

彩色漫射物体的压缩全息层析成像

张成^{1,2}, 杨佐¹, 祝雪莲³, 潘敏¹, 韦穗^{1*}

¹计算智能与信号处理教育部重点实验室(安徽大学), 安徽 合肥 230601;

²安徽省现代成像与显示技术重点实验室, 安徽 合肥 230601;

³中国科学院嘉兴中心微系统所分中心, 浙江 嘉兴 314050

摘要 漫射物体的压缩全息利用其非相干散射密度函数在统计意义上满足稀疏先验这一假设, 可以从多幅散斑图案实现漫射物体的层析重建, 避免了散斑和不同平面的散焦图像之间的串扰。将单波长照明条件拓展到红、绿、蓝三色波长, 提出一种新的适用于彩色漫射物体的压缩全息层析成像方法, 搭建多波长照明条件下漫射物体的层析成像模型, 并通过解压缩推理方法有效地分离不同平面的三维非相干密度函数。数值模拟实验表明, 所提方法可以在多幅二维彩色散斑图案中成功进行彩色层析漫射物体的压缩重建, 有效地抑制了散斑效应以及不同平面的散焦图像之间的相互串扰。

关键词 成像系统; 层析成像; 压缩全息; 压缩全息层析成像; 非相干彩色全息

中图分类号 O438

文献标志码 A

doi: 10.3788/AOS202040.0111028

Compressive Holographic Tomography of Color Diffuse Objects

Zhang Cheng^{1,2}, Yang Zuo¹, Zhu Xuelian³, Pan Min¹, Wei Sui^{1*}

¹Key Laboratory of Intelligent Computing & Signal Processing (Anhui University), Ministry of Education, Hefei, Anhui 230601, China;

²Key Laboratory of Modern Imaging and Displaying Technology of Anhui Province, Hefei, Anhui 230601, China;

³Jiaxing Research and Development Center of SIMIT, Chinese Academy of Sciences, Jiaxing, Zhejiang 314050, China

Abstract Using an incoherent scattering density function in the statistical sense to satisfy the hypothesis of sparse priori, the compressive holography of diffuse objects can realize the tomographic reconstruction of diffuse objects from multiple speckle patterns, avoiding speckle and crosstalk among defocusing images in different planes. In this paper, a single-wavelength illumination condition is extended to the red, green, and blue wavelengths. A new compressive holographic tomography method for color diffuse objects is proposed. A tomography model of diffuse objects under multi-wavelength illumination conditions is proposed, and the decompression reasoning method is used to effectively separate the three-dimensional incoherent density functions of different planes. The numerical simulation results show that the method can realize compressive reconstruction of the color tomography diffuse object from multiple two-dimensional color speckle patterns, and effectively suppress the speckle effect and crosstalk among defocusing images in different planes.

Key words imaging systems; tomography; compressive holography; compressive holographic tomography; incoherent color holography

OCIS codes 110.6955; 090.1705; 090.1970

1 引 言

漫射全息^[1-2]是数字全息中的重要研究领域之一, 用于实现漫射物体全息图的数字记录与重建, 其挑战之一在于漫射物体受到的严重散斑干扰。实现

散斑抑制通常需要先多个散斑测量中采用最大似然估计来实现漫射物体的非相干散射密度的估计^[3-4]。散斑场的随机性导致重建光场的分辨率出现了严重的退化。为了解决此问题, 通用方案是使用多个散斑测量, 有效地恢复被散斑效应破坏的平

收稿日期: 2019-09-03; 修回日期: 2019-11-12; 录用日期: 2019-11-26

基金项目: 国家自然科学基金(61501001, 61605002)、安徽省自然科学基金(1508085MF121, 1608085QF161)、安徽省高等学校自然科学研究重大项目(KJ2019ZD04)、安徽省高等学校自然科学研究项目(KJ2016A029)

* E-mail: swei@ahu.edu.cn

滑特征。但是,经多散斑处理方案处理后的结果仍然面临散斑和不同平面的散焦图像的串扰^[5]。

为了更好地消除散斑和散焦图像的串扰,一种非常有效的方案被提出,其核心思想是 Candès 等^[6-7]于 2006 年提出的压缩感知(CS)理论。该方案利用全息领域中绝大多数感兴趣的物体都满足的稀疏先验条件,开启了 CS 理论在全息领域中应用的大门。

Duke 大学 DISP (Duke Imaging and Spectroscopy Program) 小组的 Brady 等^[8]于 2009 年率先将 CS 理论引入全息领域,提出压缩全息方法,该方法嫁接了 Gabor 全息和 CS,可以利用记录的二维(2D)全息图实现三维(3D)层析物体的高精度重建,开启了 CS 在全息领域的新方向。文献^[8]中使用的是 Gabor 同轴全息几何,这就要求 3D 层析物体自身的散射密度满足稀疏先验条件。但是,对于漫射物体的散射光场而言,该先验假设并不成立,原因是散射光场具有随机性^[5]。2010 年,同属于 DISP 小组的 Choi 等^[9]针对漫射物体的散斑场自身无法满足稀疏先验的难点,利用漫射物体的非相干散射密度函数在统计意义上满足稀疏先验这一假设,成功将 CS 理论拓展到漫射物体的应用,利用漫射物体的多个散斑测量实现了漫射物体的精确估计。

此外,一系列 CS 理论和漫射物体相结合的研究随之开展。2010 年,Süzen 等^[10]将 CS 理论应用于漫射光学层析成像(DOT),在实现给定重建精度的同时,有效地减少了采样数据量。2012 年,Kavuri 等^[11]利用稀疏性成功地改善了 DOT 的空间分辨率和深度定位的精度,该精度相比经典的深度补偿算法(DCA)有较明显的提高。2012 年,Jin 等^[12]提出一种凸优化和贪婪算法相结合的预处理方法,实现了荧光漫射光学层析成像(FDOT)的视觉与客观评价指标的提升。除 DOT 方法以外,另一种实现光学层析成像的方法是基于光学扫描全息(OSH)的方法。2008 年,Zhang 等^[13]提出利用 OSH 方法生成的全息图实现分层图像的重建。2017 年,Jiao 等^[14]利用全息图分解方法克服 OSH 方法重建过程中面临的 3D 物体不同层之间的串扰,通过子全息图确定不同层之间的焦平面距离,然后实现了 3D 物体的高精度重建。

