

基于高阶角向偏振拉盖尔高斯涡旋光束强聚焦的 三光链结构

李维超, 杨艳芳*, 何英, 李红艳, 段慧慧

上海大学理学院物理系, 上海 200444

摘要 依据角向偏振涡旋光束强聚焦有径向分量的结论,修正了角向偏振涡旋光束的强聚焦场公式,重新研究了高阶角向偏振拉盖尔高斯涡旋光束经过衍射光学元件和高数值孔径透镜后的强聚焦特性。结果发现,在焦平面附近获得了新的三维三光链结构(沿着光轴方向的一条三维主光链和对称的两条三维傍轴次光链),详细分析了入射光束拉盖尔多项式的径向模数和光束的拦截比、衍射光学元件结构和聚焦系统的数值孔径对三光链的影响。结果表明,径向模数的改变会破坏三光链结构,通过调控衍射光学元件结构和拦截比可以重新获得对称性更高的三光链结构,从而实现三光链结构的高自由度调控。

关键词 物理光学; 偏振; 涡旋光束; 衍射光学元件; 高数值孔径; 三光链

中图分类号 O436

文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201939.0826002

Triple Optical Chain Generated by Tight Focusing of Azimuthally Polarized Higher-Order Laguerre-Gauss Vortex Beams

Li Weichao, Yang Yanfang*, He Ying, Li Hongyan, Duan Huihui

Department of Physics, College of Sciences, Shanghai University, Shanghai 200444, China

Abstract Based on the conclusion that azimuthally polarized vector beam with topological nuclei has radial component after tight focusing, the tight focusing formula of the azimuthally polarized vortex beam is amended. We afresh study the tight focusing properties of the azimuthally polarized higher-order Laguerre-Gauss vortex beams through a diffractive optical element and a high numerical aperture lens. The results show that a new three-dimensional (3D) triple optical chain, composed of a 3D main optical chain and two symmetrical 3D paraxial secondary optical chains, is obtained along optical axis near the focal plane. The effects of the radial mode number of associated Laguerre polynomial and the interception ratio of incident beam, the structure of the diffractive optical element, and the numerical aperture of the focusing lens on the triple optical chain are analyzed in detail. Results show that the change of radial mode number will destroy the structure of triple optical chain. By adjusting the interception ratio and the structure of the diffractive optical element, the triple optical chain with higher symmetry can be obtained again, and the high degree of freedom control of the triple optical chain can be achieved.

Key words physical optics; polarization; vortex beam; diffractive optical elements; high numerical aperture; triple optical chain

OCIS codes 260.5430; 050.1960; 140.3300; 220.2560

1 引 言

径向偏振光束和角向偏振光束经过高数值孔径 (NA) 强聚焦后会产生特殊的结构和潜在应用,受到了越来越多学者的关注^[1-5]。径向偏振光束经高数值孔径聚焦后会产生一个很小的光斑,在焦点附近得到一个很强的纵向光场分量。角向偏振光束强

聚焦会形成一个中心光强为零的中空光束^[1-6]。更为复杂的振幅和偏振态分布的矢量光束强聚焦能形成光学球笼、光链^[7]、光球、暗通道^[8]和平顶光束^[9-10]等特殊结构。这些聚焦特性在光信息存储、光学微操纵^[11]、高分辨显微成像、光学微纳加工等领域具有广阔的应用前景。近期,已有研究人员就矢量光场传输调控的相关研究成果进行了总

收稿日期: 2019-03-21; 修回日期: 2019-03-28; 录用日期: 2019-04-08

基金项目: 国家自然科学基金(11574195)、上海市自然科学基金(16ZR1411600)

