

基于断裂面特征点匹配的文物碎片重组方法

胡佳贝¹, 周蓬勃², 耿国华^{1*}, 张勇杰¹, 杨稳¹, 陆正杰¹

¹西北大学信息科学与技术学院, 陕西 西安 710127;

²北京师范大学艺术与传媒学院, 北京 100875

摘要 在计算机辅助文物虚拟复原过程中, 针对现有复原方法匹配精度低、速度慢等问题, 提出一种新的基于断裂面特征点匹配的文物碎片重组方法。利用改进的内部形状签名法提取碎片断裂面潜在特征点; 计算特征点邻域几何特征的协方差矩阵, 从而构建特征描述符; 采用对数欧氏黎曼度量方法作为相似性度量准则, 通过双向最近邻法获得初始点对集合, 再利用典型相关分析法消除误匹配对得到最优匹配集; 使用最小二乘法估算刚体变换矩阵将碎片粗对齐, 再采用迭代最近点算法实现精确对齐, 最终实现碎片重组。实验结果表明, 本文算法相对传统算法特征点数量少, 描述符简单, 且稳健性强, 有效提高了碎片重组的效率和准确性。

关键词 机器视觉; 碎片重组; 特征点提取; 协方差描述符; 迭代最近点

中图分类号 TP391

文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201939.0915002

Reassembly Method of Cultural Relics Based on Feature Point Matching of Fracture Surface

Hu Jiabei¹, Zhou Pengbo², Geng Guohua^{1*}, Zhang Yongjie¹, Yang Wen¹, Lu Zhengjie¹

¹ School of Information Science and Technology, Northwest University, Xi'an, Shaanxi 710127, China;

² School of Arts and Communication, Beijing Normal University, Beijing 100875, China

Abstract Existing restoration methods perform virtual restoration of computer-aided cultural relics with low accuracy and speed. To address this issue, a new reassembly method of cultural relics based on feature Point matching of fracture surface is proposed. First, the improved internal shape signature method is used to extract potential feature points of fragment fracture surfaces. Then, the covariance matrix of geometric features of adjacent feature points is calculated to construct feature descriptors. The logarithmic Euclidean Riemann method is then used as the similarity measure criterion, and the initial point pair set is obtained based on the bidirectional nearest neighbor method. The optimal matching set is obtained by eliminating mismatching pairs based on the canonical correlation analysis method. Finally, the least square method is used to calculate the rigid body transformation matrix to align the fragments and the iterative closest point algorithm is used to achieve precise alignment, thereby realizing fragment reassembly. Experimental results show that the proposed algorithm has fewer feature points compared with traditional algorithms; the descriptor is simple and robust, which effectively improves the efficiency and accuracy of fragment reassembly.

Key words machine vision; fragment reassembly; feature point extraction; covariance descriptor; iterative closest point

OCIS codes 150.1135; 100.5010; 150.0155

1 引 言

文物是彰显我国悠久历史文化的载体, 但受自

然灾害、人为破坏等因素的影响, 大多数陶制文物呈现出破碎或不完整的状态。20 世纪末, 随着计算机技术的迅速发展, 研究人员利用计算机辅助文物虚

收稿日期: 2019-03-13; 修回日期: 2019-04-04; 录用日期: 2019-05-05

基金项目: 国家自然科学基金青年基金(61802311, 61602380)、国家自然科学基金重点项目(61731015)、国家重点研发计划(2017YFB1402103)、国家自然科学基金面上项目(61673319)、陕西省教育厅自然科学专项(18JK0795)、陕西省产业创新链项目(2016TZC-G-3-5)、青岛市自主创新重大专项(2017-4-3-2-xcl)、陕西省自然科学基金(2018JM6029)、陕西省重点研发计划一般项目(2019SF-272)