本文在文献^[9]的基础上,引入红、绿、蓝三色波长,提出一种新的适用于彩色漫射物体的压缩全息层析成像方法。首先介绍漫射物体压缩全息的基本

原理与方法,然后从单波长拓展为多波长,提出一种新的彩色漫射物体的压缩全息层析成像方法,通过记录多幅 2D 散射光场强度图,利用解压缩推理方法有效地分离不同平面的 3D 非相干密度函数,实现了 3D 彩色漫射物体的压缩层析重建,并利用数值实验验证了本文方法的有效性。

2 漫射物体的压缩全息

2.1 压缩全息成像模型

与文献^[7]中压缩全息的获取方式相同,根据 Gabor 几何原理,通过位于记录平面的 CCD/CMOS 检测到的光强值为

$$\begin{aligned} I(x, y) = & | \mathbf{R}(x, y) + \mathbf{E}(x, y) |^2 = \\ & | \mathbf{R}(x, y) |^2 + | \mathbf{E}(x, y) |^2 + \mathbf{R}^*(x, y)\mathbf{E}(x, y) + \\ & \mathbf{R}(x, y)\mathbf{E}^*(x, y), \end{aligned} \quad (1)$$

经过一定的假设,经去除直流和经近似简化后,光强值可表示为

$$I(x, y) \approx 2\text{Re}[\mathbf{E}(x, y)] + e(x, y), \quad (2)$$

式中: $\mathbf{R}(x, y)$ 为参考场; $\mathbf{E}(x, y)$ 为散射光场; $|\cdot|$ 为取模运算; $*$ 为共轭运算符, $\mathbf{R}^*(x, y)$ 为参考场共轭, $\mathbf{E}^*(x, y)$ 为散射光场共轭;Re 表示取实部; $e(x, y)$ 为由场的平方项导致的噪声。在一阶 Born 近似条件下,散射光场的离散化形式为

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{n_1 n_2} = & \mathbf{F}_{2D}^{-1} \sum_l [\hat{\boldsymbol{\eta}}_{m_1 m_2 l} \exp(ikl\Delta_z) \cdot \\ & \exp(il\Delta_z \sqrt{k^2 - m_1^2 \Delta_k^2 - m_2^2 \Delta_k^2})], \end{aligned} \quad (3)$$

式中: $\mathbf{E}_{n_1 n_2}$ 为散射光场 $\mathbf{E}(x, y)$ 第 n_1 行第 n_2 列的元素; \mathbf{F}_{2D}^{-1} 为 2D 离散傅里叶逆变换矩阵; $\hat{\boldsymbol{\eta}}$ 为 3D 物体的散射密度函数 $\boldsymbol{\eta}$ 的傅里叶变换; l 表示 3D 物体的第 l 层; m_1, m_2 表示散射密度函数的第 m_1 行和第 m_2 列; $k=2\pi/\lambda$ 为波数,其中 λ 为光波长; Δ_z 为物体相邻层之间的距离,其中 z 为空间平面坐标; Δ_k 为采样平面像素的大小。经过离散化,得到线型测量模型为

$$\mathbf{g} = \mathbf{H}\mathbf{f}, \quad (4)$$

其中,

$$\mathbf{H} = \mathbf{F}_{2D}^{-1} \mathbf{Q} \boldsymbol{\Theta}, \quad (5)$$

$$\mathbf{Q} = (\mathbf{P}_1 \quad \mathbf{P}_2 \quad \cdots \quad \mathbf{P}_L), \quad (6)$$

$$\boldsymbol{\Theta} = \text{diag}(\mathbf{F}_{2D}, \mathbf{F}_{2D}, \cdots, \mathbf{F}_{2D}), \quad (7)$$

式中:diag(\cdot)为取对角矩阵; \mathbf{g} 是位于探测平面处的 2D 散射光场; \mathbf{F}_{2D} 表示 2D 离散傅里叶矩阵, \mathbf{f} 为 3D 散射光场, $f_{(l-1)N_x N_y + (m'_2-1)N_x + m'_1} = \eta_{m'_1 m'_2 l}$,其中 $\eta_{m'_1 m'_2 l}$ 为散射密度函数 $\boldsymbol{\eta}$ 的离散化表达式, N_x 和 N_y 分别表示 x 方向和 y 方向探测器的像素数量, L

表示 3D 物体沿 z 方向的层数, m'_1 和 m'_2 分别表示散射密度函数的第 m'_1 行和第 m'_2 列; H 为前向成像模型或系统矩阵, 与具体的成像过程相对应; \mathbf{I} 表示对角矩阵; \mathbf{Q} 表示矩阵集合。矩阵 \mathbf{P}_l 的第 m_1 行第 m_2 列元素为

$$(\mathbf{P}_l)_{m_1 m_2} = \exp(ikl\Delta_z) \exp(il\Delta_z \sqrt{k^2 - m_1^2 \Delta_k^2 - m_2^2 \Delta_k^2}). \quad (8)$$

2.2 漫射物体的压缩重建

由 2.1 节发现, 直接使用文献[8]中的解压缩推理方法, 从记录的散斑图中估计漫射物体的散射密度函数是不可行的。幸运的是, 从统计角度来说, 漫射物体的非相干散射密度函数满足稀疏先验假设。从统计光学角度来说, 一个漫射物体的非相干密度函数与物体散射的散斑场的方差成正比^[5]。基于此理论, Choi 等^[9] 提出针对漫射物体的压缩全息, 采用与文献[8]中的压缩全息相同的方式采集散射光场, 以实现漫射物体的非相干密度(即强度)的重建。可以用复圆形高斯函数对源于漫射物体的散射光场进行模拟。将统计理论引入传播系统, 建立漫射物体的非相干散射密度与在 CCD 上检测到的散射光场之间的统计模型。利用此模型形成一个假设性的前向映射来完成估计, 此映射通常会形成病态的线性系统。因此, 在测量不完备的情况下, 忽略较小的奇异值可以有效地得到数值稳定的解决方案。Choi 等^[9] 提出通过求解一个施加稀疏先验的约束优化方法来处理此类测量不完备性问题, 源于压缩传感理论的启发, 该技术使用基于散射散斑场随机过程中的对角协方差估计进行推理。特别地, 对角线的图像满足在变分域稀疏的约束条件, 这种稀疏约束是通过施加图像估计的最小总变分(TV)加入的。

接下来的内容介绍非相干图像估计模型, 允许漫射物体的全息层析成像在散斑抑制下使用多个散斑实现非相干图像估计, 以有效恢复由散斑效应破坏的平滑特征。由散斑造成的场的随机性会降低重建场的图像分辨率。由于稀疏约束被施加在非相干散射密度 η 的平滑特征之上, 因此可以用更少的压缩测量重建漫射物体的散射密度。

