・特邀综述・

深度学习在计算成像中的应用

王飞^{1,2},王昊^{1,2},卞耀明^{1,2},司徒国海^{1,2}*

¹中国科学院上海光学精密机械研究所信息光学与光电技术实验室,上海 201800; ²中国科学院大学材料与光电研究中心,北京 100049

摘要 近年来,深度学习被广泛应用于计算成像中,并取得了令人瞩目的成果,已成为该领域的研究热点。为了深 入了解现有基于深度学习的方法是如何解决众多计算成像问题的,主要介绍了该方法的基本理论和实施步骤,然 后以散射成像、数字全息及计算鬼成像中的应用为例具体介绍该方法的有效性和优越性。汇总对比了一些典型应 用,并对基于深度学习的计算成像方法进行了总结和展望。

关键词 成像系统;计算成像;深度学习;散射成像;数字全息;计算鬼成像

中图分类号 O439 **文献标志码** A

doi: 10.3788/AOS202040.0111002

Applications of Deep Learning in Computational Imaging

Wang Fei^{1,2}, Wang Hao^{1,2}, Bian Yaoming^{1,2}, Situ Guohai^{1,2*}

¹Laboratory of Information Optics and Optoelectronic Technology, Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800, China;

² Center of Materials Science and Optoelectronics Engineering, University of Chinese Academy of Sciences,

Beijing 100049, China

Abstract In recent years, deep learning (DL) has been widely used in computational imaging (CI) and has achieved remarkable results; as such, DL has become a research hotspot in this field. To gain an in-depth understanding of how DL-based CI works, this manuscript mainly introduces the basic theory and implementation steps of DL as well as its applications in scattering imaging, digital holography, and computational ghost imaging to demonstrate its effectiveness and superiority. Some typical applications of DL in CI are summarized and compared herein, and the CI methods based on deep learning are prospected.

Key words imaging systems; computational imaging; deep learning; scattering imaging; digital holography; computational ghost imaging

OCIS codes 110.1758; 100.4996; 110.3010

1 引 言

人类主要通过图像来认识世界,成像技术是获 取图像的主要方法,该技术最早可追溯到 1621 年 Snell 折射定律的发现,之后大致经历了 5 次发展: 基于光学定律设计望远镜、显微镜之类的成像仪器, 使用光化材料记录图像,使用数字仪器记录图像,最 后为 1990 年之后发展出的使用计算机对信号进行 后续处理的计算成像技术^[1]。传统成像技术是点 对点的方式,这种方式具有无法记录光的相位信 息,难以在敏感波段之外成像,以及当成像路径上 出现随机散射颗粒时无法成像等缺点;计算成像 技术试图将前端光学系统设计和后端信号处理相结合,通过计算机对相机采集到的原始数据进行 后期处理以突破传统成像技术的限制,从而实现 从不完整的物理测量中恢复物体的完整信息^[2]。 该技术目前已被广泛应用于多种成像系统中:如 相位恢复^[3-4]、量子成像^[5-6]、计算断层扫描(CT)^[7] 及核磁共振^[8-9]等,解决了成像中一些典型的逆问 题;如超光谱成像技术^[10]、三维成像技术^[11-15]等, 拓展了成像维度;如合成孔径技术^[16]、超分辨技 术^[17-19]和压缩感知技术^[20]等,降低了成像成本,提 高了成像质量。

近年来,随着数据量的急剧增长和计算能力的

收稿日期: 2019-10-15; 修回日期: 2019-11-22; 录用日期: 2019-11-26

基金项目:中国科学院前沿科学重点研究计划(QYZDB-SSW-JSC002)、中德合作小组(GZ 1391)

* E-mail: ghsitu@siom.ac.cn

不断提高,人工智能特别是深度学习技术迅速发展, 并被广泛应用于计算机视觉、自然语言处理和人机 博弈等众多领域,取得了令人瞩目的成果^[21-22]。与 此同时,深度学习技术也引起了国内外光学成像研 究者的广泛关注,相关研究人员也尝试将其应用于 计算成像中^[2]。基于深度学习的计算成像方法一经 提出就迅速被应用到计算成像的众多子领域中,在 一定范围内解决了相位恢复^[23-25]、散射成像^[26-28]、 计算鬼成像^[29-31]、数字全息^[32-34]、傅里叶叠层显 微^[35-36]、超分辨^[37-39]、弱光环境成像^[40-41]、相位解包 裹^[42-43]、条纹分析^[44-45]、光学层析^[46-48]和多模光纤 成像^[49-50]等领域中长期未解决的一些问题,并获得 了优于传统方法的成像结果。

本文首先在统一框架下介绍基于深度学习的计 算成像方法的基本原理和实施步骤,然后再以深度 学习在散射成像、数字全息、计算鬼成像中的一些应 用为例,具体介绍该方法的应用情况。尽管深度学 习一般可分为监督式学习、无监督学习、半监督学习 以及强化学习^[21-22],然而在计算成像领域中绝大多 数应用都采用了监督式深度学习^[2],因此本文主要 介绍监督式深度学习在计算成像中的应用。

2 基于深度学习的计算成像方法

2.1 基本理论

记录物体信息 X 的光经过成像系统后,由相机 记录其光强分布,从而得到物理测量 $Y, \mathcal{M} X$ 到 Y的过程即为成像系统的前向传播过程。研究人员可 将前向传播过程看作映射函数 F,这样整个过程可 用映射 F:X→Y 来描述。携带物体信息的光场可 用七维全光函数描述,而现有高分辨率的相机仅在 二维空间维度上具有高采样能力,因此传统成像模 型「图 1(a)] 只能用二维耦合离散信号描述七维连 续信号,导致所得物理测量Y难以反映物体信号X 的完整信息。计算成像技术「图 1(b)]不同于传统 直接成像方法,该技术首先将物体信息优化编码为 可用现有相机记录的形式,然后再通过计算重构物 体的完整信息,整个过程可描述为:建立映射函数 $f:Y \rightarrow X$,从Y中恢复X。例如,在数字全息中,研 究人员引入参考光束,使其与物光发生干涉,从而将 不可直接被相机记录的相位信息 X 编码到干涉图 Y 中,然后通过建立的映射函数 f 从干涉图 Y 中重 建物体的相位信息 X。





