

单目相机位姿估计的稳健正交迭代方法

张雄锋^{1**}, 刘海波^{2*}, 尚洋²

¹中国酒泉卫星发射中心, 甘肃 酒泉 732750;

²国防科技大学空天科学学院, 湖南 长沙 410073

摘要 单目位姿估计是计算机视觉中一个基础而重要的问题, 在机器人定位、虚拟现实、图像精密测量等领域应用广泛。在实际应用中, 参考点坐标不可避免地含有粗差点, 导致估计结果偏离真值, 为此, 提出自适应加权的稳健正交迭代算法。该算法采用稳健估计方法自动识别粗差点, 并赋予其较小权值, 以提高算法的稳健性。实验结果表明, 稳健正交迭代算法求解精度高、稳健性好, 可有效抑制不同个数、不同水平的粗差影响。当 20 个观测点中存在 8 个水平为 60 pixel 的粗差点时, 本文解算精度分别比经典正交迭代算法和加权正交迭代算法高 2 个和 1 个数量级。

关键词 机器视觉; 位姿估计; 稳健正交迭代; 粗差

中图分类号 TP391.41

文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201939.0915004

Robust Orthogonal Iteration Algorithm for Single Camera Pose Estimation

Zhang Xiongfeng^{1**}, Liu Haibo^{2*}, Shang Yang²

¹Jiuquan Satellite Launch Center, Jiuquan, Gansu 732750, China;

²College of Aerospace Science and Engineering, National University of Defense Technology,
Changsha, Hunan 410073, China

Abstract Monocular pose estimation is a basic and important problem in computer vision, being widely used in robot positioning, virtual reality and image precision measurement. In practical application, the coordinates of reference points inevitably contain outliers which may lead to an estimating result far from the true value. Therefore, an adaptive weighted robust orthogonal iteration algorithm is proposed. To improve robustness, this algorithm uses a robust estimation method to find out the outliers and suppress their impact by allocating them smaller weights. The experiment results show that the proposed algorithm is robust with high accuracy. This algorithm can effectively restrain the influence of outliers with different number and levels. When there are 8 outliers of 60 pixel in 20 reference points, the accuracy of this method is 2 and 1 orders of magnitude higher than that of classical orthogonal iteration algorithm and weighted orthogonal iteration algorithm, respectively.

Key words machine vision; pose estimation; robust orthogonal iteration; outlier

OCIS codes 150.1135; 150.1488; 150.6910

1 引 言

在已知相机内参数的情况下, 根据给定的 n 个空间点在世界坐标系 W 中的三维坐标和对应的二维图像像素坐标, 求解坐标系 W 相对于相机坐标系的旋转矩阵 R 和平移向量 t 的问题, 称为 2D-3D 位姿估计问题, 也称为 n 点透视 (PnP) 问题^[1]。该问题是机器视觉和摄影测量中的基本问题, 得到了广

泛的研究和应用^[2-4]。

文献[5]提出的正交迭代算法 (Lu-OI 算法) 是一种求解 PnP 问题的经典算法, 具有求解速度快、精度高的优点, 近年来, 人们对其进行了多方面的改进和推广。文献[6]将正交迭代算法应用于多目相机的位姿估计中, 文献[7]对比了正交迭代算法与其他位姿估计算法的计算效率, 文献[8]提出了提高正交迭代算法速度的方法, 文献[9]研究了加权形

收稿日期: 2019-04-15; 修回日期: 2019-05-14; 录用日期: 2019-05-23

基金项目: 国家自然科学基金(11872070, 11727804)、湖南省自然科学基金(2019JJ50716)