* E-mail: 964074842@qq.com

拟复原,不仅可以避免人工修复周期长、易造成二次破坏等缺陷,而且具有高速、便捷、准确等优势。虚拟复原技术在文物保护和复原方面日益发挥出重要且深远的意义。

目前,许多研究者针对刚体重组问题进行了大量研究。Papaioannou 等^[1]引入深度缓冲方法,深度缓冲器可以用来确定断裂表面,并估计两个断裂面之间的匹配误差,然后提取裂缝面边界,利用边界曲线匹配确定最优匹配对。Huang 等^[2]基于积分不变量描述符定义多尺度曲面特征,然后通过对多尺度表面特征的聚类,建立碎片的断裂面特征,通过断裂面特征匹配实现碎片的重组。李姬俊男等^[3]针对断裂面信息完整的碎片匹配问题,提出一种基于空间曲面特征优化的匹配算法,通过计算点的体积积分不变量形成匹配约束簇,然后定义 3 类空间几何一致性约束,并采用最大独立集方法剔除误匹配对,最终实现碎片的精确匹配。Winkelbach 等^[4]使用碎片断裂面顶点的法向与曲率等几何特征,采用层次聚类算法将碎片的每个点集分解成二叉树结构,通过深度优先的方式同时对簇树进行降序,实现对碎片的匹配。Altantsetseg 等^[5]在对断裂面特征点聚类的同时,沿着聚类方向基于傅里叶变换提取特征曲线,最终通过比较曲线系数实现匹配。

然而,现有方法均具有一定的局限性,或者要求碎片断裂面信息完整,或者采用的特征描述符维度太大导致计算耗时,特别是针对质地较脆的陶质文物碎片效果较差。以兵马俑数据为例,其大多数碎片断裂面凹凸不平且部分信息有缺失,若采用传统算法会出现匹配精度低、速度慢,甚至可能会出现误匹配等问题。本文针对断裂面存在一定缺损导致几何信息丢失的文物碎片重组问题,提出一种基于断裂面特征点匹配的文物碎片重组方法。

本文算法的核心思想是将断裂面的匹配转化为特征点局部协方差描述符的相似性度量。首先,采用现有方法对碎片断裂面进行分割;接着,利用改进的内部形状签名法(ISS)提取碎片断裂面潜在特征点,计算特征点邻域几何特征的协方差矩阵,从而构建特征描述符;然后,以对数欧氏黎曼度量方法作为相似性度量准则,采用双向最近邻法获得初始点对集合,再使用典型相关分析法(CCA)消除误匹配对,得到最优匹配集;最终,通过刚体变换实现所有碎片重组。

2 特征点提取及描述

由于刚体断裂的随机性,一个碎片,可能有一个

或者多个断裂面。为了能够有效提取每个碎片断裂面的特征点,本文算法的第一步是要正确识别每个碎片的每个断裂面。首先采用文献[2]的方法,对每个碎片的断裂面进行分割,然后再对每个碎片的断裂面提取特征点。

目前,常用的特征提取方法主要有热核签名法(HKS)^[6]、局部表面面片法(LSP)^[7]、ISS^[8-9]、关键点特性评估法(KPS)^[10]等。其中,HKS 和 LSP 一般不能直接对点云模型进行处理,主要适用于三角网格模型;KPS 主要适用于数据量较小的点云;ISS 可直接对点云模型进行处理,算法原理相对简单且便于实现。考虑到本文所处理的碎片为点云模型,数据量较大,并且从特征重复检出率等各项性能指标来看,ISS 提取特征点的效果较为理想^[11];所以,本文采用 ISS 来提取碎片断裂面的特征点。

2.1 特征点提取

ISS 旨在通过特征点邻域的点云协方差矩阵来突出特征点的显著性。假设碎片断裂面上有一点 p , $N(p)$ 为点 p 的邻域,且 $q \in N(p)$,则点 p 对应的协方差矩阵可表示为

$$\begin{cases} \Sigma(p) = \frac{1}{N} \sum_{q \in N(p)} (q - \mu_p)(q - \mu_p)^T \\ \mu_p = \frac{1}{N} \sum_{q \in N(p)} q \end{cases}, \quad (1)$$

式中: N 为点 p 邻域中点的个数; q 为点 p 的邻域点; μ_p 为点 p 邻域点集的重心; q 为点 q 的坐标构成的列向量。由于本文所采集的碎片点云密度不均匀,采用 k 近邻作为点 p 的邻域可能会导致特征点的 k 个最近邻点位于一侧内。因此,采用一阶 Delaunay 邻域^[12],如图 1 所示。



图 1 Delaunay 邻域

Fig. 1 Delaunay neighborhood

通过计算可得该矩阵的特征值为 $\{\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3\}$, 设 $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \lambda_3$, 将满足下述条件的点选为特征点,

$$\begin{cases} \frac{\lambda_2(p)}{\lambda_1(p)} < \tau_{12} \\ \frac{\lambda_3(p)}{\lambda_2(p)} < \tau_{23} \end{cases}, \quad (2)$$

