

基于粒子群退火优化 BVMD 方法的超精密加工表面空间频率分解

高炜祥^{1,2}, 李星占^{1*}, 郑华林², 胡腾²

¹中国工程物理研究院机械制造工艺研究所, 四川 绵阳 621900;

²西南石油大学机电工程学院, 四川 成都 610500

摘要 超精密加工工件表面存在影响其性能的各种空间频率误差, 针对工件的不同性能研究, 需要采用有效分解手段对含有特定频段空间频率误差的形貌进行提取。传统的空间频率误差分解方法存在严重的模态混叠现象, 为了解决这一问题, 提出自适应二维变分模态分解(BVMD)算法对三维表面形貌进行分解。首先, 由于采集三维形貌数据时会造成截断误差, 引入镜像延拓和自卷积 Hanning 窗方法对数据进行预处理。然后, 利用粒子群退火优化算法, 对 BVMD 算法中的惩罚系数和分解层数进行寻优处理。其中, 以各模态分量之间的频谱 KL 散度作为混叠指标, 引入最小风险贝叶斯决策理论, 综合 KL 散度与重构误差, 构建优化算法适应度函数。最后, 对超精密加工实测表面形貌进行分析, 并与离散小波分解、二维经验模态分解方法相比较。结果显示, 所提方法分解的 KL 散度值在 10^2 量级, 远高于其他两种方法, 能更好抑制模态混叠, 实现超精密加工表面空间频率误差的有效分解。

关键词 光学制造; 超精密加工表面; 自卷积 Hanning 窗; 二维变分模态分解; 粒子群退火算法; KL 散度

中图分类号 TH161.14

文献标志码 A

doi: 10.3788/AOS202040.1122001

Application of Particle Swarm Annealing Optimization BVMD Method in Spatial Frequency Decomposition of Ultra-Precision Machined Surfaces

Gao Weixiang^{1,2}, Li Xingzhan^{1*}, Zheng Hualin², Hu Teng²

¹*Institute of Machinery Manufacturing Technology, China Academy of Engineering Physics, Mianyang, Sichuan 621900, China;*

²*College of Mechanical and Electrical Engineering, Southwest Petroleum University, Chengdu, Sichuan 610500, China*

Abstract There exist various kinds of spatial frequency errors on the ultra-precision machined surfaces, which seriously influence their performances. According to different performances of workpieces, it is necessary to use an effective decomposition method to extract the topography containing the spatial frequency errors at specific frequency bands. The traditional spatial frequency error decomposition method has the serious problem of modal aliasing. In order to solve this problem, an adaptive bidimensional variational mode decomposition (BVMD) algorithm is proposed to decompose a three-dimensional surface topography. First, image continuation and self-convolution Hanning window are introduced to preprocess the truncation errors when collecting 3D topographic data. Then, the particle swarm annealing optimization algorithm is used to optimize the penalty coefficient and the number of decomposition layers in the BVMD algorithm. Among them, the fitness function of the optimization algorithm is constructed by taking KL divergence among modal components as aliasing indicators, introducing the minimum risk Bayesian decision theory, and combining KL divergence with reconstruction errors. Finally, the measured topography of the ultra-precision machined surface is analyzed and compared with those by the discrete wavelet decomposition method and the bidimensional empirical mode decomposition methods. The results show that the KL divergence by the proposed method is several hundred, much higher than those by the other two methods. The proposed method has a good inhibition ability for frequency error modal aliasing, and can effectively decompose the spatial frequency errors of an ultra-precision machined surface.

Key words optical fabrication; ultra-precision machined surface; self-convolution Hanning window; bidimensional

收稿日期: 2020-01-02; 修回日期: 2020-02-27; 录用日期: 2020-03-10

基金项目: 国家自然科学基金(11802279, 11702170)、科学挑战专题资助(TZ2018006-0104)

* E-mail: li_xingzhan@126.com

1 引 言

超精密加工是光学元件加工的主要手段。以单点金刚石飞切加工为例,在加工过程中,机床主轴的摆动、刀具的磨损、工件-刀具的相对振动、液压和气浮系统的压力波动、导轨运动误差、环境扰动等因素都会导致加工工件表面产生不同空间频段的形貌误差^[1]。而在光学研究中,光学元件表面的空间频率误差严重影响产品的光学性能。高频误差影响光学元件的散射损耗和薄膜损伤性能;中频误差会导致光线的小角度散射;低频误差主要影响激光束的聚焦性能^[2-4]。为了提升光学产品的加工精度,控制加工表面的质量,提高光学产品的性能,需要对超精密加工中工件表面的空间频率误差进行分析与控制。首先,要对加工表面的主要空间频率误差进行辨识,获得加工表面空间频率误差的主要分布特性;其次,需要分析特定频段的空间频率误差对加工表面形貌产生的影响;最后,结合加工过程中的多因素参数分析,实现对表面空间频率误差的溯源,达到控制空间频率误差的目的。因此,如何准确分离和辨识表面形貌中的空间频率误差成分是提高工件光学性能的重要研究内容。

目前,离散小波分解方法是实现表面形貌空间频率误差分解的主要手段之一。Chen等^[5]利用二维离散小波变换,将初始表面图像分解为多个尺度的频率成分,并从分解图像中直观分析高、中、低频空间频率误差各自所属形貌的特性,但是没有对小波基的选择标准以及小波分解中存在的模态混叠现象进行研究。陈东菊等^[6]在利用离散小波分解方法进行表面形貌空间频率误差分解时,以分解误差为判别依据,寻找最优的 Daubechies 小波基和分解层数,获得了较为清晰的分解结果,但小波分解中的模态混叠、平移可变等缺点并未得到解决。此外,经验模态分解(EMD)算法^[7]也在加工表面三维形貌的分析中得到了应用。该方法理论上适用于任何类型的信号,并能够自适应地将复杂信号分解为多个本征模态^[8],避开了小波分解中的小波基和分解层数选择问题。任志英等^[9]利用二维经验模态分解(BEMD)算法对三维表面空间频率误差进行分解,按空间频率误差高、中、低三个频段,对表面形貌进行有效的分离,但没有考虑 BEMD 算法引起的严重

模态混叠现象。Konstantin等^[10]提出一种变分模态分解(VMD)算法,该算法相比 EMD 分解具有可靠的理论依据。Cai等^[11]将 VMD 算法应用于电能质量分析,验证了 VMD 相比 EMD、BEMD 具有更优的分解效果,但没有针对 VMD 算法中的主要影响参数给出选择方法。Yang等^[12]在进行颤振信号有效成分提取时,利用退火算法优化后的 VMD 进行信号分解,证明了 VMD 算法相对于 EMD 算法具有更好的准确性和稳定性。

三维形貌数据的采集会造成数据边缘的截断误差,导致傅里叶变换(FFT)和快速傅里叶逆变换(IFFT)时发生频谱泄漏以及信号失真现象。特别是 VMD 算法中存在多次 FFT 和 IFFT,如果不对数据进行预处理,会严重影响分析结果的精度。Ryoma等^[13]针对周期延拓的边界不连续问题以及对称延拓的方向性问题,提出均值扩展与正余弦滤波结合的延拓方法。该方法能够在边界延拓的光滑性和方向性上作出补偿,并模糊处理非影响范围内的数据,较好地保证了初始数据的变化趋势。郭书君等^[14]采用多尺度插值小波解偏微分方程,自适应选取配置点以确定图像纹理方向,并沿纹理方向对农田遥感图像进行延拓处理,实现了图像边界效应的消除。加窗处理具有弱化数据边界信息的能力^[15],对延拓数据进行加窗处理可以增加初始数据在延拓后数据中的所占比重,减少延拓数据对初始数据的影响。另外,窗函数能够对非无限长信号的端部截断误差作出改善。因此,对延拓数据进行加窗处理,不仅可以弥补截断误差缺陷,而且能够在一定程度上减小延拓数据对初始数据造成的影响。

本文利用镜像延拓和自卷积 Hanning 窗,对采集到的三维形貌数据进行预处理。然后,采用二维变分模态分解方法,对表面形貌空间频率误差进行分解。并且,针对自适应二维变分模态分解(BVMD)算法中对分解结果影响最大的两个参数即惩罚因子 α 和分解层数 k ,采用粒子群退火优化算法进行了寻优处理。通过对实际加工表面的分析,对比离散小波分解和 BEMD 算法,以模态混叠作为指标,验证了本文算法的优势及其适用性。