* E-mail: liuhaibo@nudt.edu.cn; ** E-mail: zxf_nudt@163.com

式的正交迭代算法(W-OI),文献[10]对用于平面目标的正交迭代方法的稳健性进行了研究。

在实际应用过程中,世界点坐标记录错误、世界点与图像点匹配错误、像点坐标提点发生较大偏差等情况,导致用于位姿估计的数据存在较大粗差。因此,在测量误差与粗差不可避免的情况下,如何得到实时的、精确的旋转矩阵和平移向量参数,是PnP问题在应用过程中需解决的重要问题。针对该问题,本文提出一种基于稳健估计技术的PnP问题求解算法。其关键思想是使用尺度估计(S估计)方法^[11]赋予每个空间点一个非负权值,该权值越小,表示该空间点对应的坐标值粗差程度越高,通过最小化加权距离误差平方和,可快速求解得到旋转矩阵和平移向量的解析解。经验证,此方法可有效减小误差和粗差带来的影响,提高解算精度。

2 基本原理

2.1 经典正交迭代算法

假设 n 个标志点在世界坐标系 W 之中的坐标为 p_i , 在归一化坐标平面中的坐标为 v_i ($i = 1, 2, \dots, n$)。理想情况下相机成像的共线方程为

$$R p_i + t = V_i (R p_i + t), \quad (1)$$

式中, $V_i = \frac{v_i v_i^T}{v_i^T v_i}$ 为投影矩阵, 通过绝对定向技术^[12]

最小化物方残差和函数 $\sum_{i=1}^n \|(I - V_i)(R p_i + t)\|^2$ 可得旋转矩阵 R , 其中 I 为三阶单位矩阵。然后, 利用公式 $t(R) = \frac{1}{n} \left(I - \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n V_i \right)^{-1} \sum_{i=1}^n (V_i - I) R p_i$ 可得平移向量。通过不断迭代上述过程, 即可求得旋转矩阵和平移向量。

2.2 稳健正交迭代算法

经典的正交迭代算法中, 导致算法不稳健的因素来自于两个方面, 分别是坐标质心表达式以及最优化问题的非稳健性表示。在求解最小化物方残差和的过程中, 该算法赋予每个空间点坐标 p_i 相同的权值 $\frac{1}{n}$, 使用 $\tilde{r} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n p_i$ 作为坐标质心表达式, 当某个坐标测量值存在粗差时, 该坐标质心易出现较大偏差。其次, 该算法使用的物方残差和函数也赋予每个空间点相同的权值, 根据回归分析理论, 由于存在粗差的坐标点贡献的误差项较大, 使用该最小化目标函数将带来较大的解算偏差^[13], 降低了算法稳健性。

为克服以上两点不足, 通过改进经典的正交迭代算法, 赋予每个标志点非负权值, 推导得到加权形式的PnP问题解析解算法, 其中权值的选择基于S估计方法, 该方法可自主识别粗差点, 并为误差越大的空间点赋予越小的权值, 以此削弱粗差点对于解算结果的影响^[14-16]。

首先推导加权形式的PnP问题的解算方法。

假设第 i 个空间点的权值为 $\omega_i, \omega_i \geq 0$ 且 $\sum_{i=1}^n \omega_i = 1$ 。为提高算法稳健性, 改用加权形式的物方残差和函数 $\sum_{i=1}^n \omega_i \|(I - V_i)(R p_i + t)\|^2$, 当第 k 次迭代时的旋转矩阵 $R^{(k)}$ 固定时, 加权物方残差和函数最小的平移向量为^[9,17]

$$t^{(k)} = \left(I - \sum_{i=1}^n \omega_i V_i \right)^{-1} \sum_{i=1}^n \omega_i (V_i - I) R^{(k)} p_i. \quad (2)$$

记 $q_i^{(k)} = V_i (R p_i + t^{(k)})$, 则加权物方残差和函数等价于 $\sum_{i=1}^n \omega_i \|R p_i + t^{(k)} - q_i^{(k)}\|^2$, 因此, $k+1$ 次迭代的旋转矩阵取为

$$R^{(k+1)} = \arg \min_R \sum_{i=1}^n \omega_i \|R p_i + t^{(k)} - q_i^{(k)}\|^2. \quad (3)$$

