激光束空间位姿高精度标定方法

段晓登,吴斌,康杰虎*

天津大学精密测试技术与仪器国家重点实验室, 天津 300072

摘要 关节型激光传感器是新型的跨尺度空间、非接触三维坐标测量仪器。为使关节型激光传感器实现精密测量,需要精确标定其系统参数,尤其是标定激光束的空间位姿。提出一种基于平面靶标和球靶标相结合的激光束 空间位姿标定方法。通过建立像素坐标系和世界坐标系的矩阵关系,得到激光点的三维坐标,进而通过直线拟合 得到激光束的空间位姿。转台旋转轴的空间位姿通过最小区域圆拟合得到。实验结果表明,在1m的测量范围 内,传感器系统的最大距离测量误差约为 0.05 mm,新标定方法准确有效。 关键词 传感器;测量与计量;参数标定;图像处理

中图分类号 TN249 文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201939.0812002

Calibration Method for Spatial Pose of Laser Beam with High-Accuracy

Duan Xiaodeng, Wu Bin, Kang Jiehu*

State Key Laboratory of Precision Measuring Technology and Instruments, Tianjin University, Tianjin 300072, China

Abstract An articulated laser sensor is a new kind of trans-scale and non-contact 3D coordinate metrological instrument. In order to achieve precise measurement, the system parameters should be calibrated with high-accuracy, especially the spatial pose of laser beam. A calibration method for the spatial pose of laser beam based on the combination of planar target and spherical target is proposed in this paper. The 3D coordinate of laser spots can be obtained by establishing matrix relation between the pixel coordinate system and the world coordinate system. Then the spatial pose of laser beam can be determined by linear fitting, and the spatial poses of rotation axes can be obtained by minimum-zone circle fitting. The experimental results show that the maximum distance measuring error is about 0.05 mm in the measuring range of 1 m, and the novel calibration method is precise and effective. **Key words** sensors; measurement and metrology; calibration of parameters; image processing **OCIS codes** 280.4788; 150.1488; 100.2000

1 引 言

随着制造业的快速发展,迫切需要提高三维测量的效率和精度^[1-3]。为了满足这种需求,一些测量装置用准直激光器取代接触式探头或望远系统,例如经纬仪、非接触式三坐标测量机(CMM)^[4-5]。结合视觉引导单元,测量装置可以实现自动化测量^[6]。

Bi 等^[7]用激光位移传感器取代 CMM 的接触 式测头,并提出一种基于标准球的激光束方向向量 标定方法,通过 CMM 三轴移动,结合激光位移传感 器的距离信息来实现激光束方向向量的标定。 Yang 等^[8]设计出一种由 3 个激光位移传感器组成 的内径测量装置,并提出同时标定 3 条激光束方向 向量的方法。卢科青等^[9]在 CMM 的 Z 轴上安装 点激光器,并设计一个标定面方向可调的标定块来 配合标定,但在标定过程中需要利用激光束的长度 变化。以上 3 种方法只适用于标定激光束的方向向 量,不能完全确定激光束的空间位姿。Sun 等^[10]提 出一种激光位移传感器的视觉测量模型,并利用固 定在二维位移台上的平面靶标获得激光点三维坐 标,但平面靶标需要垂直于位移台的固定平面且平 行于位移台的一个运动方向。

针对目前激光束空间位姿标定过程中存在的问题,本文参考线结构光传感器标定方法,提出一种基于平面靶标和球靶标相结合的激光束空间位姿标定 方法^[11-13]。经过图像处理得到三维坐标已知的空间

收稿日期: 2019-04-02; 修回日期: 2019-04-17; 录用日期: 2019-05-05

基金项目:国家自然科学基金(61771336)、天津市自然科学基金(18JCZDJC38600)

^{*} E-mail: zhongdian313@163.com

点的像素坐标,建立共轭对,进而建立像素坐标系和 世界坐标系的矩阵关系。利用图像处理得到激光点 的像素坐标,结合矩阵关系,得到激光点的三维坐 标,最后利用直线拟合,得到激光束的空间位姿。

