

基于 Boltzmann 函数刃边拟合的光栅成像系统点扩展函数模型

卢泉^{1*}, 张泽昊¹, 张卫平², 刘诣荣²

¹广西大学电气工程学院, 广西 南宁 530004;

²广西大学物理科学与工程技术学院, 广西 南宁 530004

摘要 为了提高平面光栅成像系统的点扩展函数(PSF)提取准确度,构建 PSF 模型,提出一种基于 Boltzmann 函数的刃边函数拟合方法。构建以入射角为自变量的双曲线型变化 PSF 模型,揭示了光栅成像系统 PSF 的分布规律。最后,采用 Lucy-Richardson 算法对不同模糊程度的图像进行复原,并对复原后的图像进行质量评价,其中灰度平均梯度(GMG)提升均在 60.2%以上,结构相似度(SSIM)提升均在 66.5%以上。对比不同拟合方法的复原效果,结果表明,所提方法在对像差较大的图像进行复原时,效果明显优于其他同类方法,建立的 PSF 模型也可以准确地表现光栅成像系统的特性。

关键词 光栅; 光栅成像; 刃边函数拟合; Boltzmann 函数; 点扩展函数模型; 图像复原

中图分类号 O439

文献标志码 A

doi: 10.3788/AOS202040.1405003

Point Spread Function Model of Grating Imaging System Based on Boltzmann Function Edge Fitting

Lu Quan^{1*}, Zhang Zehao¹, Zhang Weiping², Liu Yirong²

¹ School of Electrical Engineering, Guangxi University, Nanning, Guangxi 530004, China;

² School of Physical Science and Technology, Guangxi University, Nanning, Guangxi 530004, China

Abstract To improve the accuracy of the point spread function (PSF) extraction of planar grating imaging systems and develop PSF models, a fitting method of edge spread function based on the Boltzmann function is proposed. A hyperbolic PSF model with the incident angle as the independent variable is constructed, and then the PSF distribution rules of the grating imaging systems are obtained. Finally, the Lucy-Richardson algorithm is employed to restore images with different degrees of blur, and the quality of the restored images is evaluated. A grayscale mean gradient (GMG) improvement of above 60.2% and structural similarity (SSIM) improvement of above 66.5% are obtained. In a comparison with the restoration effects of different fitting methods, the proposed method shows better image restoration for large aberrations than other similar methods. The developed PSF model can also accurately represent the characteristics of grating imaging systems.

Key words gratings; grating imaging; edge spread function fitting; Boltzmann function; point spread function model; image restoration

OCIS codes 050.2770; 100.1830; 100.3020

1 引 言

由于受外在条件的影响,光学成像系统难免会有像差。部分光学系统可以通过优化光路设计来消除像差影响,而对于无法通过光学设计来消除像差的光学系统,可以采用图像复原方法^[1-4]。此类方法

主要通过获取像差图像(即退化图像)的点扩展函数(PSF)来对像差造成的模糊图像进行反向卷积复原,从而获得清晰的图像。点扩展函数的提取是步骤中的关键,而刃边函数(ESF)的拟合是点扩展函数提取过程中尤为关键的一环。

目前,关于刃边拟合函数的研究取得了丰富的

收稿日期: 2020-03-09; 修回日期: 2020-04-10; 录用日期: 2020-04-14

基金项目: 国家自然科学基金(61167001)

* E-mail: luquan@gxu.edu.cn

研究成果。谢丁杰等^[5]为了弥补卡塞格林光学系统成像质量的损失,运用调制传递函数补偿(MTFC)技术,采用倾斜刃边法提取点扩展函数,对退化图像进行复原,取得了良好效果。杨利红等^[6]对不同拟合模型进行对比实验,发现 Gauss 刃边拟合函数可以有效地缓解遥感相机成像造成的图像模糊现象。方明等^[7]提取基于最优费米函数的点扩展函数,通过质量评价算法来决定费米拟合次数,对刃边曲线进行多次拟合,提高了遥感图像的点扩展函数估算精度。上述方法都适用于遥感成像系统,图像模糊程度相对较低。但光栅成像系统图像存在因像差大而刃边部分像素跨度较大的情况,此时传统的刃边拟合函数方法并不适用;另一方面,基于成像系统建立的点扩展函数模型不具有光栅成像系统的特性。光栅成像系统的点扩展函数易受入射角影响,但其点扩展函数模型有别于显微透镜成像的对顶双锥体^[8-11],需要探寻符合光栅成像系统的点扩展函数模型。