式中： τ_{12} 、 τ_{23} 为初始设定的阈值，均小于等于 1。由上述条件可以看出，ISS 的特征提取策略主要体现在特征的显著性上，要求特征邻域内的点分布在半长轴具有明显差别的椭球内，这使得不同特征对应的描述矢量具有一定的差异，同时也使得以协方差矩阵的特征向量为坐标轴的特征局部坐标系更加稳定^[13]。然而，刚体断裂时的随机性和多样性可能会导致碎片断裂面存在少量信息缺失，进而导致断裂面出现凹凸不平的特征，若以(2)式作为特征点的选取标准，则会导致一些有效的断裂面特征被剔除。针对断裂面凹凸不平的特点，对 ISS 进行改进，将其特征提取的条件改为

$$\frac{\lambda_3(p)}{\lambda_1(p)} < \tau, \quad (3)$$

式中： τ 为初始设定的阈值。此时，只要保证特征邻域内的点具有一定的起伏，即可被选为断裂面的特征。与此同时，为了避免在一点邻域内检测出过多的特征点，利用协方差矩阵特征值的乘积作为非极大值抑制的手段，即在特征点的邻域内，只选取特征值乘积最大的点作为断裂面的特征。

2.2 基于局部特征的协方差描述符

为了能够准确地搜索最优配对碎片，应尽可能地对上述提取出的特征点进行特征描述。引入一种新的基于局部特征的协方差描述符对特征点进行描述，该描述符具体定义如下。

假设 p 点为碎片断裂面上一特征点，建立其特征选择函数 $\varphi(p, r)$ ，设点 p_i 是待求点云中到点 p 距离不大于半径 r 的包围球内的所有邻域点，则特征选择函数 $\varphi(p, r)$ 定义为

$$\varphi(p, r) = \{ \varphi_{p_i}, \forall p_i, \text{ s.t. } |p - p_i| \leq r \}, \quad (4)$$

式中： φ_{p_i} 表示特征点为 p 的第 i 个邻域点。本文对特征点 p 的每个邻域点进行特征描述，

$$\varphi_{p_i} = (\alpha_{p_i}, \beta_{p_i}, \gamma_{p_i}, \rho_{p_i}, n_{xp_i}, n_{yp_i}, n_{zp_i}). \quad (5)$$

图 2 为本文所提取的几何特征，其中， α_{p_i} 是 p 点处法向量 \mathbf{n} 和向量 $\overrightarrow{pp_i}$ 的夹角，它描述了以点 p 为中心的局部曲面的弯曲程度； β_{p_i} 是向量 $\overrightarrow{pp_i}$ 在过

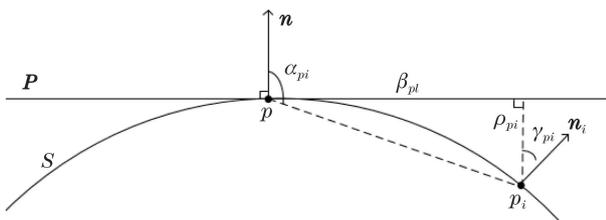


图 2 几何特征示意图

Fig. 2 Geometric feature diagram

p 点的切平面上的投影； γ_{p_i} 是 p_i 点处法向量 \mathbf{n}_i 和 p 点处法向量 \mathbf{n} 的夹角； ρ_{p_i} 为 p_i 点到过 p 点切平面 P 的最短距离； n_{xp_i} 、 n_{yp_i} 、 n_{zp_i} 分别为 p_i 点处法向量的 x, y, z 值。则上述特征分别可以通过下述公式计算得到：

$$\alpha_{p_i} = \arccos\left(\frac{\mathbf{n} \cdot \overrightarrow{pp_i}}{\|\overrightarrow{pp_i}\|_2}\right), \quad (6)$$

$$\beta_{p_i} = \|\overrightarrow{pp_i} - (\overrightarrow{pp_i} \cdot \mathbf{n})\mathbf{n}\|_2, \quad (7)$$

$$\gamma_{p_i} = \arccos(\mathbf{n} \cdot \mathbf{n}_i), \quad (8)$$

$$\rho_{p_i} = \overrightarrow{pp_i} \cdot \mathbf{n}. \quad (9)$$

本文方法的实验对象为散乱点云数据，利用基于局部特征的协方差描述符对特征点进行描述具有旋转平移和视角不变性。因此，对于特征点 p ，其协方差描述符计算可表示为

$$\mathbf{C}_r[\varphi(p, r)] = \frac{1}{M-1} \sum_{i=1}^M [\varphi_{p_i} - \boldsymbol{\mu}][\varphi_{p_i} - \boldsymbol{\mu}]^T, \quad (10)$$

