

# 基于椭圆拟合的多光斑/重叠光斑中心提取方法

潘登<sup>1,2</sup>, 李艳丽<sup>1</sup>, 高东<sup>1,2\*</sup>, 郑建华<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>中国科学院国家空间科学中心, 北京 100190;

<sup>2</sup>中国科学院大学, 北京 101407

**摘要** 针对双折射太阳敏感器多光斑和重叠光斑问题, 提出一种基于椭圆拟合的高精度光斑中心提取方法。对多光斑图像进行预处理, 分割出不同的目标区域; 通过检测目标区域的光斑形状特征后, 迅速分辨并分割重叠光斑; 利用椭圆拟合法分别提取各光斑的中心坐标。仿真结果表明该方法能快速分辨重叠光斑, 计算出光斑数量和半径, 实现圆形和椭圆形光斑的亚像素级中心坐标提取。这种方法对光斑大小、数量没有限制, 对不完整光斑也能得到较好的结果。

**关键词** 图像处理; 中心提取; 多光斑; 重叠光斑; 椭圆拟合; 双折射太阳敏感器

中图分类号 TP 391

文献标志码 A

doi: 10.3788/AOS202040.1410001

## Center Extraction Method of Multiple and Overlapping Faculae Based on Ellipse Fitting

Pan Deng<sup>1,2</sup>, Li Yanli<sup>1</sup>, Gao Dong<sup>1,2\*</sup>, Zheng Jianhua<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>National Space Science Center, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China;

<sup>2</sup>University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 101407, China

**Abstract** Aiming at the problem of multiple and overlapping faculae of the birefringence sun sensor, a high-precision facula center extraction method based on ellipse fitting is proposed. After preprocessing for multiple facula images, different regions of interest are segmented. Then, the overlapping faculae are quickly distinguished and segmented by detecting the shape features of facula in the regions of interest. Finally, the central coordinates of each facula are extracted by ellipse fitting method. The simulation results show that the method can quickly distinguish overlapping faculae, calculate the number and radius of faculae, and extract the sub-pixel central coordinates of the circular and ellipse faculae. This method has no limitation on the size and quantity of faculae, and it can get satisfactory results for incomplete faculae.

**Key words** image processing; center extraction; multiple faculae; overlapping faculae; ellipse fitting; birefringence sun sensor

**OCIS codes** 100.2000; 100.5010; 150.5670

## 1 引 言

太阳敏感器是一种以太阳为参考基准的高精度姿态敏感器<sup>[1]</sup>, 它通过测量太阳矢量相对于太阳敏感器本体坐标系的入射角, 解算出飞行器的方位信息, 常应用于航天器的姿态控制系统。双折射太阳敏感器是一种基于单轴晶体双折射现象的新型太阳敏感器, 对绕太阳敏感器视轴方向转动的信息比较敏感, 具有大视场、高精度的特点。该双折射太阳敏感器的光学系统主要由基于单轴晶体的小孔成像系统和使用标准 CMOS 制作工艺制造的有源像素传

感器(APS)组成。不同于传统数字式太阳敏感器, 双折射太阳敏感器在小孔光线引入器后部增加了一个具有双折射效应的方解石。太阳光线经方解石的双折射后, 分为 o 光和 e 光两道光线, 因此 APS 接收到的图像有两个光斑。在双折射太阳敏感器测试实验中发现, 当入射角较大、光斑靠近视场边缘时, 两个光斑扁率增大且存在部分重叠的现象, 普通的光斑中心提取方法已不能适用, 这影响了太阳敏感器的有效视场和测量精度<sup>[2]</sup>。

光斑中心提取是光学测量中的关键技术之一, 常用的光斑中心提取方法主要分为两类, 一类是基

收稿日期: 2020-03-26; 修回日期: 2020-04-16; 录用日期: 2020-04-28

\* E-mail: gaodong@nssc.ac.cn

于灰度的方法,另一类是基于边缘的方法<sup>[3]</sup>。基于灰度的常用方法有灰度质心法<sup>[4]</sup>、高斯曲面拟合法<sup>[5]</sup>、抛物面拟合法<sup>[3]</sup>及其改进方法<sup>[6]</sup>等,基于边缘的常用方法有圆拟合法<sup>[7]</sup>、Hough 变换法<sup>[8]</sup>及其改进方法<sup>[9]</sup>等。由于重叠光斑的灰度分布变化很大,使用基于灰度的方法得到的误差也会比较大,而基于边缘的方法受灰度变化的影响相对较小,更适用于本文的情况。且由于光斑的形状多数为椭圆状,椭圆拟合相较于圆拟合能更准确地拟合光斑形状,因此本文提出将椭圆拟合算法应用于多光斑/重叠光斑的中心提取。

