

# Ince-Gaussian 矢量光场的产生研究

刘佳晴, 王吉明\*, 赫崇君, 吴彤, 路元刚, 马海霞, 刘友文\*\*

南京航空航天大学理学院应用物理系, 江苏 南京 211106

**摘要** 复杂空间结构矢量光场是当前光场调控领域的重要研究内容。作为一类基于椭圆坐标系的本征激光场, Ince-Gaussian(IG)光场比 Laguerre-Gaussian 和 Hermite-Gaussian 两类本征光场具有更丰富的空间自由度, 是构建复杂空间结构矢量光场的基本光场之一。基于正交偏振 IG 偶模和奇模的空间叠加理论, 通过空间光调制器分离调控偶模和奇模光场, 系统地研究了不同阶数下正交偏振 IG 模式叠加生成的不同空间结构的 IG 矢量光场。对获取的矢量光场进行分析, 并与理论模拟的结果进行对比, 验证了并联分离调控产生 IG 矢量光场的可行性。

**关键词** 物理光学; 矢量光场; 偏振; Ince-Gaussian 模式; 空间光调制器

中图分类号 O436

文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201939.0826001

## Research on the Generation of Ince-Gaussian Vector Optical Field

Liu Jiaqing, Wang Jiming\*, He Chongjun, Wu Tong, Lu Yuangang,

Ma Haixia, Liu Youwen\*\*

*Department of Applied Physics, College of Science, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing, Jiangsu 211106, China*

**Abstract** The vector optical field with complex spatial structure plays an important role in the manipulation of the optical fields. As one of the eigen laser fields in the elliptic coordinate system, Ince-Gaussian (IG) field has richer spatial degrees of freedom than Laguerre-Gaussian beam and Hermite-Gaussian beam, and it is one of the fundamental fields to construct a complex vector optical field. This work is based on the theory of spatial superposition of the orthogonal polarized even and odd IG modes. IG vector optical fields with different orders and spatial structures are generated by a spatial light modulator which modulate the even and odd modes separately. Experimental results are studied and compared with the simulated results. The results demonstrate the feasibility of generating IG vector optical fields by dual modulation and parallel measurement.

**Key words** physical optics; vector optical field; polarization; Ince-Gaussian mode; spatial light modulator

**OCIS codes** 310.5448; 060.4510; 060.4080

## 1 引 言

基于直角坐标系的 Hermite-Gaussian(HG)模式与基于圆柱坐标系的 Laguerre-Gaussian(LG)模式是两类基本的本征光场模式, 已被广泛研究。2004年, Bandres 等<sup>[1]</sup>在椭圆坐标系下对近轴波动方程进行了分析, 提出一类具有 Ince 多项式横向分布特征的本征光场模式, 即 Ince-Gaussian(IG)光场模式, 并证明这一模式是 LG 和 HG 模式之间的连续过渡模式, 也是一类基本的本征光场。随后, Schwarz 等<sup>[2]</sup>通过在谐振腔内添加十字线, 在实验上成功地产生了 IG 模式激光场。目前, 产生标量

IG 模式光场的方法主要有两类: 主动式(腔内)和被动式(腔外)<sup>[3]</sup>。主动式方法主要通过打破腔的对称性来产生 IG 模式。一方面, 利用倾斜谐振腔或自调 Q 激光晶体方法, 可在微片固体激光器中实现单频 IG 模式或高效纳秒量级的 IG 模式输出光<sup>[4-5]</sup>; 另一方面, 利用特定的或受控的离轴抽运光束, 通过增益振荡, 或通过平凹腔内利用不透明线条调控腔内损耗, 可产生特定的 IG 模式光束<sup>[6-8]</sup>。被动式方法主要利用空间光调制器(SLM)及数字微镜器件(DMD)来实现振幅相位调制, 从而产生 IG 光束<sup>[9-10]</sup>。2013年, Ngcobo 等<sup>[11]</sup>将液晶 SLM(LCSLM)作为谐振腔的一个反射镜,

收稿日期: 2019-01-02; 修回日期: 2019-03-20; 录用日期: 2019-04-08

基金项目: 中央高校基本科研业务费专项资金(NS2016072)

\* E-mail: jimingw@nuaa.edu.cn; \*\* E-mail: ywliu@nuaa.edu.cn

通过操控 LCSLM 设计了一种能够产生包括 IG 模式在内的任意模式的可控数字激光器;2015 年, Ren 等<sup>[12]</sup>加载预先设计好的全息图到 DMD 上,对入射的高斯光束进行空间光调制,利用 DMD 在腔外产生了所需的 IG 模式;基于 SLM,通过相位差因子调控,也可以产生基于奇偶模初始相位差调控的 PIG (Ince-Gaussian beam with phase difference) 光束空间模式分布<sup>[13]</sup>。实际上,IG 模式激光场作为一种本征光场,正受到越来越多的关注,近年来在单细胞生物激光器的研究中也发现了这种本征光场的存在<sup>[14]</sup>。

