymbol{C}_{\text{EZE}} \cdot \boldsymbol{E}_{z} - \boldsymbol{C}_{\text{EZH}} \cdot \boldsymbol{E}_{(\boldsymbol{C} - \boldsymbol{D})} - (\boldsymbol{G} - \boldsymbol{K})],$ (45)

式中: $C \ D \ G \ K \ b \ c \ d \ g \ k \ c \ GPU$ 中相应的数 据存储矩阵。

4 实验验证与分析

以图 4 的大口径衍射光学系统为例,围绕提出

的衍射成像特性快速分析方法开展实验。首先利用 光学系统软件来设计系统的结构及参数,并获取不 考虑衍射效率影响的系统来设计调制传递函数 (MTF);然后利用提出的快速分析方法来计算衍射 光学系统在多波长、多视场条件下的衍射效率,进而 分析衍射光学系统的 MTF 特性;最后,对比分析算 法加速前后的计算效率。



图 4 衍射光学系统的结构示意图

Fig. 4 Structural diagram of diffractive optical system

大口径衍射光学系统的主要设计指标与设计参 数如表1所示。

表 1 衍射光学系统的设计参数

Table 1 Design parameters of diffractive optical system

Parameter	Value
Focal length /m	10
Aperture /m	2
Field /(°)	\pm 0.2
Wavelength $/\mu m$	0.5

采用提出的快速分析方法计算系统的衍射效 率,然后基于衍射效率影响下的 MTF 表征模型来 修正衍射光学系统的 MTF,从而得到最终的分析结 果。系统中心视场(0°视场)的 MTF 变化曲线如 图 5 所示。





从图 5 可以看到, 衍射效率直接影响系统的 MTF,造成成像质量下降。当以设计的波长入射 时, 衍射光学系统中心视场实际的 MTF 值降低至 理想的 81.8%。图 6 为其他成像条件(不同波长、 入射角)下的 MTF 分析结果。



图 6 不同波长和视场下的 MTF 分析结果。(a) 0.49 μm, 0°; (b) 0.47 μm, 0°; (c) 0.5 μm, 0.1°; (d) 0.5 μm, 0.2° Fig. 6 MTF analysis results at different wavelengths and fields of view. (a) 0.49 μm, 0°; (b) 0.47 μm, 0°; (c) 0.5 μm, 0.1°; (d) 0.5 μm, 0.2°

从图 6 可以看到, 衍射光学系统的成像质量受 入射波长的影响较大, 在宽谱段难以成像, 当入射波 长为 0.49 μ m(与设计波长相差 0.01 μ m)时, 系统 实际的 MTF 值降低至理想的 77.4%; 当入射波长 为 0.47 μ m(与设计波长相差 0.03 μ m)时, 系统实 际的 MTF 值降低至理想的 66.7%。同时, 衍射光 学系统的成像特性受入射视场角的影响较大, 当视 场角为 0.2°时, 系统的 MTF 值下降严重, 降低至理 想的 62.2%。

最后,设计多个不同口径的光学系统来验证快 速分析方法的计算效率,表 2 为其中三个不同口径 的衍射光学系统的参数,图 7 为采用矢量化编程的 快速求解方法前后的运算速度对比。其中横坐标为 网格规模的大小,纵坐标为数据的吞吐量。随着网 格规模的增加,提出的快速求解方法的运算速度明 显提高,但受到硬件计算资源的限制,运算速度会逐 渐趋于饱和,实验中峰值处的速度约为 252 × 10⁶ s⁻¹,计算效率可提高 10 倍以上。

表 2 衍射光学元件的口径与网格规模的大小 Table 2 Aperture of diffractive optical element and size of grid scale





5 结 论

针对大口径衍射光学成像系统的空间应用需 求,首先根据矢量衍射理论建立亚波长特征尺寸的 衍射光学系统成像特性分析模型;然后根据严格的 电磁分量耦合条件,并结合 GPU 加速以及数据矢 量化等加速策略,提出基于二维 FDTD 的衍射光学 系统成像特性快速分析方法;最后利用该方法分析 大口径衍射光学系统的成像特性。实验结果表明: 对于大口径衍射光学系统而言,衍射效率对衍射光 学系统成像特性的影响不可忽略,且其影响程度受 入射波长和视场的影响较大,当入射波长偏离设计 的波长或视场角增大时,均会进一步降低系统的衍 射效率,造成 MTF 的严重退化。提出的模型可有 效精细表征亚波长特征尺寸衍射光学系统的成像特 性,能够实现大口径衍射光学系统成像特性的快速 分析,计算效率可提高 10 倍以上,可支撑大口径薄 膜衍射光学系统的成像质量分析及工程应用。后续 研究将进一步结合面样机的实测数据开展成像特性 分析模型的验证与优化,为大口径薄膜衍射光学系 统的设计和像质处理的提升提供理论指导。