针对以上问题,本文提出了一种基于 Boltzmann 函数的刃边拟合方法。通过提取光栅所形成图像中的刃边部分,采用 Boltzmann 函数对刃边部分进行刃边拟合,对像差较大的图像进行点扩展函数提取,可有效提高提取精度和图像复原质量;采用双曲函数对点扩展函数的轴向水平剖面的能量分布进行描述,在光栅成像系统中,构建以入射角为自变量的点扩展函数模型。

2 光栅系统成像特征

平面等周期光栅对物体成的虚像一般都存在像差,光栅的像差主要表现为像散,而像散程度受物光

的入射角影响。仅当光栅的某级衍射光以最小偏向角入射时,该衍射光形成的物体虚像无像散,此时子午像距和弧矢像距相等^[12],所看到的图像是清晰的;当入射光角度偏离最小偏向角时,图像变得模糊,其中子午像距基本不变,而弧矢像距快速变化。

搭建的光路如图 1 所示,其中 S 是波长 λ 为 589 nm 的钠光源;T 为依附在毛玻璃上的可透光“#”形目标物;G 为平面等周期透射光栅,其空间频率为 1000 L/mm,光栅刻线方向垂直于水平面;物距 d 为 330 mm; θ 为光入射角(顺时针旋转角度为负);P 为物体经光栅衍射后所成的虚像位置;CCD 为相机图像采集装置。

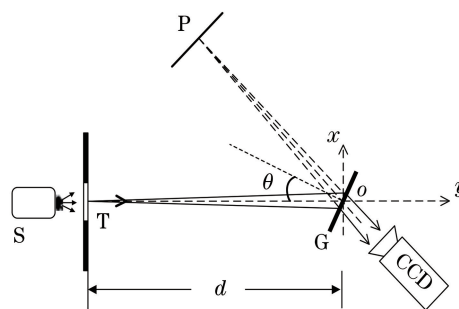


图 1 实验光路示意图

Fig. 1 Diagram of experimental light path

将相机聚焦于光栅一级衍射光在最小偏向角(此时入射角与衍射角相等, $\theta = -18^\circ$)下的物体虚像,保持相机焦距不变,改变光入射角 θ ,以 2° 为间隔拍摄序列图像,结果如图 2 所示。可以看出,除了在最小偏向角下拍摄的图像外,其余角度下的图像模糊,主要是物体竖向边缘不清晰,且角度偏离最小偏向角越大,图像模糊度越大。

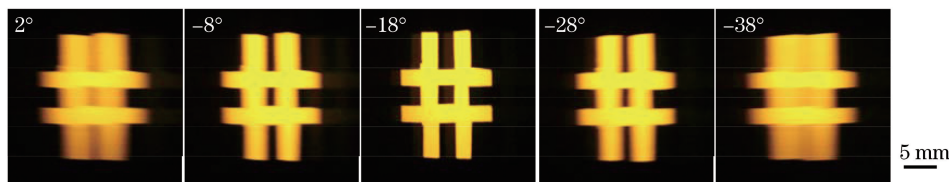


图 2 部分入射角下光栅所成图像

Fig. 2 Images formed by grating at partial incident angles

3 刃边拟合与点扩展函数模型建立

为了对模糊图像进行复原,需要求取其 PSF。采用 Boltzmann 函数对刃边函数进行拟合,进而构建更精确的 PSF。

3.1 刃边拟合函数对比

图 3(a) 为入射角为 -34° 时所成图像的刃边部分,对其预处理后,分别采用 Gauss 函数的积分

形式、Hyperbolic 函数、Boltzmann 函数对预处理后的结果进行刃边拟合。其中 Boltzmann 函数模型为

$$B(x) = \frac{A_1 - A_2}{\left[\exp\left(\frac{x - x_E}{k}\right) + 1 \right]} + A_2, \quad (1)$$