为求解(3)式的最优化解, 首先引入加权质心 $\bar{q}^{(k)} = \sum_{i=1}^n \omega_i q_i^{(k)}$ 和 $\bar{p} = \sum_{i=1}^n \omega_i p_i$, 并将坐标系原点平移至加权质心处, 可得新坐标系下的坐标为 $p'_i = p_i - \bar{p}$ 和 $q'_i = q_i^{(k)} - \bar{q}^{(k)}$ 。理想情况下 $q'_i = R^{(k+1)} p'_i$ 成立。

通过最小化目标函数

$$\sum_{i=1}^n \omega_i \|R p'_i - q'_i\|^2, \quad (4)$$

可得旋转矩阵 $R^{(k+1)}$ 的估计值。由于 $\sum_{i=1}^n \omega_i \|R p'_i - q'_i\|^2 = \sum_{i=1}^n \omega_i (\|p'_i\|^2 + \|q'_i\|^2 - 2(q'_i)^T R p'_i)$ 且 $\sum_{i=1}^n \omega_i (\|p'_i\|^2 + \|q'_i\|^2)$ 与 R 无关, 最小化(4)式等价于最大化目标函数

$$\sum_{i=1}^n \omega_i (q'_i)^T R p'_i = \text{tr} \left(R^T \sum_{i=1}^n \omega_i q'_i (p'_i)^T \right) = \text{tr}(R^T M), \quad (5)$$

式中, tr 表示矩阵的迹, $M = \sum_{i=1}^n \omega_i q'_i (p'_i)^T$ 。为求(5)式的最大值, 将矩阵 M 进行奇异值分解得到

$$\mathbf{M} = \mathbf{U}^T \begin{pmatrix} \sigma_1 & & \\ & \sigma_2 & \\ & & \sigma_3 \end{pmatrix} \mathbf{V}, \text{其中 } \mathbf{U} \text{ 和 } \mathbf{V} \text{ 为 } 3 \times 3 \text{ 的正交}$$

矩阵, $\sigma_j \geq 0 (j = 1, 2, 3)$ 为 \mathbf{M} 的奇异值。记 $\mathbf{S} =$

$$\begin{pmatrix} s_{11} & s_{12} & s_{13} \\ s_{21} & s_{22} & s_{23} \\ s_{31} & s_{32} & s_{33} \end{pmatrix} = \mathbf{V} \mathbf{R}^T \mathbf{U}^T, \text{利用 } \mathbf{M} \text{ 的奇异值分解可}$$

将(5)式改写为

$$\begin{aligned} \text{tr}(\mathbf{R}^T \mathbf{M}) &= \text{tr} \left(\mathbf{R}^T \mathbf{U}^T \begin{pmatrix} \sigma_1 & & \\ & \sigma_2 & \\ & & \sigma_3 \end{pmatrix} \mathbf{V} \right) = \\ \text{tr} \left(\mathbf{S} \begin{pmatrix} \sigma_1 & & \\ & \sigma_2 & \\ & & \sigma_3 \end{pmatrix} \right) &= s_{11} \sigma_1 + s_{22} \sigma_2 + s_{33} \sigma_3. \end{aligned} \quad (6)$$

不难验证 \mathbf{S} 为正交矩阵, 进而根据正交矩阵性质可得 $s_{jj} \leq 1 (j = 1, 2, 3)$, 当且仅当 \mathbf{S} 为单位矩阵时, $s_{11} = s_{22} = s_{33} = 1$, 因此 $s_{11} \sigma_1 + s_{22} \sigma_2 + s_{33} \sigma_3 \leq \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3$, 当且仅当

$$\mathbf{R} = \mathbf{V}^T \mathbf{U} \quad (7)$$

时取得最大值。因此使得(5)式取得最大值的旋转矩阵为 $\mathbf{R}^{(k+1)} = \mathbf{V}^T \mathbf{U}$ 。

第 i 个空间点的权值 ω_i 采用 S 估计方法得到。S 估计方法是一种稳健的估计方法, 是极大似然估计法的自然拓展, 可有效识别、剔除粗差点^[11]。S 估计方法用于估计加权优化问题 $\sum_{i=1}^n \omega_i (e_i)^2$ 的权值 ω_i , 其中 e_i 表示第 i 个观测值的观测误差, 在本文中即为 $\|\mathbf{R} \mathbf{p}_i' - \mathbf{q}'_i^{(k)}\|$ 。