为了实现漫射物体的弱散射分布的压缩全息测量, 需要使用 Leith-upatnieks (LU) 离轴全息^[15] 或 Denisyuk 反射全息^[16]。在 LU 全息中, 利用离轴几何生成线性相位参考光波^[15], 在傅里叶域, 将漫射物体的散射场与其他干扰项进行分离。对(9)式使用傅里叶滤波, 可以成功地提取到散射场 $\mathbf{R}^*(x, y)\mathbf{E}(x, y)$ 。

与压缩全息类似, 漫射物体的散射场也是由 Born 近似和迭代角谱法(ASM)来定义的。经过傅里叶滤波后, 全息测量没有平方项和复共轭项的干扰, 第 j 个全息测量 \mathbf{g}_j 为

$$\mathbf{g}_j = \mathbf{H}\mathbf{f}_j + \mathbf{w}_j, \quad (9)$$

式中: $\mathbf{g}_j \in \mathbf{R}^{M \times 1}$, $M = N_x N_y$; \mathbf{f}_j 为三维漫射物体由于相位随机而产生第 j 个散斑场; \mathbf{w}_j 为独立同分布的加性高斯白噪声, $j = 1, \dots, J$ 。

为了充分利用散斑信息, 假设 3D 散射光场 $\mathbf{f} = (\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2, \dots, \mathbf{f}_N)$ 服从复圆形高斯分布^[17], 即

$$\mathbf{f} \sim \mathcal{N}_c(\mathbf{0}, \mathbf{R}_f), \quad (10)$$

该分布的均值和协方差分别为

$$E(\mathbf{f}) = \mathbf{0}, \quad (11)$$

$$\mathbf{R}_f = E(\mathbf{f}\mathbf{f}^H) = \text{diag}[E(|\mathbf{f}_1|^2), E(|\mathbf{f}_2|^2), \dots, E(|\mathbf{f}_N|^2)] = \text{diag}(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_N) = \text{diag}(\boldsymbol{\alpha}), \quad (12)$$

式中: H 为转置共轭; $\boldsymbol{\alpha}$ 表示非相干散射密度函数的估计, E 表示期望; $\alpha_1 = E(|\mathbf{f}_1|^2)$, $\alpha_2 = E(|\mathbf{f}_2|^2)$, \dots , $\alpha_N = E(|\mathbf{f}_N|^2)$ 表示二维散射光场 $\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2, \dots, \mathbf{f}_N$ 强度的期望。同时, 测量值 \mathbf{g}_j 同样满足复圆形高斯分布, 即

$$\mathbf{g}_j \sim \mathcal{N}_c(\mathbf{0}, \mathbf{R}_g), \quad (13)$$

式中: $\mathbf{R}_g = \mathbf{H}\mathbf{R}_f\mathbf{H}^H + \sigma^2 \mathbf{I}$, σ 为标准差, \mathbf{I} 为单位矩阵。

由于 $\mathbf{H}\mathbf{H}^H = \mathbf{I}$, $\mathbf{H} = (\mathbf{h}_1 \ \mathbf{h}_2 \ \dots \ \mathbf{h}_N)$, $N = N_x N_y L$, \mathbf{h}_i 为 \mathbf{H} 的第 i 列矩阵, $(\mathbf{H}^H \mathbf{H})_{mn} = \langle \mathbf{h}_m, \mathbf{h}_n \rangle = \mathbf{h}_m^H \mathbf{h}_n$ 。因此, 在(9)式中, 逆问题的最小范数解^[18]可表示为

$$\hat{\mathbf{f}}_j = \mathbf{H}^H (\mathbf{H}\mathbf{H}^H)^{-1} \mathbf{g}_j = \mathbf{H}^H \mathbf{g}_j = \mathbf{H}^H \mathbf{H} \mathbf{f}_j + \mathbf{H}^H \mathbf{w}_j, \quad (14)$$

非相干图像散射场的估计(即 \mathbf{R}_f 的对角元素)为

$$\hat{s}_n = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J |\hat{f}_{n,j}|, \quad (15)$$

式中: J 为用于重建的不同全息测量值的总个数; $\hat{f}_{n,j}$ 表示三维散斑物体的第 j 个散斑场的第 n 个像素, $n = 1, 2, \dots, N$ 。 \hat{s}_n 的期望的表达式为

$$E(\hat{s}_n) = \sum_{m=1}^N (|\langle \mathbf{h}_n, \mathbf{h}_m \rangle|^2 \alpha_m) + \sigma^2 \langle \mathbf{h}_n, \mathbf{h}_n \rangle = (|\langle \mathbf{h}_n, \mathbf{h}_1 \rangle|^2, |\langle \mathbf{h}_n, \mathbf{h}_2 \rangle|^2, \dots, |\langle \mathbf{h}_n, \mathbf{h}_N \rangle|^2) \cdot \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \\ \vdots \\ \alpha_N \end{pmatrix} + \sigma^2 \|\mathbf{h}_n\|^2, \quad (16)$$

式中: $\|\cdot\|$ 为求解向量长度; $\langle *, * \rangle$ 表示内积运

算; $\mathbf{h}_n, \mathbf{h}_m$ 表示 \mathbf{H} 中向量元素; m 表示第 m 个元素。因此,估计 $\hat{\mathbf{s}}$ 的期望值可表示为

$$\mathbf{d} = E(\hat{\mathbf{s}}) = \text{diag}(\mathbf{H}^H \mathbf{H} \mathbf{R}_f \mathbf{H}^H \mathbf{H} + \sigma^2 \mathbf{H}^H \mathbf{H}) = \mathbf{B}\boldsymbol{\alpha} + \sigma^2 \mathbf{W}, \quad (17)$$

式中: $\mathbf{B} \in \mathbf{R}^{N \times N}$, $B_{nm} = |\langle \mathbf{h}_n, \mathbf{h}_m \rangle|^2$; $\mathbf{W} = (\|\mathbf{h}_1\|^2, \|\mathbf{h}_2\|^2, \dots, \|\mathbf{h}_N\|^2)^T$ 。 \mathbf{d} 被认为是合成测量值。通过(16)式可知

$$\hat{\boldsymbol{\alpha}} = \arg \min \frac{1}{2} \|\mathbf{d} - \mathbf{B}\boldsymbol{\alpha}\|_2^2 + \beta \Phi(\boldsymbol{\alpha}), \quad (18)$$