式中: A_1 、 A_2 分别为拟合曲线的起始值和终止值; x_E 为水平方向的刃边点位置,此参数和刃边图像的截取

相关; k 为刃边过渡程度的参数,数值越小,过渡越快,刃边跨度越小。拟合结果如图 3(b)、(c)所示,可

以看出,Boltzmann 函数拟合的刃边曲线数据在刃边两端和过渡部分都是最接近原始采样数据的。

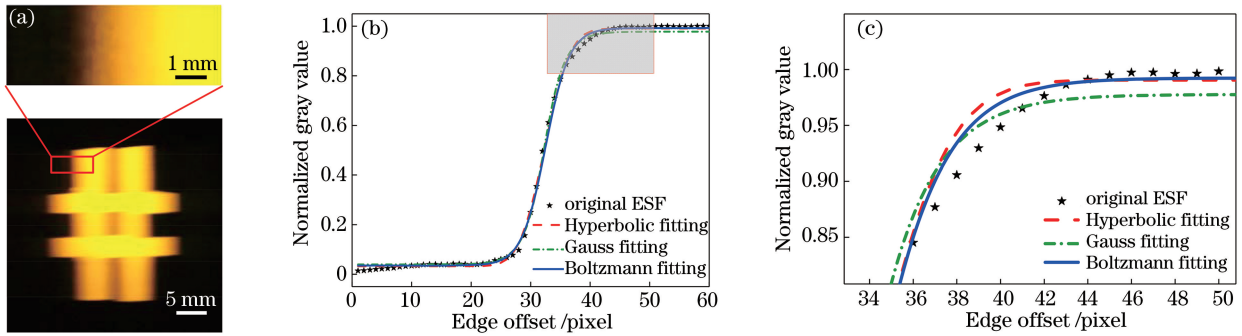


图 3 刃边图像和不同函数拟合的效果。(a)刃边图像;(b)不同函数的拟合结果;(c)局部放大

Fig. 3 Edge image and fitting effects of different functions. (a) Edge image; (b) fitting results of different functions; (c) local enlargement

采用和方差(SSE)、确定系数(R-square)、方均根误差(RMSE)对拟合优度进行评价。其中 SSE 和 RMSE 值越小,误差越小,拟合效果越好;R-square 值越接近 1,说明误差越小。表 1 为不同函数的拟合优度,可以看出,Gauss 函数的积分形式

在刃边跨度过大时无法有效拟合 ESF,而 Boltzmann 函数的拟合优度在绝大多数情况下优于 Hyperbolic 函数,因此 Boltzmann 函数可以有效地拟合具有不同跨度的 ESF,降低求取 PSF 时的误差。

表 1 不同函数对 ESF 的拟合优度

Table 1 Fitting goodness of different functions on ESF

$\theta /(^{\circ})$	Gauss			Hyperbolic			Boltzmann		
	SSE	R-square	RMSE	SSE	R-square	RMSE	SSE	R-square	RMSE
4				0.0076	0.9988	0.0127	0.0047	0.9991	0.0091
2				0.0180	0.9978	0.0195	0.0130	0.9984	0.0155
0				0.0028	0.9997	0.0085	0.0069	0.9994	0.0110
-34	0.1164	0.9845	0.0492	0.0264	0.9972	0.0215	0.0120	0.9984	0.0147
-36	0.0161	0.9960	0.0206	0.0206	0.9960	0.0164	0.0070	0.9988	0.0111

3.2 光栅成像点扩展函数建模

提取到对应的 ESF 后,对水平方向的 ESF 求

导,得到水平方向的线扩展函数(LSF),表达式为

$$F_{LS}(x) = \frac{d[F_{ES}(x)]}{dx} = \frac{(A_{2,x} - A_{1,x}) \times \exp\left(\frac{x - x_E}{k_x}\right)}{k_x \times \left[\exp\left(\frac{x - x_E}{k_x}\right) + 1\right]^2} \quad (2)$$

同理,垂直方向的线扩展函数表达式为

$$F_{LS}(y) = \frac{d[F_{ES}(y)]}{dy} = \frac{(A_{2,y} - A_{1,y}) \times \exp\left(\frac{y - y_E}{k_y}\right)}{k_y \times \left[\exp\left(\frac{y - y_E}{k_y}\right) + 1\right]^2} \quad (3)$$