矢量光场因具有特殊的偏振态分布和独特的聚焦特性而受到了广泛关注。2000 年,高数值孔径下径向偏振与角向偏振聚焦光场的新颖特性被报道<sup>[15]</sup>;2003 年,Dorn 等<sup>[16]</sup>利用偏振转换器和非共焦法布里-珀罗干涉仪成功实现了径向偏振光束的聚焦,证明了其聚焦特性优于线偏振光;径向偏振光经二元相位光学元件强聚焦后可获得光针场,进一步推进了矢量光场的研究进展<sup>[17]</sup>。在矢量光场的产生与调控方面,主要方法为通过 LCSLM、偏振和延迟器件进行偏振态调控<sup>[18-19]</sup>。2007 年,Maurer 等<sup>[20]</sup>采用反射式 LCSLM 及沃拉斯顿棱镜分离再合成的方法,生成了高质量的 HG 及 LG 矢量光束;

2013 年,Han 等<sup>[21]</sup>通过控制光束的 4 个自由度(振幅、相位、偏振态和相位延迟),提出基于双 SLM 串联调制的全自由度可控的矢量光场生成方法;2016 年,Naidoo 等<sup>[22]</sup>通过调控几何相位,利用腔内模式选择的方法产生了高阶矢量光场,并在激光腔内实现了自旋角动量(SAM)与轨道角动量(OAM)的耦合,标志着矢量光场调控的研究进入了一个新阶段。

综上所述,IG 模式标量场的产生及应用已被充分地研究。而在矢量场产生方面,IG 矢量光场尚未被深入研究,其独特的空间偏振结构特征及传输稳定性,有望在光学操控和光通信等领域获得应用<sup>[23]</sup>。本文基于正交偏振 IG 偶模和奇模的空间叠加理论,研究如何在实验上产生 IG 矢量光场。

## 2 IG 矢量光场理论基础

IG 奇模和偶模是近轴波动方程在椭圆柱坐标系下的解,由 3 个参量( $p, m, \epsilon$ )决定,其中  $p$  为阶数, $m$  为级数, $\epsilon$  为椭圆率。 $p, m$  满足  $0 \leq m \leq p$  且  $(-1)^{p-m} = 1$  的关系,当 IG 模式为偶模时, $p = 0, 1, 2, \dots$ ;当 IG 模式为奇模时, $p = 1, 2, 3, \dots$ 。其一般解可写成<sup>[1]</sup>

$$I_{(p,m,\epsilon)}^e(\mathbf{r}) = \frac{C\omega_0}{\omega(z)} C_p^m(i\xi, \epsilon) C_p^m(\eta, \epsilon) \exp\left[\frac{-r^2}{\omega^2(z)}\right] \exp\left\{i\left[kz + \frac{kr^2}{2R(z)} - (p+1)\psi_G(z)\right]\right\}, \quad (1)$$

$$I_{(p,m,\epsilon)}^o(\mathbf{r}) = \frac{S\omega_0}{\omega(z)} S_p^m(i\xi, \epsilon) S_p^m(\eta, \epsilon) \exp\left[\frac{-r^2}{\omega^2(z)}\right] \exp\left\{i\left[kz + \frac{kr^2}{2R(z)} - (p+1)\psi_G(z)\right]\right\}, \quad (2)$$

式中:上角标 e 和 o 分别表示偶模和奇模; $C, S$  表示归一化常数; $C_p^m$  和  $S_p^m$  分别表示偶模和奇模的因斯多项式; $\xi$  和  $\eta$  分别表示径向和角向椭圆坐标,分别由  $x = \omega_0(\epsilon/2)^{1/2} \cosh \xi \cos \eta$  和  $y = \omega_0(\epsilon/2)^{1/2} \sinh \xi \sin \eta$  决定,其中  $\omega_0$  为束腰半径, $x, y$  为笛卡儿坐标系下的横、纵坐标(通过调节  $\epsilon$ , 光场模式在 LG 模( $\epsilon=0$ )和 HG 模  $\epsilon=\infty$  之间以 IG 的模式进行过渡转换); $\omega(z) = \omega_0 \sqrt{1+z^2/z_R^2}$  表示光束在距离  $z$  处的界面宽度,其中  $z_R = k\omega_0^2/2$  表示瑞利长度; $k$  表示波矢数; $r$  表示半径; $\mathbf{r}$  表示横向位置矢量; $R(z) = z + z_R^2/z$  表示波前的曲率半径; $\psi_G(z) = \arctan(z/z_R)$  表示 Gouy 相移。

为获得 IG 矢量光场,令奇偶模式为正交偏振态,其中,偶模为  $x$  偏振态,奇模为  $y$  偏振态,则 IG 矢量光场可以写为

$$\mathbf{E}(x, y) = I_{(p,m,\epsilon)}^e(x, y)\mathbf{e}_x + I_{(p,m,\epsilon)}^o(x, y)\mathbf{e}_y, \quad (3)$$