* E-mail: yanfangyang@shu.edu.cn

结^[12-13]。其中,对微粒进行多点光捕获成为光学微操纵领域的研究热点^[14-15]。近年来,为了同时实现更多点光捕获、调制入射矢量光场,在焦平面上得到三维更多条光链结构成为研究趋势,如单光链到实现成对多点光捕获的双光链结构^[16-18]。其中,矢量光场的调制可以用衍射光学元件(DOE)来解决,它能对单光束光波面进行整形。2005年,代顿大学的Zhao等^[17]利用DOE调制单束径向偏振光的入射波前,在焦点附近产生了三维单光链结构。2015年,华侨大学的田博等^[18]利用DOE调制入射单光束角向偏振光的波前,在焦点附近产生了沿光轴方向成对的三维多点光俘获双光链结构,它能将每个粒子准确地囚禁在各自的势阱中,即实现对每个粒子的三维稳定俘获。然而,文献^[17-18]却在计算过程中忽略了具有拓扑核涡旋光束的径向偏振和角向偏振对彼此聚焦结果的相互贡献^[19]。如果忽略上述两个分量间相互贡献的影响,就会造成焦点附近总强度分布的变化,这对于光链的产生具有重要影响。本文针对DOE调制的高阶角向偏振拉盖尔高斯涡旋光束强聚焦公式进行修正,并在此基础上,通过模拟计算研究了涡旋光束强聚焦特性的变化。结果表明,在焦点附近产生了包含一条主光链和两条

对称次光链的三维三光链结构,这一研究结论可以极大地提高粒子加速和粒子捕获的效率。此外,本文还讨论了光束的相关参量、DOE的内外环结构和高数值孔径透镜的孔径尺寸对光束聚焦特性的影响,目的是实现对三维三光链光俘获结构的可控性,从而实现对微小粒子的操纵。

2 理论分析和三维三光链的形成

图1(a)给出了角向偏振拉盖尔高斯涡旋光束经过数值孔径和DOE调制后的强聚焦系统的光路图,设计的DOE结构如图1(b)所示,该DOE结构有6个环形区域,设I、II、III、IV、V、VI环形区域边缘与光轴的夹角分别为 $\theta_1\alpha$ 、 $\theta_2\alpha$ 、 $\theta_3\alpha$ 、 $\theta_4\alpha$ 、 $\theta_5\alpha$ 和 $\theta_6\alpha$,其中 $\alpha = \arcsin(NA/n)$ 是高数值孔径透镜的最大孔径角, θ_j 为第 j 个环占整个DOE的比例, n 为透镜所处介质的折射率。将DOE的传递函数 $T_j(\theta)$ 设为

$$T_j(\theta) = \begin{cases} 1, & \theta_j\alpha \leq \theta \leq \theta_{j+1}\alpha, & j = 1, 5 \\ 0, & \theta_j\alpha \leq \theta \leq \theta_{j+1}\alpha, & j = 0, 2, 4. \\ -1, & \theta_j\alpha \leq \theta \leq \theta_{j+1}\alpha, & j = 3 \end{cases} \quad (1)$$

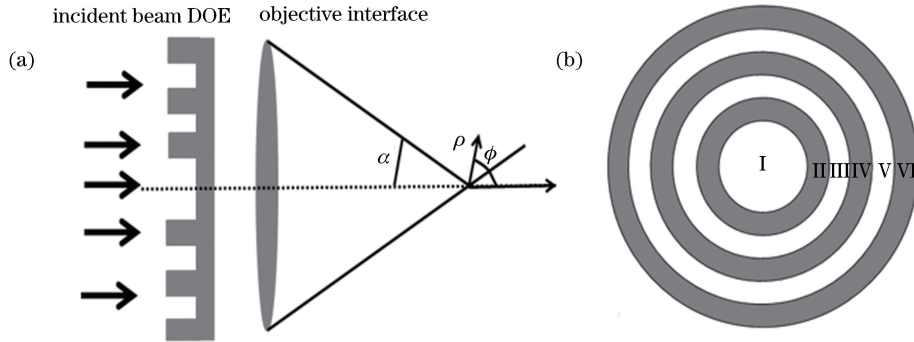


图1 聚焦系统。(a)强聚焦光学系统示意图; (b)DOE结构图

Fig. 1 Focusing optical system. (a) Schematic of tight focusing optical system; (b) structure of DOE