在一个计算成像系统中,可通过求解一个最优 化问题获取物体信息 X,该优化问题可描述为

 $\hat{X} = \underset{X}{\operatorname{argmin}} [\| F(X) - Y \|_{2}^{2} + \alpha \Phi(X)],$ (1) 式中: $\| \cdot \|_{2}$ 表示 L2 范数; α 表示 正则化系数; $\Phi(X)$ 表示正则项。(1)式第一项为拟合项,即寻找 物体使其经过前向传播过程所得的物理测量值逼近 实际物理测量值,由于成像系统的前向传播过程往 往都具有不适定性,仅使用拟合项时迭代优化所得 结果中容易出现伪像,且很难得到令人满意的结果。 作为改进,往往需要引入第二项即正则项 $\alpha \Phi(X)$,

使得估计值 \hat{X} 与相关的先验知识匹配。

不同于最优化算法,深度学习是从数据中学习 先验知识,该方法利用深度神经网络拟合输入输出 数据对,建立从输入到输出的映射关系,而且该映射 关系是通过离线的方式建立的,在使用时无需迭代 优化,因此可快速得到计算结果。深度神经网络被 证明能以任意精度逼近任意函数,因此被广泛用于 拟合各式各样的映射^[21],例如人脸到人名,汉语到 英语,棋局到下棋指令等。近几年,计算成像领域中 的研究人员也开始尝试将深度学习引入到计算成像 中,利用神经网络拟合映射函数 f,从 Y 中恢复 X。 该方法假设研究人员能够获取到大量的由物体信息 和对应物理测量构成的数据集 $\Omega = \{(x_m, y_m)|m =$ $1,2, \dots, M\}$,其中, x_m 为物体信息 X 的第m 个取 值, y_m 为物理测量 Y 的第m 个取值,M 为数据总 对数;然后使用一个由大量权重参数 θ 定义的深度 神经网络 R_{θ} 来拟合这些数据^[22]。数据的拟合即神 经网络的训练,该过程可解释为使用深度神经网络 R_{θ} 拟合一个概率分布,使其逼近真实概率分布。通 常认为获取的数据 Ω 是从未知真实数据分布 $p_{data}(X|Y)$ 中独立随机抽样得到的, Ω 中的数据分 布是真实数据分布的估计,表示为 $\hat{p}_{data}(X|Y)$,深 度神经网络用于产生一个由 θ 确定的概率分布 $p_{model}(X|Y;\theta)$,选择合适的 θ 使得 $p_{model}(X|Y;\theta)$ 逼 近 $\hat{p}_{data}(X|Y)$,从而逼近真实数据分布 $p_{data}(X|Y)$ 。 两个概率分布之间的误差可用相对熵来衡量,因此 训练过程中不断调整 θ 以最小化 $p_{model}(X|Y;\theta)$ 和 $\hat{p}_{data}(X|Y)$ 之间的相对熵^[22],可得

$$\theta^{*} = \operatorname*{argmin}_{\theta} E_{(x \mid y) \sim \hat{P}_{data}} \left[\log \hat{P}_{data} (X \mid Y) - \log P_{model} (X \mid Y; \theta) \right], \qquad (2)$$

式中: θ^* 为网络参数的最优解; E为求数学期望的 算符。由于 log $\hat{P}_{data}(X|Y)$ 与 θ 无关,则有 $\theta^* = \underset{\theta}{\operatorname{argmin}} E_{(x|y) \sim \hat{P}_{data}} [-\log P_{model}(X \mid Y; \theta)].$

(3)

若Ω中的数据满足独立同分布条件,则有

 $\theta^* = \underset{\theta}{\operatorname{argmin}} \sum_{m=1}^{M} \left[-\log P_{\operatorname{model}}(x_m \mid y_m; \theta) \right].$ (4) 设神经网络在给定输入 y 的条件下得到的输出 x 满足概率分布 $P_{\operatorname{model}}(x \mid y) = N[x; R_{\theta}(y), \delta^2]$ ($R_{\theta}(y)$ 表示均值, δ^2 表示方差),此时使用高斯模型 拟合实际数据分布,有

$$\sum_{m=1}^{M} \left[-\log P_{\text{model}}(x_m \mid y_m; \theta) \right] = M \log \delta + \frac{M}{2} \log(2\pi) + \sum_{i=1}^{M} \frac{\parallel R_{\theta}(y_m) - x_m \parallel^2}{2\delta^2}, \quad (5)$$

不考虑(5)式中的常数对θ搜索过程的影响,则参数 优化过程可表示为

$$\theta^* = \operatorname{argmin}_{\theta} \sum_{m=1}^{M} \| R_{\theta}(y_m) - x_m \|^2, \quad (6)$$

由于增加缩放因子不会影响搜索结果,则可将(6)式 变为

$$\theta^* = \operatorname{argmin}_{\theta} \frac{1}{2M} \sum_{m=1}^{M} \| R_{\theta}(y_m) - x_m \|^2 \, . \tag{7}$$

这里将用于最小化的目标函数称为代价函数 $L[R_{\theta}(y),x]$,在高斯模型假设下得到的代价函数 就是(7)式中的网络输出 $R_{\theta}(y)$ 和样本标签 x 之间 的均方误差,不同的模型分布假设能得到不同的代 价函数[22]。调整θ以最小化代价函数,即可获得一 个计算模型 R_{a*} ,该计算模型可表征一个模型分布 $p_{\text{model}}(X|Y;\theta)$,以此作为数据真实分布 $p_{\text{data}}(X|Y)$ 的一个估计。换言之,所得计算模型 R_{θ*} 是实际映 射函数 f 的一个估计,即有 R_{a_*} :Y→ \hat{X} 。使用大量 的输入输出数据对来调整权重θ以最小化代价函数 的过程被称为神经网络的训练,如图 2(a)所示。使 用训练所得网络从新的物理测量(训练集之外)中恢 复物体的过程称为神经网络的测试,如图 2(b)所 示。整个回归问题的求解过程可简述为:通过大量 (有限)数据组合拟合一个映射函数,然后将该映射 函数用于无限类似问题的求解中,如图 2(c)所示。 可见,基于深度学习的计算成像方法主要包括三个 步骤:获取能够反映真实数据分布的训练数据,构建 一个可用于拟合训练数据的深度神经网络,训练该 网络以最小化代价函数。

2.2 获取数据

深度学习作为一种数据驱动的算法,训练数据 服从的分布 $p_{data}(X|Y)$ 应尽可能地接近数据的真 实分布 $p_{data}(X|Y)$,因此所用数据的数量多少、质