对光斑重叠分离的研究工作主要集中在生物医学和工农业<sup>[10-11]</sup>等领域的检测和鉴定,也有部分学者对光斑的重叠分离进行了研究<sup>[12]</sup>。重叠判断和分离主要有基于数学形态学和基于边缘跟踪两类方法。基于数学形态学的方法主要是利用腐蚀膨胀或距离变换类的方式搜索出分割线,进而将重叠部分分开,这类方法的弊端是会损失部分原始信息,多用于图像的粗略分离。基于边缘跟踪的方法是通过跟踪目标的边缘获取凹点或圆心,最终实现重叠目标的分离。根据研究,基于边缘跟踪的方法相较于基于数学形态学的方法有更好的效果<sup>[13]</sup>。本文在基于边缘跟踪方法的启发下,提出一种新的快速重叠判断分离的方法,能够根据边缘形状特征判断重叠,进一步搜索出边缘凹点,完成重叠光斑的分离。

本文提出的基于椭圆拟合的多光斑中心提取方法,适用于包含重叠光斑和大小不一光斑的多光斑图像。该方法能快速计算出光斑数量,提取出光斑的亚像素级中心坐标以及光斑的半径,对重叠光斑有较好的分辨效果,提高了双折射太阳敏感器的有效视场和精度。

## 2 中心提取流程和算法

多光斑/重叠光斑中心提取的算法流程如图 1 所示。利用图 2 作为输入图像测试本文提出的中心提取算法。输入图像中包含多个大小不一的圆形或者椭圆形光斑,且其中有部分光斑存在重叠现象。

### 2.1 预处理和感兴趣区域分割

预处理的目的是将光斑和背景分离,处理步骤包括先对图像进行灰度化和中值滤波,再使用最大类间方差法找到合适的阈值以对图像进行二值化。

中值滤波是一种常见的非线性滤波方法,其基本思想是将图像中每一像素点的灰度值替换为该点某邻域窗口内的所有像素点灰度值排序后的中间

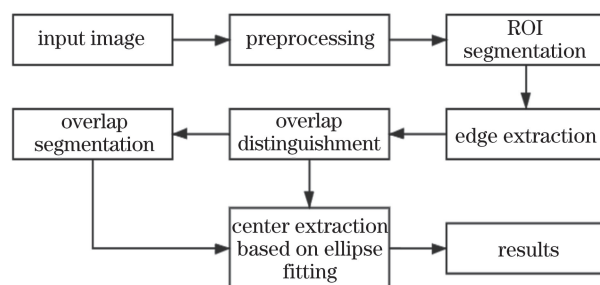


图 1 多光斑/重叠光斑中心提取的算法流程

Fig. 1 Flow chart of multiple facula/overlapping facula center extraction algorithm

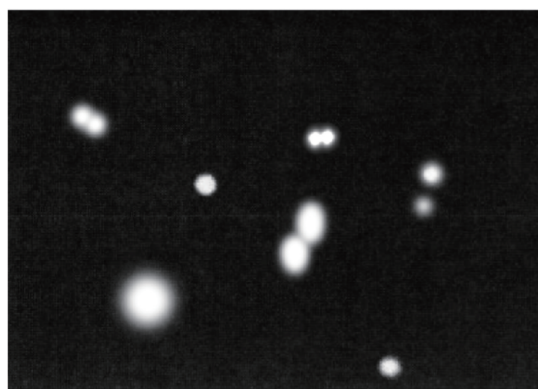


图 2 输入图像

Fig. 2 Input image

值。中值滤波不仅能有效滤除图片中的随机噪声和脉冲干扰,还能较好地保留图像边缘的信息<sup>[14]</sup>。经中值滤波处理过的光斑图像,边缘线相对平滑,有利于提高光斑边缘长度的计算准确度,这对后续重叠光斑的判定准确性有很大的影响。文中选用的中值滤波窗口模板为  $3 \times 3$  方形窗口。

最大类间方差法又称大津阈值(Otsu)法<sup>[15]</sup>,是一种数字图像处理中常用的自适应灰度阈值分割方法。这种方法不受图像亮度和对比度的影响,可以达到比较好的分割效果,其基本思想是设定一个阈值  $k$  将图像按灰度值分为两个区域,两个区域灰度值的类间方差越大,则前景和背景差异越大,阈值就越佳。定义类间方差为

$$\sigma_B^2 = P_1(m_1 - m_G)^2 + P_2(m_2 - m_G)^2, \quad (1)$$

式中:  $m_1$  和  $m_2$  为两个区域内的灰度均值;  $m_G$  为全局的灰度均值;  $P_1$  和  $P_2$  分别为两个区域占整体的比例。可以通过遍历算法或其他优化算法求得使类间方差  $\sigma_B$  最大的  $k$  值。