依据角向偏振涡旋光束经高数值孔径强聚焦后有径向分量这一结论^[20]以及Richards-Wolf矢量衍射积分理论^[21]可知,角向偏振拉盖尔高斯涡旋光束

的强聚焦公式能得到修正。依据矢量德拜理论,角向偏振涡旋光束经光学系统聚焦后,在聚焦场的电场强度表达式 $E(\rho_s, \phi_s, z_s)$ 为^[1,20]

$$E(\rho_s, \phi_s, z_s) = \begin{bmatrix} E_\rho^{(s)} \\ E_\phi^{(s)} \\ E_z^{(s)} \end{bmatrix} = -\frac{iA}{\pi} \int_0^{\alpha} \int_0^{2\pi} \sin\theta (\cos\theta)^{\frac{1}{2}} [l(\theta) \exp(im\phi)] \exp(ikz_s \cos\theta) \times \exp[ik\rho_s \sin\theta \cos(\phi - \phi_s)] \begin{bmatrix} -\sin(\phi - \phi_s) \\ \cos(\phi - \phi_s) \\ 0 \end{bmatrix} d\phi d\theta, \quad (2)$$

将(1)式代入到(2)式中,并运用欧拉变换和数学变换公式可得

$$\begin{cases} \exp(im\phi)\sin(\phi - \phi_s) = \frac{-i}{2}\exp(im\phi)\{\exp[i(m+1)(\phi - \phi_s)] + \exp[i(m-1)(\phi - \phi_s)]\} \\ \exp(im\phi)\cos(\phi - \phi_s) = \frac{1}{2}\exp(im\phi)\{\exp[i(m+1)(\phi - \phi_s)] + \exp[i(m-1)(\phi - \phi_s)]\} \\ \int_0^{2\pi} \exp(im\phi)\exp(ik\rho_s\sin\theta\cos\phi)d\phi = 2\pi i^m J_m(k\rho_s\sin\theta) \end{cases}, \quad (3)$$

得到聚焦场的表达式为

$$\begin{bmatrix} E_\rho^{(s)} \\ E_\phi^{(s)} \\ E_z^{(s)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{j=0}^5 A_i^{m+1} T_j(\theta) \int_{\theta_{j,\alpha}}^{\theta_{j+1,\alpha}} (\cos\theta)^{\frac{1}{2}} \sin\theta l(\theta) \exp(ikz_s \cos\theta) [J_{m+1}(\cdot) + J_{m-1}(\cdot)] d\theta \\ \sum_{j=0}^5 A_i^m T_j(\theta) \int_{\theta_{j,\alpha}}^{\theta_{j+1,\alpha}} (\cos\theta)^{\frac{1}{2}} \sin\theta l(\theta) \exp(ikz_s \cos\theta) [J_{m+1}(\cdot) - J_{m-1}(\cdot)] d\theta \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

式中： (ρ_s, ϕ_s, z_s) 为焦点处的柱矢量坐标，坐标原点在焦点处； ϕ_s 为以 x 轴为零点的方位角； z_s 为正向沿光束传输方向； A 为振幅参数； $k=2\pi/\lambda$ 为光束经过透镜后的波矢大小； $J_n(\cdot)=J_n(k\rho_s\sin\theta)$ ， $J_{m+1}(\cdot)$ 和 $J_{m-1}(\cdot)$ 分别为 $m+1$ 阶和 $m-1$ 阶第1类贝塞尔函数； $l(\theta)$ 为光场在透镜光阑表面的切趾函数； $\exp(im\phi)$ 为拉盖尔高斯涡旋光束的螺旋相位， ϕ 为极坐标下的角度， m 为拓扑荷数。本研究采用拉盖尔高斯光束为入射光，光束经过 DOE 和高数值孔径透镜后在透镜光阑处的切趾函数可表示为^[5,18]

$$l(\theta) = \beta^2 \frac{\sin\theta}{\sin^2\alpha} \exp\left[-\left(\beta \frac{\sin\theta}{\sin\alpha}\right)^2\right] \cdot L_p^m \left[2 \left(\beta \frac{\sin\theta}{\sin\alpha} \right)^2 \right], \quad (5)$$