2 关节型激光传感器

2.1 系统结构和工作原理

关节型激光传感器系统结构如图 1 所示,它由 两个关节型激光传感单元组成,每个单元包括两个 一维转台和一个准直激光器。不同于传统的经纬 仪,关节型激光传感器采用非正交轴系架构,命名 方式上仍采用"竖直轴"、"水平轴"和"视准轴"。 关节型激光传感器的数学模型是基于透视投影模 型和四元数动力学模型所建立的^[14]。类似于传统 的前方交会坐标测量仪器,当左激光器与右激光 器精确交会于被测物上时,利用左右单元转台转 动的角度和传感器的数学模型,可以计算出交会 点的三维坐标。

2.2 系统参数

精确标定关节型激光传感器的系统参数是实现 高精度测量的前提条件。如图1所示,每个关节型 激光传感单元可以抽象为3条空间直线。为了计算





图 1 关节型激光传感器系统结构。 (a)结构示意图;(b)实物图

Fig. 1 Structure of an articulated laser sensor.(a) Structural representation; (b) real product

交会点的三维坐标,需要标定左右单元三轴的空间 相对位姿。关节型激光传感器的系统参数及其物理 意义如表1所示。

Left/right module	Category	Parameter	Physical meaning
	Vortical avia	(x_{LV}, y_{LV}, z_{LV})	Direction vector of vertical axis
	vertical axis	$(x_{LVO}, y_{LVO}, z_{LVO})$	Fixed point of vertical axis
Laft modula	Horizontal axis	(x_{LH}, y_{LH}, z_{LH})	Direction vector of horizontal axis
Lett module		$(x_{LHO}, y_{LHO}, z_{LHO})$	Fixed point of horizontal axis
	Sight axis	$(x_{\rm LS}, y_{\rm LS}, z_{\rm LS})$	Direction vector of sight axis
		$(x_{LSO}, y_{LSO}, z_{LSO})$	Fixed point of sight axis
	Vertical axis	$(x_{\rm RV}, y_{\rm RV}, z_{\rm RV})$	Direction vector of vertical axis
_		$(x_{RVO}, y_{RVO}, z_{RVO})$	Fixed point of vertical axis
Dight module	Horizontal axis	(x_{RH}, y_{RH}, z_{RH})	Direction vector of horizontal axis
Right module		$(x_{\mathrm{RHO}}, y_{\mathrm{RHO}}, z_{\mathrm{RHO}})$	Fixed point of horizontal axis
	C' 1	$(x_{\rm RS}, y_{\rm RS}, z_{\rm RS})$	Direction vector of sight axis
	Signt axis	$(x_{\rm RSO}, y_{\rm RSO}, z_{\rm RSO})$	Fixed point of sight axis

Table 1 System	parameters	and	physical	meaning
----------------	------------	-----	----------	---------

3 系统参数标定原理

3.1 水平轴和竖直轴标定

将两个 G10 级陶瓷球分别粘贴在左右关节型 激光传感单元上,以 20°间隔角分别沿水平和竖直 方向旋转左右单元的两个转台,用 CMM 测量每个 位置处陶瓷球的中心坐标,共得到18个测量点的坐标值。利用最小区域圆法对每组测量点进行拟合,将拟合所得圆心作为相应轴的固定点,法向量作为相应轴的方向向量。

3.2 视准轴标定

在三维空间中,激光束可以视为一条空间直线。

在世界坐标系下,激光束的空间方程为

$$\frac{x_{w} - x_{1}}{x_{2} - x_{1}} = \frac{y_{w} - y_{1}}{y_{2} - y_{1}} = \frac{z_{w} - z_{1}}{z_{2} - z_{1}}, \qquad (1)$$

式中:(*x*₁,*y*₁,*z*₁)和(*x*₂,*y*₂,*z*₂)为激光点的空间坐标。因此,视准轴标定的关键是获得激光点在世界坐标系下的坐标。

激光点三维坐标标定原理如图 2 所示。 P_1 、 P_2 、 P_3 和 P_4 为陶瓷球的球心, p_1 、 p_2 、 p_3 和 p_4 为 球心在目标平面上的投影点。经相机采集和图像处 理后, p'_1 、 p'_2 、 p'_3 和 p'_4 分别为 p_1 、 p_2 、 p_3 和 p_4 对应 像平面上的点,即 p'_i 和 p_i 构成共轭对,i为陶瓷球 及其像平面对应像的序号,i = 1, 2, 3, 4。激光器固 定后,将激光束和目标平面的交点定义为 p_1 。设世 界坐标系为 O_w - $x_wy_wz_w$,像素坐标系为O-uv,像平 面平行于目标平面。