2 算法的基本理论与流程

超精密加工是精密光学零件的主要加工技术,

而各频段空间频率误差是光学零件性能的主要影响因素。为了对特定频段的空间频率误差进行分析,需要采用有效分解手段,对表面空间频率误差进行分解,尽可能精确地提取各频段误差成分。

模态混叠是当前分解算法中常见的缺陷,相比于传统的 EMD 算法和小波分解算法, VMD 算法能在一定程度上改善模态混叠现象。因此,本文采用二维的 VMD(BVMD)算法对工件表面三维形貌进行分解。但是, BVMD 算法存在两个对分解效果影响较大的参数,即惩罚因子 α 和分解层数 k 。为了得到较好的分解效果,采用粒子群退火算法对以上两个参数进行优化处理。优化算法的性能不仅与算法理论有关,还与所优化的适应度函数有较大关系。根据空间频率误差分解对模态混叠以及重构误差的要求,将 KL 散度作为模态混叠的数值指标,并引入最小风险贝叶斯理论,权衡模态混叠与重构误差在适应度函数中的占比。

三维形貌数据的采样是对离散点进行采集,存在截断误差。BVMD 算法中多次采用了 FFT 和 IFFT,截断误差对它们的精度影响很大。因此,本文采用边界延拓以及自卷积 Hanning 窗对采集数据进行预处理,以降低分析误差。

本文算法的基本理论与计算流程如图 1 所示。

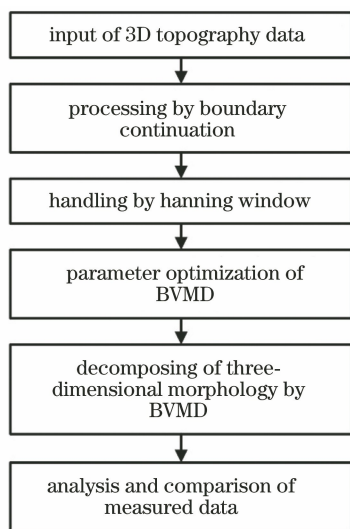


图 1 所提算法的流程图

Fig. 1 Flow chart of proposed method

3 理论与算法描述

3.1 三维形貌数据预处理

BVMD 算法中存在多次 FFT 与 IFFT,直接对采集到的截断三维形貌数据进行分解,会造成较大重构误差,影响分析结果的准确度^[16]。为了解决上

述问题,采用图像处理中的边界延拓以及加窗处理技术,以改善截断误差对分解结果的影响。

3.1.1 边界延拓

传统象限翻转方法进行镜像处理后的理论结果如图 2 所示,其中 A_0 、 A_1 、 A_2 、 A_3 、 A_4 分别表示原始图像、右镜像、上镜像、左镜像、下镜像图像。可以看出,该方法对相邻边界实现了延拓,但在四个角的位置并没有延拓数据。为了弥补该缺陷,本文基于象限翻转方法,设计一种逐步镜像处理方法以实现初始数据的延拓。首先,以初始数据以下边界为中心轴进行上下镜像处理;然后,将新生成的数据作为待处理数据,以其右边界为中心轴进行镜像处理;按同样方法替换待处理数据,分别以上边界和左边界为中心轴进行镜像处理,其中上镜像和左镜像的结果分别只取与初始数据长度相同的上延伸宽度和左延伸宽度。具体结果如图 3 所示,其中 A'_0 为原始图像; A'_1 为 A'_0 的下镜像图像; A'_2 为 A'_0 与 A'_1 的右镜像图像; A'_3 为 3 倍原始图像尺寸范围内 A'_0 与 A'_2 的上镜像图像; A'_4 为 3 倍原始图像尺寸范围内 A'_0 、 A'_1 与 A'_3 的左镜像图像。该方法弥补了传统镜像翻转法在四个角处存在空白数据的缺陷,但依然存在对称延拓理论的边界突变的缺点。因此,需要进一步引入改进方法以去除边界突变现象。

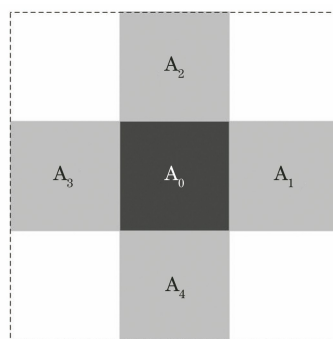


图 2 象限翻转延拓

Fig. 2 Quadrant inversion extension

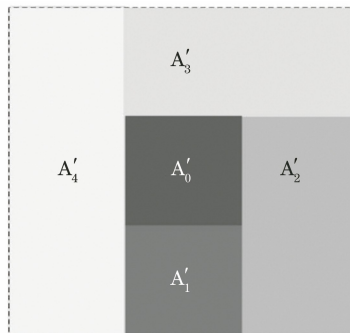


图 3 逐步镜像延拓

Fig. 3 Step by step mirror extension

3.1.2 自卷积 Hanning 窗处理

超精密加工表面三维形貌数据属于非对称信号,边界延拓虽然能在一定程度上对截断误差作出改善,但不能保证延拓数据完全满足初始数据的变化趋势,降低了数据的真实性。加窗处理不仅具有降低截断误差的能力^[17],而且能够弱化数据的边界信息^[15]。因此,本文先对初始数据进行边界延拓,再对延拓后的数据进行加窗处理,这样不仅能有效降低截断误差的影响,还能通过弱化延拓数据,降低延拓数据对初始数据的失真影响。

常用窗函数主要有矩形窗、三角窗、Hanning 窗、Hamming 窗及 Gauss 窗等。窗函数的频谱形状对频谱泄漏等具有直接影响,主要考察指标为窗函数的旁瓣特性。窗函数旁瓣特性是指旁瓣的衰减速率,衰减速率越快,则窗函数对频谱泄漏的抑制能

力越好^[18]。采用自卷积方法计算得到的窗函数具有比原窗函数更好的旁瓣特性,且 Hanning 窗在旁瓣性能和主瓣宽度上具有一定的兼容优势^[19]。为了得到更快的衰减速率,本文以 Hanning 窗为基础窗函数,引入卷积计算方法对 Hanning 窗函数进行自卷积处理,将最终得到的自卷积 Hanning 窗函数作为数据处理窗函数。

Hanning 窗函数的时域表达式为

$$W_{H-n} = 0.5 - 0.5\cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right), t = 0, 1, 2, \dots, T-1, \quad (1)$$

式中: T 为时间窗的大小; t 为时间; n 为阶数。

通过卷积运算,得到 2 阶自卷积 Hanning 窗函数表达式为

$$W_{H-2} = \begin{cases} \left[2\pi t + \pi t \cos\left(\frac{\pi t}{T}\right) + T \sin\left(\frac{\pi t}{T}\right) + 2\pi t\right] \times \frac{1}{8T^2\pi}, & -T \leq t \leq T \\ \left[-2\pi t - \pi t \cos\left(\frac{\pi t}{T}\right) + 3T \cos\left(\frac{\pi t}{T}\right) - T \sin\left(\frac{\pi t}{T}\right) + 6\pi t\right] \times \frac{1}{8T^2\pi}, & T < t \leq 3T \end{cases}. \quad (2)$$

同理,可以得到其余阶自卷积 Hanning 窗表达式。

3.2 二维变分模态分解

BVMD 以维纳滤波理论为基础,并结合 Hilbert 变换,通过拉格朗日乘子法求解实现的^[20]。其具体目的是将初始数据 $f_0(t_0)$ 分解为 k_0 组具有中心频率的有限带宽信号,并使各模态分量(IMF)的估计带宽之和最小。BVMD 的约束变分结构为

$$\min_{\mathbf{u}_{k_0}, \boldsymbol{\omega}_{k_0}} \left\{ \sum_{k_0} \alpha_{k_0} \left\| \nabla [u_{AS,k_0}(t_0) \exp(-j\langle \boldsymbol{\omega}_{k_0}, t_0 \rangle)] \right\|_2^2 \right\} \\ \text{s.t. } \sum_{k_0} \mathbf{u}_{k_0} = \mathbf{f}_0(t_0), \quad (3)$$

式中: \mathbf{u}_{k_0} 为模态分量; $\boldsymbol{\omega}_{k_0}$ 为中心频率; α_{k_0} 为二次惩罚因子; u_{AS,k_0} 为 \mathbf{u}_{k_0} 的解析信号; $\langle \cdot \rangle$ 为内积运算。

对于上述约束性问题,采用拉格朗日乘子法将(3)式转化为非约束问题^[10],最后采用交替乘子法进行求解。

BVMD 算法具体实现过程如下。

1) 确定 BVMD 模态分量数 k_0 ;