式中: $\mathbf{e}_x$  表示沿水平偏振方向的单位矢量; $\mathbf{e}_y$  表示沿竖直偏振方向的单位矢量。

根据(3)式,任意阶数的正交偶模和奇模相互叠加后均可获得 IG 矢量光场。设  $p=7$ ,以 7 阶 Ince 模  $I_{(7,1,2)}^e$  与  $I_{(7,5,3)}^o$  为例进行分析。如图 1 所示,由于  $m$  取值不同,奇、偶两个模式下的亮瓣数目也不相同。当光场为偶模时, $m$  对应双曲节线数, $(p-m)/2$  对应椭圆节线数;当光场为奇模时, $m-1$  对应双曲节线数, $(p-m)/2$  对应椭圆节线数, $I_x$  代表水平偏振方向的光强, $I_y$  代表竖直偏振方向的光强, $I_{xy}$  代表  $I_x$  与  $I_y$  两者叠加后的光强。图 1(a)中的偶模有 14 个  $x$  方向偏振的光瓣,图 1(b)中的奇模有 20 个  $y$  方向偏振的光瓣,叠加后可获得图 1(c)

所示的复杂矢量光场,该光场 26 个偏振态具有呈局域化分布特征的光瓣。由于沿  $x$  轴的偶模和沿  $y$  轴的奇模相互间没有叠加态,其光瓣偏振态仍为

原  $x$  和  $y$  方向偏振,其余光则由于受正交场叠加的影响,线偏振态发生了一定角度的偏转,偏转角度与两者的振幅之比有关。

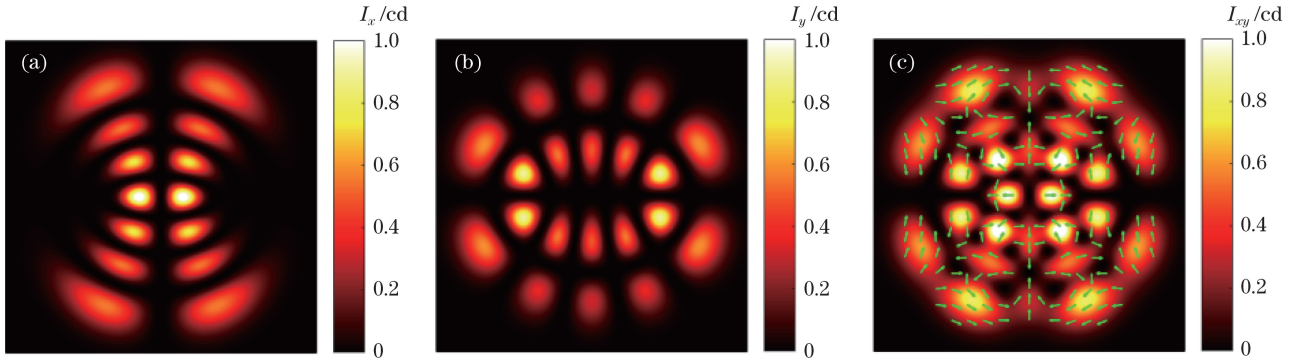


图 1 7 阶 IG 矢量光场。(a)  $I_{(7,1,2)}^e$ ; (b)  $I_{(7,5,3)}^o$ ; (c)  $I_{(7,1,2)}^e \mathbf{e}_x + I_{(7,5,3)}^o \mathbf{e}_y$

Fig. 1 Simulation of the seventh order of IG mode. (a)  $I_{(7,1,2)}^e$ ; (b)  $I_{(7,5,3)}^o$ ; (c)  $I_{(7,1,2)}^e \mathbf{e}_x + I_{(7,5,3)}^o \mathbf{e}_y$

### 3 IG 矢量光场产生实验

基于光束进行空间分离调控和叠加的矢量光场产生实验系统<sup>[20]</sup>具有结构简洁和调整自由的优点,由于使用沃拉斯顿棱镜进行分束和合束,仅使用 1 个 SLM 即可实现对 2 个复杂空间模式的光场进行调控后再叠加,从而生成复杂的空间结构光场。

#### 3.1 实验原理和装置

产生 IG 矢量模式的实验装置示意图如图 2 所示,图中 SF 为空间针孔滤波器,L 为凸透镜,SA 为小孔光阑,M 为平面反射镜,NPBS 为非偏振分束立方体,SLM 为空间光调制器,P 为偏振片。532 nm 激光经滤波器和焦距( $f$ )为 30 mm 的凸透镜进行

准直,通过可变光阑和反射镜后,经由与快轴夹角为  $22.5^\circ$ (使通过沃拉斯顿棱镜的两束光的光强相同)的  $\lambda/2$  波片入射至非偏振分束立方体中,分束后偏振角度为  $45^\circ$  的线偏振光被沃拉斯顿棱镜调整为两束偏振方向分别为平行和垂直方向的偏振光(图中双向箭头为光束偏振方向),两束光经过两透镜( $f=50$  mm 和  $f=30$  mm)组成的望远镜系统后入射到 SLM 靶面上,靶面上加载有 MATLAB 产生的 IG 奇偶模掩模板。其中,垂直偏振光经方形  $\lambda/2$  波片(快轴沿对角线)旋转后,其偏振方向与 SLM 长边平行。通过 SLM 调制后的两束光束沿原光路返回,经沃拉斯顿棱镜合束后,产生的光束透过非偏振分束镜和一个  $f=70$  mm 的透镜后成像。