图 2 激光点三维坐标标定原理

Fig. 2 Calibration principle of laser spot 3D coordinate

在世界坐标系下,设目标平面的方程为 $l(x_w - x'_w) + m(y_w - y'_w) + n(z_w - z'_w) = 0,$ (2)

式中:(l, m, n) = V 为目标平面的单位法向量; (x'_{w}, y'_{w}, z'_{w}) 为目标平面上一点的三维坐标。

为方便叙述,图 2 中各点在相应坐标系下的坐 标如表 2 所示。

因为像平面平行于目标平面,对于当前目标平 面上的空间点,设其世界坐标系和像素坐标系之间 的矩阵关系为

$$\begin{bmatrix} u \\ v \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & t_x \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & t_y \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R} - \mathbf{T} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix},$$
(3)

式中:**R**为世界坐标系与像素坐标系之间的旋转矩阵;**T**为世界坐标系与像素坐标系之间的平移矩

表 2 各点在相应坐标系下的坐标表示

 Table 2
 Coordinate representation of each point in corresponding coordinate system

Point	$O_w - x_w y_w z_w$	O-uv
p_1'		(u_1, v_1)
p_2'		(u_2, v_2)
₽'₃		(u_3, v_3)
p_4'		(u_4, v_4)
⊅'L		$(u_{\rm L}, v_{\rm L})$
p 1	(x_{wl}, y_{wl}, z_{wl})	
₱ 2	$(x_{w^2}, y_{w^2}, z_{w^2})$	
⊅ 3	(x_{w3}, y_{w3}, z_{w3})	
P 4	(x_{w4}, y_{w4}, z_{w4})	
Þг	(x_{wL}, y_{wL}, z_{wL})	

阵; t_x , t_y , t_z 分别为平移矩阵的分量; r_{pq} (p和q分 别为旋转矩阵的行序号和列序号,p,q=1,2,3)为 旋转矩阵的分量。

(3)式可转换成另一形式:

$$\begin{cases} u = r_{11}x_{w} + r_{12}y_{w} + r_{13}z_{w} + t_{x} \\ v = r_{21}x_{w} + r_{22}y_{w} + r_{23}z_{w} + t_{y}, \\ 1 = r_{31}x_{w} + r_{32}y_{w} + r_{33}z_{w} + t_{z} \end{cases}$$
(4)

将共轭对(即 p'_i 和 p_i)的三维坐标和像素坐标 代入(4)式中可得

$$\begin{cases} u_{i} = r_{11} x_{wi} + r_{12} y_{wi} + r_{13} z_{wi} + t_{x} \\ v_{i} = r_{21} x_{wi} + r_{22} y_{wi} + r_{23} z_{wi} + t_{y} \\ 1 = r_{31} x_{wi} + r_{32} y_{wi} + r_{33} z_{wi} + t_{z} \end{cases}$$
(5)

(5)式中共有 12 个未知数,所以需要 4 组共轭
 对。将 4 组共轭对的坐标分别代入(5)式,可以求解
 得出 r_{pq}和t_x、t_y、t_z,即得到 **R**-**T**。

因此,激光点的空间三维坐标可以通过(6)式计 算得出:

$x_{\rm wL}$		r_{11}	r_{12}	r_{13}	t_x	-1	<i>u</i> _L		
${\cal Y}_{ m wL}$	_	r_{21}	r_{22}	r_{23}	t _y		$v_{\rm L}$		(6)
$z_{ m wL}$	_	r_{31}	r_{32}	r_{33}	t _z		1	0	(0)
1		0	0	0	1		1		

4 图像处理

图 3 为实验中相机采集得到的原始图像,包括 1 个激光点、4 个白斑和 4 个陶瓷球。其中位于图像 中部区域的 4 个白斑用于图像透视校正,保证像平 面平行于目标平面。

图像质心提取的流程如下:



图 3 原始图像 Fig. 3 Original image

 1)通过中值滤波和高斯滤波去除图像中的椒 盐噪声和高斯噪声;

 2)采用形态学操作的开运算,使边界平滑,同时去除图像中由于环境光和激光反射等造成的微小 白斑;