2) 设置交替乘子法中的输入数据初始值:初始频域模态分量 $\mathbf{u}_{k_0}^0$, 初始中心频率 $\boldsymbol{\omega}_{k_0}^0$ 、初始拉格朗日乘子以及初始迭代次数 n_0 ;

3) 更新 \mathbf{u}_{k_0} 、 $\boldsymbol{\omega}_{k_0}$ 及拉格朗日乘子;

4) 给定判定阈值常数 $e > 0$, 若满足条件

$\sum_{k_0} \left\| \mathbf{u}_{k_0}^{n_0+1} - \mathbf{u}_{k_0}^{n_0} \right\|_2 / \left\| \mathbf{u}_{k_0}^{n_0} \right\|_2 < e$ 则停止迭代,否则返回步骤 3)继续循环。

BVMD 算法不仅避免了小波分解中的小波基选择问题,同时,因中心频率范围的有限窄带宽特性,不会产生 BEMD 算法中的严重模态混叠现象。BVMD 能有效分解时变信号、非线性和非周期信号^[21],其在三维面形分解上具有极好的适用性。

3.3 粒子群退火算法

BVMD 的分解性能严重依赖于参数选择,其中模态参数 k 和惩罚参数 α 具有关键性影响^[22]。参数 k 代表分解得到的模态分量数,参数 α 用来权衡重构信号精确度与各模态分量带宽之和之间的关系^[23]。因此,采用粒子群退火算法对参数 k 和 α 进行寻优处理。另外,根据空间频率误差分解在失真性和混叠性上的要求,基于最小风险贝叶斯理论,选择相邻模态分量的频谱 KL 散度均值与信号重构误差均值作为优化的适应度函数。

3.3.1 KL 散度

KL 散度即相对熵,能够描述两个密集函数 $P(x_0)$ 与 $Q(x_0)$ 间的相似度^[24],两函数差异越大,KL 散度越大,其表达式为

$$D(P(x_0) || Q(x_0)) = \sum_{x_0} \left(P(x_0) \ln \frac{P(x_0)}{Q(x_0)} \right), \quad (4)$$

式中： I 为函数的取值范围；函数的横坐标值 $x_0 = 1, 2, \dots, I$ 。

针对两个矩阵 \mathbf{A} 和 \mathbf{B} ，其 KL 散度求解表达式为

$$D(\mathbf{A} \parallel \mathbf{B}) = \sum_{j_1=1}^{J_1} \sum_{j_2=1}^{J_2} \left(A_{j_1, j_2} \ln \frac{A_{j_1, j_2}}{B_{j_1, j_2}} \right), \quad (5)$$

式中： J_1, J_2 为矩阵的行数和列数； $A_{j_1, j_2}, B_{j_1, j_2}$ 分别为矩阵 \mathbf{A} 和 \mathbf{B} 的第 j_1 行 j_2 列对应的值。

模态混叠现象主要从频谱图中分析得到，采用 KL 散度表示相邻两模态分量之间的频谱相识度，能够有效判别模态混叠程度。KL 散度越大，相似度越小，模态混叠程度越小。因此，各相邻模态分量的 KL 散度均值能够作为确定粒子群退火算法中适应度函数的关键指标，实现 BVMD 算法中参数 k 和参数 α 的寻优处理。

3.3.2 最小风险贝叶斯理论

在表面空间频率误差分析中，数据的完整性与准确性对分析结果具有决定性影响。因此，应用分解技术进行表面空间频率误差处理时，应保证相对高的重构精度，并权衡重构误差和模态混叠两个指标。为了解决上述问题，引入最小风险贝叶斯决策理论。以重构误差与 KL 散度为决策损失，将决策所造成的期望损失作为优化算法中的适应度函数。

在最小风险贝叶斯决策中，某一决策规则的期望损失表达式为

$$R(\alpha) = \int R[\alpha(x) | x] p(x) dx, \quad (6)$$

式中： x 为条件类别； $\alpha(x)$ 为条件 x 下的决策； $R[\alpha(x) | x]$ 为每个决策的期望损失； $p(x)$ 为总体概率密度。

$$R(\alpha_g | x) = \sum_h^c \lambda(\alpha_g, \omega_h) P(\omega_h | x), \quad (7)$$

$$p(x) = \sum_h^c p(x | \omega_h) P(\omega_h), \quad (8)$$

式中： c 为类别总数； g 表示决策的序号； h 表示类别的序号； $\lambda(\alpha_g, \omega_h)$ 为决策 α_g 对类别 ω_h 的决策损失； ω_h 在条件 x 下所属类别的概率 $P(\omega_h | x) = \frac{p(x | \omega_h) P(\omega_h)}{p(x)}$ ，即贝叶斯公式求解结果； $P(\omega_h)$ 为所属类别的先验概率； $p(x | \omega_h)$ 为类条件密度，表示 ω_h 在 x 条件下的概率密度。

在本文应用中， ω_1 表示重构误差， ω_2 表示模态混叠， $\lambda(\alpha, \omega_1)$ 为重构误差值均值， $\lambda(\alpha, \omega_2)$ 为 KL 散度值均值的倒数。由于无条件干涉，先验概率 $P(\omega_1), P(\omega_2)$ 都设定为 0.5。

采取优化措施时，需要在保证高精度重构误差

的基础上进行。另外，由于 BVMD 改善了模态混叠现象，且 BVMD 在一定程度上影响重构误差精度，因此模态混叠在评价指标中的占比应远小于重构误差。通过多组预实验分析，总结得出 KL 散度倒数值的数量级是重构误差的 10^9 倍。因此，拟定重构误差的影响力概率密度 $p(x | \omega_1)$ 为 $1 - 10^{-9}$ 、模态混叠的影响力概率密度 $p(x | \omega_2)$ 为 10^{-9} 。

在优化算法中，最小适应度值为

$$\min R(\alpha | x) = \sum_{h=1}^2 \lambda(\alpha, \omega_h) P(\omega_h | x). \quad (9)$$

3.3.3 粒子群退火优化算法

粒子群 (PSO) 算法^[25] 是一种基于群体的随机优化技术，其主要思想是进化算法和群模式，可在优化目标函数解空间中较大范围内进行同时搜索^[26]。类似粒子群算法的进化与群体智能优化算法，如遗传算法等，在寻优过程中大都陷入局部最优解^[27]。模拟退火 (SA) 是由 Kirkpatrick 等提出^[28]。SA 在每次迭代中采用随机更新的方法进行位置更新。在高温条件下，该算法允许搜索空间有较大的变化。在低温下，扰动以及不合理粒子的占比大大减小。因此，退火算法能够在有效避免陷入局部最优解的同时保证优化结果的准确性。本文将模拟退火算法与粒子群优化算法相结合，既保证了群体寻优的特性，又达到了全局寻优的目的。粒子群退火算法的具体算法流程如图 4 所示，其中 T_0 为每次迭代时的

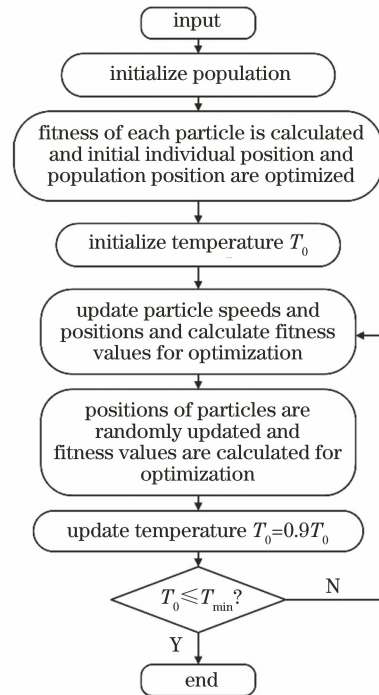


图 4 粒子群退火算法流程

Fig. 4 Flow chart of particle swarm annealing algorithm

温度, T_{\min} 为退火算法中的最低温度。

4 实测三维形貌数据分析

为了验证本文方法对空间频率提取、分析的准确性和适用性。结合超精密单点金刚石飞切机床在实际加工中测得的三维形貌,采用本文方法进行表面空间频率误差分解方法的验证与对比分析。超精密单点飞切机床为立式车削机床,通常