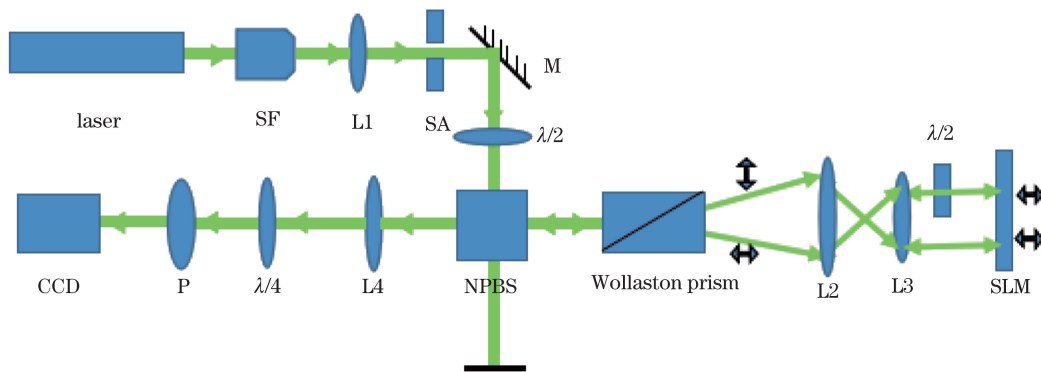


图 2 产生 IG 矢量模式的实验装置示意图

Fig. 2 Schematic of the generation of IG vector mode

为获取矢量光场的偏振信息,采用斯托克斯参数测试方法,将 1 个线偏振片和 1 个  $\lambda/4$  波片置于 CCD 前,偏振片透光轴、波片快轴方向的角度分别设为  $\alpha$  与  $\beta$ ,  $I(\alpha, \beta)$  为 CCD 所探测到的光强,4 种斯托克斯参量可写成如下表达式<sup>[24]</sup>:

$$\begin{cases} S_0 = I(0^\circ, 0^\circ) + I(90^\circ, 90^\circ) \\ S_1 = I(0^\circ, 0^\circ) - I(90^\circ, 90^\circ) \\ S_2 = I(45^\circ, 45^\circ) - I(-45^\circ, -45^\circ) \\ S_3 = I(0^\circ, 45^\circ) - I(0^\circ, -45^\circ) \end{cases}, \quad (4)$$

式中:  $I(0^\circ, 0^\circ)$ 、 $I(90^\circ, 90^\circ)$  分别表示 CCD 靶面上测



得的矢量场水平(H)和垂直(V)偏振态分量的光强; $I(45^\circ, 45^\circ)$ 和 $I(-45^\circ, -45^\circ)$ 分别表示对角(D)和反对角偏振态(A)的光强; $I(0^\circ, 45^\circ)$ 、 $I(0^\circ, -45^\circ)$ 分别表示右旋(R)和左旋(L)圆偏振态的光强。通过计算4个斯托克斯参量,可获得输出光场的偏振态分布。

由MATLAB生成的加载到SLM上的掩模板,实际上是正交IG奇偶模与平面波干涉的相位与振幅叠加而产生的灰度图,调整两者之间的距离,使其与经过望远镜系统后入射到SLM上的两束光斑对应。根据光路可逆原理,可在沃拉斯顿棱镜分束后的两个凸透镜共焦点处放置一个可变光阑,用于控制入射到SLM上光斑的大小,使之与掩模板上光斑的大小对应。实验中使用SF 532型单纵模激光器、HES6010-VIS-016型SLM以及GS3-U3-91S6C-C型CCD,在FlyCapture软件上进行成像取样。

### 3.2 实验测试与分析

通常来说,影响IG模式分布的因素有3个:阶数 $p$ 、级数 $m$ 以及椭偏率 $\epsilon$ 。为不失一般性,在此对 $p=4$ 、 $p=5$ 和 $p=6$ 的IG矢量激光的产生进行研究,对应的正交偏振奇偶模式分别为: $I_{(4,4,1)}^\epsilon$ 、 $I_{(4,2,3)}^\circ$ ,

$I_{(5,5,0)}^\epsilon$ 、 $I_{(5,3,5)}^\circ$ 以及 $I_{(6,4,5)}^\epsilon$ 、 $I_{(6,2,0)}^\circ$ 。

#### 3.2.1 4阶正交奇偶模 $I_{(4,4,1)}^\epsilon$ 与 $I_{(4,2,3)}^\circ$ 叠加加载到SLM上的掩模板如图3所示。

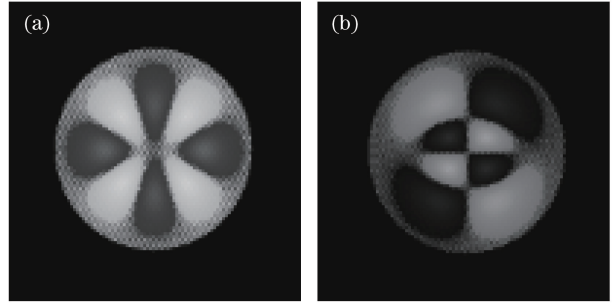


图3 加载到SLM上的掩模板。(a)  $I_{(4,4,1)}^\epsilon$ 模;  
(b)  $I_{(4,2,3)}^\circ$ 模

Fig. 3 Schematic of the masks. (a)  $I_{(4,4,1)}^\epsilon$  mode;  
(b)  $I_{(4,2,3)}^\circ$  mode