为使用 S 估计方法得到权值, 首先将所有的权值初始化为 $\frac{1}{n}$, 即 $\omega_i = \frac{1}{n} (i = 1, 2, \dots, n)$, 使用(7)式计算得到当前权值对应的旋转矩阵 \mathbf{R} , 然后更新误差 $e_i = \|\mathbf{R} \mathbf{p}_i' - \mathbf{q}'_i^{(k)}\|$, 根据 S 估计方法更新权值 ω_i , 如此循环往复, 直到参数求解稳定为止。S 估计方法更新权值步骤为, 当循环次数为 1 时, 使用

$\sigma = \frac{\text{median}_i |e_i|}{0.6754}$ 作为尺度估计量, 其中 $\text{median}_i |e_i|$ 表示 $|e_i|$ 的中位数, 0.6754 为 S 估计中的常数^[11], 对观测误差进行归一化得到 $u_i = e_i / \sigma$, 使用

$$\omega_i = \begin{cases} \left[1 - \left(\frac{u_i}{1.547} \right)^2 \right]^2, & |u_i| \leq 1.547 \\ 0, & |u_i| > 1.547 \end{cases} \quad (8)$$

作为新的权值。当循环次数大于 1 时, 则使用 $\sigma =$

$\sqrt{\frac{1}{0.199n} \sum_{i=1}^n \omega_i e_i^2}$ 作为尺度估计量^[11], 对观测误差进行归一化得 $u_i = e_i / \sigma$, 权值更新公式为^[11]

$$\omega_i = \begin{cases} \frac{1}{2} - \frac{u_i^2}{2(1.547)^2} + \frac{u_i^4}{6(1.547)^4}, & |u_i| \leq 1.547 \\ \frac{(1.547)^2}{6u_i^2}, & |u_i| > 1.547 \end{cases}. \quad (9)$$

2.3 收敛性分析

当权值给定时, 本文算法具备全局收敛性^[9]。因此, 即使从偏差较大的位姿初值开始, 本文算法也可迭代得到良好的解算结果。权值由 S 估计方法得到, S 估计方法中使用误差中位数作为尺度估计量, 当粗差点个数超过标志点总数一半时, 可能出现区分不了粗差与正常点的情况, 因此, 当粗差点个数超过标志点总数一半时, 使用本文算法时解算效果将受到较大影响。

3 实验结果与讨论

3.1 仿真实验

仿真测试中相机的等效焦距^[18-19]为 1200, 相片分辨率为 1000 pixel \times 1000 pixel, 旋转矩阵为随机生成的行列式为 1 的正交矩阵, 平移向量 \mathbf{t} 的三个分量为在 [500 cm, 1000 cm] 中选取的随机数。W 坐标系中的 20 个理想空间点坐标均匀分布在 $[-60 \text{ cm}, 60 \text{ cm}] \times [-60 \text{ cm}, 60 \text{ cm}] \times [-60 \text{ cm}, 60 \text{ cm}]$ 中。首先将标志点相片坐标系中的理想点坐标加入均值为 0、标准差为 0.1 的高斯噪声, 用于模拟提点误差。旋转矩阵的误差定义为 $e_R = 2 \arccos[0.5 \sqrt{1 + \text{tr}(\mathbf{R} \mathbf{R}_{\text{true}}^T)}]$, 其中 \mathbf{R} 和 \mathbf{R}_{true} 分别表示旋转矩阵解算值和真值, 平移向量误差定义为 $e_t = \frac{\|\mathbf{t}_{\text{true}} - \mathbf{t}\|}{\|\mathbf{t}_{\text{true}}\|}$, 其中 \mathbf{t}_{true} 和 \mathbf{t} 分别表示平移向量真值和解算值。对于每种情况, 进行独立实验 500 次。