式中： M 是以特征点 p 为中心、 r 为半径的包围球邻域内点的数量； $\boldsymbol{\mu}$ 为该集合中所有点的特征向量的均值； \mathbf{C}_r 是一个 7×7 的正定矩阵，非对角线上元素反映了所提取的几何特征之间的关联关系。由于该矩阵是由点的邻域信息所获得的，因此其对刚性变换具有较强的稳健性。依据中心极限定理可知，只要所采样的特征足够有意义，那么它的特征分布就能够被正确地表达出来。

3 搜索配对碎片

为了能够正确地对碎片进行重组，必须确定碎片之间的匹配关系。但由于任意碎片可能有一个或多个断裂面，因此本文将碎片之间的匹配转化为特征点局部协方差描述符的相似性度量。同时，由于可能会存在特征之间的误匹配，因此采用典型相关分析法消除误匹配对，以确定碎片之间的最优匹配对集。

3.1 特征相似性度量

在特征匹配阶段，要计算两个特征向量的相似性，通常只需计算它们之间的欧氏距离^[3]。但本文采用的协方差描述符是一个正定矩阵，所以衡量两描述符之间的相似度不再依赖于欧氏几何，即它们之间的距离不再是简单的直线，而是依赖于黎曼流形空间。为此，本文采用文献[14]的对数欧氏黎曼度量方法解决特征匹配问题。具体定义为

$$D(\mathbf{C}^1, \mathbf{C}^2) = \|\lg(\mathbf{C}^1) - \lg(\mathbf{C}^2)\|_F, \quad (11)$$

式中： \mathbf{C}^1 、 \mathbf{C}^2 分别为两特征点的协方差描述符；

$\lg(\cdot)$ 为矩阵的对数运算; $\|\cdot\|_F$ 为矩阵的F范式。

3.2 特征匹配及误匹配剔除

采用双向最近邻法得到初始匹配对集合。然而,在该集合中仍然存在误匹配,为了能够剔除误匹配对,确定最终的匹配对集合,本文基于CCA消除误匹配对。具体描述如下。

假定经初步匹配后,两个断裂面对应的特征点坐标的集合分别为 $X = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$, $Y = \{y_1, y_2, \dots, y_m\} \in \mathbf{R}^{3 \times m}$,其中, m 为特征点对的数目, x_i 和 y_i 分别为 x_i, y_i 点坐标构成的列向量。 μ_x, μ_y 分别为两者的均值向量,CCA的目标是找到两个投影向量 u 和 $v \in \mathbf{R}^3$,使得 X, Y 的协相关系数达到最大。设 $s_i = u^T(x_i - \mu_x)$ 和 $t_i = v^T(y_i - \mu_y)$,其中, s_i, t_i 分别表示为断裂面对应特征点 x_i, y_i 在 u 和 v 方向上的分量, u, v 的计算方式为

$$C_x^{-1} C_{xy} C_y^{-1} C_{xy}^T u = k^2, \quad (12)$$

$$v = \frac{1}{k} C_y^{-1} C_{xy}^T u, \quad (13)$$

式中: k 是典型相关系数; C_{xy} 为 X, Y 之间的协方差矩阵; C_x 和 C_y 分别表示 X, Y 的协方差矩阵。

通过上述方法即可剔除误匹配,得到最优匹配集。图3所示为两组碎片的断裂面特征点对应关系示意图,图3(a)、(c)分别代表两组碎片断裂面特征点的初始配对集合,由对应关系可以看出,其中均存

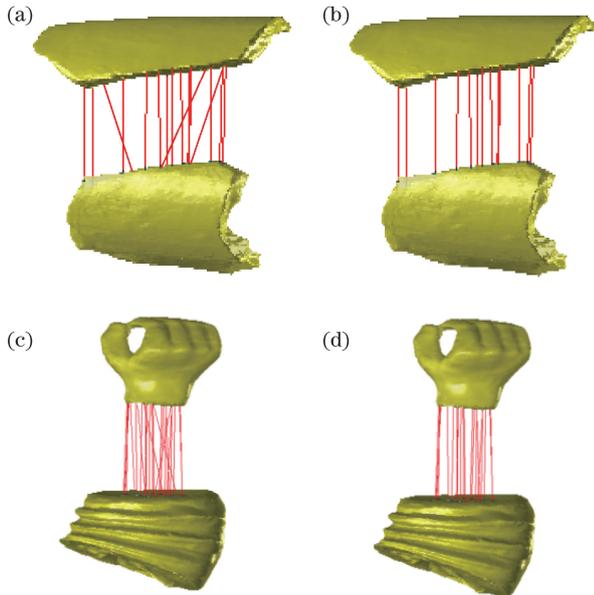


图3 两组碎片的特征点对应关系图。

(a)(c)含误匹配对;(b)(d)剔除误匹配对

Fig. 3 Diagrams of feature point correspondence of two groups of fragments. (a)(c) With mismatched pairs; (b)(d) without mismatching pairs