图3中2个模式的相邻光瓣均为反相,根据所搭建的实验系统,两者进行分离调控后叠加。为表征叠加后的IG矢量光场,测试了 $p=4$ 时,6组偏振态下的光强,结果如图4所示。可以看出, $x$ 偏振的H图与 $y$ 偏振的V图都由8个亮瓣组成,R、L、D和A图的中央位置叠加出现了十字暗区,其他8个暗区分布在“十”字4个端点的两侧。

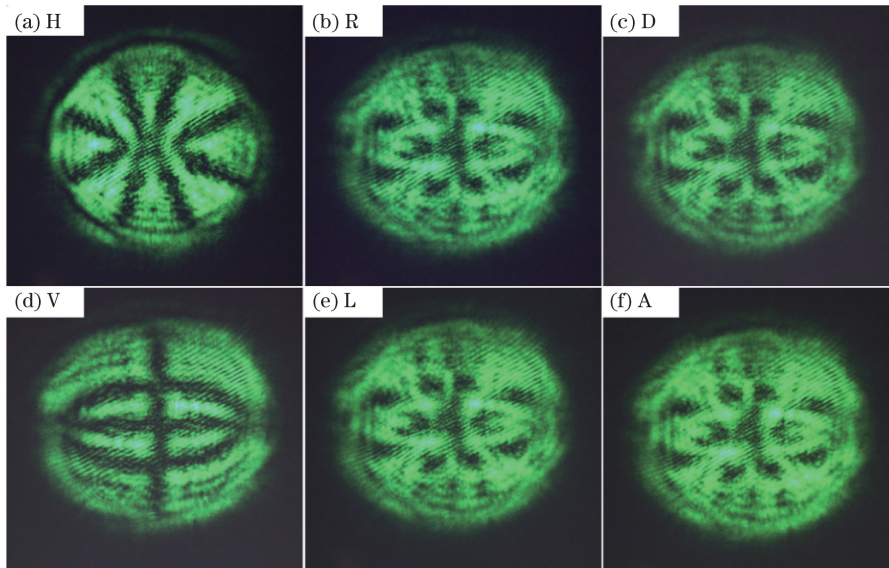


图4  $p=4$ 时,6组偏振态下的光强。(a)水平偏振态;(b)右旋圆偏振态;(c)对角偏振态;  
(d)垂直偏振态;(e)左旋圆偏振态;(f)反对角偏振态

Fig. 4 Experimental intensity of six different kinds of polarization when  $p=4$ . (a) Horizontal polarization; (b) right circular polarization; (c) diagonal polarization; (d) vertical polarization; (e) left circular polarization; (f) anti-diagonal polarization

根据图4测得的光强分布,可得到矢量光场的强度分布,如图5(a)所示,图中横坐标与纵坐标分别代表光斑各个像素点在整个叠加图上的位置。

图5(b)为理论计算结果。对比实验和理论结果可知,叠加后的光强均显示为12个亮瓣(中央十字暗区用实线标出),外围的12个亮瓣区域用数字1~12



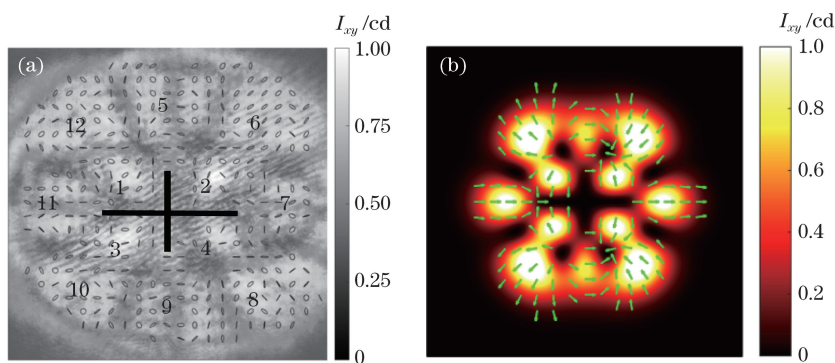


图 5  $p=4$  时,IG 矢量场强度分布。(a) 实验;(b) 理论

Fig. 5 Intensity distribution of the IG vector field when  $p=4$ . (a) Experimental; (b) theoretical

分别标出。在图 5(a)中,5、7、9 和 11 区的 4 个亮瓣偏振态保持偶模的水平偏振;1、4、6 和 10 区的 4 个亮斑偏振态大致与正对角线方向相同;2、3、8 和 12 区的 4 个亮斑偏振态与反对角线方向保持相同。值得注意的是,在某些区域,偏振态与预期结果并不完全一致,很多地方出现了椭圆偏振(如 6 区附近),这是因为在测试过程中,分离的两路垂直偏振的光场

间产生了微小的光程差。部分线偏振或主偏振方向偏离预期值(如 10 区附近),这和两路光场叠加时的振幅比与理想值相差较大有关。

### 3.2.2 高阶( $p=5,6$ )正交奇偶模叠加

$p=5$  和  $p=6$  的高阶正交奇偶模叠加的掩模板、光强与偏振态分布如图 6 和图 7 所示。可以看出,随阶数  $p$  增加,各偏振态强度图的亮瓣与暗区