为测试稳健性, 随机选择 $m (m = 1, 2, \dots, 8)$ 点的图像坐标, 分别加入 $[-60 \text{ cm}, 60 \text{ cm}]$ 的均匀分布噪声用于仿真粗差, 然后使用经典正交迭代算法^[5](Lu-OI)、文献[9]提出的加权正交迭代算法(W-OI)和本文提出的稳健正交迭代(S-OI)方法分别求解位姿参数。图 1 为三种算法对应的姿态和位姿平均解算误差随粗差点个数增加的变化情况, 其中图 1(a)为旋转矩阵误差, 图 1(b)为平移向量误差。从图中可看出, 随着粗差点个数的增加, Lu-OI 的旋转矩阵误差和平移向量误差均呈现快速增长的

趋势,增长速度最快,可见 Lu-OI 的稳健性最低。W-OI 的旋转矩阵误差与平移向量误差也随粗差点个数增加而增加,但是增长幅度相对于 Lu-OI 较为平缓,这表明 W-OI 在一定程度上可抑制粗差点的影响。本文提出的 S-OI 方法的解算误差曲线最为平稳,粗差点个数的增加对解算误差几乎没有影响。在粗差点个数相同的情况下,无论是姿态还是位移, S-OI 的解算误差均远低于 Lu-OI。当粗差点个数不大于 2 时, S-OI 和 W-OI 的解算精度相当,而当粗差点个数大于 2 时, S-OI 解算精度高于 W-OI。存在 8 个粗差点时, Lu-OI 的旋转矩阵误差达到 2.11° , W-OI 的误差为 0.81° , 而 S-OI 的旋转误差仅为 0.04° ; 平移向量误差方面, Lu-OI、W-OI 和 S-OI 的误差分别为 1.9%、0.65%、0.02%。S-OI 误差比 Lu-OI 低 2 个数量级,比 W-OI 低 1 个数量级。这表明 S-OI 的稳健性优于两种对比算法。

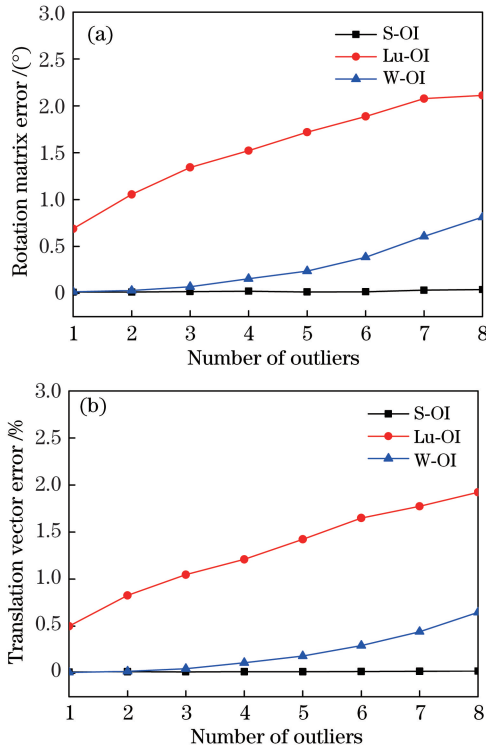


图 1 平均解算误差随粗差点个数变化图。

(a) 旋转矩阵误差; (b) 平移向量误差

Fig. 1 Mean error varies with outlier number.

(a) Rotation matrix error; (b) translation vector error

为测试 S-OI 在不同程度的粗差情况下的表现,从 20 个仿真标志点中随机选择 8 个,加入 10, 20, 30, 40, 50, 60 pixel 水平的均匀分布误差,分别使用 Lu-OI、W-OI、S-OI 解算位姿参数,解算结果对比图如图 2 所示。从图中可看出 S-OI 对于粗差噪声程度的敏感程度远远低于 Lu-OI 和 W-OI。在同等噪

声水平情况下, S-OI 的位姿测量误差比 Lu-OI 和 W-OI 低 1~2 个数量级,这表明 S-OI 对于粗差噪声的抑制能力要强于两种对比算法,可得到精度较高的位姿解算结果。