式中： β 为拦截比，表示透镜光瞳半径与入射光束的光腰半径之比； L_p^m 为缩合拉盖尔多项式； p 为径向模数，入射光的环数为 $p+1$ 个。

为了在焦平面得到三光链结构，需要设置合理的 DOE 环参数。在 $A=1, \lambda=1, n=1, p=2, m=1, \beta=1.2, NA=0.9$ 的情况下，DOE 环的参数设计为 $\theta_1=0.23, \theta_2=0.3, \theta_3=0.585, \theta_4=0.605, \theta_5=0.96, \theta_6=1$ 。图 2(a)给出了在 $\rho-z$ 平面形成的三光链光强分布图，从图 2(a)中可以看出，高阶角向偏振拉盖尔高斯光束经 DOE 和高数值孔径透镜组成的光学系统聚焦后，形成了以 $\rho=0$ 为轴对称分布的周期性链状结构，包含了一条主光链和两条旁轴次光链。为了说明是周期性结构，将焦平面上 $\rho=0\lambda$ 和 $\rho=-1.8\lambda$ 的主光链和次光链沿 z 方向的强度分布曲线显示在图 2(b)中。在图 2(b)中可以更加直观地看出每个光孔的链宽均相等，均约为 1.99λ 。这种新型“三光链”各个峰值之间的距离近似相等，形成了大小近似的三维“光链”。

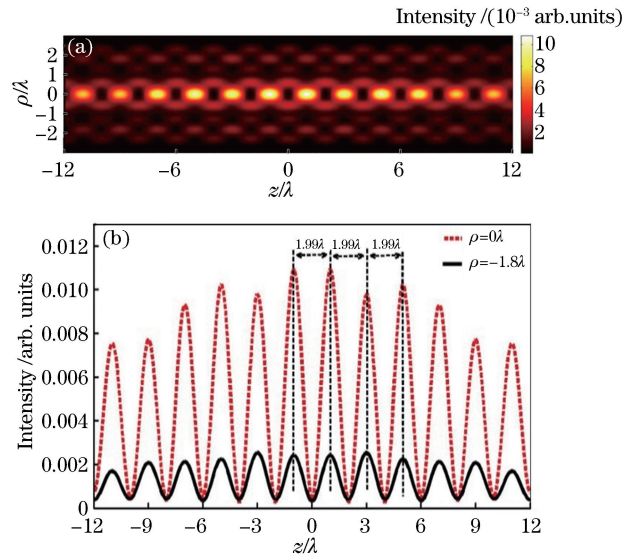


图 2 光场强度分布图。(a) $\rho-z$ 平面光强分布；(b) $\rho=0\lambda$ 和 $\rho=-1.8\lambda$ 处的光链沿 z 轴线性分布

Fig. 2 Intensity distribution. (a) Intensity distribution on $\rho-z$ plane; (b) line diagram distribution of main optical chain at $\rho=0\lambda$ and secondary optical chain at $\rho=-1.8\lambda$ along z direction

3 光学参量对三光链的影响

在聚焦场形成的三光链结构与选取的光学参数有密切的关系，为了实现三光链的可调控性，必须研究聚焦系统中各参量对三光链的影响。当其中一个参数改变而破坏三光链结构后，如何调制其他参量才能重新获得三光链？下面分别分析透镜数值孔径、拦截比 β 、DOE 结构和缩合拉盖尔多项式 L_p^m 的径向模数对三光链结构的影响。

图 3 为 $z=0$ 平面、总光强沿 ρ 方向在不同数值孔径下的线形曲线。可以看出，在不改变 DOE 结构和其他参数的情况下，改变数值孔径后，光链的链

宽、主光链的势阱、次光链的峰值 1 和峰值 2 发生了变化。随着数值孔径增大,光链链宽减小,光强的峰值变大。在说明随着数值孔径增大,光束的聚焦能力增强,其能量分布向焦点处会聚,因此光链链宽就会减小,链宽的减小有利于捕获较小尺寸的粒子。从图 3 中也可以明显看出,当增大数值孔径值后,次光链的峰值 1 和峰值 2 具有相近的强度,这表明在不改变主光链横向对称性的情况下,可以获得横向对称性较好的次光链结构,这一研究结果为调控三光链结构提供了物理依据。