在误匹配。当基于CCA消除误匹配对后,得到最终的特征点对应集合,图3(b)、(d)为剔除误匹配对后的特征点对应关系。

4 碎片重组

通过上述匹配过程找到相互匹配的断裂面,即可确定碎片的邻接关系。但由于各个碎片所处方向和位置不同,因此需要对上述所得的对应点集合计算刚体变换矩阵,将相邻接的碎片进行对齐。

假设当前待重组的碎片 S_1, S_2 为相邻碎片,断裂面 F_1, F_2 相匹配且 $F_1 \in S_1, F_2 \in S_2, F_1, F_2$ 上特征点对应集合为 $C = \{(p_1, q_1), (p_2, q_2), \dots, (p_{m'}, q_{m'})\}$,其中, m' 为最终特征点匹配对数目。设特征点匹配对为 (p_j, q_i) ,碎片 S_1 上的 p_j 是由碎片 S_2 上特征点 q_i 经旋转、平移得到。计算如下

$$p_j = Rq_i + t, \quad (14)$$

式中: p_j 为断裂面 F_1 上的特征点构成的列向量; q_i 为断裂面 F_2 上的特征点构成的列向量; R 为旋转矩阵; t 为平移矩阵。

根据特征点的位置及对应关系,采用最小二乘法^[15-16]估算旋转、平移矩阵,最小化

$$E = \sum_{i=1}^{m'} \|(Rq_i + t) - p_j\|^2, \quad (15)$$

式中: m' 为对应点数目; E 为匹配点对之间的误差和。

得到相邻碎片的初始位置后,采用文献[17]的迭代最近点(ICP)算法实现相邻碎片的精确对齐。

5 实验结果与分析

为了验证本文算法的有效性和可行性,将兵马俑数据集作为研究对象,以兵马俑1号坑出土的兵马俑碎片数据为例进行实验验证。实验数据均采用Artec 3D扫描仪得到,其分辨率为0.5 mm,扫描得到的点云采用Geomagic软件进行手动去噪,处理后的模型表面仍含有一定的实际噪声。通过Visual Studio 2015、PCL库、OpenGL编程,在CPU为Intel/3.40 GHz、16 GB内存的计算机上实现。

5.1 本文算法运行结果

实验数据为兵马俑1号坑出土的G10-6号俑、G10-57号俑、G10-58号俑的8个碎片数据,图4(a)~(h)所示为原始碎片,其中部分碎片断裂面的信息有一定缺失。实验过程中首先识别出每个



图 4 原始碎片。(a)~(h) 碎片 1~8

Fig. 4 Raw fragments. (a)-(h) Fragment 1-8

碎片的断裂面并对其编号,然后采用改进的 ISS 提取每个碎片断裂面的特征点,并采用其邻域信息对特征点进行协方差描述,通过遍历所有碎片的断裂面特征信息,确定匹配的断裂面,即找到配对碎片,接着对其进行两两重组,将重组结果进行保存,反复进行上述操作,即可完成所有碎片的重组。

原始碎片表面纹理及颜色信息的缺失,导致无法看清重组的局部效果,所以本文对其重组结果进行着色和局部放大,其中红框标注区域重组部位。图 5 所示为部分成对碎片重组的结果,图 5(a)、(c)为两组断裂面完全匹配的情况,图 5(e)、(g)为两组断裂面局部匹配的情况。实验结果表明,本文算法对碎片断裂面信息有缺失的情况,以及两碎片相邻断裂面之间是局部匹配和完全匹配的情况均适用,利用本文算法可以准确判断碎片之间的邻接关系,并且可以取得良好的重组效果。另外,在图 5(b)、(h)中,从红框标注区域的放大结果可以明显看出,利用本文算法重组的结果可以使得相邻碎片之间的纹理连续,不会发生间断或者错位现象,这也充分体现了本文算法的准确性。