式中: y_E 为垂直方向的刃边点位置; k_x 、 k_y 分别为水平和垂直方向刃边过渡程度的参数。

将获得的 $F_{LS}(x)$ 和 $F_{LS}(y)$ 相乘,即可得到点扩展函数 $F_{PS}(x, y)$:

$$F_{PS}(x, y) = F_{LS}(x) \times F_{LS}(y) = \frac{(A_{2,x} - A_{1,x})(A_{2,y} - A_{1,y}) \times \exp\left(\frac{x - x_E}{k_x} + \frac{y - y_E}{k_y}\right)}{k_x k_y \times \left[\exp\left(\frac{x - x_E}{k_x}\right) + 1\right]^2 \left[\exp\left(\frac{y - y_E}{k_y}\right) + 1\right]^2} \quad (4)$$

通过(2)~(4)式,求得图 2 对应的 PSF,结果如图 4 所示。可以看出,在最小偏向角时,PSF 的能量分布最为集中;入射角度偏离此角度越大,水平方向 LSF 越发散而垂直方向 LSF 几乎不受影响,这一点有别于基于普通透镜的成像系统。基于普通透镜的

成像系统在水平和垂直方向的 LSF 一般具有对称性,PSF 具有中心对称性。因此根据光栅成像系统的 PSF 特性和其受入射角影响的变化规律,需要采用不同于基于透镜的函数模型来拟合序列 PSF 的能量分布,如图 5 所示。