3)通过设置不同的阈值进行图像二值化,分别 提取激光点、白斑和陶瓷球;

 4)采用基于 Zernike 矩的亚像素边缘检测算法 进行图像边缘检测^[15];

5) 采用质心法得到中心点的像素坐标^[16]。

将位于图像中部区域的白斑中心的像素坐标作 为控制点,采用基于双灭点的图像透视变换方法进 行图像校正^[17]。陶瓷球中心的像素坐标与其对应 三维坐标组成共轭对,代入(5)式,求解像素坐标系 与世界坐标系的矩阵关系**R**-**T**。

5 实 验

为保证系统参数标定结果精确可靠,实验中利 用 CMM 对关节型激光传感器的系统参数进行测 定。将 CMM 的坐标系定义为世界坐标系。CMM 的测量精度为 2.1 μ m+2.8×10⁻⁶L,L 为测量距 离;相机采用深圳元启智能技术公司(中国)生产的 REV-50AM/C-U2C 型工业相机,最大分辨率为 2592 pixel×1944 pixel,像素尺寸为 2.2 μ m;镜头采 用维视智造(中国)生产的 BT-2364 型远心镜头;目 标平面采用深圳市龙图光电公司(中国)生产的光掩 膜铬板,表面的平面度小于 20 μ m;陶瓷球直径为 7.144 mm,G10 级,球形偏差 0.25 μ m。标定实验装 置如图 4 所示。

5.1 水平轴和竖直轴标定

如图 4 所示,两个陶瓷球分别固定在传感器左 右单元上,分别通过水平和竖直旋转转台,测量陶



图 4 标定实验装置 Fig. 4 Calibration experiment equipment

瓷球1和陶瓷球2的球心坐标,得到4组测量点 集。如图5所示,左右单元水平轴及竖直轴的方 向向量和固定点通过最小区域圆拟合得到。在世 界坐标系下,水平轴和竖直轴系统参数如表3 所示。

5.2 视准轴标定

如图 4 所示,将目标平面和成像系统固定在一 维线位移台上,同时在目标平面上粘 4 个陶瓷球。 由于球的透视投影图像一般不是标准圆,而是一个 椭圆,且椭圆的几何中心不同于球心真实成像中 心^[18],因此,实验中采用远心镜头来消除一般镜头 导致的成像误差。

根据视准轴标定原理,激光束的标定过程如下:

1) 将关节型激光传感器和标定装置放置在 CMM 平台上;

 2)通过转台调整激光方向,确保在目标平面上 形成清晰明亮的激光点;

3)利用 CMM 测量 4 个陶瓷球的球心坐标,分别记为(x_{wi}, y_{wi}, z_{wi}), i=1,2,3,4;

4)利用 CMM 测量目标平面上 6 个点,得到目标平面的参数,包括单位法向量和一个固定点的坐标,分别记为(*l*,*m*,*n*)和(*x*'_w,*y*'_w,*z*'_w);

5)利用带远心镜头的相机采集图像,并将采集 到的图像按第4节介绍的方法进行处理;

6)建立像素坐标系与世界坐标系的矩阵关系, 求解当前位置激光点的三维坐标;

7)移动标定装置,重复步骤 3)~6)6次,得到 激光束上6个激光点的三维坐标;

8)利用最小二乘法进行空间直线拟合,得到激 光束的参数,包括方向向量和固定点坐标。直线拟 合结果如图 6 所示,系统参数如表 4 所示。



图 5 圆拟合结果。(a)左单元竖直轴;(b)左单元水平轴;(c)右单元竖直轴;(d)右单元水平轴 Fig. 5 Results of circle fitting. (a) Vertical axis of left module; (b) horizontal axis of left module; (c) vertical axis of right module; (d) horizontal axis of right module