Fig. 2 Schematic of regression problem solved using neural network. (a) Training; (b) testing; (c) fitting process

量好坏对最终结果有很大影响。例如,在人脸识别 的应用中,每一组人脸数据都包含一张人脸和对应 的人名,其中,人名作为物体标记 X,人脸图像作为 物理测量 Y,使用大量人脸数据训练神经网络建立 映射 Y→X。显然,该网络无法识别没有包含在训 练库中的人脸,即使是包含在训练库中的人脸,如果 在使用时只能获取侧脸或被遮挡的人脸,此时这些 未被考虑的变化因素将会影响人脸识别的结果。为 了提升人脸识别的适用范围和准确率,人们需要获 取尽可能多的人脸数据,同时获取不同场景、不同视 角下的同一人脸。用于人脸识别的数据可通过人工 采集加标注的方式获取。在计算成像的应用中,所 需的训练数据由大量物体 X 及其经过相应成像系 统后所得的物理测量 Y 组成。因此,相较于人脸识 别,训练数据的获取需要考虑具体的成像过程。

如图 3 所示,基于深度学习的计算成像方法所 需的数据通常可通过三种方式获取。方式 1 是利用 传统复杂且代价高的方法高精度重建图像,方式 2 是预置真实物体,方式 3 是通过仿真生成数据。如 图 3(a)所示,对于数据获取方式 1,首先收集大量类 似场景经成像系统实测所得的物理测量 Y,然后应 用传统复杂且代价高的方法从中高精度重建物体的 真实像 X,这种数据获取方式主要用于利用深度学 习替代传统方法以简化图像记录和重建过程的相关 应用中。Rivenson 等^[32]利用深度学习进行同轴全 息重建研究:首先记录细胞样本在不同距离下的 8 张全息图,利用相位恢复算法高精度地恢复出样本 的振幅和相位图像,将其作为物体的真实像;然后将 单张同轴全息图经反向传播所得的带有孪生像的振

幅和相位图像作为实际物理测量 Y;最后使用大量 X 和 Y 的数据组合训练神经网络,以从单张同轴全 息图中恢复出物体的振幅和相位。得到的结果与使 用八张同轴全息图所得恢复效果相近,但简化了数 据的记录和图像的重建过程。然而,对于一些无法 使用现有方法恢复出高精度图像的领域,如透过强 散射介质进行成像,这种数据获取方式将失效。如 图 3(b)所示,对于数据获取方式 2,人们将已知的场 景图像导入诸如空间光调制器(SLM)等投影媒介 作为物体的真实像 X,然后由成像系统记录其物理 测量 Y,不断更换 SLM 上的调制图像并记录成像结 果,即可得到训练所需数据。这种数据获取方式无 需使用传统方法对物体进行重建,且当传统成像方 法失效时仍然可以获取数据。Lvu 等^[28]利用深度 学习透过强散射介质(3 mm 厚白色聚苯乙烯平板) 进行成像研究:首先从现有数据集中选取图像作为 物体的真实像 X 并导入 SLM 中,然后利用成像系 统采集物体透过散射介质后的散斑图,作为实际物 理测量 Y,最后使用大量 X 和 Y 的数据组合训练神 经网络从散斑图中恢复物体。然而,对于一些难以 使用投影媒介调制的物体,这种方法将不再适用。 如图 3(c)所示,对于数据获取方式 3,研究人员通过 对当前成像问题和实验光路进行数值仿真以生成数 据,这是一种低成本的数据获取方法。Wang 等^[31] 利用深度学习进行了计算鬼成像图像重建研究:首 先从现有数据集中选取图像作为物体的真实像 X, 然后基于所选图像仿真计算鬼成像的物理过程得到 光强序列(即物理测量Y),最后使用大量 X 和 Y 的 数据组合训练神经网络,从实验测得的光强序列中



图 3 计算成像中的数据获取方法示意图。(a)通过传统复杂且代价高的方法重建图像;(b)通过 SLM 预置真实物体; (c)通过仿真生成数据



恢复物体。然而,该方法只适用于前向传播过程已 知的成像问题。研究人员需要根据实际应用场景和 实验条件,选择合适的训练数据获取方式。

2.3 构建网络

如图 4 所示,神经网络由输入层、隐层和输出层 组成^[22,51],其中输入层和输出层由当前映射问题 *Y→X*确定,而隐层可人为自由调整。如图 4(a)所 示,早期的神经网络只包含一个隐层^[21,51],随后人 们发现图 4(b)所示的多隐层深度神经网络能更好 地处理非线性映射问题^[52-54],因此被广泛采用。深 度神经网络中的各层均由大量的计算单元即神经元 组成,如图 4(b)中框图所示,第 *L* 层的第 *k* 个神经 元的输入为上一层所有神经元输出 $s_j^{(L-1)}$ 和各自权 重 $w_{kj}^{(L-1)}$ 乘积的加权和: $\sum_{j} [s_j^{(L-1)} \cdot w_{kj}^{(L-1)}]$,输出 $s_k^{(L)}$ 为该加权和的激活值,表达式为

$$s_k^{(L)} = \delta \left\{ \sum_{i} \left[s_i^{(L-1)} \cdot w_{kj}^{(L-1)} \right] \right\}, \qquad (8)$$

式中:*j* 为神经元索引标记; $\delta(\cdot)$ 为激活函数,即神 经元对其输入的非线性变换函数,常用的激活函数 有 sigmoid^[55]、ReLU^[56]和 tanh^[57]。





Fig. 4 Schematic of fully connected neural network. (a) Single hidden layer; (b) multi hidden layers

由于将深度学习应用到计算成像中大都是为了 解决图像到图像的映射问题^[2],因此类似 U-net^[58] 的卷积神经网络成了主流网络结构。如图 5 所示, 这种网络主要包含左右两个部分,图 5(a)、(b)为将 网络输入经过多次多核卷积与池化操作不断减少图 像尺寸并提取特征,图 5(c)、(d)通过多次多核反卷 积从提取的特征中还原图像,得到网络输出。相比 全连接神经网络,卷积神经网络通过多核卷积、局部 感知和权值共享等方式降低了网络中权重的数量, 同时能更好地进行特征提取[21,59]。除全连接、卷 积、池化和反卷积等常见神经网络结构单元之外,现 在还有一些有助于解决网络训练中容易出现的过拟 合以及梯度消失等问题的结构,比如 Dropout 层^[60]、Batch Normalization^[61]和残差层^[62]等。组 合上述基本模块,建立输入Y到输出X的计算模 型,即可完成网络的构建。在定义好的深度神经网