式中: $\|\cdot\|_2$ 为 L2 范数; $\hat{\boldsymbol{\alpha}}$ 为 $\boldsymbol{\alpha}$ 的估计值;函数 $\Phi(\boldsymbol{\alpha})$ 为施加在 $\boldsymbol{\alpha}$ 上的约束; β 为参数控制对数据保真项的约束相对强度。对于解压缩相干过程来说, Φ 通过施加稀疏约束进行解压缩的求解。

当系统矩阵的列向量近似为正交基时,稀疏约束估计是近似最优的^[19]。将系统矩阵转换成这样一个正交基,应用预处理方法,将合成测量 $\mathbf{d} = \mathbf{B}\boldsymbol{\alpha} + \sigma^2 \mathbf{W}$ 转换为 $\hat{\mathbf{d}} = \mathbf{P}\mathbf{d} = \mathbf{P}\mathbf{B}\boldsymbol{\alpha} + \sigma^2 \mathbf{W} = \hat{\mathbf{B}}\boldsymbol{\alpha} + \sigma^2 \hat{\mathbf{W}}$,

其中 $\hat{\mathbf{d}}$ 为合成测量值估计, $\hat{\mathbf{B}}$ 为正交化得到的矩阵, $\hat{\mathbf{W}}$ 为正交化得到的矩阵,矩阵 \mathbf{P} 的作用是使 $\mathbf{P}\mathbf{B}$ (即 $\hat{\mathbf{B}}$) 为行正交化矩阵。最后,将(19)式变成求解优化问题,即(18)式可表示为

$$\hat{\boldsymbol{\alpha}} = \arg \min \frac{1}{2} \|\hat{\mathbf{d}} - \hat{\mathbf{B}}\boldsymbol{\alpha}\|_2^2 + \beta \Phi(\boldsymbol{\alpha}). \quad (19)$$

3 彩色漫射物体的压缩全息

在第 2 节中描述了单色漫射物体的压缩全息记录与重建过程,其测量与估计方法也仅适用于单波长情形。需要注意的是,(3)~(8)式是在单波长条件下推导的结果。本节将其推广到多波长情形。波长 λ 的不同必然会使相应物理参数变动,例如波数 $k = 2\pi/\lambda$ 等,因此需要对部分公式进行修改。这里给出为了适应波长变化而需要修改的公式。(3)式和(8)式分别修改为

$$E_{n_1 n_2} = \mathbf{F}_{2D}^{-1} \sum_l [\hat{\gamma}_{m_1 m_2 l} \exp(ik_{(r,g,b)} l \Delta_z) \exp(il \Delta_z \sqrt{k_{(r,g,b)}^2 - m_1^2 \Delta_k^2 - m_2^2 \Delta_k^2})], \quad (20)$$

$$(\mathbf{P}_{l(r,g,b)})_{m_1 m_2} = \exp(ik_{(r,g,b)} l \Delta_z) \exp(il \Delta_z \sqrt{k_{(r,g,b)}^2 - m_1^2 \Delta_k^2 - m_2^2 \Delta_k^2}), \quad (21)$$

式中: $k_{(r,g,b)}$ 为对应 R,G,B 三色波长的波数, $k_{(r,g,b)} = 2\pi/\lambda_{(r,g,b)}$,其中 $\lambda_{(r,g,b)}$ 为对应三原色光(RGB)的波长 $\lambda_r, \lambda_g, \lambda_b$ 。因此,造成矩阵 $\mathbf{Q} = (\mathbf{P}_1 \mathbf{P}_2 \dots \mathbf{P}_L)$ 中的元素值发生改变,最终影响到系统矩阵 \mathbf{H} 。

将(2)式中场的平方项 e 看作模型误差,忽略 e 对测量造成的非线性干扰,那么 Gabor 全息干涉测量为

$$\mathbf{g} = 2\text{Re}\{\mathbf{g}\} = 2\text{Re}\{\mathbf{F}_{2D}^{-1} \mathbf{Q}\mathbf{Q}^H \mathbf{f}\} = 2\text{Re}\{\mathbf{H}\mathbf{f}\} + \mathbf{e} + \mathbf{n}, \quad (22)$$

式中:测量值 $\mathbf{g} \in \mathbf{R}^{N_x \times N_y}$, 对应于消除了直流成分的 Gabor 全息干涉测量; \mathbf{e} 和 \mathbf{n} 分别为非线性噪声和系统模型中自带的加性噪声。测量矩阵中的元素 $(\mathbf{H})_{ij} = (\mathbf{F}_{2D}^{-1} \mathbf{Q}\mathbf{Q}^H)_{ij}$ 。

通过上述测量方式,可以有效地分离 Gabor 全息在彩色漫射物体全息记录条件下产生的大部分误差,从而实现有效信息重建。假定 \mathbf{f} 是梯度稀疏的^[20],那么 \mathbf{f} 的估计问题可表示为

$$\hat{\mathbf{f}} = \arg \min \|\mathbf{f}\|_{\text{TV}} \quad \text{s.t.} \quad \mathbf{g} = \mathbf{H}\mathbf{f}, \quad (23)$$

其中

$$\|\mathbf{f}_\kappa\|_{\text{TV}} = \sum_\kappa \sum_{n_1} \sum_{n_2} |\nabla(\mathbf{f}_\kappa)_{n_1 n_2}|, \quad (24)$$

式中: \mathbf{f}_κ 为 3D 物体 datacube 中的第 κ 个 2D 平面; ∇ 为梯度算符。本文使用两步迭代收缩/阈值(TwIST)算法^[21]来实现此优化问题的求解。TwIST 算法的主要流程如下。

1) 参数初始化:正则化参数 β 和 γ , $\mathbf{f}_0 = \mathbf{0}$, \mathbf{f}_0 为 3D 物体 datacube 中的初始 2D 平面。

2) $\mathbf{f}_1 = \Gamma_\beta(\mathbf{f}_0)$, 其中函数 $\Gamma_\beta(\cdot)$ 表示的操作为

$$\Gamma_\beta(\mathbf{f}) = \Theta_\beta[\mathbf{f} + \mathbf{H}^T(\mathbf{g} - \mathbf{H}\mathbf{f})], \quad (25)$$

式中: Θ_β 去噪算符, $\Theta_\beta(\mathbf{f}) = \hat{\mathbf{f}} = (\mathbf{f}'_1, \mathbf{f}'_2, \dots, \mathbf{f}'_N)$, 其中

$$\mathbf{f}'_i = \text{soft}(\mathbf{f}_i, \beta) = \text{sign}(\mathbf{f}_i) \max\{0, |\mathbf{f}_i| - \beta\}, \quad (26)$$