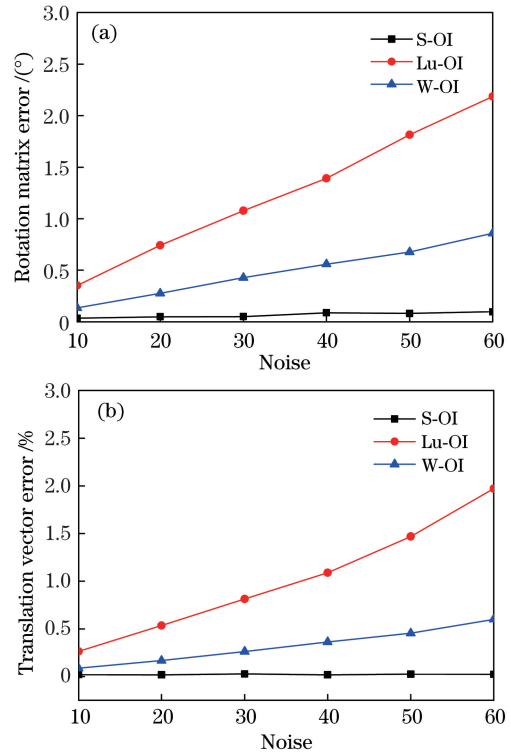


图 2 平均解算误差随粗差噪声水平变化图。

(a) 旋转矩阵误差; (b) 平移向量误差

Fig. 2 Mean error varies with noise level.

(a) Rotation matrix error; (b) translation vector error

为验证分析 S-OI 的计算效率,在标志点个数分别为 10, 20, ..., 100, 其余条件均相同的情况下,对 Lu-OI、W-OI、S-OI 三种算法的计算时间进行 500 组独立实验,获得平均解算时间。测试所用计算机为 win10 系统, CUP 为 i5-6300HQ, 内存为 8G。实验结果如图 3 所示, Lu-OI 速度最快, 实时性高, 而 S-OI 和 W-OI 的解算速度相当, 解算时间较慢, 这是由于为克服粗差点影响, S-OI 和 W-OI 需不断计算误差、权值和新的位姿, 这将影响算法的实时性。当对求解实时性要求较高时, 在应用 S-OI 和 W-OI 时应进行算法加速。

3.2 真实实验

实验中使用的相机的等效焦距为 2472.8, 由 Zhang 的方法标定得到^[20], 图像分辨率为 1280 pixel × 1024 pixel。使用 12 个固定标志点, 用相机拍摄标志点的图像。通过在前 5 个空间点坐标中加入较大的系统误差来模拟出现粗差的情况, 所得的粗差点坐标与对应原始坐标如表 1 所示。

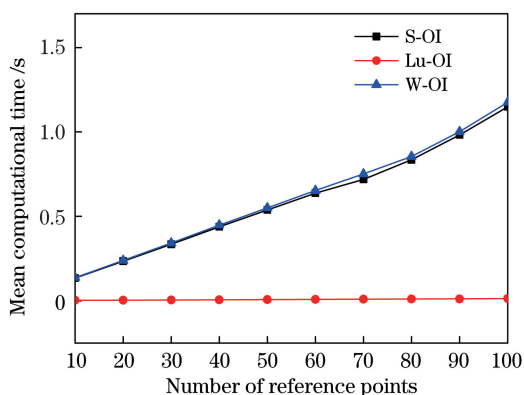


图 3 平均解算时间随标志点个数变化图
Fig. 3 Mean computational time varies with number of reference points

表 1 前 5 个标志点的含粗差坐标和测量坐标

Table 1 Mistaken and measured coordinate of first five points pixel

Data source	Point 1	Point 2	Point 3	Point 4	Point 5
Mistaken	(232.3, 504.8)	(275.5, 336.7)	(215.1, 426.4)	(377.8, 414.4)	(374.5, 479.7)
Measured	(222.3, 504.8)	(255.5, 386.7)	(232.0, 461.4)	(372.8, 480.4)	(351.5, 489.7)