表 3 水平轴和竖直轴系统参数

Table 3 System parameters of horizontal and vertical axes

mm

Left/right 1	module	Category	System parameter
	Horizontal axis	Direction vector	(0.957983,-0.286808, 0.003181)
Loft modulo		Fixed point	(169.680000, 51.262000, -622.078000)
Lett module	Vertical axis	Direction vector	(0.002228, 0.003319, -0.999992)
	vertical axis	Fixed point	(217.771000, 36.764000, -602.765000)
	Horizontal avia	Direction vector	(0.994939, -0.100413, -0.003714)
Right module	Horizontal axis	Fixed point	(426.697000, 23.508000, -622.327000)
Right module	T 7 (* 1 *	Direction vector	(-0.005708, 0.003100, -0.999979)
	Vertical axis	Fixed point	(378.383000, 36.193000, -602.448000)
(a)	• calibr — fitted	ration point (b) I line	• calibration point fitted line
~ -610		≈ -611 -612	
-611 900 800 9/mm	00 600 320 340 360 <i>x/mm</i>	400 -613 800 700 380 700 3700	500 - 500 - 270 - 280 - 290 - 300 - 310 - 320



Fig. 6 Results of linear fitting. (a) Sight axis of left module; (b) sight axis of right module

	表 4 视准轴到	系统参数		
	Table 4 System paran	neters of sightaxis		
Left/right module	Category	System parameter		
L . (e	Direction vector	(0.277045, 0.960857, -0.000547)		
Left module	Fixed point	(361.211000, 714.754000, -619.939000)		

Direction vector

Fixed point

5.3 标定结果精度验证

Right module

如图7所示,标定完成后,保持传感器位置 不动,利用半球靶标验证系统参数标定的精度。 半球靶标直径为38.1 mm,球心位置精度为 0.01 mm.

将半球靶标放置在 CMM 平台上不同位置,分 别用 CMM 和关节型激光传感器来测量其球心坐 标。将CMM所测得的两位置之间的距离作为真 值,关节型激光传感器测得的两位置之间的距离 作为测量值,真值与测量值测量结果对比如表 5 所示。



(-0.217045, 0.976162, 0.000698)

(298.145000, 608.918000, -619.126000)

mm

图 7 测量实验装置 Fig. 7 Measurement experiment equipment

Point number	Left/right module	Horizontal angle /(°)	Vertical angle /(°)	Measured value /mm	Standard value /mm	Error /mm
1	Left	0	0.915		75.613	0.013
	Right	0	0.851	75 697		
2	Left	0	0.920	- 75.027		
Z	Right	3.570	0.888			
0	Left	9.550	1.567	- 283.295	283.245	0.050
3	Right	-4.400	1.507			
4	Left	6.880	1.798			
4	Right	11.970	1.914			
5	Left	-25.520	1.905	- 111.441	111.484	-0.043
	Right	-18.750	1.557			
C	Left	-27.450	8.080			
6	Right	-23.750	7.011			
7	Left	-9.420	7.621		200.580	-0.042
	Right	-6.872	7.306			
0	Left	10.570	8.452	- 200.538		
0	Right	12.975	9.101			
0	Left	14.250	1.227	_	169.069	-0.045
9	Right	19.000	1.400	100.094		
10	Left	-1.250	1.254	- 169.024		
	Right	3.100	1.223			

表 5 真值和测量值对比

从表 5 可以看出,经过标定以后,关节型激光传 感器的距离测量最大偏差为 0.050 mm。说明本文 提出的激光束空间位姿标定方法精度高,可以满足 传感器测量需要。

6 结 论

提出一种高精度激光传感器系统参数标定方法,尤其是激光束空间位姿的标定方法。激光束空间位姿标定装置使用球形靶标和平面靶标,结构上 无特殊形位要求,易于设计,操作简便。结合图像处 理与曲线拟合,测量数据处理简单,标定结果可靠性 高。实验结果表明,利用该方法标定的关节型激光 传感器,测量精度高,测量结果稳定。因此,该方法 适用于激光传感器的系统参数标定,可广泛应用于 实际工业测量中激光束空间位姿的标定。