式中:soft 为软阈值算符。

3) $\mathbf{f}_{t+1} = (1-\beta)\mathbf{f}_{t-1} + (\beta-\gamma)\mathbf{f}_t + \gamma\Gamma_\beta(\mathbf{f}_t)$, 其中 t 为迭代次数。

4) 判断是否满足终止条件。如果满足,则算法结束;如果不满足,则返回步骤 3)。

4 漫射物体层析成像实验

下面分别给出单色和彩色漫射物体层析成像的非相干图像估计的数值实验。需要注意的是,因漫

射物体成像中存在散斑效应,故文献[7]中采用的相干图像估计模型不能用于漫射物体成像。为了避免该复杂性,本文利用已被充分研究的散斑,从统计意义上获得漫射物体的非相干散射密度。通过在非相干散射密度的总变分上施加稀疏约束,可以实现空间中非相干结构的定位与散斑的抑制。

4.1 单波长实验

在单色漫射物体全息层析成像中,需要设置对应的与全息成像相关的参数和物体空间,使用波长为 $0.633 \mu\text{m}$ 的红色激光相干源获得 LU 全息图。首先,在物体空间中生成一个 3D 数据立方体,该立方体由 $256 \times 256 \times 4$ 的像素点组成。像素间距设置为 $50 \mu\text{m}$, 4 个平面的传播距离分别为 -50 mm , 0 mm , $+50 \text{ mm}$, $+100 \text{ mm}$ 。

物体由 4 层 2D 图像组成,每层切片的轴向分布如图 1(a)所示。本文设计一个物镜收集散射场,并用光学倍率放大镜对其进行放大。中心物体平面一对一成像在 $z=0$ 测量平面,其他平面放置在与测量平面间距离为 -50 mm 、 $+50 \text{ mm}$ 和 $+100 \text{ mm}$ 的范围内。在传播内核计算方面,ASM 和平面波照明利用在第 3 节中描述的同样方式进行全息成像。图 1(b)所示为不同传播距离对应的传播内核的相位分布图。

在全息测量和反向传播部分,根据获得的多幅散斑测量实现漫射物体层析成像的非相干图像估计。通过多幅散斑实现随机照明是部分相干照明的一种形式。如果生成随机照明,则将随机场用于生成一个复物光场。单幅散斑实现的反向传播结果如图 1(c)所示。从图 1(c)中可以看出,反向传播结果呈现严重的退化现象。多幅散斑测量实现的平均反向传播结果如图 1(d)所示。从图 1(d)中可以看出,重建图像的质量比单幅散斑图像的明显更好,然而,散斑和散焦图像的存在使得层析重建图像仍然是退化的。在非相干系统矩阵模块,对成像系统点扩展函数(PSF)平方进行傅里叶变换,生成非相干系统矩阵 \mathbf{Q} 。该系统矩阵 \mathbf{Q} 通过多幅散斑测量把原 3D 物体图像投影到反向传播图像。Tikhonov 正则化可以缓解层析成像重建的非适定问题。使用(20)式中经过预处理后的优化问题进行准确的计算,反转数据立方体表现出更好的散焦特征减少的层析重建图像,图 1(e)所示。需要注意的是,在重建中 Tikhonov 正则化参数 ϵ 为 10^{-8} 。

在 TwIST 算法模块中,必须首先给出前向投影算符、反向投影算符的定义。前向投影算符 \mathbf{P}_f 是

通过 \mathbf{Q} 和 \mathbf{Q} 的 Tikhonov 正则化逆相乘实现的。反向投影算符 \mathbf{P}_b 是前向投影算符的伴随算符。平均反向传播的反演使用非相干系统矩阵的 Tikhonov 正则化逆 \mathbf{Q}^\dagger 作为 TwIST 算法的输入。TwIST 算法根据(17)式的 TV 稀疏约束实现正则化。设定控制参数 τ 和迭代次数,使算法稳定收敛到最优解。图 1(f)所示为 30 幅散斑测量实现的散斑抑制后的重建图像。从探测器的角度来看,压缩推理的模糊性使得仍有部分伪影留在重叠区域。

4.2 多波长实验

下面利用数值实验分析彩色漫射物体的全息层析成像,首先建立对应的与彩色全息成像相关的参数和物体空间。分别使用波长为 0.633 , 0.532 , $0.473 \mu\text{m}$ 的红、绿、蓝三色激光相干源获得一个 LU 全息图。实验在物体空间中生成一个 3D 数据立方体,其立体空间由 $256 \times 256 \times 4$ 个像素点组成,其色彩分别为红、绿、蓝、红。像素间距设计为 $50 \mu\text{m}$, 4 个平面的传播距离为 -50 mm , 0 , $+50 \text{ mm}$, $+100 \text{ mm}$ 。其他参数设置与图 1 中的实验设置相同。

物体每层切片的 2D 图像的轴向分布如图 2(a)所示。图 2(b)所示为不同的传播距离对应的传播内核的相位分布。图 2(c)所示为单幅散斑测量实现的反向传播所得到的严重退化的图像。多幅散斑测量的平均实现的反向传播重建结果如图 2(d)所示。从图 2(d)中可以看出,多幅散斑测量对应的重建效果比单幅散斑测量的更好,与图 1 中对应的结果类似,受散斑和散焦图像的影响,层析成像图像仍然是退化的。

使用(20)式中的预处理方法,反演数据立方体显示更好的散焦特征减少的层析成像图像与如图 2(e)所示的 Tikhonov 正则化逆运算得到的减轻层析成像重建中非适定性的结果。在重建过程中 Tikhonov 正则化参数 ϵ 同样设置为 10^{-8} 。图 2(f)所示为根据 30 幅散斑测量的平均重建的散斑抑制图像。从探测器的角度来看,压缩推理的模糊性使得部分伪影仍留在重叠区域。

选取由“Baboon”、“Barbara”、“Lena”和“Peppers”共 4 幅图像组成的彩色 3D 漫射物体测试本文所提方法对更复杂物体的重建效果,其余参数均与图 2 中的实验设置相同。实验结果如图 3 所示。从图 3(f)中的重建结果可以发现,本文所提方法同样可以成功实现复杂物体的精确重建。