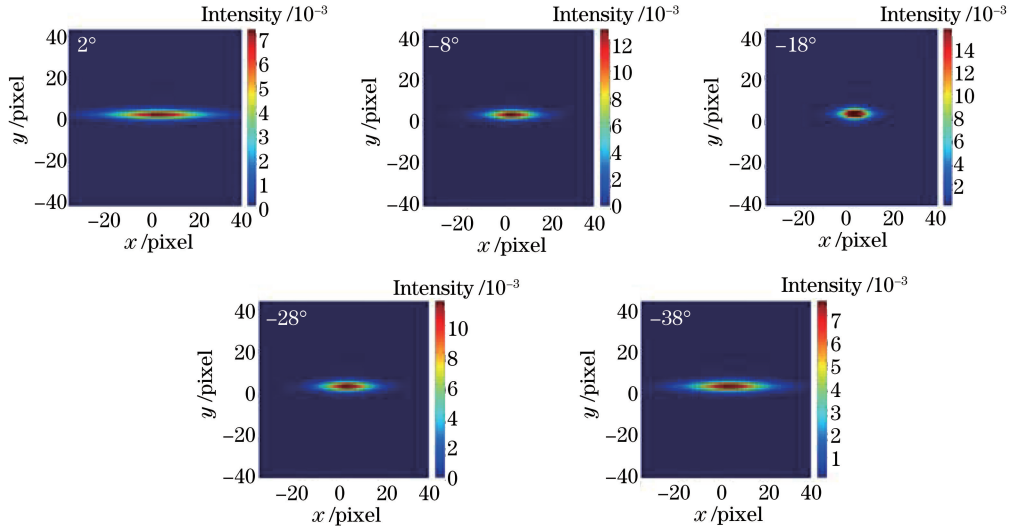


图 4 部分入射角下光栅成像 PSF

Fig. 4 PSF of grating imaging at partial incident angles

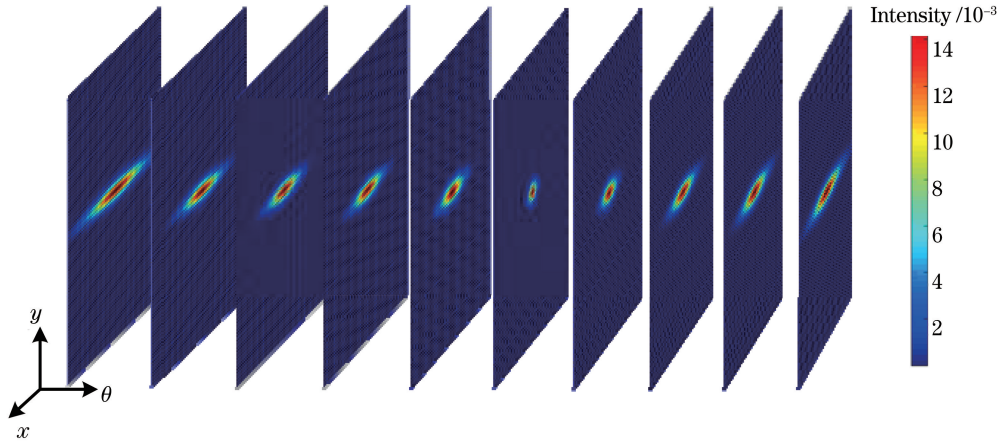


图 5 序列 PSF 示意图

Fig. 5 Diagram of sequential PSF

由于光栅成像系统的 PSF 在最小偏向角附近的能量分布变化呈非线性,且水平方向和垂直方向的 LSF 发散程度不同,所以 PSF 模型有别于显微镜成像时的对顶双锥体,因此借鉴 Gauss 光束^[13]理论研究中常用的双曲函数对序列 PSF 的轴向水平剖面能量分布进行描述,如图 6 所示。其中, ω_0 为在最小偏向角时 PSF 的束腰半径; θ_R 为 PSF 半径等于束腰半径 $\sqrt{2}$ 倍时的入射角与最小偏向角的角度差; b 为 $2\theta_R$; $\omega(\theta_R)$ 为 θ_R 处的 PSF 半径; α 为曲线轮廓半发散角。

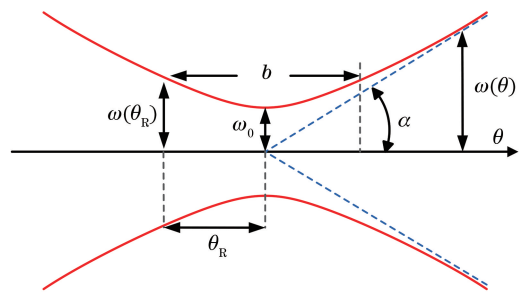


图 6 轴向水平剖面能量分布示意图

Fig. 6 Schematic of axial horizontal profile energy distribution

PSF 半径 $\omega(\theta)$ 与 θ 的关系为

$$\frac{\omega^2(\theta)}{\omega_0^2} - \left(\frac{2\theta}{b}\right)^2 = 1. \quad (5)$$

为方便计算,在角度间隔为 2° ,入射角为 $8^\circ \sim -38^\circ$ 时,对光栅所成的一级衍射像以最小偏向角为 0° 进行变换,即将最小偏向角定义为 $\theta = 0^\circ$,每组 PSF 能量值均以最小偏向角时的能量值为标准并对其进行归一化处理,采用(5)式对序列图像的轴向水平剖面的能量分布进行拟合。图 7 为拟合曲线的上半部分,曲线越集中代表 PSF 越收敛,光学系统像差对图像影响就越小,成像质量就越好。可以看出,在最小偏向角时,不同能量值 E 下的曲线最集中, ω_0 最小,角度偏离最小偏向角越大,曲线越稀疏,PSF 半径越大,这与实际成像情况相符合。总体来说,PSF 随入射角发散的轨迹符合双曲函数,且曲线的发散角也随着能量值的减小而增大,具体模型参数如表 2 所示。

不同能量下曲线的拟合优度如表 3 所示,可以看出,当能量过大和过小时,拟合优度都会有所降低,当能量为 2.6×10^{-2} 左右时,拟合优度最好。

表 3 不同能量下曲线的拟合优度

Table 3 Fitting goodness of curves under different light intensities

E	6.5×10^{-3}	1.3×10^{-2}	2.6×10^{-2}	5.2×10^{-2}	1.0×10^{-1}
R-square	0.9609	0.9683	0.9723	0.9699	0.9600

4 光栅图像复原效果评价

4.1 图像质量评价标准

通过得到的图像 PSF,采用 Lucy-Richardson 算法^[14-16]对像差图像进行复原,并选取灰度平均梯度(GMG)^[17]和结构相似性(SSIM)^[18]两个指标作为复原前后图像的质量评价标准。GMG 反映图像