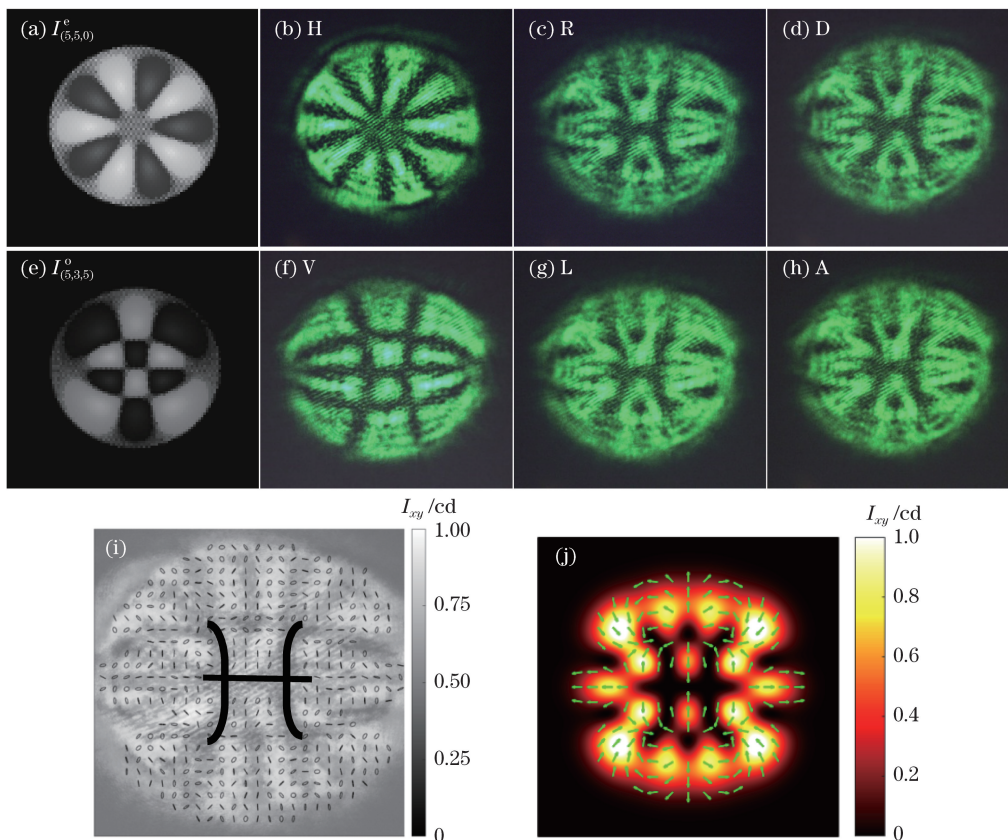


图 6  $p=5$  的正交奇偶模叠加。(a) 偶模掩模板;(b) 水平偏振态;(c) 右旋圆偏振态;(d) 对角偏振态;(e) 奇模掩模板;

(f) 垂直偏振态;(g) 左旋圆偏振态;(h) 反对角偏振态;(i) 实验光强图;(j) 模拟光强图

Fig. 6 Superposition of orthogonal odd and even modes when  $p=5$ . (a) Mask of even mode; (b) horizontal polarization; (c) right circular polarization; (d) diagonal polarization; (e) mask of odd mode; (f) vertical polarization; (g) left circular polarization; (h) anti-diagonal polarization; (i) experimental intensity; (j) theoretical intensity