络结构中,参数 θ 是所有神经元之间连接权值的集合,不同的 θ 组合能以任意精度逼近不同的函数^[53-54],通过训练选择合适的 θ ,使其逼近当前映射函数 $f:Y \rightarrow X$ 。

2.4 训练网络

训练之前,要对神经网络中的参数集合 θ 进行 初始化,如(7)式所示,训练网络即不断调整 θ 以使 代价函数 $L[R_{\theta}(y),x]$ 最小化的过程。常用的权值 调整方法为梯度下降及其变种^[63],可表示为

$$\theta(t+1) = \theta(t) + \eta \,\frac{\partial L}{\partial \theta},\tag{9}$$

式中: t 为当前训练步数; η 为学习率; $\frac{\partial L}{\partial \theta}$ 表示 $L[R_{\theta}(y), x]$ 在 θ 处的梯度。 η 可人为确定, $\frac{\partial L}{\partial \theta}$ 则 需通过反向传播算法^[64-65]计算得到。图 6 所示为神



图 5 卷积神经网络简要示意图。(a)卷积:不同卷积核对应不同特征图;(b)池化:将操作范围内的数据用其 最大值或均值替换;(c)反卷积:对数据进行插值补零后再作卷积操作;(d)卷积

Fig. 5 Simplified diagram of convolutional neural network. (a) Convolution: different convolution kernels corresponding to different feature maps; (b) pooling: replace data within the scope of operation with its maximum or mean; (c) deconvolution: interpolate data with zeros and then implement convolution; (d) convolution

经网络训练过程中经常遇到的局部最小和过拟合问题^[21-22],其中 θ_A 、 θ_B 和 θ_C 分别表示 θ 的初始值、局部最优值和全局最优值, ϵ 表示过拟合网络与训练良好的网络对于相同输入所得输出的差异。训练陷入局部最小是因为代价函数为关于 θ 的非凸函数,利用梯度下降和反向传播算法训练网络时往往会出现 $\frac{\partial L}{\partial \theta} = 0$,权值 θ 将不再更新。过拟合问题可由训练数据量少、训练数据不具有代表性(不能反映数据的真实分布),以及训练次数过多等导致,此时神经网络将会过度拟合训练数据,导致训练误差小而测试误差大。为了解决这些问题,众多新型网络结构^[66-68]、改进梯度下降算法^[63]、权重初始化^[69]和权重正则化^[70]等方法被提出,并取得了显著效果。但这些方法引入了大量需要人为确定的超参数,如隐层结构、正则化系数等^[22]。对于同一问题,不同的

超参数组合可能会导致截然不同的结果^[70]。为了 选择适合当前映射问题的超参数组合,可根据图 7 所示的流程来训练网络^[22]。首先将获取到的数据 按比例随机分为训练集、验证集和测试集;然后在训 练集上训练由当前超参数组合确定的网络,训练结 束后再用验证集评估训练所得网络性能,通过综合 网络在训练集和验证集上的表现,不断调整网络中 的超参数组合以提升网络在验证集上的表现;最后 在测试集上评估训练所得网络的性能,并根据测试 误差判断能否将所得网络用于解决当前映射问题, 如果测试误差仍然较大,则需要重新训练。值得注 意的是,为了防止数据泄露(使用测试集训练),此时 研究人员需要获取新的测试数据。

3 基于深度学习的计算成像实例



对于任意一个具体的计算成像问题,其成像过

图 6 神经网络训练中存在的主要问题。(a)局部最小;(b)过拟合





图 7 神经网络训练流程图 Fig. 7 Flow chart of neural network training

程可概括为构建从物理测量到物体信息的映射函数 的过程。基于深度学习的计算成像方法通过使用由 大量权重参数定义的深度神经网络拟合训练数据得 到一个映射模型,将其作为实际映射函数的一个估 计,从而实现了计算成像问题的图像重建。为了更 具体地了解该方法的应用情况,现以深度学习在散 射成像、数字全息及计算鬼成像中的应用为例展开 介绍。

3.1 散射成像

传统的光学成像往往要求光学系统能将物面上 一点发出的球面波在像面上会聚成一个点,该会聚 点越小,分辨率就越高,图像越清晰,成像质量就越 好。然而,在现实生活中,有些条件下不得不面对光 传播过程中散射介质导致的无法会聚成一个点的情 况。比较常见的有云、雨、雪、雾、霾、尘等大气中的 散射介质,也有生物组织比如血液、皮肤等,还包括 海水、河水等浑浊的液体。这些散射介质的存在使 得一般的成像系统难以成清晰的像。为了克服散射 介质对成像的影响,研究人员提出了许多不同的散 射成像技术,如弹道光成像技术[71]、波前整形[72]和 散斑相关[73]等。其中,弹道光成像技术通过分离 弹道光和散射光的方式实现透过散射介质成像, 在弹道光分离过程中往往很难将所有的背景光都 滤除,部分散射光将影响成像质量,因此仅适用于 透过弱散射介质成像。波前整形的方法通过多次 相位测量得到散射介质的传输矩阵用于散射成 像,但该方法只适用于静态线性散射介质,当测量 前后的系统不变时,测量出的传输矩阵才能使用。 散斑相关的方法利用光透过散射介质后的记忆效 应来恢复图像,但由于记忆效应范围有限,对于厚 散射介质以及动态散射介质而言,该方法无法实 现有效的成像。

由于现有散射成像技术存在种种难以克服的问 题,研究人员开始尝试利用深度学习解决散射成像 问题。如图 8(a)所示, Lvu 等^[28,74]利用深度学习透 过远超记忆效应范围的厚散射介质(3 mm 厚的白 色聚苯乙烯平板)进行成像。通过同步控制空间光 调制器和相机获取大量散斑图(相机记录的图像)和 对应真实物体(空间光调制器上的物体)的数据组合 「数据获取方式2],以此作为训练集训练神经网络, 所得模型能从散斑图中恢复不在训练集中的新物 体。为了提升神经网络的鲁棒性,如图 8(b)所示, Li 等[27]利用类似 Lyu 等[28,74] 获取训练数据的方式 收集物体及其对应的散斑图用于建立散斑到物体的 映射,不同之处在于,Li等^[27]在收集训练集时使用 了四块不同的毛玻璃。根据所得数据训练神经网 络,Li等^[27]透过未经训练的毛玻璃进行成像。可 见,基于深度学习的散射成像方法能透过强散射介 质实现成像,且对成像系统的变化具有一定的鲁 棒性。