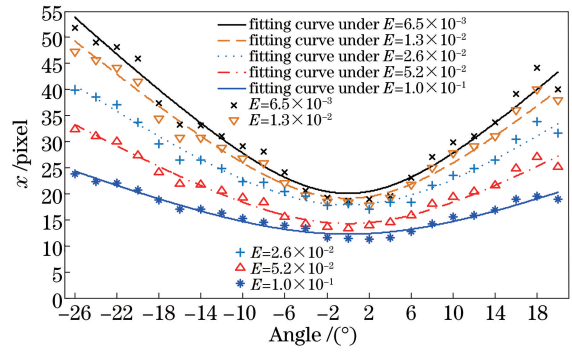


图 7 不同能量下 PSF 半径的变化

Fig. 7 Change of PSF radius under different light intensities

表 2 不同能量下曲线的拟合参数

Table 2 Fitting parameters of curves under different light intensities

E	ω_0/pixel	$\theta_R/^\circ$	$\alpha/^\circ$
6.5×10^{-3}	20.08	10.45	62.51
1.3×10^{-2}	19.13	10.94	60.24
2.6×10^{-2}	17.85	12.65	54.68
5.2×10^{-2}	14.28	12.36	49.12
1.0×10^{-1}	12.25	15.16	38.94

中的微小细节反差和纹理变化特征,同时也能反映出图像的清晰度,GMG 越大,图像层次越丰富,图像变化就越多,图像也就越清晰。SSIM 用于评估两张图像边缘轮廓等几何结构信息的相似重合程度,其值越大,两幅图像之间的相似程度越高。两个指标的具体表达式为

$$F_{\text{GMG}} = \frac{1}{(M-1) \times (N-1)} \sum_{i=1}^{M-1} \sum_{j=1}^{N-1} \sqrt{\frac{[g(i,j+1) - g(i,j)]^2 + [g(i+1,j) - g(i,j)]^2}{2}}, \quad (6)$$

$$F_{\text{SSIM}} = \frac{(2\mu_F\mu_P + \epsilon_1)(2\sigma_{FP} + \epsilon_2)}{(\mu_F^2 + \mu_P^2 + \epsilon_1)(\sigma_F^2 + \sigma_P^2 + \epsilon_2)}, \quad (7)$$

式中: M 和 N 为图像的维度; (i,j) 为图像的离散坐标; μ_F 和 μ_P 分别为原图像和复原后图像的亮度均值; σ_F 和 σ_P 分别为原图像和复原后图像的对比度标准差, σ_{FP} 为二者的协方差; ϵ_1 和 ϵ_2 为常数,以保证分母不为 0。对图 8 所示的 5 张像差较大的图像进行复原,复原结果如图 9 所示,表 4 为相应的质量评价结果。可以看出,不同模糊程度的图像复原后的 GMG 和 SSIM 都

有提升,其中 GMG 提升比例均在 60.2% 以上,SSIM 提升比例均在 66.5% 以上,且图像的像差越大,提升比例越高。这说明图像的细节得到了有效的提升,尤其在模糊程度较大情况下,原图的结构信息仍可以得到有效的复原。但是由于原图像模糊程度较大,信息丢失较为严重,所以在迭代复原过程中难免会出现振铃现象,在色彩方面存在一定的失真。