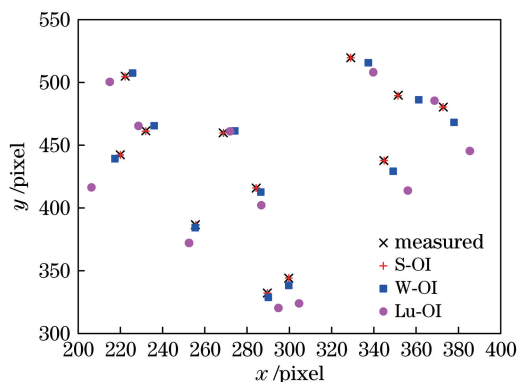


图 4 重投影图

Fig. 4 Re-projection results

图 5 为 S-OI 中各标志点的权值随迭代次数的变化情况,从图中可看出,随着迭代次数的增加,含

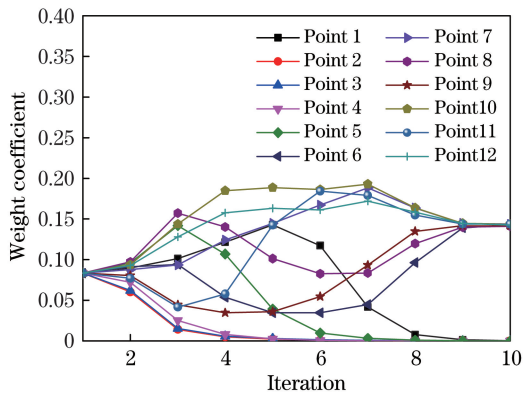


图 5 标志点权值随迭代次数变化情况

Fig. 5 Variation of weight coefficients with iteration

为衡量解算精度,使用含粗差点数据,分别利用 S-OI、W-OI 和 Lu-OI 解算得到位姿参数,标志点在相片中的重投影结果如图 4 所示,图中 x 和 y 表示标志点在相片中的像素坐标值。从图中可看出, S-OI 对应的标志点重投影与测量数据非常接近, W-OI 和 Lu-OI 算法对应的结果则有较大偏差。S-OI 得到重投影均方根误差为 0.16 pixel, W-OI 和 Lu-OI 方法的重投影均方误差分别为 7.32 pixel 和 19.79 pixel。这说明在包含粗差点的情况下 S-OI 仍可得到准确的位姿解算结果。因此, S-OI 稳健性最强,可通过高精度的解算得到位姿参数; W-OI 可在一定程度上抑制粗差,但效果较差; Lu-OI 的位姿参数解算精度在 3 种算法中受粗差影响最严重。

粗差的标志点 1~5 对应的权值逐渐趋于 0,其余标志点的权值则趋于相同的权值,这表明 S-OI 可自动识别粗差点,并赋予粗差点几乎为 0 的权值,以此达到抑制含粗差点的目的。

5 结 论

针对实际应用中存在粗差点的情况,提出稳健正交迭代算法以提高传统正交迭代算法的稳健性。首先推导加权形式的正交迭代算法,然后通过稳健估计中的 S 估计方法赋予粗差点以极小的权值,以此降低粗差点对于解算结果的影响。稳健正交迭代算法具有解算精度高、稳健性强的优点。在 20 个观测点存在 8 个 60 pixel 水平噪声的情况下, S-OI 解算精度比 Lu-OI 高 2 个数量级,比 W-OI 高 1 个数量级,可有效抑制粗差点对解算结果的影响,具有较好的实用价值。

参 考 文 献

[1] Haralick R M, Joo H, Lee C N, *et al.* Pose estimation from corresponding point data[M]//Freeman H. Machine vision for inspection and measurement. Massachusetts, Cambridge: Academic Press, 1989: 1-84.

[2] Lepetit V, Moreno-Noguer F, Fua P. EPnP: an accurate $O(N)$ solution to the PnP problem[J]. International Journal of Computer Vision, 2009, 81(2): 155-166.

