

校直误差对平面镜偏折术面形测量的影响

李萌阳¹, 袁晓东^{1*}, 曹庭分¹, 李大海², 刘长春¹, 张尽力¹, 熊召¹, 陈海平¹, 全旭松¹, 易聪之¹, 罗欢¹

¹中国工程物理研究院激光聚变研究中心, 四川 绵阳 621900;

²四川大学电子信息学院, 四川 成都 610065

摘要 偏折术中的几何结构标定误差是制约低阶面形测量精度的主要因素。分析几何结构标定中校直误差与平面镜低阶面形测量误差之间的关系, 给出描述校直误差与面形测量误差之间关系的灵敏度方程和权重因子, 并通过模拟和实验结果对其进行验证。结果表明, 校直误差会在面形测量结果中引入倾斜、离焦、像散和彗差等像差项, 且面形测量误差与校直误差成正比。本研究有助于选择合适的偏折术系统结构, 以提高低阶面形测量精度, 同时可为偏折术测量中面形误差的评估和分析提供理论指导。

关键词 测量; 误差分析; 偏折术; 低阶面形; 几何标定; 光学检测

中图分类号 O439

文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201939.0812001

Effect of Alignment Errors on Surface Measurements of Flat Mirror Deflectometry

Li Mengyang¹, Yuan Xiaodong^{1*}, Cao Tingfen¹, Li Dahai², Liu Changchun¹, Zhang Jinli¹,
Xiong Zhao¹, Chen Haiping¹, Quan Xusong¹, Yi Congzhi¹, Luo Huan¹

¹Research Center of Laser Fusion, China Academy of Engineering Physics, Mianyang, Sichuan 621900, China;

²School of Electronics and Information Engineering, Sichuan University, Chengdu, Sichuan 610065, China

Abstract The geometric calibration errors of deflectometry are the principle factors that limit the precision of low-order surface measurements. In this study, the relationship between the alignment error of geometric calibration and low-order surface measurement error of a flat mirror is analyzed. Further, the sensitivity equations and weight factors that describe the relationship between the alignment error and surface measurement error are introduced and verified using simulations and experiments. The results denote that the alignment errors will introduce tilt, defocus, astigmatism, and coma aberrations to the surface measurement results. Furthermore, the surface measurement errors are observed to be proportional to the alignment errors. This study aids in achieving a system configuration of deflectometry that can improve the accuracy of the low-order surface measurements and provides a theoretical guide for assessing and analyzing the surface measurement errors associated with the deflectometry measurements.

Key words measurement; error analysis; deflectometry; low-order surface; geometric calibration; optical testing

OCIS codes 120.6650; 120.5700; 150.1488

1 引 言

大口径平面光学元件在天文光学和空间光学等领域有着越来越广泛的应用, 这使得对反射镜面形的加工和检测要求也越来越严格^[1-4]。目前, 常用的大口径平面镜检测方法有大口径干涉仪检测法、子孔径拼接法、瑞奇-康芒检测法和五棱镜扫描检测法等^[3-4], 但这些检测方法很难同时满足光学系统对检测的成本、效率和精度的要求。近年来, 偏折术^[5]作为一种全口径的斜率测量技术, 以动态范围大、灵敏

度高、装置灵活和成本低等优点引起了研究人员的广泛关注。国内外很多学者均对偏折术进行了研究^[6-8], 并将其成功应用在很多领域, 例如大口径天文望远镜的面形检测^[9-10]、X 射线反射镜检测^[11]和变形镜检测等^[12]。最近, 四川大学的 Chen 等^[13]将偏折术与拼接方法相结合, 为解决大口径平面镜面形的高精度检测提供一种新途径。

由于偏折术测量系统只需使用显示器和相机就可对被测反射面进行测量, 这使得偏折术的面形(尤其是低阶面形)测量精度高度依赖于系统的几何结

收稿日期: 2018-12-18; 修回日期: 2019-01-10; 录用日期: 2019-04-15

* E-mail: yxd66my@163.com

构标定精度^[14]。若要获得高精度的测量结果,要么采用高精度测量工具(如激光跟踪仪)对系统进行严格的标定,要么使用新的标定算法^[6,15-16]。上述标定手段虽可以使系统的几何结构标定误差显著减小,但如何简便地确定几何结构标定误差与面形测量误差之间的关系,仍是一个亟需关注和解决的问题。在笔者之前的工作^[16]中,讨论了面形测量结果受偏折术系统各组成部分中几何结构标定平移误差的影响,本文将针对几何结构标定的校直误差进行更进一步的研究。