3.2 数字全息

全息技术[75]的一个重要应用是相位恢复,该方 法通过引入参考光,使其与物光干涉,从而将物体的 相位信息编码在干涉强度图(全息图)中,然后从中 恢复相位。全息重建方法主要包括同轴全息[75]和 离轴全息[76]两种。在同轴全息重建中,参考光光轴 与物光光轴平行,此时会有一个虚假的物体叠加到 重建的光场中,从而造成"孪生像问题":在离轴全息 重建中,研究人员通过控制参考光光轴与物光光轴 之间的夹角,可将物体信息与其孪生像分离,从而解 决了"孪生像问题"。与离轴全息相比,同轴全息技 术因其更简单的成像装置和更高的空间带宽积,具 有更广泛的应用前景。因此,为了克服同轴全息重 建结果中的孪牛像,研究人员提出了许多光学、数值 方法来解析或迭代地进行图像重建,例如通过获取 不同轴向距离、不同照射角度、不同波长或不同偏振 态下的全息图,并将其作为迭代算法中的物理约束, 来迫使迭代算法收敛到物体的真实相位。这类方法 需要对同一物体进行多次测量,因此其仅可用于准 静态的物体的重建,且通常很耗时,并且需要进行调 参才能使该算法收敛到令人满意的结果[77]。针对 同轴全息重建中存在的问题,Rivenson 等^[32]将深度 学习用于同轴全息孪生像的去除,如图 9(a)所示, 首先将单张全息图经反向传播计算得到的带有孪生 像的振幅和相位图像,然后再利用神经网络去除结 果中的孪生像,从而在仅利用单张同轴全息图的条 件下恢复了物体的复振幅。Wang 等^[34]提出将深度 学习用于同轴全息图端到端的重建中,如图 9(b)所 示,直接利用神经网络从单张同轴全息图中重建物 体的相位信息,相比于 Rivenson 等^[32]所提方法, Wang 等^[34]所提方法无需使用反向传播作为预处理 步骤,但是仅恢复了物体的相位信息。Wang 等^[66] 提出了一种 Y 型网络结构用于同轴全息端到端的 重建,如图 9(c)所示,利用神经网络直接从单张全 息图中同时恢复了物体的振幅和相位。

3.3 计算鬼成像

鬼成像又称为强度关联成像,是一种单像素成 像方式,利用多个不同的编码光场照明物体并依次 收集物体反射光或透射光的总光强,然后通过将照 明光场序列与所收集的光强序列进行强度关联运算 即可恢复物体[5]。当到达物体表面的照明光场序 列为预先计算所得而不是通过高分辨率相机记录 所得时,研究人员将这种成像方式称为计算鬼成 像[78],该方法具有灵敏度高且能在相机敏感波段 范围之外进行成像的优点,如今已被广泛应用于 光学加密^[79]、遥感成像^[80]、三维重建^[81]和X射线 成像[82]等众多领域。在传统计算鬼成像的图像重 建中,为了获得较高分辨率和较高信噪比的成像 结果,研究人员往往需要长时间采样,因此难以将 该方法用于对动态变化的场景进行成像。为了克 服该问题,研究人员将压缩感知引入到计算鬼成 像的图像重建中[83],由于计算鬼成像中的照明光 场序列具有随机性,且成像物体具有稀疏性,因此基 于压缩感知的计算鬼成像方法能在低于奈奎斯特采 样频率时重建得到高信噪比的结果,从而提升了成 像速度。但是该方法受图像稀疏度的限制,无法进 一步降低采样比,缩短成像时间,且对环境噪声较为 敏感^[29,31]。



图 9 深度学习在数字全息中的应用。(a)去孪生像^[32];(b)端到端相位重建^[34];(c)端到端复振幅重建^[66] Fig. 9 Applications of deep learning in digital holography. (a) Removing twin image^[32]; (b) end-to-end phase reconstruction^[34]; (c) end-to-end complex amplitude reconstruction^[66]



图 10 深度学习在计算鬼成像中的应用。(a)提升信噪比^[29];(b)仅利用光强序列重建物体^[31] Fig. 10 Applications of deep learning in computational ghost imaging. (a) Improving signal-noise-ratio^[29]; (b) reconstructing objects by using intensity sequences^[31]

针对计算鬼成像中成像时间长和成像信噪比低的问题,Lyu等^[29]将深度学习引入到计算鬼成像

中,如图 10(a)所示,该方法首先在低采样比时使用 传统强度关联的方法计算得到低信噪比的成像结 果,然后利用神经网络提升所得结果的信噪比,在低 采样比时获得了优于基于压缩感知方法的结果,从 而进一步提升了成像速度。但是,该方法存在训练 数据难以获取的缺点,因为在 Lyu 等^[29]的实验中, 若要采集 2000 张大小为 32×32 的图像,则每张图 片的获取需要大约 52 次曝光(采样比为 5%),即所 有训练数据的采集一共需要 104000 次曝光,这是困 难且耗时的。在实际应用中,对更大视场的场景进 行高分辨率成像时,所需训练数据的采集会更为困 难。针对该问题,Wang 等^[31]提出通过仿真数据训 练神经网络并恢复实验数据的方法,如图10(b)所 示,通过仿真计算鬼成像的光强序列采集过程得到 了手写字符物体和对应光强序列的数据组合,然后 用神经网络拟合所得仿真数据,建立从光强序列到 物体信息的映射。按照这种方式,Wang等^[31]在采 样比为 6.25%时实现了仅从光强序列中恢复高信噪 比图像。

3.4 典型应用的汇总和对比

上文介绍了深度学习在部分计算成像问题中的应 用实例,为了更好地对比该方法在更多不同成像问题 中的应用情况,如表1所示,列举深度学习在众多计算 成像问题中的一些典型应用,并对比了训练数据量、数 据获取方式、网络结构以及代价函数。表1中,FCN为 全连接神经网络,CNN为卷积神经网络,GAN为生成 对抗网络,MSE为均方误差,MAE为平均绝对误差, NPCC为负皮尔逊相关系数,TV 为全变分。