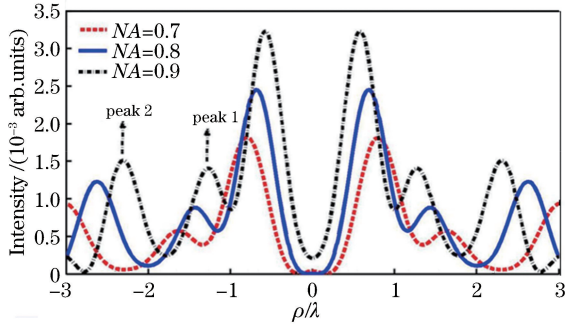


图 3 在 $z=0$ 平面处,总光强在不同数值孔径下沿 ρ 轴的线形分布图

Fig. 3 Total intensity distribution in $z=0$ plane along ρ direction for different NA values

图 4 为主光链的总光强在不同拦截比 β 下的总光强沿 z 轴的线形分布图。由图 4 可见: β 从 1.1、1.9、2.7 到 3.5,每增加 0.8,光强的峰谷值就会发生一次翻转;改变 β 后,光链的链宽也会发生变化,随着 β 增大,光链的横向周期变宽,暗区的个数减少,光链的势阱增大。图 4 表明,调节 β 的大小可以调控光链势阱的深度,从而增加了操控微小粒子的自由度。

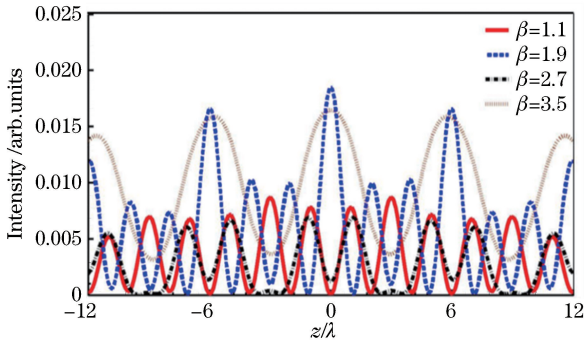


图 4 主光链的总光强在不同拦截比值下沿 z 轴的线形分布图

Fig. 4 Line diagram of main optical chain total intensity along z direction with different β

在模拟计算中,DOE 环参数的改变会影响光

链的结构,并且内环和外环参数影响光链的程度不同^[22]。为了简单地说明 DOE 环对光链结构的影响,在每次仅改变一个环的积分限的条件下进行研究,以 DOE 环中的第 2 环 θ_2 和第 5 环 θ_5 作为研究对象来分析 DOE 对光链结构的影响。

在其他模拟参数不变的条件下,图 5 给出了 $z=0$ 平面处总光强在不同 θ_2 值下沿 ρ 方向的分布曲线。可以看出,随着 θ_2 值增大,主光链和次光链的峰值光强均会增大,但光链链宽没有明显变化。观察次光链的两个峰值,当 θ_2 从 0.29 增大到 0.31 时,次光链的两个峰值点的强度发生了翻转,表明 θ_2 存在一个确定值会使次光链的两个峰值点的强度相等。为了找到这个定值,模拟了多组数据,并以第一组参数为标准进行归一化,结果如图 6 所示。从图 6 中可以看出,当 $\theta_2 \approx 0.30$ 时,能得到对称性更好的次光链结构。

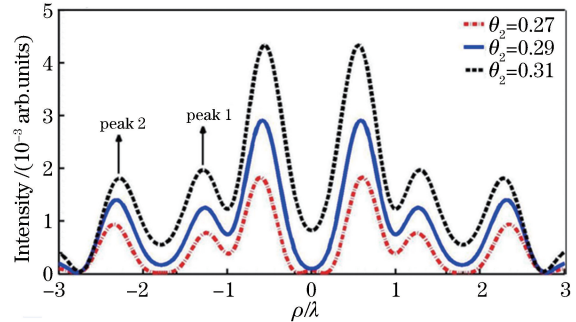


图 5 在 $z=0$ 平面处,总光强在不同 θ_2 值下沿 ρ 方向的线形分布图

Fig. 5 Total intensity distribution in $z=0$ plane along ρ direction with different θ_2 values