针对偏折术中由校直误差导致的显示器和被测镜平面相对于其理想位置(或名义位置)存在倾斜和旋转等问题,本文将从数学模型、理论分析和实验测量三个方面对上述问题进行研究,并给出描述校直误差与面形测量误差之间关系的灵敏度方程和权重因子,所得结果可用于辅助几何结构的标定,并对偏折术系统标定进行快速评估,为偏折术测量结果的分析提供理论指导。

2 偏折术原理

2.1 基本原理

偏折术测量系统用一台显示器来显示编码的正弦条纹,用一台相机对被测面进行成像,最后可获得经被测面面形调制后的正弦条纹图,再通过相移算法计算出显示器各像素位置所对应的相位值。根据显示器在世界坐标系下的位置及显示器的像素尺寸,就可将相位值转换为世界坐标值。测量平面反射镜面形的实验光路结构如图 1 所示。为了便于进行系统标定,使被测平面镜与显示器平面保持平行。将显示器上的某个点光源 $S(x_s, y_s, z_s)$ 发出的光线被对应的被测面上点 $M(x_m, y_m, z_m)$ 反射后,再通过相机的外置针孔 $C(x_c, y_c, z_c)$,最后可在相机的 CCD 靶面上得到其对应的像。也可以认为 CCD 靶

面上某个像素点“发出”的光线经过针孔 C ,接着由被测面上的 M 点反射到显示器上的 S 点,而被测面上的各 M 点就是被 CCD 像素划分形成的子孔径或“镜像素”。

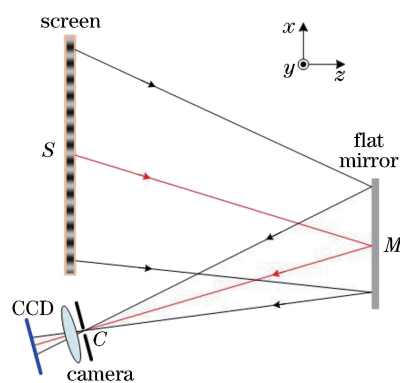


图 1 偏折术实验装置的原理图

Fig. 1 Principle of experimental setup using deflectometry

以被测面的中心位置 O 为原点,以被测面在 O 点的切平面为 xOy 面(称为标定平面),建立世界坐标系。当被测镜的面形形状 $w(x_m, y_m)$ 远小于标定平面与相机或显示器之间的距离时,即 $w(x_m, y_m) \ll z_{m2s}$ 或 $w(x_m, y_m) \ll z_{m2c}$,根据三角测量原理,被测面上 M 点的斜率可表示为^[9]

$$\begin{cases} w_x(x_m, y_m) = \frac{1}{2} \left(\frac{x_m - x_s}{z_{m2s}} + \frac{x_m - x_c}{z_{m2c}} \right) \\ w_y(x_m, y_m) = \frac{1}{2} \left(\frac{y_m - y_s}{z_{m2s}} + \frac{y_m - y_c}{z_{m2c}} \right) \end{cases}, \quad (1)$$

式中: z_{m2s} 和 z_{m2c} 分别为标定平面到显示器像素点和相机针孔的 z 方向距离。

2.2 几何结构的校直误差

2.2.1 显示器绕坐标轴旋转时的面形测量误差

假设显示器平面相对于其理想位置存在绕 x 、 y 、 z 坐标轴旋转的校直误差,分别对应角度 θ_x 、 θ_y 、 θ_z ,如图 2 所示。

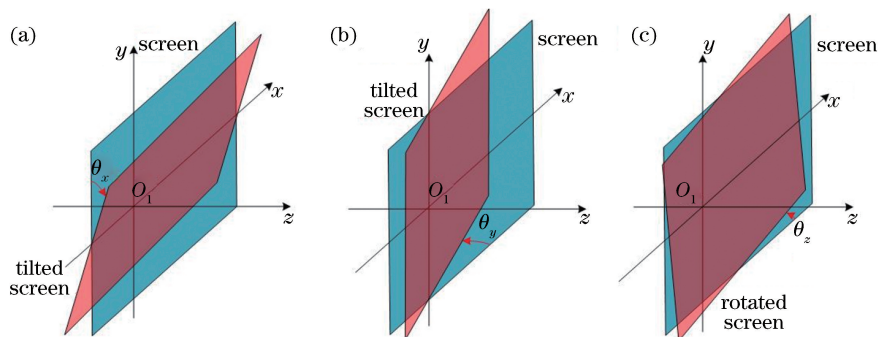


图 2 显示器绕坐标轴旋转。(a) 绕 x 轴旋转;(b) 绕 y 轴旋转;(c) 绕 z 轴旋转

Fig. 2 Screen rotating about axes. (a) Rotating about x axis; (b) rotating about y axis; (c) rotating about z axis