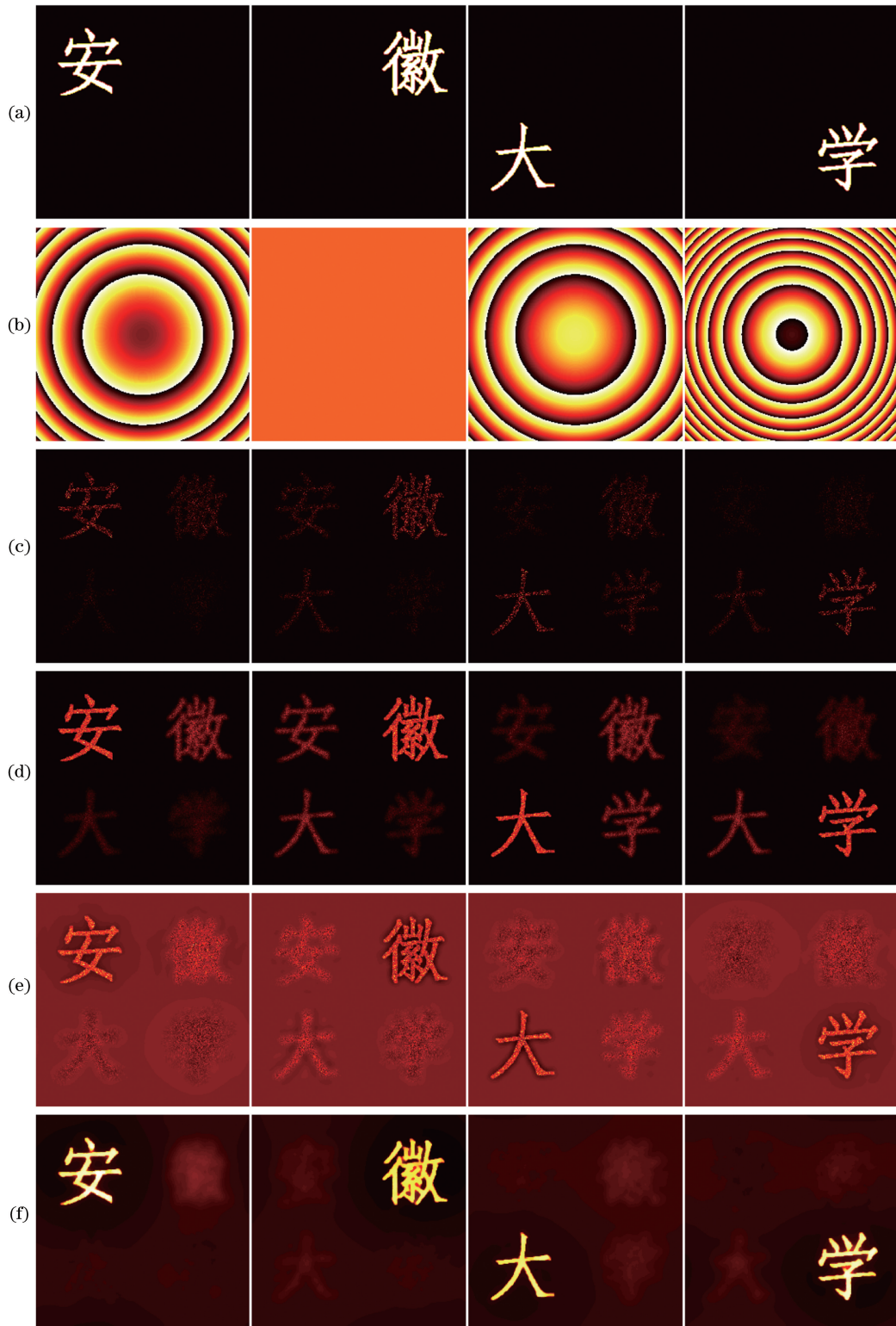


图 1 单色漫射物体层析成像模拟结果。(a) 3D 物体;(b)传播内核的相位分布;(c)单幅散斑测量实现的反向传播;
 (d) 30 幅散斑测量平均实现的反向传播;(e)使用 Tikhonov 正则化 30 幅散斑实现的反向传播;(f) 30 幅散斑实现的压缩重建
 Fig. 1 Simulation results of monochromatic diffuse object tomography. (a) 3D object; (b) phase distributions of
 propagation kernels; (c) back propagation of single speckled realization; (d) back propagation averaged by 30
 speckled realizations; (e) back propagation of 30 speckled realizations using Tikhonov regularization; (f)
 compressive reconstruction of 30 speckled realizations