表 1 深度学习在计算成像中的典型应用

Imaging problem	Reference	e Training data	Data obtaining	Network structure	Cost function
Phase imaging	[23]	Faces-LFW or ImageNet	Method 2	CNN	MAE
	[24]	Database, 10000	Method 1	CNN	MAE+ regularization
	[25]	HeLa cell,925,human	Method 1	GAN	Adversarial loss+TV
		skin tissue,2500			
Imaging through scattering media	[26]	MNIST,10000	Method 2	CNN	MAE, NPCC
	[27]	MNIST,2400	Method 2	CNN	Averaged cross-entropy
	[28]	MNIST,3990	Method 2	CNN	MSE
Computational ghost imaging	[29]	MNIST,2000	Method 2	FCN	MSE
	[30]	Aircraft model,200	Method 1	CNN	Normalized MSE
	[31]	MNIST,9000	Method 3	CNN	MSE
Digital holography	[32]	Breast tissue slide,100	Method 1	CNN	MSE
	[33]	USAF pattern, 3750	Method 1	CNN	Square of the L2 norm
	[34]	MNIST,9000	Method 2	CNN	MSE
Fourier ptychographic	[35]	Hela cell,20760	Method 1	GAN	Adversarial loss+norm
microscopy	[36]	Animal tissue,23040	Method 1,3	CNN	L1 norm
Super-resolution	[37]	Single-molecule, 10000	Method 1,3	CNN	MSE+L1
	[38]	Hela cell,2625	Method 1	GAN	Adversarial loss+norm
	[39]	Pap smear,65475	Method 1	GAN	Adversarial loss+norm
Imaging in low light	[40]	imageNet,9500	Method 2	CNN	NPCC
	[41]	Celeba face images,9000	Method 2	GAN	Adversarial loss+MSE
Phase unwrapping	[42]	Random surface, 30000	Method 3	CNN	MSE
	[43]	Random surface,25000	Method 3	CNN	MSE
Fringe analysis	[44]	Fringe images,960	Method 2	CNN	MAE
	[45]	Fringe pattern,80000	Method 3	CNN	MAE
Optical tomography	[46]	Retinal images, 55080	Method 1	CNN	MSE
	[47]	NIH3T3 cells,5512	Method 2	GAN	Adversarial loss+norm
	[48]	Retinal image, 16000	Method 1	GAN	Adversarial loss+norm
Multimode fiber	[49]	MINST,16000	Method 2	CNN	MSE
imaging	[50]	Handwritten latin alphabet,6000	0 Method 2	CNN	MSE

Table 1 Typical applications of deep learning in computational imaging

4 结束语

本文介绍了基于深度学习的计算成像方法中的 一些基本概念和实施步骤,列举了深度学习在散射 成像、数字全息及计算鬼成像中的一些应用实例,最 后汇总对比了一些典型应用。指出深度神经网络可 用于建立各式各样的映射关系,对于具体的映射问 题,研究人员需要获取大量满足该映射关系的数据 组合即训练数据,然后用深度神经网络拟合这些训 练数据就能得到适用于当前映射问题的神经网络模 型,因此数据的获取是利用深度学习解决具体映射 问题的关键步骤。然而,在实际应用中,训练数据往 往是难以获取的,这是限制深度学习在计算成像中 应用的一个主要因素。对于本文总结的三种数据获 取方式:方式1、2获取训练数据往往会耗费大量资 源:尽管在前向传播过程和系统参数已知的情况下 可以使用低成本的方式3来获取训练数据,但当成 像场景或成像系统发生较大变化时,由于训练所得 模型的泛化性有限,使用已获取的数据训练所得网 络将不再适用,此时又需要重新获取数据并重新训 练。另外,深度学习作为一种数据驱动的算法,往往 难以揭示成像问题的物理机制。

现有研究大多都将深度学习作为计算成像中的 一种实现图像重建的工具来使用,随着研究的深入, 将开始研究工具本身,例如将更为先进的深度学习 技术引入到计算成像中,从而更好地使用该工具以 解决实际问题。到目前为止,尽管深度学习在众多 成像问题中的优越性都已经得到初步论证,但是离 实际应用仍有一段距离。如何更好地应用深度学习 来解决实际成像问题,将是今后相关研究的重点。

参考文献

- Mait J N, Euliss G W, Athale R A. Computational imaging [J]. Advances in Optics and Photonics, 2018, 10(2): 409-483.
- [2] Barbastathis G, Ozcan A, Situ G H. On the use of deep learning for computational imaging [J]. Optica, 2019, 6(8): 921-943.
- [3] Fienup J R. Reconstruction of an object from the modulus of its Fourier transform[J]. Optics Letters, 1978, 3(1): 27-29.
- [4] Fienup J R. Phase retrieval algorithms: a comparison[J]. Applied Optics, 1982, 21(15): 2758-2769.
- [5] Pittman T B, Shih Y H, Strekalov D V, et al. Optical imaging by means of two-photon quantum entanglement[J]. Physical Review A, 1995, 52(5):

R3429-R3432.

- [6] Shapiro J H, Boyd R W. The physics of ghost imaging[J]. Quantum Information Processing, 2012, 11(4): 949-993.
- [7] Natterer F. The mathematics of computerized tomography (classics in applied mathematics, vol. 32)[J]. Inverse Problems, 2001, 18: 283-284.
- [8] Lauterbur P C. Image formation by induced local interactions: examples employing nuclear magnetic resonance[J].Nature, 1973, 242(5394): 190-191.
- [9] Mansfield P, Grannell P K. "Diffraction" and microscopy in solids and liquids by NMR [J]. Physical Review B, 1975, 12(9): 3618-3634.
- [10] Arce G R, Brady D J, Carin L, et al. Compressive coded aperture spectral imaging: an introduction[J].
 IEEE Signal Processing Magazine, 2014, 31 (1): 105-115.
- [11] Häusler G, Willomitzer F. A stroll through 3D imaging and measurement[J]. ICO Newslett, 2015: 104.
- [12] Willomitzer F, Ettl S, Faber C, et al. Single-shot three-dimensional sensing with improved data density
 [J]. Applied Optics, 2015, 54(3): 408-417.
- [13] Arimoto H, Javidi B. Integral three-dimensional imaging with digital reconstruction [J]. Optics Letters, 2001, 26(3): 157-159.
- [14] Xiao X, Javidi B, Martinez-Corral M, et al. Advances in three-dimensional integral imaging: sensing, display, and applications [Invited] [J]. Applied Optics, 2013, 52(4): 546-560.
- [15] Ng R. Digital light field photography [M]. USA: Stanford University, 2006.
- [16] Cutrona L J, Vivian W E, Leith E N, et al. A highresolution radar combat-surveillance system [J]. IRE Transactions on Military Electronics, 1961, MIL-5 (2): 127-131.
- [17] Betzig E, Patterson G H, Sougrat R, et al. Imaging intracellular fluorescent proteins at nanometer resolution [J]. Science, 2006, 313 (5793): 1642-1645.
- [18] Zheng G A, Horstmeyer R, Yang C. Wide-field, high-resolution Fourier ptychographic microscopy [J]. Nature Photonics, 2013, 7(9): 739-745.
- [19] Gustafsson M G L. Nonlinear structured-illumination microscopy: wide-field fluorescence imaging with theoretically unlimited resolution[J]. Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America, 2005, 102(37): 13081-13086.
- [20] Baraniuk R. Compressive sensing [lecture notes] [J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2007, 24 (4): 118-121.