输入图像经过预处理的结果如图 3 所示。

感兴趣区域(ROI)分割指的是将每个光斑占据的图像区单独分割出来,多光斑图像可分离出多个 ROI。在这个步骤里,重叠光斑被视为同一个区域,



图 3 预处理后得到的二值图

Fig. 3 Binary graph after preprocessing

需在下一个步骤里进行区分。光斑图像具有连通特性,只需要识别出一幅场景中的所有连通域,根据连通域标记的参数对图像进行分割,问题就转化成了单光斑的定位问题<sup>[16]</sup>。这种方法即为二值图像连通域标记法,其基本原理是把二值图中的连续区域作同一个标记,常见的有四邻域标记算法和八邻域标记算法。如果某点的值为1且邻域中没有标记过的点,则表示一个新的区域的开始;如果某点的值为1且邻域中有被标记过的点,则对该点作相同的标记。遍历整幅图像后,具有相同标记的点即属于同一个区域。预处理得到的二值图像经过 ROI 分离的结果如图 4 所示。

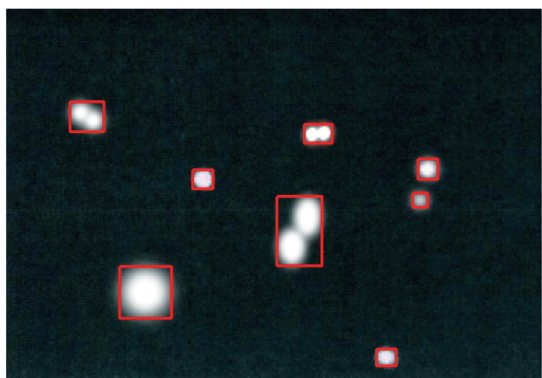


图 4 连通域图

Fig. 4 Connected domain diagram

## 2.2 边缘提取和重叠判断

边缘提取的基本思想是利用边缘增强算子检测灰度值变化比较明显的区域,将这些区域定义为边缘。常用的算子有 Sobel 算子、Roberts 算子、Prewitt 算子、LOG 算子和 Canny 算子等。因为光斑边缘一般具有较好的对称特性,所以算子的选用对于基于圆拟合的光斑中心的提取精度影响其实并不大。文中选用 Sobel 算子进行边缘提取,图 5 所示为边缘提取后的图像。

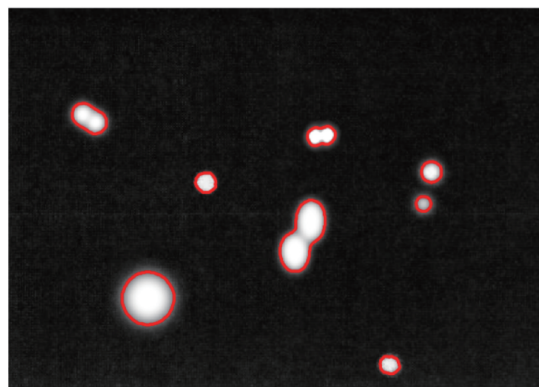


图 5 边缘提取后的图像

Fig. 5 Image after edge extraction

光斑重叠的判别采用基于形状因子分析的方法<sup>[10]</sup>,这种方法计算简单,且对光斑这类近圆形的重叠判别有不错的效果。这种方法需要已知光斑的面积和边缘长度,即 ROI 中值为 1 的像素数量和该 ROI 经过边缘提取后的值为 1 的像素数量。形状因子  $P_E$  是用来简单描述光斑边界复杂程度的参数,可表示为

$$P_E = 4\pi A / C^2, \quad (2)$$

式中: $A$  是光斑的面积; $C$  是光斑的周长,即上一步中提取边缘的长度。

形状因子的取值范围为  $0 < P_E \leq 1$ 。正圆的  $P_E$  值为 1,随着椭圆光斑扁率的增大,形状因子会逐渐减小。如果是重叠光斑,光斑边缘会出现凹陷区域,周长比同面积的圆光斑大,其形状因子会相应变小。椭圆光斑扁率  $R_{\text{oblateness}}$  和双光斑重叠度  $R_{\text{overlap}}$  的计算式分别为