用来加工有色金属或光学材料的大型平面元器件。在样件的加工过程中,主轴转速为 $280 \text{ r} \cdot \text{min}^{-1}$,进给速度为 $6 \text{ mm} \cdot \text{min}^{-1}$,切削深度为 $5 \mu\text{m}$ 。图 5(a)为利用激光干涉仪测量得到的一组初始三维形貌图像(数据 1),图 5(b)为对应的一维功率谱密度(PSD),其中 X 和 Y 分别为切削切线方向、切削进给方向的采样点数, Z 为工件表面幅值, f 为空间频率。

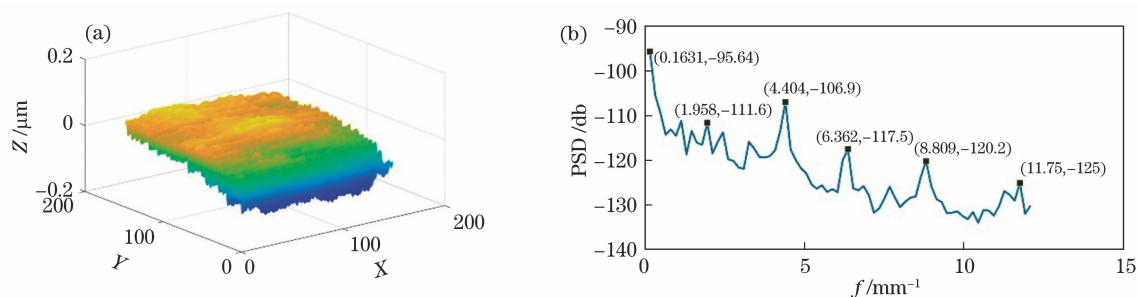


图 5 初始形貌的三维图像及一维 PSD 分析。(a)初始三维形貌;(b)初始三维形貌 PSD
Fig. 5 Three-dimensional image and one-dimensional PSD analysis of original morphology.

(a) Original 3D shape; (b) PSD of original 3D shape

4.1 基于本文方法的三维形貌处理结果分析

采样本文提出的边界延拓方法,得到图 6 所示的延拓三维形貌。对比图 5 可以看出,延拓后数据在初始数据的边界位置存在方向改变的情况,这种与初始数据变化趋势相关,却不完全符合初始数据变化趋势的延拓方法,会在改善截断误差的同时引入新的误差。因此,需要引入其他方法对该状况作出改进。

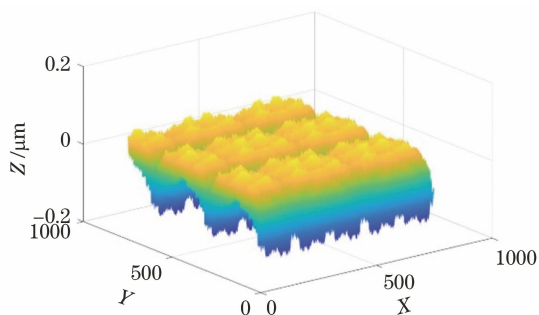


图 6 延拓后三维形貌
Fig. 6 Extended 3D shape

采用二维 1~4 阶自卷积 Hanning 窗函数对延拓后数据进行处理后,初始数据对应位置结果如图 7 所示。图 8 展示了 1~4 阶 Hanning 窗函数的幅频响应。从图 7 可知,阶次越大,窗函数整体越集中,加窗后的数据在边界处呈现出幅值逐渐减小的趋势。从图 8 可知,随着阶次的增大,窗函数旁瓣的

下降速率逐渐增大,其旁瓣性能增强。旁瓣性能越好,截断误差的改善效果越好。但是,过高的自卷积阶次会影响初始数据的完整性。通过分析可知,采用 3 阶自卷积 Hanning 窗函数,能够平衡初始数据的完整性和窗函数性能。因此,本文在后续分析过程中,均以 3 阶自卷积 Hanning 窗函数对延拓数据进行加窗处理。

在粒子群退火算法中,待确定参数 k 和 α 的取值范围分别为 $3 \sim 10$ 、 $1000 \sim 10000$ 。适应度值以及参数 k 和 α 的优化情况如图 9 所示。

根据图 9 中的寻优结果,设定参数 k 为 4、 α 为 1000,对预处理后数据(Data 1)进行 BVMD 处理。数据由低频到高频被分解为 Layer 1、Layer 2、Layer 3、Layer 4 四个模态分量,如图 10 (a)、(b)、(c)、(d)所示,各模态分量对应的一维 PSD 图及其主要空间频率 Frequency 1、Frequency 2、Frequency 3、Frequency 4、Frequency 5、Frequency 6 如图 10(e)、(f)、(g)、(h)所示。可以看出,根据空间频率误差 BVMD 能够较好地将三维形貌进行分解。表 1 展示了数据 1 及其各分解面形中的主要空间频率成分。综合表 1 和图 10 分析得出,原始三位形貌中的主要空间频率误差被清晰地划分到了四个分量之中,并且几乎没有出现模态混叠现象。因此,本文方法对数据 1 中的主要频率误差实现了较为有效的分离。

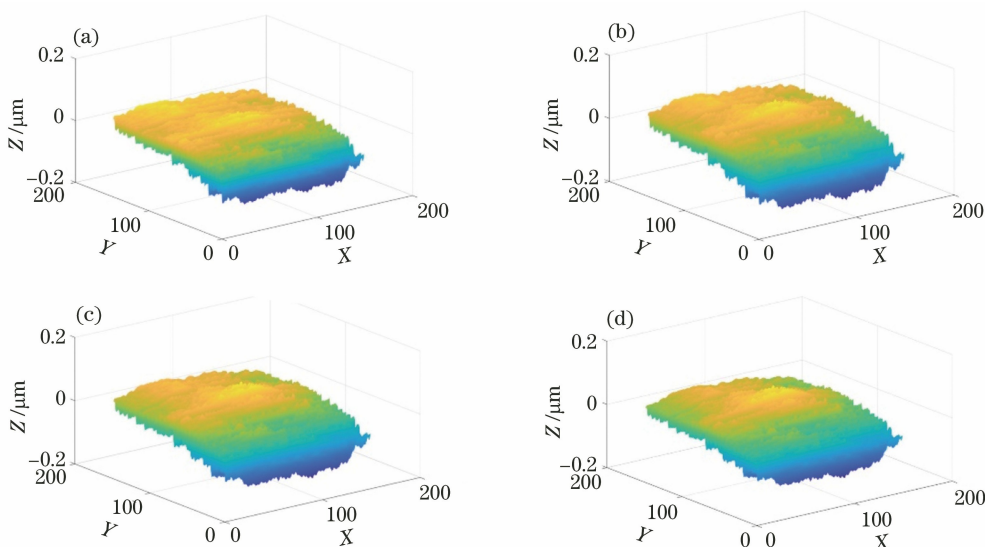


图 7 二维 1~4 阶 Hanning 窗处理结果。(a) 1 阶;(b) 2 阶;(c) 3 阶;(d) 4 阶

Fig. 7 Processing results by 2D 1-4 Hanning windows. (a) 1-order; (b) 2-order; (c) 3-order; (d) 4-order

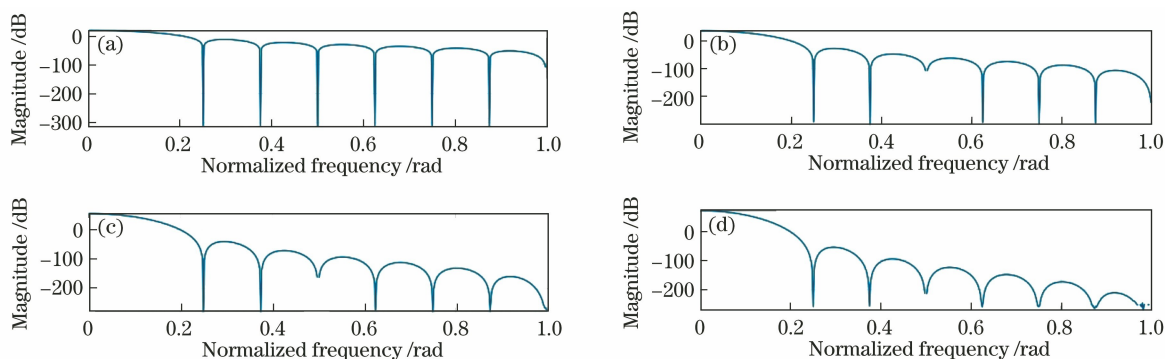


图 8 1~4 阶 Hanning 窗函数的幅频响应。(a) 1 阶;(b) 2 阶;(c) 3 阶;(d) 4 阶

Fig. 8 Amplitude frequency responses of 1-4 Hanning windows. (a) 1-order; (b) 2-order; (c) 3-order; (d) 4-order