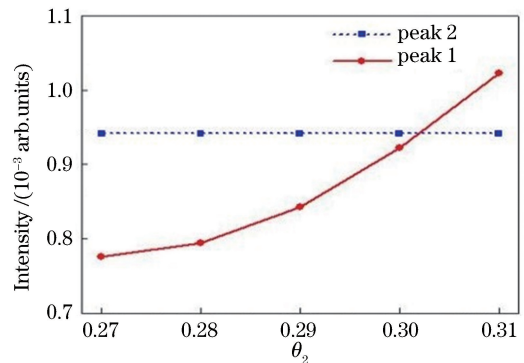


图 6 次光链横向两个峰值强度比值随 θ_2 的变化

Fig. 6 Ratio of the horizontal direction two peak values of the secondary optical chain varies with θ_2

采用同样的方法,能找到使次光链的两个峰值强度值相等的 θ_5 的确定值。图 7 为 $z=0$ 平面处,总光强在不同 θ_5 值下沿 ρ 方向的分布曲线。可以

看出,曲线的变化趋势与内环 θ_2 的变化趋势是相反的,随着 θ_5 值增大,光强峰值减小,链宽有明显减小的趋势。当 θ_5 为 0.94、0.96、0.98 时,次光链的两个峰值点的峰值是不完全相等的,采用与图 6 相同的方法,当 $\theta_5 = 0.95$ 时,能得到纵向和横向峰值强度对称的次光链结构。因此,将 θ_2 和 θ_5 分别取值为 0.30 和 0.95,其他模拟参数与图 2 相同,就能得到对称结构的三维三光链,尤其是可以得到对称性更高的次光链结构,如图 8 所示,这说明仅改变 DOE 结构就能调控光链的对称性。

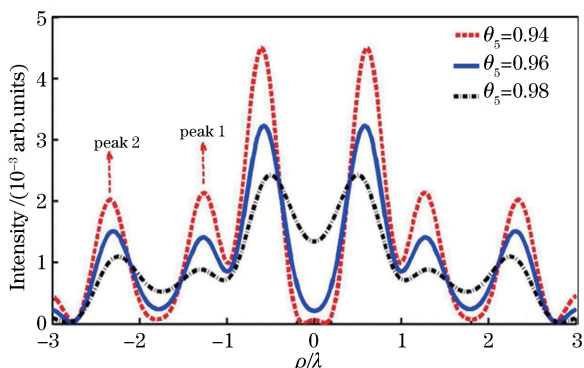


图 7 在 $z=0$ 平面处,总光强在不同 θ_5 值下沿 ρ 方向的线形分布

Fig. 7 Total intensity distribution in $z=0$ plane along ρ direction with different θ_5 values

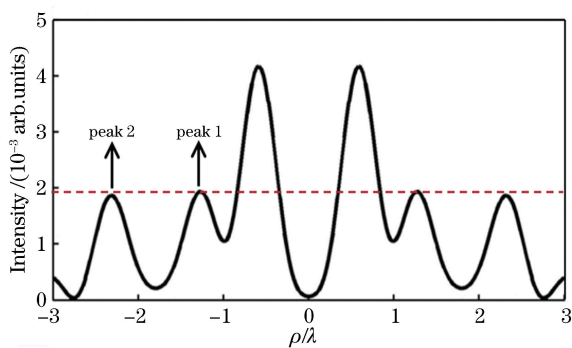


图 8 在 $z=0$ 处,总光强沿 ρ 方向的线形分布

Fig. 8 Total intensity distribution in $z=0$ plane along ρ direction

通过分析 DOE 内环 θ_2 和外环 θ_5 对三光链结构的变化情况可以发现,与内环参数相比,外环参数对焦平面结构的影响更大,这一结论为通过设计 DOE 参数调控形成三光链结构提供了另一个物理依据。

图 2 中形成三光链结构时采用的拓扑荷 $m=1$, 径向模数 $p=2$, 改变这两个参数,三光链结构是否还存在? 如果光链结构被破坏,则需研究再调控哪几个参数才能重新获得对称的三光链结构。在其他