$$R_{\text{oblateness}} = (a - b) / a, \quad (3)$$

$$R_{\text{overlap}} = 1 - L / D, \quad (4)$$

式中: $a$  是椭圆的长半轴; $b$  是椭圆的短半轴; $L$  是两光斑中心的距离; $D$  是圆形光斑的直径,椭圆光斑的  $D$  则为用两椭圆中心连线切割其中一个椭圆的弦长。图 6(a)为形状因子与椭圆扁率的理想关系图,图 6(b)为形状因子与光斑重叠度关系的实测数据拟合图。设定  $P_0$  为形状因子的阈值,综合考虑形状因子  $P_E$  与椭圆扁率和光斑重叠度的关系,将  $P_0$  设定为 0.84。当  $P_E \leq P_0$  时,判断光斑存在重叠;当  $P_E > P_0$  时,判断光斑不存在重叠。

## 2.3 重叠分割和椭圆拟合提取光斑中心

基于最小二乘法的圆拟合算法是光斑中心提取的一种常用算法。根据研究<sup>[9,17]</sup>,圆拟合法相较于质心法、Hough 变换法等,有更好的精度和稳定性。由于在斜入射情况下,光斑的形状有所变化,椭圆拟

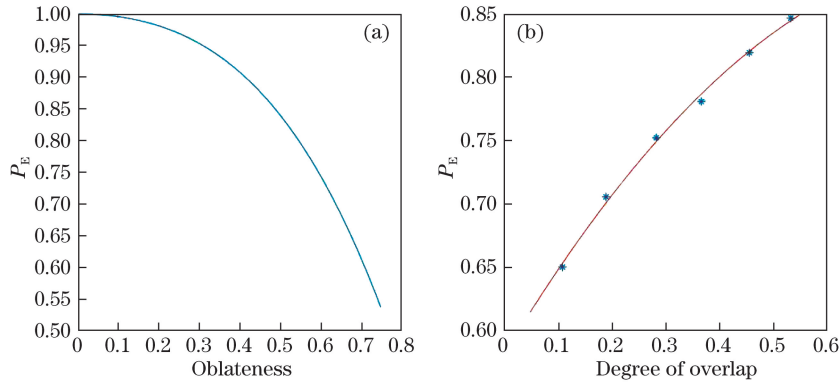


图 6 形状因子与椭圆扁率和光斑重叠度的关系。(a) 形状因子与椭圆扁率的关系;(b) 形状因子与光斑重叠度的关系

Fig. 6 Shape factor varying with oblateness and degree of overlap. (a) Shape factor varying with oblateness;

(b) shape factor varying with degree of overlap

合相较于圆拟合能更准确地描述光斑位置和形状,因此本文提出将椭圆拟合算法<sup>[18]</sup>应用于多光斑/重叠光斑的中心提取。假设椭圆的参数方程为

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + 1 = 0, \quad (5)$$

式中: $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ 、 $E$  为系数。设  $P_i(x_i, y_i)$  ( $i=1, 2, \dots, N$ ) 为椭圆轮廓上的  $N$  个测量点,测量点越多,计算结果越准确。依据最小二乘原理,所拟合的目标函数为

$$F(A, B, C, D, E) = \sum_{i=1}^N (Ax_i^2 + Bx_iy_i + Cy_i^2 + Dx_i + Ey_i + 1)^2. \quad (6)$$

欲使目标函数  $F$  最小,采用极值定理,可得

$$\frac{\partial F}{\partial A} = \frac{\partial F}{\partial B} = \frac{\partial F}{\partial C} = \frac{\partial F}{\partial D} = \frac{\partial F}{\partial E} = 0. \quad (7)$$

求解上述线性方程组可以得到  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ 、 $E$  的值。根据椭圆的几何原理,可进一步计算出椭圆中心坐标  $(x_0, y_0)$ 、长半轴  $a$ 、短半轴  $b$  以及长轴倾角  $\theta$ :

$$x_0 = \frac{2BE - CD}{4AC - B^2}, \quad (8)$$

$$y_0 = \frac{BD - 2AE}{4AC - B^2}, \quad (9)$$

$$a = \sqrt{\frac{2(Ax_0^2 + Cy_0^2 + Bx_0y_0 - 1)}{A + C - \sqrt{(A - C)^2 + B^2}}}, \quad (10)$$

$$b = \sqrt{\frac{2(Ax_0^2 + Cy_0^2 + Bx_0y_0 - 1)}{A + C + \sqrt{(A - C)^2 + B^2}}}, \quad (11)$$

$$\theta = \frac{1}{2} \arctan \frac{B}{A - C}. \quad (12)$$

对于测量点的选取,如果 ROI 被判断为单光斑,则该 ROI 的边缘提取点即为一组测量点。如果 ROI 被判断为重叠光斑,则需要先进行重叠分割。

重叠分割的关键在于分割线的选取。本文没有采用传统的腐蚀<sup>[19]</sup>或分水岭算法<sup>[20]</sup>获取分割线,使用了一种计算更加简单的两次分割方法。