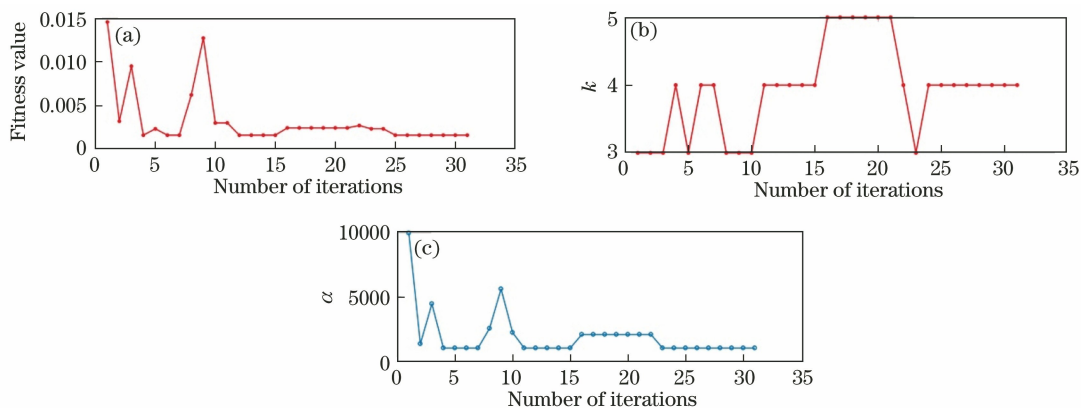


图 9 粒子群退火参数的优化结果。(a) 适应度值;(b) 分解层数 k ;(c) 惩罚参数 α

Fig. 9 Optimization results of particle swarm annealing parameters. (a) Fitness; (b) decomposition level K ;

(c) penalty parameter α

由上述分析得出,本文提出的预处理算法和优化 BVMD 算法,能够有效分离三维形貌的空间频率误差,并且能改善模态混叠现象。

4.2 算法普遍适用性分析

为了验证本文预处理方法改善 FFT 和 IFFT 误差及降低 BVMD 算法重构误差的效果。以图 5

所示三维形貌为例,利用初始数据、边界延拓后的数据及加窗后的延拓数据,计算 FFT 和 IFFT 误差以及 BVMD 重构误差,结果如表 2 所示。可以看出,边界延拓由于引入其他误差,其改善效果并不明显,

甚至可能增大误差;而加窗函数处理后,FFT、IFFT 及 BVMD 的误差都得到了较好的改善。由此得出,本文的数据预处理能够在一定程度上降低 FFT 和 IFFT 的误差及 BVMD 算法的重构误差。

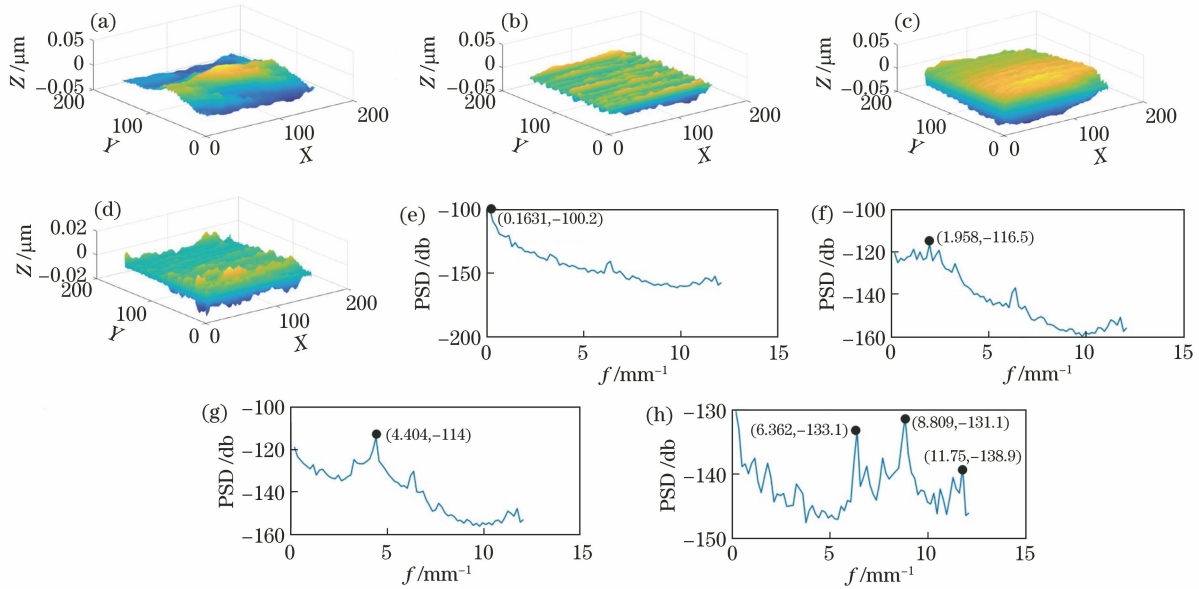


图 10 数据 1 的分解结果及对应一维 PSD。(a)模态分量 1;(b)模态分量 2;(c)模态分量 3;(d)模态分量 4;
(e)模态分量 1 的 PSD;(f)模态分量 2 的 PSD;(g)模态分量 3 的 PSD;(h)模态分量 4 的 PSD

Fig. 10 Decomposition results of data 1 and the corresponding one-dimensional PSD. (a) IMF 1; (b) IMF 2; (c) IMF 3; (d) IMF 4; (e) PSD of IMF 1; (f) PSD of IMF 2; (g) PSD of IMF 3; (h) PSD of IMF 4

表 1 数据 1 及其分解数据的主要空间频率误差

Table 1 Main spatial frequency errors of data 1 and its decomposition

Data	Frequency 1	Frequency 2	Frequency 3	Frequency 4	Frequency 5	Frequency 6
Data 1	0.1631	1.9580	4.4040	6.3620	8.8090	11.7500
Layer 1	0.1631					
Layer 2		1.9580				
Layer 3			4.4040			
Layer 4				6.3620	8.8090	11.7500

表 2 不同预处理下的 FFT 和 IFFT 误差及 BVMD 重构误差

Table 2 Reconstruction errors of BVMD and FFT & IFFT errors for different pretreatments

Error	Initial data	Continuation data	Window function data
Error of FFT and IFFT / 10^{-3}	0.4176333	0.4035720	0.3387472
Reconstruction error of BVMD / 10^{-3}	2.6163200	2.6707310	0.3554301

为了验证本文方法的普遍适用性,再次加入两组不同的实测三维形貌数据(Data 2 和 Data 3),并采用本文方法进行分解,其初始形貌、分解图像、分解后 PSD 图像分别如图 11、图 12 所示,其中,Data 2 和 Data 3 都被分解为 Layer 1、Layer 2、Layer 3、Layer 4、Layer 5 五个模态分量,且对应的主要空间频率为 Frequency 1、Frequency 2、Frequency 3、Frequency 4、Frequency 5、Frequency 6。表 3 和表 4 展示了 Data 2 和 Data 3 中的主要频率以及分解

后各分量中的主要频率成分。

从数据 2 的分解结果分析得出,本文方法能够有效地将各主要频率误差进行分离,并基本不存在模态混叠。数据 3 的分解结果中存在相邻分量的主频率相同的现象。经分析发现,这与模态混叠的趋势不同,它只是同一频率成分被分解成为两个分量,在后续处理中可以将这两个分量重构为一个形貌数据进行分析。因此,本文方法在保证分解效果的前提下,对实测超精密加工表面空间频率误差分解具