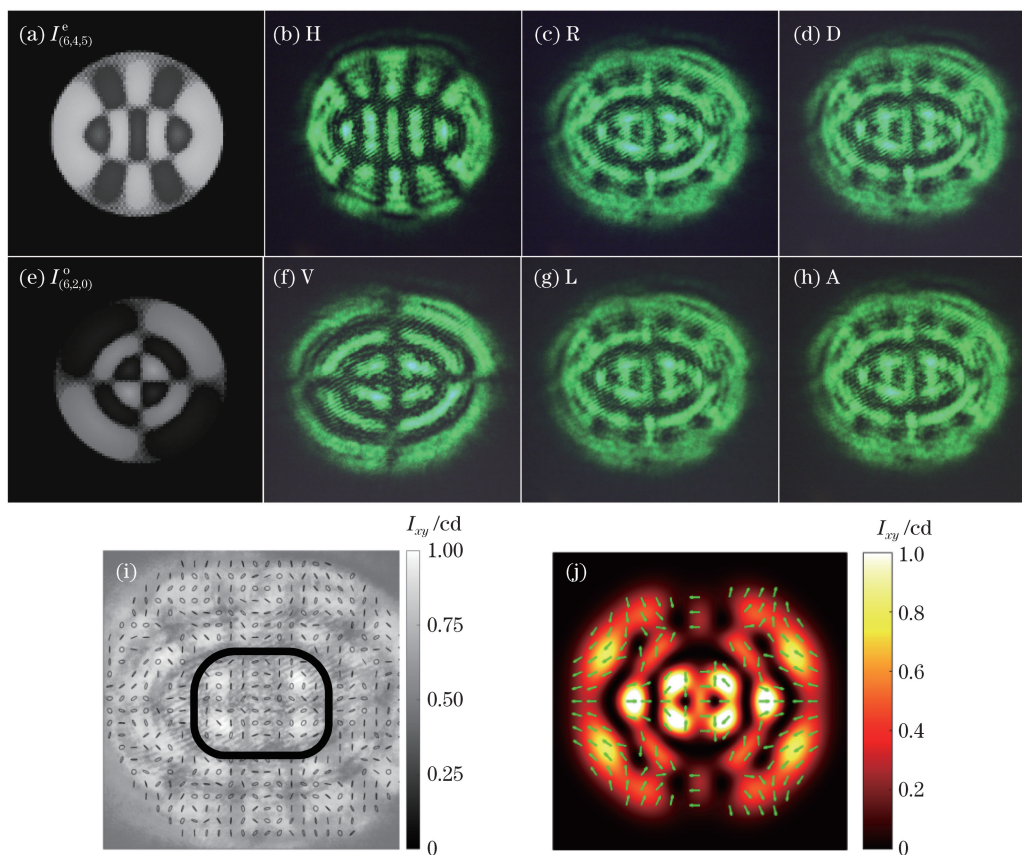


图 7  $p=6$  的正交奇偶模叠加。(a) 偶模掩模板; (b) 水平偏振态; (c) 右旋圆偏振态; (d) 对角偏振态; (e) 奇模掩模板; (f) 垂直偏振态; (g) 左旋圆偏振态; (h) 反对角偏振态; (i) 实验光强图; (j) 模拟光强图

Fig. 7 Superposition of orthogonal odd and even modes when  $p=6$ . (a) Mask of even mode; (b) horizontal polarization; (c) right circular polarization; (d) diagonal polarization; (e) mask of odd mode; (f) vertical polarization; (g) left circular polarization; (h) anti-diagonal polarization; (i) experimental intensity; (j) theoretical intensity

增多,IG 矢量场光强及偏振态分布也更为复杂。当  $p=5$  时,5 阶正交奇偶模叠加后的光强显示为 16 个亮瓣, $x$  轴方向保持偶模水平偏振基本不变, $y$  轴方向与奇模垂直偏振方向大致吻合,其余方向的偏振态以中央暗区(以实线标出)为中心、 $y$  轴为对称轴呈环流分布,中央 4 个主亮瓣的偏振方向与 4 阶中央主亮瓣偏振方向保持一致;当  $p=6$  时,叠加后的图像呈现为中央 6 个主亮斑与外围两段环形分布(内环带暗区以实线标出)。 $x$  与  $y$  轴的轴向保持原有的水平偏振态,两段环形分布偏振态的走向大致吻合。4 个象限的双曲线分布为  $x \rightarrow \pm\infty$  时无限趋近水平偏振, $x \rightarrow 0$  时无限趋近垂直偏振,与  $p=5$  时相同的是,内围 4 个主亮瓣的偏振态方向仍旧与 4 阶 IG 模式中央主亮瓣偏振方向保持一致。

### 3.3 实验结果分析

将 3 种阶次的 IG 矢量光场实验结果与理论结果进行对比,可以得出:随 IG 光束阶数的增加,IG 矢量光场的强度分布与偏振态分布都变得更为复

杂,其空间矢量结构与  $p$ 、 $m$  和  $\epsilon$  的数值都有关。IG 矢量光场的光强模式分布与理论基本吻合;对于偏振态的空间结构,其水平与垂直方向的偏振态保持一致,左旋圆、右旋圆、对角和反对角情况下各点上的偏振态存在一定误差,偏振方向总体符合理论模拟结果。实验与理论存在误差的原因主要有以下 2 个方面:

1) 沃拉斯顿棱镜分离的垂直偏振光先后两次通过定制的方形  $\lambda/2$  波片。考虑到制作工艺,波片的透过率和相位延迟精度都会造成分离调控的两束光之间振幅和相位的差异,从而导致叠加后的矢量光场偏振态在非水平和非垂直偏振方向会有一定的误差。

2) 由于采用的是空间并联分离调控,加上光路校准精度的影响,两束奇模光场和偶模光场的左旋圆、右旋圆、对角和反对角偏振态光强在合束叠加后,并不能做到与理论模拟时的光场像素点一一重合,这使得各点偏振态存在不可避免的误差,从而导

致偏振态分布不太理想。

## 4 结 论

基于正交偏振 IG 偶模和奇模的空间叠加理论,通过 SLM 分离调控偶模和奇模光场,产生了不同阶数下、不同空间结构的 IG 矢量光场。通过测量斯托克斯参数,讨论了光场的光强与偏振态分布,并与理论模拟的结果进行对比,验证了实验产生的 IG 矢量光场与理论模拟结果的一致性。研究表明,所提方法具有产生 IG 矢量光场的可行性,为后续深入研究 IG 矢量光场提供了实验基础。