参考文献

- [1] Ding S W, Zhang X H, Yu Q F, et al. Overview of non-contact 3D reconstruction measurement methods
 [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2017, 54(7): 070003.
 丁少闻,张小虎,于起峰,等. 非接触式三维重建测 量方法综述[J]. 激光与光电子学进展, 2017, 54(7): 070003.
- [2] Guo J P, Peng X, Li A M, et al. Automatic and rapid whole-body 3D shape measurement based on multinode 3D sensing and speckle projection[J]. Applied Optics, 2017, 56(31): 8759-8768.
- [3] Xing W, Zhang F M, Feng W, et al. Threedimensional measurement method of objects with specular surface based on digital micromirror device[J]. Acta Optica Sinica, 2017, 37(12): 1212002.
 邢威,张福民,冯维,等.基于数字微镜器件的高光 面物体三维测量方法[J].光学学报, 2017, 37(12): 1212002.
- [4] Dong Z X, Sun X W, Liu W J, et al. Precision measurement method of free-form curved surfaces based on laser displacement sensor[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2018, 39(12): 30-38.
 董祉序,孙兴伟,刘伟军,等.基于激光位移传感器 的自由曲面精密测量方法[J].仪器仪表学报, 2018, 39(12): 30-38.
- [5] Shi J L, Sun Z X, Bai S Q. Large-scale threedimensional measurement via combining 3D scanner and laser rangefinder[J]. Applied Optics, 2015, 54(10): 2814-2823.
- [6] Wu B, Su X Y. A precise guiding method for automatic measurement with visual guiding theodolites[J]. Laser

Technology, 2015, 39(4): 453-457. 吴斌,苏晓越. 一种视觉引导经纬仪自动测量中精确 引导方法[J]. 激光技术, 2015, 39(4): 453-457.

- [7] Bi C, Liu Y, Fang J G, et al. Calibration of laser beam direction for optical coordinate measuring system[J]. Measurement, 2015, 73: 191-199.
- [8] Yang T Y, Wang Z, Wu Z G, et al. Calibration of laser beam direction for inner diameter measuring device[J]. Sensors, 2017, 17(2): 294.
- [9] Lu K Q, Wang W, Chen Z C. Calibration of laser beam-direction for point laser sensors[J]. Optics and Precision Engineering, 2010, 18(4): 880-886.
 卢科青,王文,陈子辰. 点激光测头激光束方向标 定[J]. 光学 精密工程, 2010, 18(4): 880-886.
- [10] Sun J H, Zhang J, Liu Z, et al. A vision measurement model of laser displacement sensor and its calibration method[J]. Optics and Lasers in Engineering, 2013, 51(12): 1344-1352.
- [11] Chen T F, Zhao J B, Wu X. New calibration method for line structured light sensor based on planar target
 [J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(1): 0112004.
 陈天飞,赵吉宾,吴翔.基于共面靶标的线结构光传
 感器标定新方法[J].光学学报,2015,35(1): 0112004.
- [12] Xie Z X, Zhang A Q. Simultaneous calibration of the intrinsic and extrinsic parameters of ultra-large-scale line structured-light sensor[J]. Acta Optica Sinica, 2018, 38(3): 0315001.
 解则晓,张安祺.超大尺度线结构光传感器内外参数 同时标定[J].光学学报, 2018, 38(3): 0315001.
- [13] Zhou J B, Li Y H, Qin Z Y, et al. Calibration of line structured light sensor based on reference target[J]. Acta Optica Sinica, 2019, 39(4): 0412005.
 周京博,李玥华,秦志英,等.基于参考靶标的线结构光传感器标定[J].光学学报, 2019, 39(4): 0412005.
- Li M Z, Xu B, Zhang L. Orbit determination for remote-sensing satellites using only optical imagery
 [J]. International Journal of Remote Sensing, 2017, 38(5): 1350-1364.
- [15] Mai J, Ning M. Sub-pixel edge detection method based on Zernike moment[C] // The 27th Chinese Control and Decision Conference (2015 CCDC), May 23-25, 2015, Qingdao, China. New York: IEEE, 2015: 3673-3676.
- Luo L Y, Xu L P, Zhang H. Improved centroid extraction algorithm for autonomous star sensor[J].
 IET Image Processing, 2015, 9(10): 901-907.
- [17] Luo X H, Du Z B. Method of image perspective transform based on double vanishing point[J]. Computer Engineering, 2009, 35(15): 212-214.

罗晓晖,杜召彬.基于双灭点的图像透视变换方法[J].计算机工程,2009,35(15):212-214.

[18] Gu F F, Zhao H, Bu P H, *et al*. Analysis and correction of projection error of camera calibration

ball[J]. Acta Optica Sinica, 2012, 32(12): 1215001. 谷飞飞,赵宏,卜鹏辉,等. 用于相机标定的球靶标 投影误差分析与校正[J]. 光学学报, 2012, 32(12): 1215001.