- [21] LeCun Y, Bengio Y, Hinton G. Deep learning [J]. Nature, 2015, 521(7553): 436-444.
- [22] Goodfellow I, Bengio Y, Courville A. Deep learning [M]. USA: MIT Press, 2016.
- [23] Sinha A, Lee J, Li S, et al. Lensless computational imaging through deep learning [J]. Optica, 2017, 4 (9): 1117-1125.
- [24] Xue Y, Cheng S, Li Y, et al. Reliable deep-learningbased phase imaging with uncertainty quantification [J]. Optica, 2019, 6(5): 618-629.
- [25] Rivenson Y, Liu T R, Wei Z S, et al. PhaseStain: the digital staining of label-free quantitative phase microscopy images using deep learning [J]. Light: Science & Applications, 2019, 8: 23.
- [26] Li S, Deng M, Lee J, et al. Imaging through glass diffusers using densely connected convolutional networks[J]. Optica, 2018, 5(7): 803-813.
- [27] Li Y Z, Xue Y J, Tian L. Deep speckle correlation: a deep learning approach toward scalable imaging through scattering media[J]. Optica, 2018, 5(10): 1181-1190.
- [28] Lyu M, Wang H, Li G W, et al. Learning-based lensless imaging through optically thick scattering media [J]. Advanced Photonics, 2019, 1 (3): 036002.
- [29] Lyu M, Wang W, Wang H, et al. Deep-learningbased ghost imaging[J]. Scientific Reports, 2017, 7: 17865.
- [30] He Y C, Wang G, Dong G X, et al. Ghost imaging based on deep learning[J]. Scientific Reports, 2018, 8: 6469.
- [31] Wang F, Wang H, Wang H C, et al. Learning from simulation: an end-to-end deep-learning approach for computational ghost imaging [J]. Optics Express, 2019, 27(18): 25560-25572.
- [32] Rivenson Y, Zhang Y B, Günaydın H, et al. Phase recovery and holographic image reconstruction using deep learning in neural networks[J]. Light: Science & Applications, 2018, 7: 17141.
- [33] Ren Z B, Xu Z M, Lam E Y. Learning-based nonparametric autofocusing for digital holography [J]. Optica, 2018, 5(4): 337-344.
- [34] Wang H, Lyu M, Situ G H. eHoloNet: a learningbased end-to-end approach for in-line digital holographic reconstruction [J]. Optics Express, 2018, 26(18): 22603-22614.
- [35] Nguyen T, Xue Y J, Li Y Z, et al. Deep learning approach for Fourier ptychography microscopy [J]. Optics Express, 2018, 26(20): 26470-26484.
- [36] Zhang J Z, Xu T F, Shen Z Y, et al. Fourier ptychographic microscopy reconstruction with

multiscale deep residual network [J]. Optics Express, 2019, 27(6): 8612-8625.

- [37] Nehme E, Weiss L E, Michaeli T, et al. Deep-STORM: super-resolution single-molecule microscopy by deep learning [J]. Optica, 2018, 5 (4): 458-464.
- [38] Wang H D, Rivenson Y, Jin Y Y, et al. Deep learning enables cross-modality super-resolution in fluorescence microscopy[J]. Nature Methods, 2019, 16(1): 103-110.
- [39] Liu T R, de Haan K, Rivenson Y, et al. Deep learning-based super-resolution in coherent imaging systems[J]. Scientific Reports, 2019, 9: 3926.
- [40] Goy A, Arthur K, Li S, et al. Low photon count phase retrieval using deep learning [J]. Physical Review Letters, 2018, 121(24): 243902.
- [41] Niu Z Z, Shi J H, Sun L, et al. Photon-limited face image super-resolution based on deep learning [J]. Optics Express, 2018, 26(18): 22773-22782.
- [42] Wang K Q, Li Y, Qian K M, et al. One-step robust deep learning phase unwrapping[J]. Optics Express, 2019, 27(10): 15100-15115.
- [43] Zhang T, Jiang S W, Zhao Z X, et al. Rapid and robust two-dimensional phase unwrapping via deep learning[J]. Optics Express, 2019, 27(16): 23173-23185.
- [44] Feng S J, Chen Q, Gu G H, et al. Fringe pattern analysis using deep learning [J]. Advanced Photonics, 2019, 1(2): 025001.
- [45] Yan K T, Yu Y J, Huang C T, et al. Fringe pattern denoising based on deep learning [J]. Optics Communications, 2019, 437: 148-152.
- [46] Halupka K J, Antony B J, Lee M H, et al. Retinal optical coherence tomography image enhancement via deep learning[J]. Biomedical Optics Express, 2018, 9(12): 6205-6221.
- [47] Choi G, Ryu D, Jo Y, et al. Cycle-consistent deep learning approach to coherent noise reduction in optical diffraction tomography [J]. Optics Express, 2019, 27(4): 4927-4943.
- [48] Huang Y Q, Lu Z X, Shao Z M, et al. Simultaneous denoising and super-resolution of optical coherence tomography images based on generative adversarial network[J]. Optics Express, 2019, 27(9): 12289-12307.
- [49] Borhani N, Kakkava E, Moser C, et al. Learning to see through multimode fibers [J]. Optica, 2018, 5 (8): 960-966.
- [50] Rahmani B, Loterie D, Konstantinou G, et al. Multimode optical fiber transmission with a deep learning network[J]. Light: Science & Applications,

2018, 7:69.