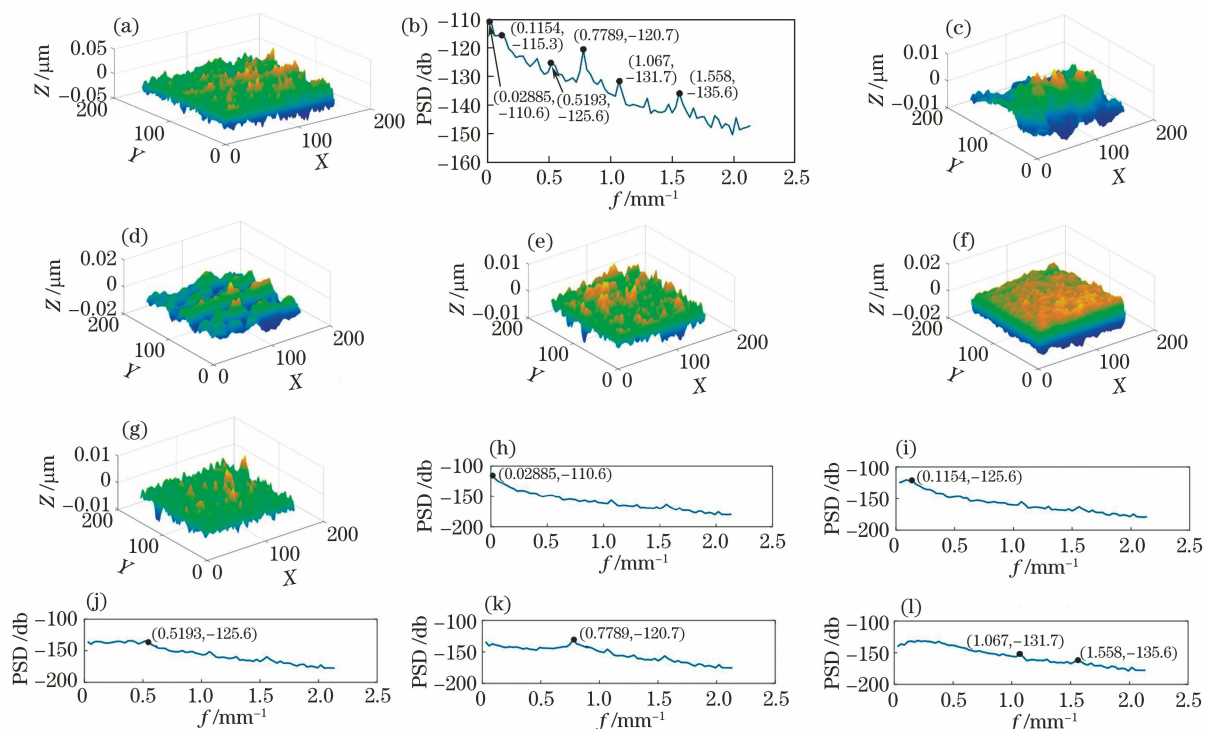


图 11 实测数据 2 及其分解的三维图和 PSD 图。(a)数据 2 的形貌;(b)数据 2 的 PSD 图;(c)模态分量 1;(d)模态分量 2;(e)模态分量 3;(f)模态分量 4;(g)模态分量 5;(h)模态分量 1 的 PSD;(i)模态分量 2 的 PSD;(j)模态分量 3 的 PSD;(k)模态分量 4 的 PSD;(l)模态分量 5 的 PSD

Fig. 11 Measured data 2 and 3D and PSD figures of its decomposition. (a) Shape of data 2; (b) PSD of data 2; (c) IMF 1; (d) IMF 2; (e) IMF 3; (f) IMF 4; (g) IMF 5; (h) PSD of IMF 1; (i) PSD of IMF 2; (j) PSD of IMF 3; (k) PSD of IMF 4; (l) PSD of IMF 5

表 3 数据 2 及其分解数据的主要空间频率误差

Table 3 Main spatial frequency errors of data 2 and its decomposition

mm^{-1}

Data	Frequency 1	Frequency 2	Frequency 3	Frequency 4	Frequency 5	Frequency 6
Data 2	0.02885	0.11540	0.51930	0.77890	1.06700	1.55800
Layer 1	0.02885					
Layer 2		0.11540				
Layer 3			0.51930			
Layer 4				0.77890		
Layer 5					1.06700	1.55800

表 4 数据 3 及其分解数据的主要空间频率误差

Table 4 Main spatial frequency errors of data 3 and its decomposition

mm^{-1}

Data	Frequency 1	Frequency 2	Frequency 3	Frequency 4	Frequency 5	Frequency 6
Data 3	0.08156	0.40780	0.73410	1.46800	2.36500	3.01800
Layer 1	0.08156					
Layer 2		0.40780				
Layer 3			0.73410			
Layer 4			0.73410			
Layer 5				1.46800	2.36500	3.01800

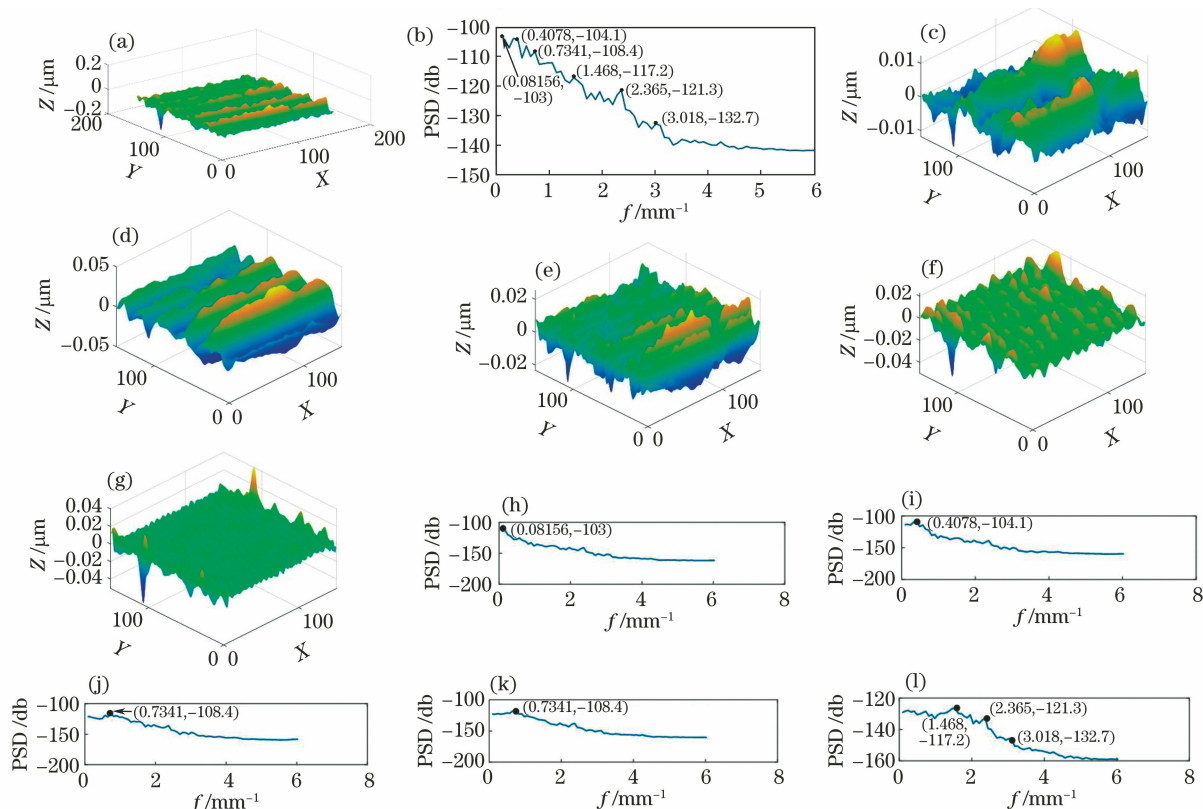


图 12 实测数据 3 及其分解的三维图和 PSD 图。(a)数据 3 的形貌;(b)数据 3 的 PSD 图;(c)模态分量 1;(d)模态分量 2;(e)模态分量 3;(f)模态分量 4;(g)模态分量 5;(h)模态分量 1 的 PSD;(i)模态分量 2 的 PSD;(j)模态分量 3 的 PSD;(k)模态分量 4 的 PSD;(l)模态分量 5 的 PSD

Fig. 12 Measured data 3 and 3D and PSD figures of its decomposition. (a) Shape of data 3; (b) PSD of data 3; (c) IMF 1; (d) IMF 2; (e) IMF 3; (f) IMF 4; (g) IMF 5; (h) PSD of IMF 1; (i) PSD of IMF 2; (j) PSD of IMF 3; (k) PSD of IMF 4; (l) PSD of IMF 5

有普遍适用性。

4.3 算法对比分析

为了验证本文方法在减小模态混叠能力上的优势,引入二维离散小波分解(BDWT)算法和 BEMD 算法,对上述三组不同数据的三维形貌进行分解。其中,以数据 1 为例,展示了其经二维离散小波分解和 BEMD 算法分解的结果,结果分别如图 13、14 所示。从图 13 可以看出,各分解成分中存在较大混叠现象,主要频率误差不能得到有效分离。从图 14 分析得到,该方法的分解结果中也存在较大模态混叠。更重要的是,该方法对中高频率误差成分的分解效果很差,大量中高频率误差存在于一个分解成分中,没有达到理想分解效果。