参考文献

- [1] Business Wire. Satellite-based earth observation market prospects to 2026 [EB/OL]. (2017-12-19) [2020-04-01]. https: //www.businesswire.com/news/home/ 20171219006127/en/.
- [2] Guo R Z, Hu F, Tang X M. Research on internationalization development strategy of high resolution satellite remote sensing industry[J]. China Soft Science, 2018(11): 1-9.
 郭仁忠,胡芬,唐新明.高分辨率卫星遥感产业国际 化发展思路研究[J].中国软科学, 2018(11): 1-9.
- [3] Liu T. Development of space-based diffraction imaging system and related technologies [J]. Space International, 2014(8): 46-52.
 刘韬. 天基衍射成像系统及相关技术发展研究[J]. 国际太空, 2014(8): 46-52.
- [4] Zhang S Q, Wang Y Q, Zhi X Y. A novel design of membrane mirror with small deformation and imaging performance analysis in infrared system[J]. Infrared Physics & Technology, 2017, 82: 170-177.
- [5] Piao M X, Cui Q F, Zhang B, et al. Optimization method of multilayer diffractive optical elements with consideration of ambient temperature [J]. Applied Optics, 2018, 57(30): 8861-8869.
- [6] Jiang S K, Zhi X Y, Dong Y, et al. Inversion restoration for space diffractive membrane imaging system[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2020, 125: 105863.
- [7] Qiao K, Zhi X Y, Yang D, et al. Wavefront reconstruction error analysis method for diffraction optical system[J]. Acta Optica Sinica, 2019, 39(11): 1105002.

乔凯,智喜洋,杨冬,等.衍射光学系统波前反演误 差分析方法[J].光学学报,2019,39(11):1105002.

- [8] Domber J L, Atcheson P D, Kommers J. MOIRE: ground test bed results for a large membrane telescope[C]//Spacecraft Structures Conference, January 13-17, 2014, National Harbor, Maryland. Reston: AIAA, 2014: 1510.
- [9] Zhang Y, Jiao J C, Wang B H, et al. Transmissive diffractive membrane optic for large aperture lightweight optical telescope[J]. Proceedings of SPIE, 2015, 9622: 96220G.
- [10] Liu D, Wu S B, Yang W, et al. Effects of maskalignment error on point spread function for multilevel Fresnel diffractive lenses[J]. Chinese Optics Letters, 2018, 16(9): 090501.
- [11] Wang D W, Zhi X Y, Zhang W, et al. Influence of ambient temperature on the modulation transfer function of an infrared membrane diffraction optical system[J]. Applied Optics, 2018, 57(30): 9096-9105.
- [12] Zhi X Y, Jiang S K, Zhang W, et al. Image degradation characteristics and restoration based on

regularization for diffractive imaging[J]. Infrared Physics & Technology, 2017, 86: 226-238.

- [13] Dyson F J. Feynman's proof of the Maxwell equations [J]. American Journal of Physics, 1990, 58(3): 209-211.
- [14] Liu C X, Cheng C F, Ren X R, et al. Green function method for the numerical calculations of pinhole diffraction and near-field light scattering [J]. Acta Optica Sinica, 2004, 24(2): 145-151.
 刘春香,程传福,任小荣,等.小孔衍射和近场散射 数值计算的格林函数方法 [J].光学学报, 2004, 24(2): 145-151.
- [15] Chen X X, Wang D D, Xu Y B, et al. Analysis of point-diffraction wavefront with sub-wavelength-aperture fiber[J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(9): 0912004.
 陈茜茜,王道档,徐杨波,等.亚波长孔径光纤点衍射波前质量分析[J].光学学报, 2015, 35(9): 0912004.
- [16] Fujita K. Hybrid newmark-conformal FDTD modeling of thin spoof plasmonic metamaterials [J]. Journal of Computational Physics, 2019, 376: 390-410.