- [3] Hesch J A, Roumeliotis S I. A direct least-squares (DLS) method for PnP[C]//2011 International Conference on Computer Vision, November 6-13, 2011, Barcelona, Spain. New York: IEEE, 2011: 383-390.
- [4] Kneip L, Li H D, Seo Y. UPnP: an optimal $O(N)$ solution to the absolute pose problem with universal applicability[M]//Fleet D, Pajdla T, Schiele B, *et al.* Computer vision-ECCV 2014. Lecture notes in computer science. Cham: Springer, 2014, 8689: 127-142.
- [5] Lu C P, Hager G D, Mjolsness E. Fast and globally convergent pose estimation from video images[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2000, 22(6): 610-622.
- [6] Xu Y X, Jiang Y L, Chen F. Generalized orthogonal iterative algorithm for pose estimation of multiple camera systems[J]. Acta Optica Sinica, 2009, 29(1): 72-77.
许允喜, 蒋云良, 陈方. 多摄像机系统位姿估计的广义正交迭代算法[J]. 光学学报, 2009, 29(1): 72-77.
- [7] Liu J B, Guo P Y, Li X, *et al.* Evaluation strategy for camera pose estimation algorithm based on point correspondences[J]. Acta Optica Sinica, 2016, 36(5): 0515002.
刘进博, 郭鹏宇, 李鑫, 等. 基于点对应的相机姿态估计算法性能评价[J]. 光学学报, 2016, 36(5): 0515002.
- [8] Li X, Long G C, Liu J B, *et al.* Accelerative orthogonal iteration algorithm for camera pose estimation[J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(1): 0115004.
李鑫, 龙古灿, 刘进博, 等. 相机位姿估计的加速正交迭代算法[J]. 光学学报, 2015, 35(1): 0115004.
- [9] Zhou R, Zhang Z Y, Huang X H. Weighted orthogonal iteration algorithm for camera pose estimation[J]. Acta Optica Sinica, 2018, 38(5): 0515002.
周润, 张征宇, 黄叙辉. 相机位姿估计的加权正交迭代算法[J]. 光学学报, 2018, 38(5): 0515002.
- [10] Schweighofer G, Pinz A. Robust pose estimation from a planar target[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2006, 28(12): 2024-2030.
- [11] Susanti Y, Pratiwi H, Sulistijowati H S, *et al.* Mestimation, sestimation, and MM estimation in robust regression[J]. International Journal of Pure and Applied Mathematics, 2014, 91(3): 349-360.
- [12] Horn B K P, Hilden H M, Negahdaripour S. Closed-form solution of absolute orientation using orthonormal matrices[J]. Journal of the Optical Society of America A, 1988, 5(7): 1127-1135.
- [13] Salibian-Barrera M, Yohai V J. A fast algorithm for S-regression estimates[J]. Journal of Computational and Graphical Statistics, 2006, 15(2): 414-427.
- [14] Piepel G F, Rousseeuw P J, Leroy A M. Robust regression and outlier detection[J]. Technometrics, 1989, 31(2): 260-261.
- [15] Rousseeuw P, Yohai V. Robust regression by means of S-estimators [M]// Franke J, Härdle W, Martin D. Robust and nonlinear time series analysis. New York: Springer, 1984: 256-272.
- [16] Holland P W, Welsch R E. Robust regression using iteratively reweighted least-squares[J]. Communications in Statistics-Theory and Methods, 1977, 6(9): 813-827.
- [17] Hmam H, Kim J. Optimal non-iterative pose estimation via convex relaxation[J]. Image and Vision Computing, 2010, 28(11): 1515-1523.
- [18] Hartley R, Zisserman A. Multiple view geometry in computer vision[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2004.
- [19] Mordohai P, Medioni G, Fua P, *et al.* Multiple view geometry[M]//Li S Z, Jain A. Encyclopedia of biometrics. Boston: Springer, 2009: 993.
- [20] Zhang Z. A flexible new technique for camera calibration[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2000, 22(11): 1330-1334.