5.2 对比实验分析

为了体现本文算法的优越性,将本文方法与文献[3]中基于断裂面几何特征匹配的经典方法进行对比。实验数据仍为 G10-6 号俑、G10-57 号俑、G10-58 号俑的 8 个碎片,其中,碎片 5~8 碎片

断裂面信息均有一定缺失,部分实验结果如图 6 所示。

若两个断裂面可实现正确匹配,当两个碎片完成重组之后,相邻两个断裂面之间不应发生明显的碰撞,或存在缝隙过大、相互重叠交错的现象^[18]。图 6(a)、(c)所示为依照文献[3]方法进行重组的结果,从蓝框标定区域可以看出,文献[3]方法在断裂面信息存在不同程度缺失的情况下,造成点体积分不变量特征计算有误,产生错误的聚簇结果,从而影响重组结果,致使碎片之间发生错位、未对齐等现象。图 6(b)、(d)为采用本文方法进行重组的效果,可以看出,蓝框标定区域并未产生上述现象,所以本文方法针对断裂面有一定缺失的碎片仍可取得较为满意的效果。

本文方法与文献[3]算法的性能对比结果如表 1 所示。相比文献[3]方法,本文方法运行时间缩短了 7~18 s。其主要原因是,文献[3]以断裂面特征区域的几何特征进行匹配,计算过程复杂;而本文方法是以断裂面特征点局部特征的协方差描述符进行匹配的,该描述符维度较小且计算简单,所以耗时相对较短。从匹配精度可以看出,本文方法的特征点数目较少且产生的误匹配对数量少,这体现了本文方法较强的稳健性。另外,采用坐标均方误差根^[19]来计算两个点集之间的匹配误差,重组误差小,基本控制在 1 mm 以内,重组结果更为精确。

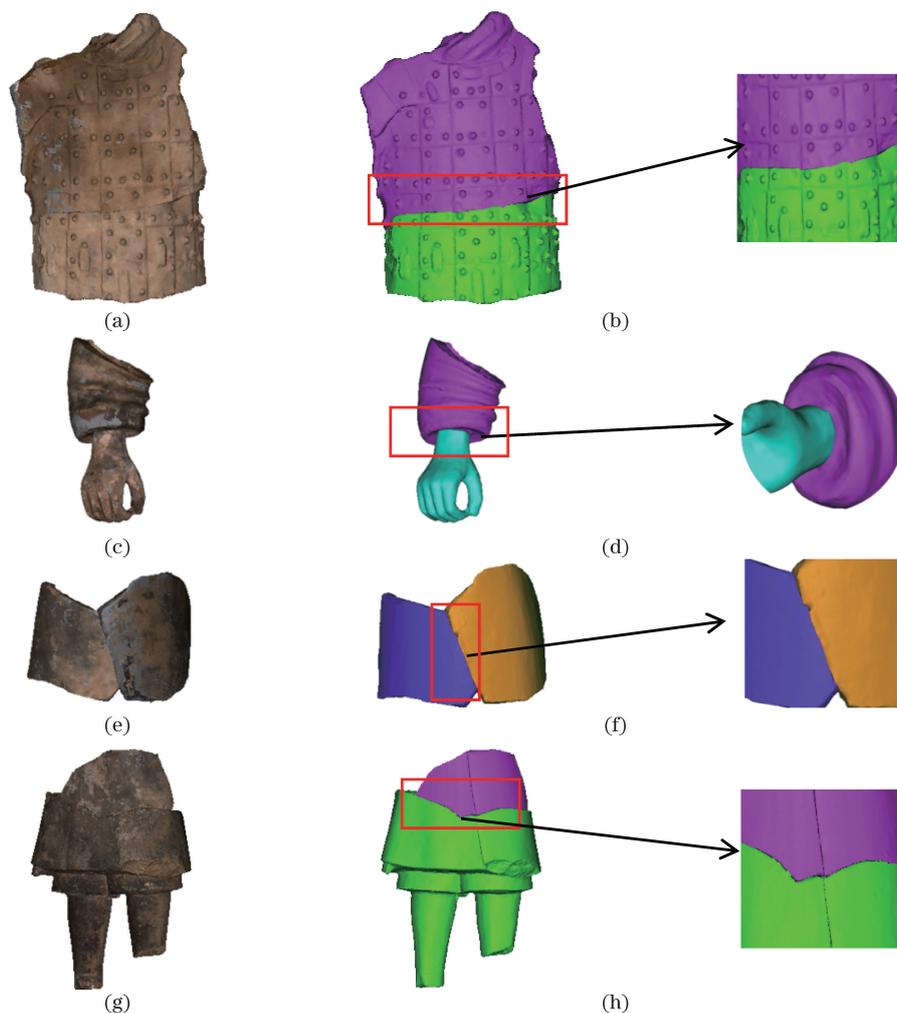


图 5 部分邻接碎片重组结果。(a)碎片 1、2 重组结果;(b)碎片 1、2 重组结果彩图;(c)碎片 3、4 重组结果;(d)碎片 3、4 重组结果彩图;(e)碎片 5、6 重组结果;(f)碎片 5、6 重组结果彩图;(g)碎片 6、8 重组结果;(h)碎片 6、8 重组结果彩图