第一次粗分割:通过线性拟合边缘提取点可得到一条拟合直线  $l_f$ ,理论上该拟合直线与理想分割线的夹角接近直角。假设拟合得到的直线  $l_f$  的方程为

$$y = k_1x + b', \quad (13)$$

式中: $k_1$  为斜率; $b'$  为系数。以 ROI 二值图像的重心  $(x_c, y_c)$  为起点,沿拟合直线  $l_f$  的垂线方向作一条直线,将这条直线作为粗分割线  $l_r$ 。则粗分割线  $l_r$  的方程为

$$\begin{cases} y - y_c = -\frac{1}{k_1}(x - x_c), & k_1 \neq 0 \\ x = x_c, & k_1 = 0 \end{cases}. \quad (14)$$

实际在重叠光斑为椭圆或者两光斑半径差距较大时,这条粗分割线与理想分割线存在较大偏差。

第二次细分割:将边缘提取点经过粗分割后的两部分分别作为一组测量点进行椭圆拟合,找出偏离拟合结果较大且位于  $l_r$  附近的点  $Q_j(x_j, y_j)$  ( $j=1, 2, \dots, M$ ),这些偏离点基本分布在粗分割线和理想分割线附近,在图像中表现为重叠光斑边缘凹陷区域附近的点。分别搜索分布在拟合直线  $l_f$  两侧距离拟合直线  $l_f$  最近的偏离点,可以得到两个偏离点  $Q_{s1}(x_{s1}, y_{s1})$ 、 $Q_{s2}(x_{s2}, y_{s2})$ ,将其定义为凹点。两凹点的连线即为细分割线  $l_a$ 。细分割线  $l_a$  的方程为

$$\begin{cases} y = \frac{y_{s2} - y_{s1}}{x_{s2} - x_{s1}}(x - x_{s1}) + y_{s1}, & x_{s2} - x_{s1} \neq 0 \\ x = x_{s1}, & x_{s2} - x_{s1} = 0 \end{cases}. \quad (15)$$

将边缘提取点经过细分割线  $l_a$  分割后的两部

分分别作为一组测量点进行椭圆拟合,即可得到两个重叠光斑各自的位置参数和形状参数。

图 7 是两椭圆重叠光斑两次分割的结果,图中虚线为粗分割中的拟合直线  $l_r$ ,点线为粗分割线  $l_r$ ,直线为细分割线  $l_a$ ,空心圆点为提取出的光斑中心。二次分割的结果明显优于一次分割的结果。图 8 为多光斑图像椭圆拟合提取中心后的最终结果,所有光斑包括重叠光斑都被成功识别。

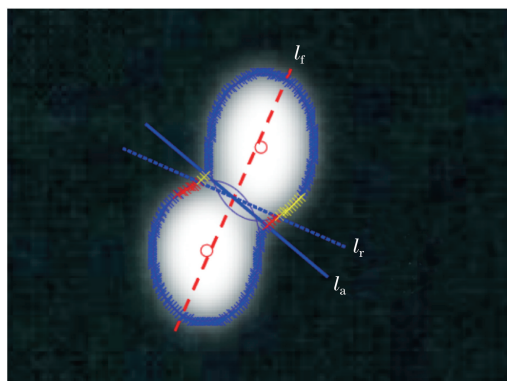


图 7 重叠光斑分割

Fig. 7 Overlapping facula segmentation

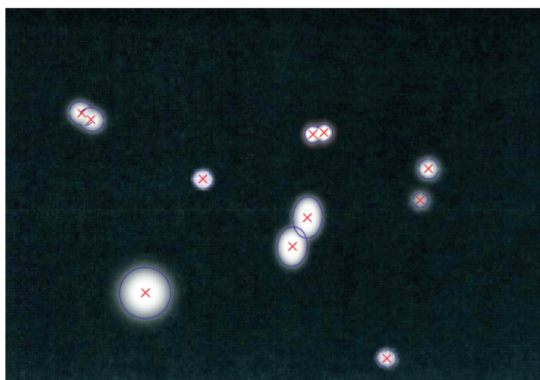


图 8 光斑中心提取结果

Fig. 8 Spot center extraction results

### 3 精度和稳定性实验

算法结果的准确性和稳定性是判定光斑中心提取算法优劣的重要指标。由于无法准确获取真实光斑图像的中心,为了验证算法的准确性,需要人为生成中心已知的理想光斑图像,进而得到算法的定位精度以衡量算法的准确性。算法的稳定性则可通过实测图像来验证。在光源和测量仪器相对固定的情况下进行多次测量,得到的数据点分布越集中,说明方法的结果稳定性越好。下面为精度和稳定性实验的具体过程和结果。