显示器的校直误差会导致实际的显示器坐标 $S'(x'_s, y'_s, z'_s)$ 与理想的显示器坐标 $S(x_s, y_s, z_s)$ 不同,其位置误差 $(\Delta x_s, \Delta y_s, \Delta z_s)$ 决定了被测面的

斜率误差 $(\Delta w_x, \Delta w_y)$ 。当显示器与被测面的距离足够长,且 $z_{m2s} \gg \Delta z_s$ 时,利用(1)式可得到

$$\begin{cases} \Delta w_x(x_m, y_m) = \frac{1}{2} \left[\frac{(x_m - x_s) \Delta z_s}{z_{m2s}(z_{m2s} - \Delta z_s)} - \frac{\Delta x_s}{z_{m2s} - \Delta z_s} \right] \approx -\frac{\Delta x_s}{2z_{m2s}} \\ \Delta w_y(x_m, y_m) = \frac{1}{2} \left[\frac{(y_m - y_s) \Delta z_s}{z_{m2s}(z_{m2s} - \Delta z_s)} - \frac{\Delta y_s}{z_{m2s} - \Delta z_s} \right] \approx -\frac{\Delta y_s}{2z_{m2s}} \end{cases} \quad (2)$$

对于显示器绕 x 轴或 y 轴倾斜,实际和理想的显示器坐标位置同在一条由被测面“镜像素” M 点“发出”的光线上,根据三角形相似,可计算出显示器

的坐标位置误差 $(\Delta x_s, \Delta y_s, \Delta z_s)$ 。再结合(2)式以及矢量场理论,就可得到校直误差 θ_x, θ_y 与面形误差 ϕ 的关系式,即灵敏度方程

$$\phi \approx \frac{\tan \theta_x}{2z_{m2s}^2} \left\{ \frac{3a(a-1)}{8} (y_m^3 + y_m x_m^2) + \frac{(3a-2)b_y}{2} [p x_m^2 + (1-p)y_m^2] + q \cdot a b_x x_m y_m + (b_y^2 + r_2) y_m + r_1 x_m \right\}, \quad (3)$$

$$\phi \approx -\frac{\tan \theta_y}{2z_{m2s}^2} \left\{ \frac{3a(a-1)}{8} (x_m^3 + x_m y_m^2) + \frac{(3a-2)b_x}{2} [(1-p)x_m^2 + p y_m^2] + q \cdot a b_y x_m y_m + (b_x^2 + r_2) x_m + r_1 y_m \right\}, \quad (4)$$

式中: $a = 1 + z_{m2s}/z_{m2c}$, $b_x = -x_c \cdot z_{m2s}/z_{m2c}$, $b_y = -y_c \cdot z_{m2s}/z_{m2c}$; 系数 p, q, r_1, r_2 为与几何结构有关的常数项。从(3)和(4)式可看出:校直误差与 z_{m2s}^2 成反比,同时与 z_{m2s}/z_{m2c} 及针孔的横向位置坐标 (x_c, y_c) 有关;当校直误差 θ 的值很小时,使得 $\tan \theta \approx \theta$,此时面形误差与校直误差成正比。

当显示器绕 z 轴作面内旋转时,虽然被测面“镜像素” M 点对应的显示器像素在世界坐标系下的位置并未发生改变,但在实际测量中得到旋转坐标系下的显示器坐标 $S'(x'_s, y'_s, z'_s)$,则计算出显示器的坐标位置误差 $(\Delta x_s, \Delta y_s, 0)$ 所对应的斜率误差是一个旋度矢量,如图 3 所示。