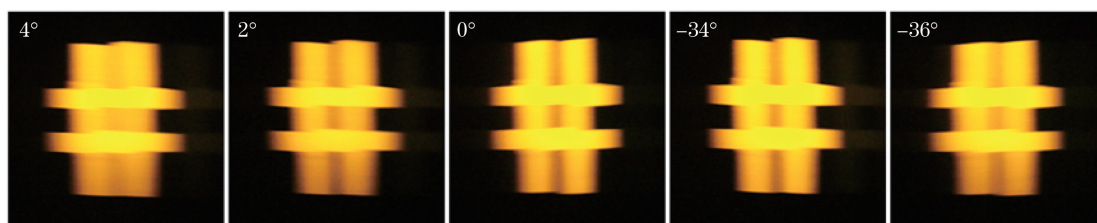


图 8 光栅系统所成图像

Fig. 8 Images formed by grating system

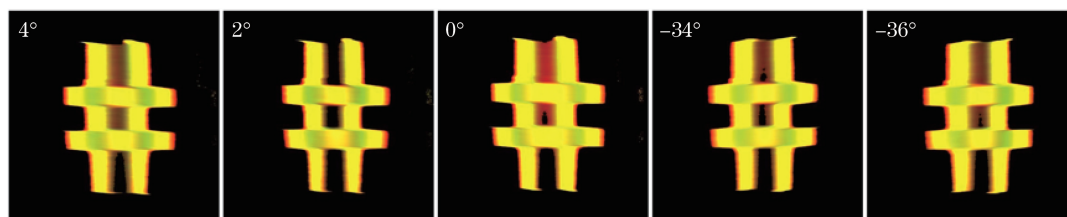


图 9 复原图像

Fig. 9 Restored images

表 4 图像复原前后的质量评价

Table 4 Quality evaluation before and after image restoration

$\theta / (^{\circ})$	GMG			SSIM		
	Before restoration	After restoration	Increase rate	Before restoration	After restoration	Increase rate
4	0.0086	0.0150	74.42%	44.94%	89.31%	98.73%
2	0.0082	0.0145	76.83%	51.36%	88.63%	72.57%
0	0.0091	0.0157	72.53%	53.31%	91.94%	72.47%
-34	0.0088	0.0141	60.23%	53.92%	89.76%	66.47%
-36	0.0085	0.0143	68.23%	48.34%	87.49%	80.99%

4.2 复原对比实验分析

为了进一步验证所提刃边拟合函数的有效性, 对其与其他两种函数进行比较。在所拍摄的系列图像中选取入射角为 -34° 的 1 幅图像, 分别采用 Gauss 函数的积分形式、Hyperbolic 函数、Boltzmann 函数对刃边函数拟合后再复原, 复原结果如图 10 所示, 可以看出, 图像模糊程度较大时,

Gauss 函数的积分形式很不理想, Hyperbolic 函数可以恢复部分图像信息, 但仍存在较大像差, 而 Boltzmann 函数的复原效果明显优于前两者, 可以有效复原图像的部分细节信息和结构信息。表 5 为复原前后不同拟合函数的质量评价结果, 在复原前后, Boltzmann 函数的 GMG 与 SSIM 提升比例均在 60% 以上, 均高于其他两种拟合函数。

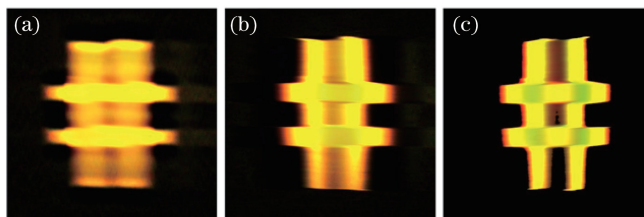


图 10 不同拟合函数的复原对比。(a) Gauss 函数; (b) Hyperbolic 函数; (c) Boltzmann 函数

Fig. 10 Restoration comparison of different fitting functions. (a) Gauss function; (b) Hyperbolic function;

(c) Boltzmann function

5 结 论

针对传统刃边拟合方法不能有效地应用于像差

较大的光栅图像中的问题, 提出一种基于 Boltzmann 函数的刃边拟合方法。由所提方法构建的点扩展函数更精确, 对不同模糊程度的图像进行

表 5 不同拟合函数的质量评价

Table 5 Quality evaluation of different fitting functions

Function	GMG			SSIM		
	Before restoration	After restoration	Increase rate	Before restoration	After restoration	Increase rate
Gauss		0.0091	3.41%		58.29%	8.10%
Hyperbolic	0.0088	0.0095	7.95%	53.92%	69.38%	28.67%
Boltzmann		0.0141	60.23%		89.76%	66.47%

复原后,GMG 提升均在 60.2% 以上,SSIM 提升均在 66.5% 以上,所提方法的复原效果优于其他同类方法。根据光栅成像特点,构建了以入射角为自变量的点扩展函数模型,为解决光栅像差问题及为该类型成像系统的图像复原提供了一种有效的方法和途径。平面光栅成像系统在对一般物体成像时仅以平面光栅为成像元件,是一种新型的无透镜成像系统,且体积小、质量轻,在国防军事、航空工业、医学影像等领域具有广阔的应用前景。本文成果有助于对无透镜光栅成像新技术的研究。