- [51] Bishop C M. Pattern recognition and machine learning[M]. New York: Springer-Verlag, 2006.
- [52] Goodfellow I, Pouget-Abadie J, Mirza M, et al. Generative adversarial nets [C]//Advances in Neural Information Processing Systems, December 8-13, 2014, Montreal, Quebec, Canada. Canada: NIPS, 2014: 2672-2680.
- [53] Hornik K, Stinchcombe M, White H. Multilayer feedforward networks are universal approximators
 [J]. Neural Networks, 1989, 2(5): 359-366.
- [54] Cybenko G. Approximation by superpositions of a sigmoidal function [J]. Mathematics of Control, Signals, and Systems, 1989, 2(4): 303-314.
- [55] Nair V, Hinton G E. Rectified linear units improve restricted Boltzmann machines [C]//Proceedings of the 27th international conference on machine learning (ICML-10), June 21-24, 2010, Haifa, Israel. [S.l.: s.n.], 2010: 807-814.
- [56] Bottou L. Large-scale machine learning with stochastic gradient descent [M]//Lechevallier Y, Saporta G. Proceedings of COMPSTAT' 2010. Heidelberg: Physica-Verlag HD, 2010: 177-186.
- [57] Glorot X, Bordes A, Bengio Y. Deep sparse rectifier neural networks [C]//Proceedings of the Fourteenth International Conference on Artificial Intelligence and Statistics, April 11-13, 2011, Fort Lauderdale, USA. USA: MIT Press, 2011: 315-323.
- [58] Noh H, Hong S, Han B. Learning deconvolution network for semantic segmentation [C]//2015 IEEE International Conference on Computer Vision (ICCV), December 7-13, 2015, Santiago, Chile. New York: IEEE, 2015: 1520-1528.
- [59] LeCun Y, Bottou L, Bengio Y, et al. Gradient-based learning applied to document recognition [J].
 Proceedings of the IEEE, 1998, 86(11): 2278-2324.
- [60] Srivastava N, Hinton G, Krizhevsky A, et al. Dropout: a simple way to prevent neural networks from overfitting [J]. Journal of Machine Learning Research, 2014, 15(1): 1929-1958.
- [61] Ioffe S, Szegedy C. Batch normalization: accelerating deep network training by reducing internal covariate shift[J/OL]. (2015-03-02)[2019-10-14]. https:// arxiv.xilesou.top/abs/1502.03167.
- [62] He K M, Zhang X Y, Ren S Q, et al. Deep residual learning for image recognition [C]//2016 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), June 27-30, 2016, Las Vegas, NV, USA. New York: IEEE, 2016: 770-778.
- [63] Ruder S. An overview of gradient descent optimization algorithms[J/OL]. (2017-06-15)[2019-

10-14]. https://arxiv.xilesou.top/abs/1609.04747.

- [64] Rumelhart D E, Hinton G E, Williams R J. Learning representations by back-propagating errors [J]. Nature, 1986, 323(6088): 533-536.
- [65] Nielsen M A. Neural networks and deep learning [M]. San Francisco, CA, USA: Determination Press, 2015.
- [66] Wang K Q, Dou J Z, Qian K M, et al. Y-Net: a oneto-two deep learning framework for digital holographic reconstruction[J]. Optics Letters, 2019, 44(19): 4765-4768.
- [67] Krizhevsky A, Sutskever I, Hinton G E. ImageNet classification with deep convolutional neural networks
 [J]. Communications of the ACM, 2017, 60(6): 84-90.
- Szegedy C, Liu W, Jia Y, et al. Going deeper with convolutions [C]//2015 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), June 7-12, 2015, Boston, MA, USA. New York: IEEE, 2015: 15523970.
- [69] Glorot X, Bengio Y. Understanding the difficulty of training deep feedforward neural networks [C]// Proceedings of the Thirteenth International Conference on Artificial Intelligence and Statistics, May 13-15, 2010, Chia Laguna Resort, Sardinia, Italy. [S.l.: s.n.], 2010: 249-256.
- [70] Kukačka J, Golkov V, Cremers D. Regularization for deep learning: a taxonomy [J/OL]. (2017-10-29) [2019-10-14]. https://arxiv.xilesou.top/abs/1710. 10686.
- [71] Wang L, Ho P P, Liu C, et al. Ballistic 2-D imaging through scattering walls using an ultrafast optical Kerr gate[J]. Science, 1991, 253(5021): 769-771.
- [72] Vellekoop I M, Mosk A P. Focusing coherent light through opaque strongly scattering media[J]. Optics Letters, 2007, 32(16): 2309-2311.
- Bertolotti J, van Putten E G, Blum C, et al. Noninvasive imaging through opaque scattering layers[J]. Nature, 2012, 491(7423): 232-234.
- [74] Lyu M, Wang H, Li G, et al. Exploit imaging through opaque wall via deep learning[J/OL]. (2017-08-09)[2019-10-14]. https://arxiv.xilesou.top/abs/ 1708.07881.
- [75] Gabor D. A new microscopic principle [J]. Nature, 1948, 161(4098): 777-778.
- [76] Leith E N, Upatnieks J. Reconstructed wavefronts and communication theory[J]. Journal of the Optical Society of America, 1962, 52(10): 1123-1130.
- [77] Rivenson Y, Wu Y C, Ozcan A. Deep learning in holography and coherent imaging [J]. Light: Science & Applications, 2019, 8: 85.

- [78] Shapiro J H. Computational ghost imaging [J]. Physical Review A, 2008, 78(6): 061802.
- [79] Clemente P, Durán V, Torres-Company V, et al.
 Optical encryption based on computational ghost imaging
 [J]. Optics Letters, 2010, 35(14): 2391-2393.
- [80] Cheng J. Ghost imaging through turbulent atmosphere [J]. Optics Express, 2009, 17 (10): 7916-7921.
- [81] Gong W L, Zhao C Q, Yu H, et al. Three-

dimensional ghost imaging lidar via sparsity constraint[J]. Scientific Reports, 2016, 6: 26133.

- [82] Ceddia D, Paganin D M. Random-matrix bases, ghost imaging, and X-ray phase contrast computational ghost imaging[J]. Physical Review A, 2018, 97(6): 062119.
- [83] Katz O, Bromberg Y, Silberberg Y. Compressive ghost imaging[J]. Applied Physics Letters, 2009, 95 (13): 131110.