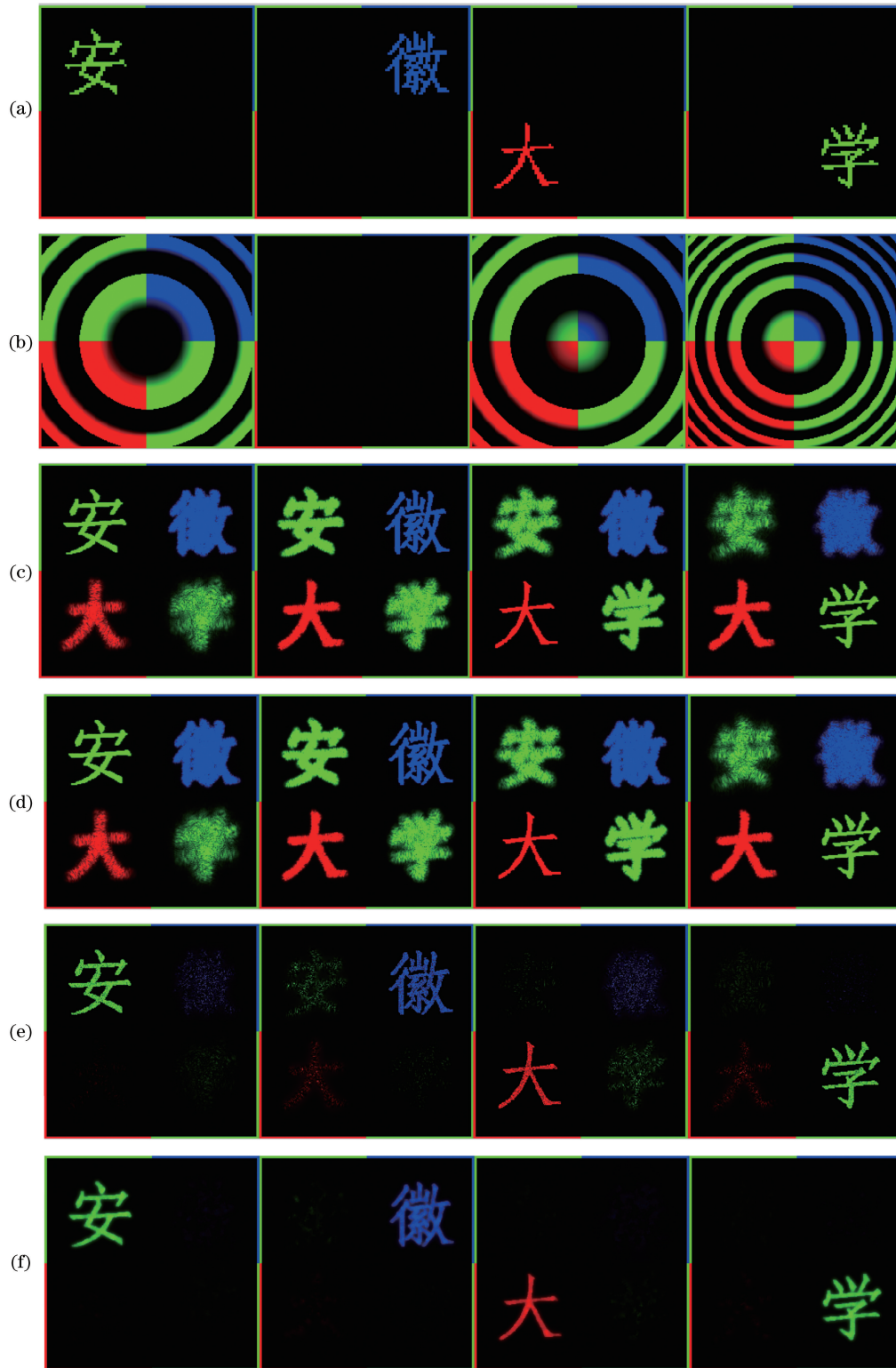


图 2 二值漫射物体彩色层析成像模拟结果。(a) 3D 物体;(b)传播内核的相位分布;(c)单幅散斑测量实现的反向传播;(d) 30 幅散斑测量平均实现的反向传播;(e)使用 Tikhonov 正则化 30 幅散斑实现的反向传播;(f) 30 幅散斑实现的压缩重建
 Fig. 2 Simulation results of color tomography of binary diffuse object. (a) 3D object; (b) phase distributions of propagation kernels; (c) back propagation of single speckled realization; (d) back propagation averaged by 30 speckled realizations; (e) back propagation of 30 speckled realizations using Tikhonov regularization; (f) compressive reconstruction of 30 speckled realizations

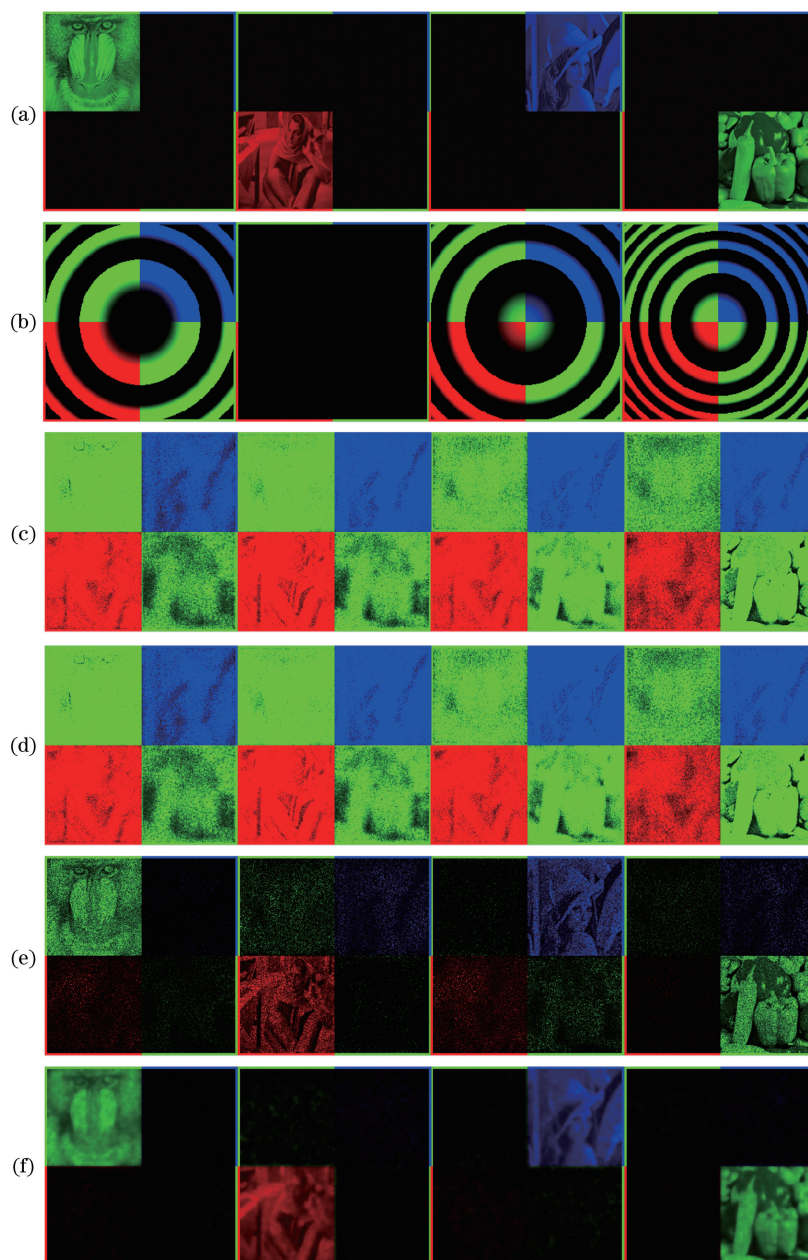


图 3 非二值漫射物体彩色层析成像模拟结果。(a) 3D 物体;(b)传播内核的相位分布;(c)单幅散斑测量实现的反向传播;(d) 30 幅散斑测量平均实现的反向传播;(e)使用 Tikhonov 正则化 30 幅散斑实现的反向传播;(f) 30 幅散斑实现的压缩重建

Fig. 3 Simulation results for color tomography of non-binary diffuse object. (a) 3D object; (b) phase distributions of propagation kernels; (c) back propagation of single speckled realization; (d) back propagation averaged by 30 speckled realizations; (e) back propagation of 30 speckled realizations using Tikhonov regularization; (f) compressive reconstruction of 30 speckled realizations