#### 3.1 精度实验

双折射太阳敏感器接收的真实太阳光斑图像如

图 9(a)所示,图 9(b)是单太阳光斑灰度分布图的一个截面。仿照太阳光斑灰度分布人为生成中心已知的光斑图像,分别测试圆形光斑在完全分离、较少重叠 ( $0 < R_{\text{overlap}} \leq 0.25$ ) 和较多重叠 ( $0.25 < R_{\text{overlap}} \leq 0.5$ ) 三种情况的中心提取精度。椭圆光斑还要考虑扁率和不同角度重叠的影响,设两椭圆光斑中心连线与其中一个椭圆光斑长轴的夹角为  $\theta_e$  ( $0^\circ \leq \theta_e \leq 90^\circ$ )。测试椭圆光斑在不同重叠程度、扁率和重叠角度下的中心提取精度。

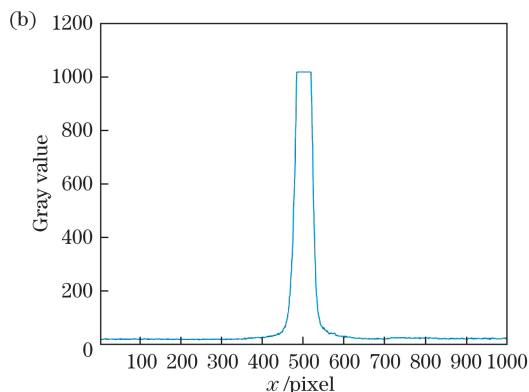


图 9 真实太阳光斑。(a) 真实太阳光斑图像;  
(b) 单太阳光斑灰度分布图的一个截面

Fig. 9 Real solar faculae. (a) Image of real solar faculae;  
(b) cross section of gray value distribution of single solar facula

图 10 为部分实验图像。经过测试可得,在无重叠的情况下,本文算法位置误差可以达到 0.05 pixel 以下;在较少重叠 ( $0 < R_{\text{overlap}} \leq 0.25$ ) 的情况下,位置误差可以达到 0.3 pixel 以下;在较多重叠 ( $0.25 < R_{\text{overlap}} \leq 0.5$ ) 的情况下,位置误差可以达到 0.5 pixel 以下。精度会随着重叠程度的增大而下降。在有重叠情况下,对圆光斑中心提取的精度整体优于椭圆形光斑,具体结果见表 1。

#### 3.2 稳定性实验

使用固定在二维转台上的双折射太阳敏感器对固定位置光源进行 8 次以上连续实际测量,测量过

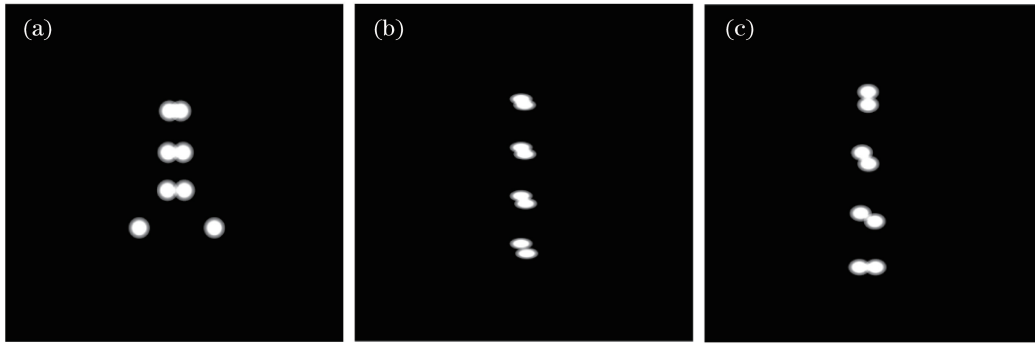


图 10 部分实验的局部图像。(a)圆光斑的重叠度实验;(b)椭圆光斑的重叠度实验;  
(c)椭圆光斑的重叠角度实验

Fig. 10 Local images obtained by some experiments. (a) Circle faculae obtained by experiment on degree of overlap;  
(b) ellipse faculae obtained by experiment on degree of overlap; (c) ellipse faculae obtained by experiment on overlapping angle