参数不变的情况下,改变入射光束的径向模数 p , 当 $p=1$ 时,三光链结构被破坏,如图 9(a) 所示。依据上述 β 和 DOE 内外环对光链结构的影响可知,增大 β 和改变 DOE 外环 θ_5 值能重新获得三光链结构。保持其他参数不变,选取 $\beta=1.4$ 和 $\theta_5=0.95$, 可以重新获得对称的三光链结构,其光强分布如图 9(b) 所示。

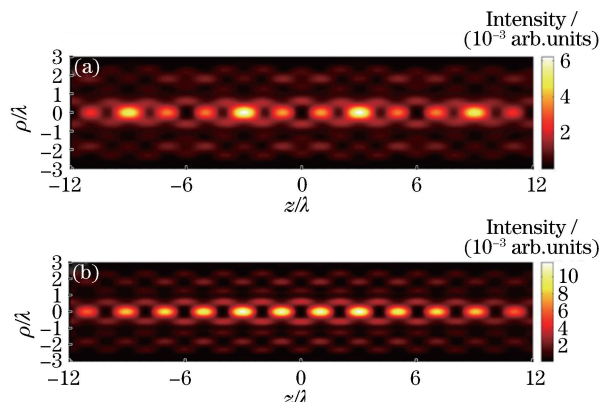


图 9 $p=1$ 时, $\rho-z$ 平面的总光强分布图。(a) 不改变其他参数;(b) $\beta=1.4, \theta_5=0.95$

Fig. 9 Total Intensity distribution on $\rho-z$ plane when $p=1$. (a) Other parameters unchanged; (b) $\beta=1.4, \theta_5=0.95$

4 结 论

利用 Richards-Wolf 矢量衍射积分模型,修正了高阶角向偏振涡旋光束经 DOE 和高数值孔径透镜组成的光学系统的强聚焦公式,模拟计算分析了 DOE 内外环结构、光束相关参数和数值孔径的变化对焦点场分布的影响。结果表明,高阶角向偏振拉盖尔-高斯涡旋光束经过此光学系统后,在焦点附近产生了由沿光轴方向的一条主光链和对称的两条傍轴次光链组成的新型三维多点光捕获结构——三光链,通过改变数值孔径的大小、光束拦截 β 和 DOE 各环参数 $\theta_{j,\alpha}$ 可以改变光链链宽和光强分布,并且 DOE 结构和 β 值决定了三光链结构能否产生。当入射光束的径向模数 p 改变后,会破坏三光链的结构,通过调节 β 和 DOE 结构可以重新获得三光链结构。因此,依据不同参数对焦场影响的不同,可以实现三光链结构的调控。

参 考 文 献

[1] Youngworth K S, Brown T G. Focusing of high numerical aperture cylindrical-vector beams [J]. Optics Express, 2000, 7(2): 77-87.
[2] Yu Y Z, Zhan Q W. Generation of uniform three-