以 KL 散度作为评价指标进行对比分析,其中, KL 散度越大,则混叠越少,分解结果越好。以上三组数据经不同方法分解后得到的 KL 散度值如表 5 所示。分析得出,本文所提算法分解得到的 KL 散度远大于另两种分解算法,在很大程度上改善了模

态混叠现象。因此,根据分解成分的一维 PSD 图分析以及 KL 散度对比可知,本文方法在减小模态混叠方面具有较大优势。

表 5 KL 散度对比

Table 5 KL divergence contrast 10^{-3}			
Data No.	BDWT	BEMD	Proposed algorithm
Data 1	35.97541	8.670966	318.6478
Data 2	42.56554	52.69506	284.9310
Data 3	18.71866	5.978433	208.7450

综上,本文提出的边界延拓与自卷积 Hanning 窗函数预处理方法,可以在一定程度上减小 FFT 和 IFFT 的误差,从而改进 BVMD 算法在重构误差上的缺陷。通过对多组实测三维形貌数据的分析得出,本文算法在实测三维形貌的空间频率误差分解上具有普遍适用性。通过与二维离散小波分解和 BEMD 算法对比可知,本文算法相较于传统分解算法,对模态混叠现象有较大改善,具备一定优势。

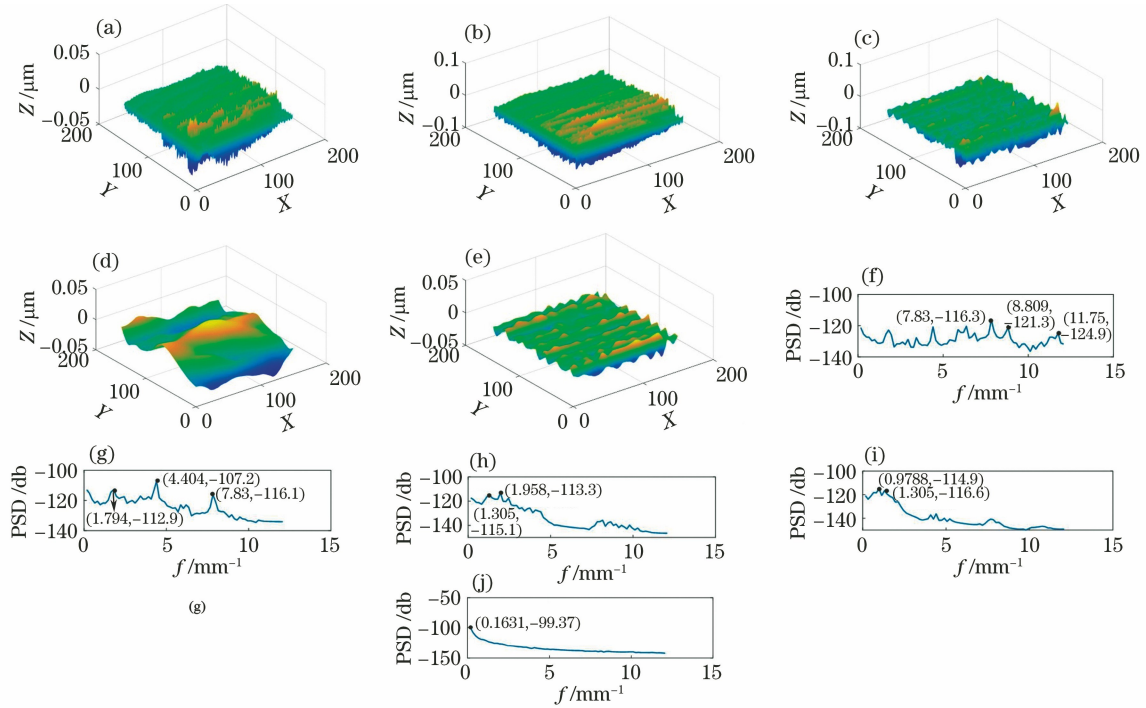


图 13 数据 1 的 BDWT 分解结果及对应 PSD 图。(a) 模态分量 1; (b) 模态分量 2; (c) 模态分量 3; (d) 模态分量 4; (e) 模态分量 5; (f) 模态分量 1 的 PSD; (g) 模态分量 2 的 PSD; (h) 模态分量 3 的 PSD; (i) 模态分量 4 的 PSD; (j) 模态分量 5 的 PSD

Fig. 13 BDWT decomposition results of data 1 and corresponding PSD figures. (a) IMF 1; (b) IMF 2; (c) IMF 3; (d) IMF 4; (e) IMF 5; (f) PSD of IMF 1; (g) PSD of IMF 2; (h) PSD of IMF 3; (i) PSD of IMF 4; (j) PSD of IMF 5

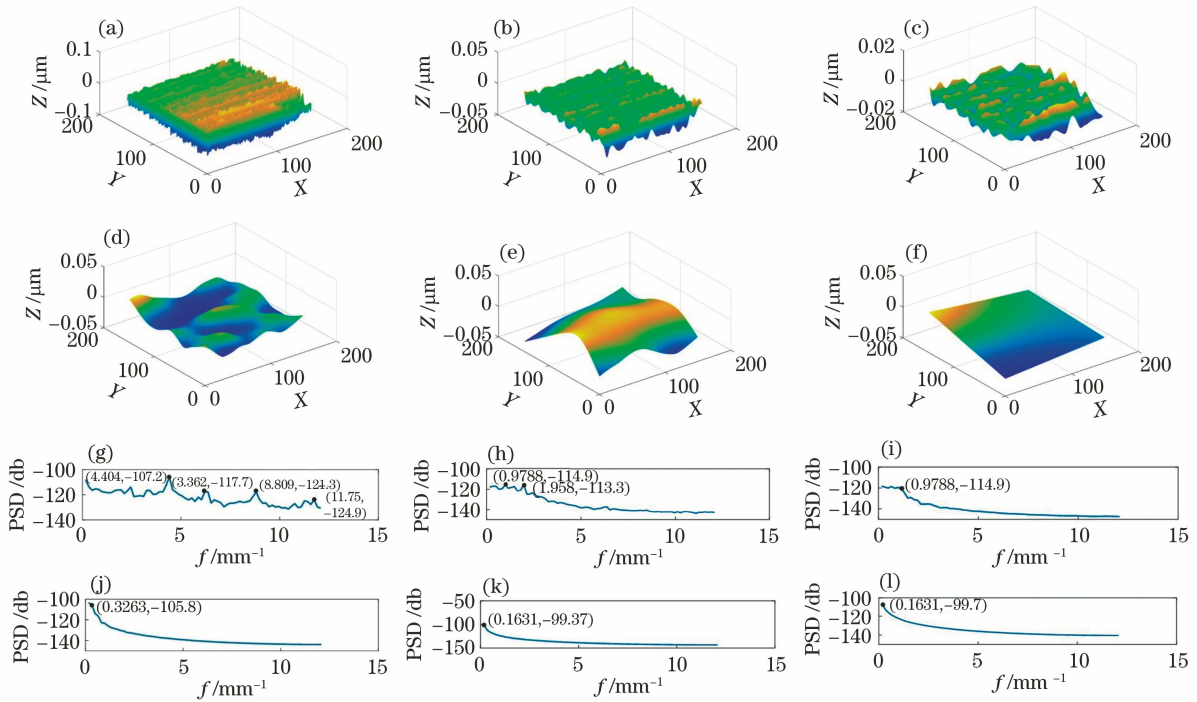


图 14 数据 1 的 BEMD 分解结果及对应 PSD 图。(a) 模态分量 1; (b) 模态分量 2; (c) 模态分量 3; (d) 模态分量 4; (e) 模态分量 5; (f) 模态分量 6; (g) 模态分量 1 的 PSD; (h) 模态分量 2 的 PSD; (i) 模态分量 3 的 PSD; (j) 模态分量 4 的 PSD; (k) 模态分量 5 的 PSD; (l) 模态分量 6 的 PSD

Fig. 14 BEMD decomposition results of data 1 and corresponding PSD figures. (a) IMF 1; (b) IMF 2; (c) IMF 3; (d) IMF 4; (e) IMF 5; (f) IMF 6; (g) PSD of IMF 1; (h) PSD of IMF 2; (i) PSD of IMF 3; (j) PSD of IMF 4; (k) PSD of IMF 5; (l) PSD of IMF 6