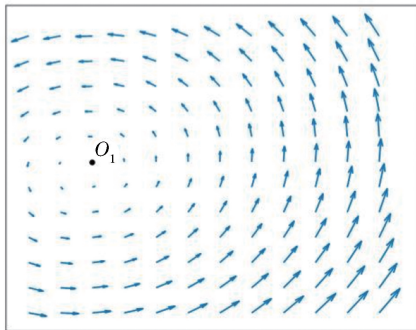


图 3 显示器绕 z 轴旋转时的斜率误差矢量图
Fig. 3 Vector map of slope error when screen rotates about z axis

由于标量函数的斜率矢量应为无旋场,所以此时旋度矢量的斜率误差并不对应某个标量函数,也就是说其不会在面形测量结果中引入误差。图 3 可以说明校直误差是偏折术斜率测量结果中旋度矢量误差的一个来源。

2.2.2 被测面绕坐标轴旋转时的面形测量误差

CCD 相机的像素与显示器坐标之间的对应关系可通过相移算法得出,而 CCD 相机的像素与被测面“镜像素”之间的对应关系需要通过预标定精确地得到。当被测面可接触时,可通过在被测面上放置标记点来对被测面的坐标位置进行标定;当被测面不可接触时,需要通过对相机每个像素发出的光线方向进行预标定^[6]。

假设在实际测量时,被测平面镜的姿态相对于预标定时的姿态存在绕 x 轴、 y 轴、 z 轴旋转的校直误差,这些误差分别对应角度 $\theta_x, \theta_y, \theta_z$ 。当被测镜发生了面内旋转,即存在校直误差 θ_z 时,测量得到的面形相比理想面形也有相应的旋转,但这并不影响其面形的峰谷(PV)值和均方根(RMS)。当被测平面镜发生绕 x 轴或 y 轴的倾斜,就会使得显示器面上的坐标位置发生变化,这种情况可以等效地看作是显示器绕 x 轴或 y 轴倾斜与相机光线方向预标定误差的叠加。

3 实 验

3.1 数值模拟

在 ZEMAX 软件中建立偏折术测量模型以进行光线追迹,对显示器和被测镜校直误差导致的面形误差进行计算,并将计算结果与根据灵敏度方程计算得到的结果进行对比分析。

假设偏折术系统模型的几何结构如下:被测反射面半径为 56 mm,被测面中心坐标为(0,0),相机针孔坐标为(-134 mm, 36 mm),被测面与相机和显示器之间的 z 坐标距离分别为 1766 mm 和 1811 mm。通过计算可得灵敏度方程中的 $p \approx 0.252$ 和 $q \approx 0.5$ 。由于系数 r_1 和 r_2 只决定了倾斜面形误差,而在面形测量中,倾斜项通常会被扣除,因此在这里不讨论系数 r_1 和 r_2 。当显示器存在绕 x 轴或 y 轴倾斜 1° 的校直误差时,分别计算由灵敏度方程和 ZEMAX 模型计算得到的面形误差,并对两

者结果求差,结果如图 4 所示。图 4 表明,两者结果相差很小,可以证明灵敏度方程的正确性。

在确定偏折术系统的几何结构后,根据灵敏度方程就可计算出校直误差 θ 对面形测量结果中各个 Zernike 低阶像差项系数 C 的贡献情况,这里使用权重因子 k 来对这一关系($C = k\theta$)进行表示。表 1 列出了偏折术系统中校直误差所对应的权重因子,其中 RSS 表示一组数据的平方和的平方根。从表 1 中可以看出,当偏折术系统中存在校直误差时,离焦、像散和彗差等 Zernike 像差项是主要的面形误差。此外,在上述偏折术系统中,绕 x 轴倾斜的校直误差所引入的面形误差要小于绕 y 轴倾斜的校直误差所引入的面形误差,因此应对系统中的左右倾斜校直误差进行更严格的控制。而在实际的实验中,系统中的校直误差通常小于 1° ,因此校直误差引入的面形误差(不含倾斜面形时)通常为亚微米量级(RMS),甚至更小,且面形误差与校直误差成正比。