参 考 文 献

- [1] Köhler R, Hirsch M, Mohler B, et al. Recording and playback of camera shake: benchmarking blind deconvolution with a real-world database [M] // Fitzgibbon A, Lazebnik S, Perona P, et al. Computer vision - ECCV 2012. Heidelberg: Springer, 2012: 27-40.
- [2] Chen Y M, Chen M M, Zhu L, et al. Measure and model a 3-D space-variant PSF for fluorescence microscopy image deblurring [J]. Optics Express, 2018, 26(11): 14375-14391.
- [3] Chen R J, Tan H Z, Tan W Q, et al. A fast lens focus measurement method based on blurred image processing [J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(2): 0210002.
陈荣军, 谭洪舟, 谭伟清, 等. 一种基于模糊图像处理的透镜快速测焦方法 [J]. 光学学报, 2015, 35(2): 0210002.
- [4] Pan J S, Dong J X, Tai Y W, et al. Learning discriminative data fitting functions for blind image deblurring [C] // 2017 IEEE International Conference on Computer Vision (ICCV), October 22-29, 2017, Venice. New York: IEEE, 2017: 1077-1085.
- [5] Xie D J, Li T C, Feng H J, et al. Image restoration of Cassegrain optical remote sensing system [J]. Acta Optica Sinica, 2011, 31(6): 0611004.
谢丁杰, 李铁成, 冯华君, 等. 卡塞格林光学遥感系统的图像复原 [J]. 光学学报, 2011, 31(6): 0611004.
- [6] Yang L H, Zhao B H, Zhang X X, et al. Gaussian fitted estimation of point spread function and remote sensing image restoration [J]. Chinese Optics, 2012, 5(2): 181-188.
杨利红, 赵变红, 张星祥, 等. 点扩展函数 Gauss 拟合估计与遥感图像恢复 [J]. 中国光学, 2012, 5(2): 181-188.
- [7] Fang M, Wang C, Yin D L. Optimal Fermi function based PSF calculation and image restoration [J]. Acta Photonica Sinica, 2014, 43(S1): 0110001.
方明, 王成, 尹大力. 基于最优费米函数的点扩展函数求取与图像复原 [J]. 光子学报, 2014, 43(S1): 0110001.
- [8] Zhou X, Molina R, Ma Y, et al. Parameter-free Gaussian PSF model for extended depth of field in brightfield microscopy [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2020, 29: 3227-3238.
- [9] Aguet F, van de Ville D, Unser M. Model-based 2.5-D deconvolution for extended depth of field in brightfield microscopy [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 2008, 17(7): 1144-1153.
- [10] Holmes T J, Bhattacharyya S, Cooper J A, et al. Light microscopic images reconstructed by maximum likelihood deconvolution [M] // Pawley J B. Handbook of biological confocal microscopy. Boston: Springer, 1995: 389-402.
- [11] Chacko N, Liebling M. Fast spatially variant deconvolution for optical microscopy via iterative shrinkage thresholding [C] // 2014 IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP), May 4-9, 2014, Florence, Italy. New York: IEEE, 2014: 2838-2842.
- [12] He X R, Zhang W P, Chen M X, et al. Study on astigmatism of the virtual images formed by grating diffraction [J]. Proceedings of SPIE, 2006: 602731-602737.
- [13] Cui L F, Luo R F. Introduction of Gaussian beam parameters and rapid measurement and calculation of beam waist [J]. Tianjin Science & Technology, 2018, 45(1): 27-31.
崔立夫, 罗瑞芳. Gauss 光束参数简介及束腰的快速测量计算 [J]. 天津科技, 2018, 45(1): 27-31.
- [14] Li T J, Yuan Y, Shuai Y, et al. Joint method for reconstructing three-dimensional temperature of

- flame using Lucy-Richardson and nearest neighbor filtering using light-field imaging [J]. *Science China Technological Sciences*, 2019, 62(7): 1232-1243.
- [15] Li Y, Fan C Y, Shi D F, et al. Turbulence-degraded image blind restoration method using accelerated and damped Richardson-Lucy algorithm [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2011, 48(8): 081001.
李勇, 范承玉, 时东锋, 等. 基于加速阻尼 Richardson-Lucy 算法的湍流退化图像盲复原方法 [J]. *激光与光电子学进展*, 2011, 48(8): 081001.
- [16] Zhang Y Y, Wang H H, Chen S T. Adaptive optics image restoration based on Lucy-Richardson [J]. *Information Technology*, 2015, 39(12): 35-37, 41.
张艳艳, 王欢欢, 陈苏婷. 基于 Lucy-Richardson 的自适应光学图像复原 [J]. *信息技术*, 2015, 39(12): 35-37, 41.
- [17] Rajora S, Butola M, Khare K. Mean gradient descent: an optimization approach for single-shot interferogram analysis [J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2019, 36(12): D7-D13.
- [18] Wang Z, Bovik A C, Sheikh H R, et al. Image quality assessment: from error visibility to structural similarity [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2004, 13(4): 600-612.