Fig. 5 Reassembly results of some adjacent fragments. (a) Reassembly results of fragment 1, 2; (b) reassembly color maps of fragment 1, 2; (c) reassembly results of fragment 3, 4; (d) reassembly color maps of fragment 3, 4; (e) reassembly results of fragment 5, 6; (f) reassembly color maps of fragment 5, 6; (g) reassembly results of fragment 6, 8; (h) reassembly color maps of fragment 6, 8

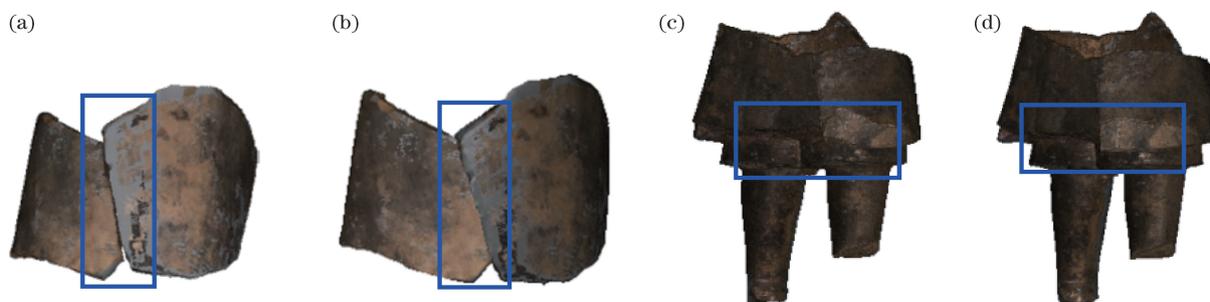


图 6 不同方法的重组结果对比。(a)(c)文献[3]方法;(b)(d)本文方法
Fig. 6 Comparison of reassembly results by different methods. (a)(c) Method in Ref. [3]; (b)(d) proposed method

表 1 不同算法的性能对比

Table 1 Comparison of performances of different algorithms

| Experimental data | Running time /s | | Matching accuracy | | Recombination error /mm | |
|-------------------|--------------------|-----------------|--------------------|-----------------|-------------------------|-----------------|
| | Method in Ref. [3] | Proposed method | Method in Ref. [3] | Proposed method | Method in Ref. [3] | Proposed method |
| Fragment1-2 | 52.315 | 34.745 | 0.821 | 0.881 | 1.2325 | 0.8842 |
| Fragment3-4 | 20.746 | 13.072 | 0.765 | 0.833 | 1.4956 | 0.9151 |
| Fragment5-6 | 29.135 | 22.941 | 0.639 | 0.904 | 3.2824 | 0.8027 |
| Fragment 5-8 | 44.068 | 31.408 | 0.682 | 0.856 | 2.9401 | 0.9483 |
| Fragment6-8 | 50.416 | 36.854 | 0.736 | 0.908 | 1.6598 | 0.8516 |
| Fragment7-8 | 25.197 | 12.192 | 0.605 | 0.874 | 3.5875 | 0.9647 |

6 结 论

提出一种基于断裂面特征点匹配的文物碎片重组方法,将断裂面的匹配转化为特征点局部协方差描述符的相似性度量。采用改进的 ISS 提取断裂面的潜在特征点,并引入局部协方差描述符来描述特征点,通过匹配断裂面之间的特征点来判断碎片之间的邻接关系,最后利用刚体变换矩阵实现碎片的精确重组。与传统算法相比,本文算法特征点数量少,描述符简单且稳健性强,有效提高了碎片重组的效率和准确性。

本文方法适用于断裂面信息完整或存在少量缺失的碎片的情况。但现有的文物碎片中,有一部分碎片断裂面信息存在大面积缺失。因此,寻找更稳健、更有效的描述符将是下一步研究的方向。