### 参 考 文 献

- [1] Bandres M A, Gutiérrez-Vega J C. Ince-Gaussian beams[J]. *Optics Letters*, 2004, 29(2): 144-146.
- [2] Schwarz U T, Bandres M A, Gutiérrez-Vega J C. Observation of Ince-Gaussian modes in stable resonators[J]. *Optics Letters*, 2004, 29(16): 1870-1872.
- [3] Zhang M M, Bai S C, Dong J. Advances in Ince-Gaussian modes laser [J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2016, 53(2): 020002.  
张明明, 白胜闯, 董俊. Ince-Gaussian 模式激光的研究进展 [J]. *激光与光电子学进展*, 2016, 53(2): 020002.
- [4] Ohtomo T, Kamikariya K, Otsuka K, *et al.* Single-frequency Ince-Gaussian mode operations of laser-diode-pumped microchip solid-state lasers[J]. *Optics Express*, 2007, 15(17): 10705-10717.
- [5] Dong J, Ma J, Ren Y Y, *et al.* Generation of Ince-Gaussian beams in highly efficient, nanosecond Cr, Nd:YAG microchip lasers[J]. *Laser Physics Letters*, 2013, 10(8): 085803.
- [6] Chu S C, Otsuka K. Numerical study for selective excitation of Ince-Gaussian modes in end-pumped solid-state lasers[J]. *Optics Express*, 2007, 15(25): 16506-16519.
- [7] Han S, Liu Y Q, Zhang F, *et al.* Direct generation of subnanosecond Ince-Gaussian modes in microchip laser[J]. *IEEE Photonics Journal*, 2015, 7(1): 4500206.
- [8] Lei J, Hu A, Wang Y, *et al.* A method for selective excitation of Ince-Gaussian modes in an end-pumped solid-state laser[J]. *Applied Physics B*, 2014, 117(4): 1129-1134.
- [9] Bentley J B, Davis J A, Bandres M A, *et al.* Generation of helical Ince-Gaussian beams with a liquid-crystal display[J]. *Optics Letters*, 2006, 31(5): 649-651.
- [10] Woerdemann M, Alpmann C, Denz C. Optical assembly of microparticles into highly ordered structures using Ince-Gaussian beams[J]. *Applied Physics Letters*, 2011, 98(11): 111101.
- [11] Ngcobo S, Litvin I, Burger L, *et al.* A digital laser for on-demand laser modes[J]. *Nature Communications*, 2013, 4: 2289.
- [12] Ren Y X, Fang Z X, Gong L, *et al.* Dynamic generation of Ince-Gaussian modes with a digital micromirror device[J]. *Journal of Applied Physics*, 2015, 117(13): 133106.
- [13] Ma H X, Li X Z, Li H H, *et al.* Spatial mode distributions of Ince-Gaussian beams modulated by phase difference factor[J]. *Acta Optica Sinica*, 2017, 37(6): 0626002.  
马海祥, 李新忠, 李贺贺, 等. 相位差因子调控的 Ince-Gaussian 光束空间模式分布 [J]. *光学学报*, 2017, 37(6): 0626002.
- [14] Gather M C, Yun S H. Single-cell biological lasers [J]. *Nature Photonics*, 2011, 5(7): 406-410.
- [15] Youngworth K S, Brown T G. Focusing of high numerical aperture cylindrical-vector beams[J]. *Optics Express*, 2000, 7(2): 77-87.
- [16] Dorn R, Quabis S, Leuchs G. Sharper focus for a radially polarized light beam[J]. *Physical Review Letters*, 2003, 91(23): 233901.
- [17] Wang H F, Shi L P, Lukyanchuk B, *et al.* Creation of a needle of longitudinally polarized light in vacuum using binary optics[J]. *Nature Photonics*, 2008, 2(8): 501-505.
- [18] Davis J A, Cottrell D M, Campos J, *et al.* Encoding amplitude information onto phase-only filters[J]. *Applied Optics*, 1999, 38(23): 5004-5013.
- [19] Yoshiki K, Hashimoto M, Araki T. Second-harmonic-generation microscopy using excitation beam with controlled polarization pattern to determine three-dimensional molecular orientation [J]. *Japanese Journal of Applied Physics*, 2005, 44(34): L1066-L1068.
- [20] Maurer C, Jesacher A, Fürhapter S, *et al.* Tailoring of arbitrary optical vector beams[J]. *New Journal of Physics*, 2007, 9(3): 78.
- [21] Han W, Yang Y F, Cheng W, *et al.* Vectorial optical field generator for the creation of arbitrarily complex fields[J]. *Optics Express*, 2013, 21(18): 20692-20706.
- [22] Naidoo D, Roux F S, Dudley A, *et al.* Controlled generation of higher-order Poincaré sphere beams from a laser [J]. *Nature Photonics*, 2016, 10(5): 327-332.



- [23] Krenn M, Fickler R, Huber M, *et al.* Entangled singularity patterns of photons in Ince-Gauss modes[J]. Physical Review A, 2013, 87: 012326.
- [24] Chen J, Wan C H, Kong L J, *et al.* Experimental generation of complex optical fields for diffraction limited optical focus with purely transverse spin angular momentum[J]. Optics Express, 2017, 25(8): 8966-8974.