5 结 论

传统的超精密加工表面的空间频率误差分解技术存在模态混叠缺陷,为了弥补这一缺陷,引入BVMD算法对空间频率误差进行分解,并针对BVMD产生的较大重构误差作出了改进。通过理论分析及实测数据对比,发现自卷积 Hanning 窗函数处理能够在一定程度上降低 FFT 和 IFFT 的变换误差,进而使 BVMD 的重构误差得到有效改善。对三组不同的实测三维形貌进行分解,结果表明,所提方法在实测三维形貌的空间频率误差分解上具有较高的适用性;与其他分解算法对比,所提方法的 KL 散度值在 10^2 量级,其他方法的散度值不超过 10^1 量级,表明改进后 BVMD 算法的分解能力更具优势,不仅可以有效提取三维形貌中不同频段的空间频率误差,而且在保证重构误差精度的同时,对分离结果中的模态混叠现象具有更好的抑制效果。

参 考 文 献

- [1] Zhan L. Simulation and experimental study of KDP crystal surface topography formation in ultra-precision fly cutting machining[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2015.
战蓝. KDP 晶体超精密飞切加工表面形貌形成过程仿真与实验研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2015.
- [2] Liang Y C, Chen M J, Li M Q, et al. Evaluation method of the effect of surface ripple on laser damage threshold of optical element and the method to obtain the best machining parameters: CN101887171A [P]. 2012-02-22.
梁迎春, 陈明君, 李明全, 等. 光学元件表面波纹度对其激光损伤阈值影响的评价方法及由此获得工件最佳加工参数的方法: CN101887171A [P]. 2012-02-22.
- [3] Zhang Y G. Study on optical scattering characteristics of surface microstructure for optical elements [D]. Xi'an: Xi'an Technological University, 2017.
张英鸽. 光学元件表面微观形貌的光学散射特性研究[D]. 西安: 西安工业大学, 2017.
- [4] Xiang Y C, Lin Y X, Ren Z Y. Study on surface defect detection method of optical element [J]. Optical Instruments, 2018, 40(1): 78-87.
向弋川, 林有希, 任志英. 光学元件表面缺陷检测方法研究现状[J]. 光学仪器, 2018, 40(1): 78-87.
- [5] Chen W Q, Sun Y Z. Influence of low-spatial frequency ripples in machined potassium dihydrogen phosphate crystal surfaces on wavefront errors based on the wavelet method [J]. Optical Engineering, 2015, 54(2): 024101.
- [6] Chen D J, Fan J W, Li H Y, et al. Relationship between waviness in ultra-precision machining and spindle unbalance [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2013, 49(1): 191-198.
陈东菊, 范晋伟, 李海涌, 等. 超精密加工中表面波纹度与主轴系统不平衡关系[J]. 机械工程学报, 2013, 49(1): 191-198.
- [7] Huang N E, Shen Z, Long S R, et al. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis[J]. Proceedings of the Royal Society of London Series A: mathematical, Physical and Engineering Sciences, 1998, 454(1971): 903-995.
- [8] Bisu C F, Zapciu M, Cahuc O, et al. Envelope dynamic analysis: a new approach for milling process monitoring [J]. The International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2012, 62(5/6/7/8): 471-486.
- [9] Ren Z Y, Gao C H, Luo D H, et al. Application of bidimensional empirical mode decomposition in error evaluation for engineering surface texture[J]. Optics and Precision Engineering, 2017, 25(2): 425-432.
任志英, 高诚辉, 罗德海, 等. 二维经验模态分解在工程表面形貌误差评定中的应用[J]. 光学精密工程, 2017, 25(2): 425-432.
- [10] Konstantin D, Dominique Z. Variational Mode Decomposition [J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2014, 62(3): 531-544.
- [11] Cai K W, Cao W P, Liu Z, et al. Application of the variational mode decomposition for power quality analysis [J]. Electric Power Components and Systems, 2019, 47(1/2): 43-54.
- [12] Yang K, Wang G F, Dong Y, et al. Early chatter identification based on an optimized variational mode decomposition[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2019, 115: 238-254.
- [13] Ishibashi R, Suzuki T, Kudo H, et al. Image boundary extension with mean values for cosine-sine modulated filter banks[C]//2015 15th International Symposium on Communications and Information Technologies (ISCIT), October 7-9, 2015, Nara, Japan. New York: IEEE, 2015: 69-72.
- [14] Guo S J, Mei S L, Li L. Texture continuation of remote sensing image of farmland based on shannon-cosine wavelet[J]. Journal of agricultural machinery, 2017(S1): 142-146.
郭书君, 梅树立, 李丽. 基于 Shannon-cosine 小波的农田遥感图像纹理延拓[J]. 农业机械学报, 2017(S1): 142-146.

- [15] Zhang P, Zhang Z H, Han S L. Window function correction conjugate Fourier transform spectral reconstruction [J]. *Acta Optica Sinica*, 2012, 32(s1): s107001.
张鹏, 张志辉, 韩顺利. 窗函数校正共轭傅里叶变换光谱的重构[J]. *光学学报*, 2012, 32(s1): s107001.
- [16] Guo D L, Zhang T J, Dai X H. Restraining method of frequency spectrum leakage of sampled signals based on signal extension [J]. *Chinese Journal of Scientific Instrument*, 2010, 31(3): 536-540.
郭东亮, 张铁军, 戴宪华. 基于信号延拓的采样信号频谱泄漏抑制[J]. *仪器仪表学报*, 2010, 31(3): 536-540.
- [17] Hao R J, Li F. A new method to suppress the EMD endpoint effect [J]. *Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis*, 2018, 38(2): 341-345.
郝如江, 李非. EMD 端点效应抑制方法[J]. *振动测试与诊断*, 2018, 38(2): 341-345.
- [18] He J, Liu Y. Research on window function selection in phase estimation of digital signal [C]//2017 International Conference on Frontiers of Manufacturing Science and Measuring Technology, February 28, 2017, Taiyuan, China. Paris: Atlantis Press, 2017, 130: 1162-1165.
- [19] Li Z H, Li H B, Zhang Z, et al. An online calibration method for electronic voltage transformers based on IEC 61850-9-2 [J]. *Mapan*, 2014, 29(2): 97-105.
- [20] Bian J. Fault diagnosis of bearing combining parameter optimized variational mode decomposition based on genetic algorithm with 1.5-dimensional spectrum [J]. *Journal of Propulsion Technology*, 2017, 38(7): 1618-1624.
边杰. 基于遗传算法参数优化的变分模态分解结合 1.5 维谱的轴承故障诊断[J]. *推进技术*, 2017, 38(7): 1618-1624.
- [21] Dragomiretskiy K, Zosso D. Two-dimensional variational mode decomposition [M]//Tai X C, Bae E, Chan T F, et al. *Energy minimization methods in computer vision and pattern recognition. Lecture Notes in Computer Science*. Cham: Springer, 2015, 8932: 197-208.
- [22] Lü Z, Tang B P, Zhou Y, et al. A novel method for mechanical fault diagnosis based on variational mode decomposition and multikernel support vector machine [J]. *Shock and Vibration*, 2016, 2016: 1-11.
- [23] Guo Y F, Zhang Z S, Cao J B, et al. An optimized variational mode decomposition for extracting weak feature of viscoelastic sandwich cylindrical structures [J]. *Measurement Science and Technology*, 2018, 29(3): 035006.
- [24] Li R X, Magbool Jan N, Huang B, et al. Constrained multimodal ensemble Kalman filter based on Kullback-Leibler (KL) divergence [J]. *Journal of Process Control*, 2019, 79: 16-28.
- [25] Eberhart R C, Kennedy J. A new optimizer using particle swarm theory [C]//MHS'95. *Proceedings of the Sixth International Symposium on Micro Machine and Human Science*, Mar 13-16, 1995, Nagoya, Japan. New York: IEEE, 1995: 39-43.
- [26] Wang D S, Tan D P, Liu L. Particle swarm optimization algorithm: an overview [J]. *Soft Computing*, 2018, 22(2): 387-408.
- [27] Zhao X R, Zhou Y R, Xiang Y. A grouping particle swarm optimizer [J]. *Applied Intelligence*, 2019, 49(8): 2862-2873.
- [28] Kirkpatrick S, Gelatt C D, Vecchi M P. Optimization by simulated annealing [J]. *Science*, 1983, 220(4598): 671-680.