参 考 文 献

- [1] Papaioannou G, Karabassi E A. On the automatic assemblage of arbitrary broken solid artefacts[J]. *Image and Vision Computing*, 2003, 21(5): 401-412.
- [2] Huang Q X, Flöry S, Gelfand N, *et al.* Reassembling fractured objects by geometric matching [J]. *ACM Transactions on Graphics*, 2006, 25(3): 569-578.
- [3] Li J J N, Geng G H, Zhou M Q, *et al.* Surface feature optimization for virtual matching of relic fragments[J]. *Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics*, 2014, 26(12): 2149-2154.
李姬俊男, 耿国华, 周明全, 等. 文物碎块虚拟拼接中的表面特征优化[J]. *计算机辅助设计与图形学学报*, 2014, 26(12): 2149-2154.
- [4] Winkelbach S, Wahl F M. Pairwise matching of 3D fragments using cluster trees[J]. *International Journal of Computer Vision*, 2008, 78(1): 1-13.
- [5] Altantsetseg E, Matsuyama K, Konno K. Pairwise matching of 3D fragments using fast Fourier transform[J]. *The Visual Computer*, 2014, 30(6/7/8): 929-938.
- [6] Du G G, Zhou M Q, Yin C L, *et al.* A novel HKS based feature extraction algorithm[C]//2016 International Conference on Virtual Reality and Visualization (ICVRV), September 24-26, 2016, Hangzhou, China. New York: IEEE, 2016: 144-147.
- [7] Chen H, Bhanu B. 3D free-form object recognition in range images using local surface patches[J]. *Pattern Recognition Letters*, 2007, 28(10): 1252-1262.
- [8] Zhong Y. Intrinsic shape signatures: a shape descriptor for 3D object recognition[C]//2009 IEEE 12th International Conference on Computer Vision Workshops (ICCV Workshops), September 27-October 4, 2009, Kyoto, Japan. New York: IEEE, 2009: 689-696.
- [9] Li R Z, Yang M, Tian Y, *et al.* Point cloud registration algorithm based on the ISS feature points combined with improved ICP algorithm[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2017, 54(11): 111503.
李仁忠, 杨曼, 田瑜, 等. 基于 ISS 特征点结合改进 ICP 的点云配准算法 [J]. *激光与光电子学进展*, 2017, 54(11): 111503.
- [10] Mian A, Bennamoun M, Owens R. On the repeatability and quality of keypoints for local feature-based 3D object retrieval from cluttered scenes [J]. *International Journal of Computer Vision*, 2010, 89(2/3): 348-361.
- [11] Tombari F, Salti S, di Stefano L. Performance evaluation of 3D keypoint detectors[J]. *International Journal of Computer Vision*, 2013, 102(1/2/3): 198-220.
- [12] Floater M S, Reimers M. Meshless parameterization and surface reconstruction [J]. *Computer Aided Geometric Design*, 2001, 18(2): 77-92.
- [13] Tian Y, Li G Q, Song X. A novel 3D terrain feature detecting and matching method[J]. *Journal of*

- Astronautics, 2018, 39(6): 690-696.
- 田阳, 李国庆, 宋新. 一种三维地形特征提取和匹配方法[J]. 宇航学报, 2018, 39(6): 690-696.
- [14] Arsigny V, Fillard P, Pennec X, *et al.* Log-Euclidean metrics for fast and simple calculus on diffusion tensors[J]. *Magnetic Resonance in Medicine*, 2006, 56(2): 411-421.
- [15] Arun K S, Huang T S, Blostein S D. Least-squares fitting of two 3-D point sets[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1987, PAMI-9(5): 698-700.
- [16] Papadimitriou T, Diamantaras K I, Srinivas M G, *et al.* Robust estimation of rigid body 3-D motion parameters from point correspondences[C]//1999 IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, March 19, 1999, Phoenix, AZ, USA. New York: IEEE, 1999, 6: 3349-3352.
- [17] Besl P J, McKay N D. A method for registration of 3-D shapes[J]. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 1992, 14(2): 239-256.
- [18] Li Q H, Zhang J Z, Geng G H, *et al.* Fracture surfaces matching based on contour curve[J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2016, 50(9): 105-110. 李群辉, 张俊祖, 耿国华, 等. 以轮廓曲线为特征的断裂面匹配[J]. *西安交通大学学报*, 2016, 50(9): 105-110.
- [19] Wang Z, Bovik A C. Mean squared error: love it or leave it? A new look at signal fidelity measures[J]. *IEEE Signal Processing Magazine*, 2009, 26(1): 98-117.