表 1 平均位置误差

Table 1 Average position errors

Facula type	$\theta_e / (^\circ)$	Average position error / pixel		
		No overlap	$0 < R_{\text{overlap}} \leq 0.25$	$0.25 < R_{\text{overlap}} \leq 0.5$
Circular facula	—	0.0189	0.1185	0.1849
Oval facula ( $R_{\text{oblateness}} = 0.25$ )	0	0.0308	0.1136	0.1979
	30		0.2681	0.2709
	60		0.2383	0.3642
	90		0.2035	0.2256
Oval facula ( $R_{\text{oblateness}} = 0.5$ )	0	0.0091	0.1554	0.2350
	30		0.2739	0.4522
	60		0.1970	0.3399
	90		0.2263	0.3407

程中太阳传感器和光源保持相对固定,可以得到一组双光斑图片。再用本文的算法提取这组图片的光斑中心坐标,以这组中心坐标的标准差作为稳定性的指标。标准差越小,说明数据点分布越集中,稳定性越好。转动转台或移动光源位置,进行多次稳定性实验后,将多组实验结果分为光斑无重叠、较少重叠( $0 < R_{\text{overlap}} \leq 0.25$ )和较多重叠( $0.25 < R_{\text{overlap}} \leq 0.5$ )三种类型。经过统计,在光斑不重叠的情况下,光斑中心定位的标准差小于 0.2 pixel;在光斑重叠的情况下,光斑中心定位的标准差在 0.5 pixel 以下。两光斑的重叠度越小,稳定性越好。不重叠光斑的稳定性整体优于重叠光斑。表 2 是多次实验的平均结果。

#### 4 结 论

在双折射太阳传感器的实际需求下,提出一种

表 2 平均标准差

Table 2 Average standard deviation pixel

Condition	Abscissa	Ordinate
No overlap	0.05445	0.07520
$0 < R_{\text{overlap}} \leq 0.25$	0.16925	0.43895
$0.25 < R_{\text{overlap}} \leq 0.5$	0.32760	0.43820

能够应用于多光斑/重叠光斑图像的光斑中心提取方法,描述了该方法的完整处理流程以及各个环节原理。对提取算法的精度和稳定性进行了实验,实验结果证明这种方法能够同时完成多光斑和重叠光斑中心的提取工作,且能达到亚像素级别的定位精度和较好的稳定性,保证了双折射太阳传感器的有效视场。需要指出的是,所提方法对扁率大于 0.5 的狭长光斑存在误识别现象,也无法对三个及以上的重叠光斑进行重叠分割和进一步的中心提取,这