为了定量评估所提方法对不同类型的彩色漫射物体的重建性能,选取信噪比(SNR)和归一化相关系数(NC)分别评估每层的重建质量,结果如表 1 所示。从表 1 中可以发现,随着全息测量数目的增加,SNR 和 NC 逐渐增大,符合 CS 理论中测量数目越多则重建质量越好的预期。此外,在相同测量数目的条件下,复杂物体的重建质量优于二值物体的重建质量,原因是复杂目标中含有更丰富的物体信息。

为了分析本文方法所计算时间,在相同参数条件下独立执行 10 次实验,计算重建时间的平均值,如表 2 所示。从表 2 中可以发现,在图像大小相同的条件下,复杂物体的计算时间略长于二值物体的计算时间。随着图像的增大,重建时间与图像大小近似成正比。原因是 TwIST 算法采用阈值收缩方法进行求解,可以极大地提高重建速度。此外,该方法还可以使用并行思想和硬件进行加速,提高重建速度。

表 1 彩色漫射物体的不同层图像重建性能的定量评估

Table 1 Quantitative evaluation of image reconstruction performance of each layer of full-color diffuse objects

Type of objects	Number of measurements J	Metric	1 st plane	2 nd plane	3 rd plane	4 th plane
Binary object	5	SNR /dB	10.55	10.07	9.76	10.03
		NC	0.9448	0.9375	0.9357	0.9382
	10	SNR /dB	10.75	10.22	10.21	10.21
		NC	0.9488	0.9426	0.9456	0.9443
	50	SNR /dB	16.91	17.03	15.87	17.03
		NC	0.9834	0.9839	0.9797	0.9840
Non-binary object	5	SNR /dB	17.88	15.61	16.20	15.28
		NC	0.9860	0.9781	0.9812	0.9765
	10	SNR /dB	18.91	16.70	17.33	16.09
		NC	0.9887	0.9829	0.9853	0.9802
	50	SNR /dB	19.79	17.53	18.23	16.79
		NC	0.9906	0.9861	0.9881	0.9831

表 2 平均重建时间与图像大小的关系

Table 2 Mean reconstruction time versus image size

Image size / (pixel×pixel)	Mean reconstruction time /s	
	Binary object	Non-binary object
128×128	1.49	1.60
256×256	8.86	10.19
512×512	34.77	41.70

5 结 论

本文提出了一种彩色漫射物体的压缩全息层析重建方法,针对彩色漫射物体的 3D 重建问题,利用统计学原理,建立彩色漫射物体的非相干散射密度与在 CCD 上检测到的散射光场之间的统计模型,最后从多个散斑测量的非相干估计模型中成功实现彩色漫射 3D 物体的精确估计。该方法成功地将散斑测量的非相干压缩成像方法从单波长扩展到多波长领域,并通过数值实验验证了该方法的有效性。

参 考 文 献

- [1] Schnars U, Falldorf C, Watson J, et al. Digital holography [M]. Berlin, Heidelberg: Springer, 2005.
- [2] Poon T C. Digital holography and three-dimensional display[M]. Boston, MA: Springer, 2006.
- [3] Aubry A, de Maio A, Pallotta L, et al. Maximum likelihood estimation of a structured covariance matrix with a condition number constraint[J]. IEEE Transactions on Signal Processing, 2012, 60(6): 3004-3021.
- [4] Kang B, Monga V, Rangaswamy M. Rank-constrained maximum likelihood estimation of structured covariance matrices [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 2014, 50(1): 501-515.
- [5] Goodman J W. Speckle phenomena in optics: theory and applications [M]. USA: Roberts and Company Publishers, 2006.
- [6] Candès E J, Romberg J K, Tao T. Stable signal recovery from incomplete and inaccurate measurements [J]. Communications on Pure and Applied Mathematics: a Journal Issued by the Courant Institute of Mathematical Sciences, 2006, 59(8): 1207-1223.
- [7] Donoho D L. Compressed sensing [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2006, 52(4): 1289-1306.
- [8] Brady D J, Choi K, Marks D L, et al. Compressive holography [J]. Optics Express, 2009, 17(15): 13040-13049.
- [9] Choi K, Horisaki R, Hahn J, et al. Compressive holography of diffuse objects [J]. Applied Optics, 2010, 49(34): H1-H10.
- [10] Süzen M, Giannoula A, Durduran T. Compressed sensing in diffuse optical tomography [J]. Optics Express, 2010, 18(23): 23676-23690.
- [11] Kavuri V C, Lin Z J, Tian F H, et al. Sparsity

- enhanced spatial resolution and depth localization in diffuse optical tomography [J]. *Biomedical Optics Express*, 2012, 3(5): 943-957.
- [12] Jin A, Yazici B, Ale A, et al. Preconditioning of the fluorescence diffuse optical tomography sensing matrix based on compressive sensing [J]. *Optics Letters*, 2012, 37(20): 4326-4328.
- [13] Zhang X, Lam E Y, Poon T C. Reconstruction of sectional images in holography using inverse imaging [J]. *Optics Express*, 2008, 16(22): 17215-17226.
- [14] Jiao S M, Tsang P W M, Poon T C, et al. Enhanced autofocusing in optical scanning holography based on hologram decomposition [J]. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 2017, 13(5): 2455-2463.
- [15] Leith E N, Upatnieks J. Reconstructed wavefronts and communication theory [J]. *Journal of the Optical Society of America*, 1962, 52(10): 1123-1130.
- [16] Denisyuk Y N. On the reflection of optical properties of an object in a wave field of light scattered by it [J]. *Doklady Akademii Nauk SSSR*, 1962, 144(6): 1275-1278.
- [17] Goodman J W. *Statistical optics* [M]. 2nd ed. Canada: John Wiley & Sons, Inc., 2015.
- [18] Moon T K, Stirling W C. *Mathematical methods and algorithms for signal processing* [M]. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 2000.
- [19] Tropp J A. Just relax: convex programming methods for identifying sparse signals in noise [J]. *IEEE Transactions on Information Theory*, 2006, 52(3): 1030-1051.
- [20] Needell D, Ward R. Stable image reconstruction using total variation minimization [J]. *SIAM Journal on Imaging Sciences*, 2013, 6(2): 1035-1058.
- [21] Bioucas-Dias J M, Figueiredo M A T. A new TwIST: two-step iterative shrinkage/thresholding algorithms for image restoration [J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2007, 16(12): 2992-3004.