- dimensional optical chain with controllable characteristics[J]. *Journal of Optics*, 2015, 17(10): 105606.
- [3] Pu H S, Shu J H, Chen Z Y, *et al.* Tight focusing of femtosecond radially polarized light pulses through a dielectric interface [J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2015, 32(9): 1717-1722.
- [4] Chang Q, Yang Y F, He Y, *et al.* Study of the focusing features of spatial amplitude and phase modulated radially polarized vortex beams in a 4pi focusing system[J]. *Acta Physica Sinica*, 2013, 62(10): 104202.
常强, 杨艳芳, 何英, 等. 4pi 聚焦系统中振幅和相位调制的径向偏振涡旋光束聚焦特性的研究[J]. *物理学报*, 2013, 62(10): 104202.
- [5] Shu J H, Chen Z Y, Pu J X, *et al.* Tight focusing of a double-ring-shaped, azimuthally polarized beam through a dielectric interface [J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2014, 31(6): 1180-1185.
- [6] Zhan Q W, Leger J. Focus shaping using cylindrical vector beams[J]. *Optics Express*, 2002, 10(7): 324-331.
- [7] Wang J M, Chen W B, Zhan Q W. Creation of uniform three-dimensional optical chain through tight focusing of space-variant polarized beams[J]. *Journal of Optics*, 2012, 14(5): 055004.
- [8] Zheng X, Yang Y F, He Y, *et al.* Tight focusing of double-ring-shaped Bessel-Gaussian radially polarized beam through a dielectric interface[J]. *Acta Optica Sinica*, 2016, 36(4): 0426001.
郑晓, 杨艳芳, 何英, 等. 双环贝塞尔-高斯径向偏振光束经介质分界面的强聚焦[J]. *光学学报*, 2016, 36(4): 0426001.
- [9] Yuan W, Guo Q, Sang M H, *et al.* Flattop shaped creation based on strong focusing of circularly polarized vortex beams[J]. *Journal of Optics*, 2017, 46(2): 164-169.
- [10] Liu D J, Wang Y C, Wang G Q, *et al.* Propagation properties of a partially coherent flat-topped vortex hollow beam in turbulent atmosphere[J]. *Journal of the Optical Society of Korea*, 2016, 20(1): 1-7.
- [11] Grier D G. A revolution in optical manipulation[J]. *Nature*, 2003, 424(6950): 810-816.
- [12] Chen J, Zhan Q W. Tailoring laser focal fields with vectorial optical fields[J]. *Acta Optica Sinica*, 2019, 39(1): 0126002.
陈建, 詹其文. 矢量光场与激光焦场定制[J]. *光学学报*, 2019, 39(1): 0126002.
- [13] Pan Y, Ding J P, Wang H T. Manipulation on novel vector optical fields: introduction, advances and applications[J]. *Acta Optica Sinica*, 2019, 39(1): 0126001.
潘岳, 丁剑平, 王慧田. 新型矢量光场调控: 简介、进展与应用[J]. *光学学报*, 2019, 39(1): 0126001.
- [14] McGloin D, Spalding G C, Melville H, *et al.* Three-dimensional arrays of optical bottle beams[J]. *Optics Communications*, 2003, 225(4/5/6): 215-222.
- [15] Ahluwalia B P S, Yuan X C, Tao S H. Generation of self-imaged optical bottle beams [J]. *Optics Communications*, 2004, 238(1/2/3): 177-184.
- [16] Zhang Y L, Zhao Y Q, Zhan Q W, *et al.* Study of 3D optical chain with highly focused vector beam[J]. *Acta Physica Sinica*, 2006, 55(3): 1253-1258.
张艳丽, 赵逸琼, 詹其文, 等. 高数值孔径聚焦三维光链的研究[J]. *物理学报*, 2006, 55(3): 1253-1258.
- [17] Zhao Y Q, Zhan Q W, Zhang Y L, *et al.* Creation of a three-dimensional optical chain for controllable particle delivery[J]. *Optics Letters*, 2005, 30(8): 848-850.
- [18] Tian B, Pu J X. Twin-optical chain produced by tight focusing of azimuthally polarized higher-order Laguerre-Gaussian beams[J]. *Laser Journal*, 2015, 36(9): 10-12.
田博, 蒲继雄. 角向偏振高阶拉盖尔高斯光束强聚焦产生双光链[J]. *激光杂志*, 2015, 36(9): 10-12.
- [19] Pu J X, Zhang Z M. Tight focusing of spirally polarized vortex beams [J]. *Optics & Laser Technology*, 2010, 42(1): 186-191.
- [20] Liu J, Yang Y F, He Y, *et al.* Flattop beam creation based on strong focusing of circularly polarized vortex beams [J]. *Acta Optica Sinica*, 2014, 34(5): 0526003.
刘健, 杨艳芳, 何英, 等. 基于圆偏振涡旋光束强聚焦的平顶光束的构成[J]. *光学学报*, 2014, 34(5): 0526003.
- [21] Richards B, Wolf E. Electromagnetic diffraction in optical systems, II. Structure of the image field in an aplanatic system [J]. *Proceedings of the Royal Society of London Series a Mathematical and Physical Sciences*, 1959, 253(1274): 358-379.
- [22] Luo Z Y, Yang Y F, He Y. Influence of optical parameters of high numerical aperture focusing system on three-dimensional twin-optical chain [J]. *Acta Optica Sinica*, 2017, 37(2): 0226001.
罗祝裕, 杨艳芳, 何英. 高数值孔径聚焦系统中的光学参量对三维双光链的影响[J]. *光学学报*, 2017, 37(2): 0226001.