些有待将来进一步的研究工作。

## 参 考 文 献

- [1] Wang W J, Liang X, Guo H. Research on test method for digital sun sensor[J]. Foreign Electronic Measurement Technology, 2016, 35(12): 50-55, 60.  
王文靖, 梁旭, 郭宏. 数字式太阳敏感器测试方法的研究[J]. 国外电子测量技术, 2016, 35(12): 50-55, 60.
- [2] Li Y L, Gao D, Pan D. Design of optical system for sun sensor with birefringence in uniaxial crystal[C]// 4<sup>th</sup> IAA Conference on Dynamics and Control of Space Systems (DYCOSS 2018), May 21-23, 2018, Changsha, China, Amsterdam: Elsevier, 2018.
- [3] Feng X X, Zhang L Y, Ye N, et al. Fast algorithms on center location of two dimensional Gaussian distribution spot[J]. Acta Optica Sinica, 2012, 32(5): 0512002.  
冯新星, 张丽艳, 叶南, 等. 二维高斯分布光斑中心快速提取算法研究[J]. 光学学报, 2012, 32(5): 0512002.
- [4] Shortis M R, Clarke T A, Short T. Comparison of some techniques for the subpixel location of discrete target images[J]. Proceedings of SPIE, 1994, 2350: 239-250.
- [5] Kong B, Wang Z, Tan Y. Profile measurement in micro order precision by confocal image[J]. Hsi-An Chiao Tung Ta Hsueh/Journal of Xi'an Jiaotong University, 2001, 35(11): 1151-1154.
- [6] Zhao J X, Zhou F Q. High-precision center location algorithm of small-scale focal spot[J]. Infrared and Laser Engineering, 2014(8): 2690-2693.  
赵婧鑫, 周富强. 小尺寸光斑中心的高精度定位算法[J]. 红外与激光工程, 2014(8): 2690-2693.
- [7] Kong B, Wang Z, Tan Y S. Algorithm of laser spot detection based on circle fitting [J]. Infrared and Laser Engineering, 2002, 31(3): 275-279.  
孔兵, 王昭, 谭玉山. 基于圆拟合的激光光斑中心检测算法[J]. 红外与激光工程, 2002, 31(3): 275-279.
- [8] Yang Y Q, Shi R, Yu X N, et al. An algorithm to raise the locating precision of laser spot center based on hough transform [J]. Acta Optica Sinica, 1999, 19(12): 1655-1660.  
杨耀权, 施仁, 于希宁, 等. 用 Hough 变换提高激光光斑中心定位精度的算法[J]. 光学学报, 1999, 19(12): 1655-1660.
- [9] Jiang F, Sun Z Y, He Q S. Research on the algorithm of detecting the center of sun facula [J]. Digital Technology & Application, 2012(3): 104-105.  
蒋峰, 孙志毅, 何秋生. 太阳光斑质心位置检测算法的研究[J]. 数字技术与应用, 2012(3): 104-105.
- [10] Fu R. Technical study on the separation and segmentation for cell overlap and fusion image [D]. Guangzhou: First Military Medical University, 2007.  
傅蓉. 细胞重叠与融合性图像的分离与分割技术研究[D]. 广州: 第一军医大学, 2007.
- [11] Ling Y, Wang Y M, Sun M, et al. A machine vision based instrument for rice appearance quality [J]. Transactions of the Chinese Society for Agricultural Machinery, 2005, 36(9): 89-92.  
凌云, 王一鸣, 孙明, 等. 基于机器视觉的大米外观品质检测装置[J]. 农业机械学报, 2005, 36(9): 89-92.
- [12] Chen N N, Fan Y, Zhang J N, et al. Study on laser spot segmentation and classification of optical component topography measurement system [J]. Computer Measurement & Control, 2010, 18(6): 1266-1268, 1272.  
陈念年, 范勇, 张隽楠, 等. 光学组件面形检测中激光光斑分割与分类算法的研究[J]. 计算机测量与控制, 2010, 18(6): 1266-1268, 1272.
- [13] Wang L, Xiong Z, Chen N N, et al. Segmentation for overlapped laser spot in large optical components topography measurement system [J]. Computer Measurement & Control, 2012, 20(3): 621-623, 626.  
王利, 熊召, 陈念年, 等. 大口径光学元件面形检测中重叠激光光斑的分离[J]. 计算机测量与控制, 2012, 20(3): 621-623, 626.
- [14] Zhao G C, Zhang L, Wu F B. Application of improved median filtering algorithm to image denoising[J]. Journal of Applied Optics, 2011, 32(4): 678-682.  
赵高长, 张磊, 武风波. 改进的中值滤波算法在图像去噪中的应用[J]. 应用光学, 2011, 32(4): 678-682.
- [15] Otsu N. A threshold selection method from gray-level histograms[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics, 1979, 9(1): 62-66.
- [16] Cheng M B. A multi-laser center location algorithm with auto-focusing [D]. Chengdu: University of Electronic Science and Technology of China, 2017: 38-41.  
程马兵. 自动对焦的多路激光光斑中心定位算法[D]. 成都: 电子科技大学, 2017: 38-41.
- [17] Liu H L, Hou W, Fan Y L, et al. An improved algorithm of laser spot center location[J]. Computer Measurement & Control, 2014, 22(1): 139-141.  
刘好龙, 侯文, 范亚龙, 等. 一种改进的激光光斑中心定位算法[J]. 计算机测量与控制, 2014, 22(1):

- 139-141.
- [18] Yan B, Wang B, Li Y. Optimal ellipse fitting method based on least-square principle[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2008, 34(3): 295-298.  
闫蓓, 王斌, 李媛. 基于最小二乘法的椭圆拟合改进算法[J]. 北京航空航天大学学报, 2008, 34(3): 295-298.
- [19] Ma D, Cao P J, Pan K L, et al. Comparison of some methods for segmentation of overlapped nuclei [J]. Beijing Biomedical Engineering, 1999, 18(3): 142-147.
- 马东, 曹培杰, 潘凯丽, 等. 分割重叠细胞核的方法及比较研究[J]. 北京生物医学工程, 1999, 18(3): 142-147.
- [20] Wang J T, Liu W Y, Lu S. Application of watershed algorithm to cell image segmentation [J]. Journal of Southwest Jiaotong University, 2002, 37(3): 290-294.  
王金涛, 刘文耀, 路炼. 流域分割算法在细胞图像分割中的应用[J]. 西南交通大学学报, 2002, 37(3): 290-294.