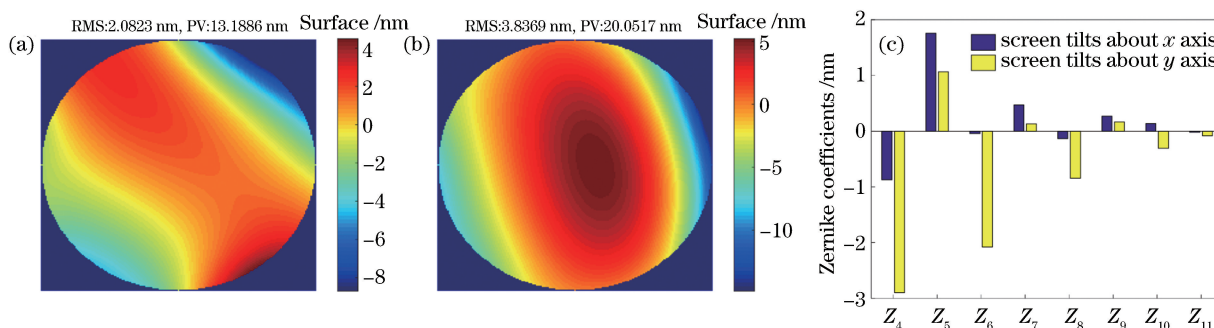


图 4 显示器绕坐标轴倾斜时灵敏度方程与 ZEMAX 模型得到的面形误差结果之差。(a)绕 x 轴旋转; (b)绕 y 轴旋转;(c) Zernike 系数

Fig. 4 Difference between surface errors calculated by sensitivity equation and ZEMAX model when screen tilts about axes. (a) Rotating about x axis; (b) rotating about y axis; (c) Zernike coefficient

表 1 偏折术系统中校直误差的权重因子

Table 1 Weight factor k of alignment error in deflectometry system

Alignment error	$k / [nm \cdot (^{\circ})^{-1}]$					RSS
	C_4 (defocus)	C_5 (45° astigmatism)	C_6 (0° astigmatism)	C_7 (y -coma)	C_8 (x -coma)	
θ_x	-90.771	237.885	63.671	42.915	—	265.940
θ_y	-338.554	63.780	-237.4787	—	-42.915	420.624

3.2 实验结果

搭建偏折术的实验光路,使系统的几何结构与数值模拟部分相同。CCD 相机的分辨率为 $1296 \text{ pixel} \times 966 \text{ pixel}$,焦距为 16 mm;显示器的分辨率为 $1600 \text{ pixel} \times 1200 \text{ pixel}$,尺寸为 $432 \text{ mm} \times 324 \text{ mm}$ 。在实验中,使用电控旋转台引入校直误差 θ_y 。若沿着同一个方向不断引入一定的校直误差 θ_y 后,测量得到的面形结果会随着校直误差的

引入而发生变化,实验装置和结果如图 5 所示。图 5 给出了 10 次(test1~test10)不同校直误差所对应的测量结果,并比较了面形结果对应的 Zernike 系数的变化。从图 5 中可以看出,随着校直误差的不断增大,Zernike 的第 5 项系数将不断减小,而第 6 项和第 8 项系数将不断增大,结果与灵敏度方程的模型相符。在实验中,电控旋转台引入的旋转角度很小(约为 0.01°),这里将使用脉

冲数来产生倾斜角度。由于脉冲行程很小,而产生的实际旋转角度会存在偏差,相邻两次实验所增加的倾斜角度并不是一个定值,所以相邻两次测量结果的第 5、6、8 项 Zernike 系数的变化量 ΔC_5 、 ΔC_6 、 ΔC_8 并不是常量。

由于在实际的偏折术系统测量中无法准确获得几何结构校直误差的准确值,所以对两次测量的 Zernike 系数的第 5 项和第 6 项的相对变化量 ΔC_5 和 ΔC_6 进行研究。在相邻的两次测量中,引入校直误差 θ_x 和 θ_y ,可计算出相邻两次测量的 ΔC_5 和 ΔC_6 的比值,如表 2 所示,其中 test2-1 表示第 2 次测量

与第 1 次测量结果之差。同时,根据表 1 所列出的权重因子可计算得出,当存在校直误差 θ_x 时, $\Delta C_5 : \Delta C_6 = 237.885 : 63.671 \approx 3.736$; 而存在校直误差 θ_y 时, $\Delta C_5 : \Delta C_6 = 63.780 : (-237.4787) \approx -0.269$ 。并将该结果与表 2 进行对比,可以看出两者虽然有差异,但吻合得很好。该比值的差异是因为引入绕 x 轴(或 y 轴)倾斜的校直误差时,会不可避免地引入很小的绕 y 轴(或 x 轴)倾斜的校直误差。此外,由于随机噪声的存在,图 5 中 Zernike 系数的第 9~20 项系数发生了无规律的变化,这说明随机噪声也是实验值与理论值之间差异的影响因素。

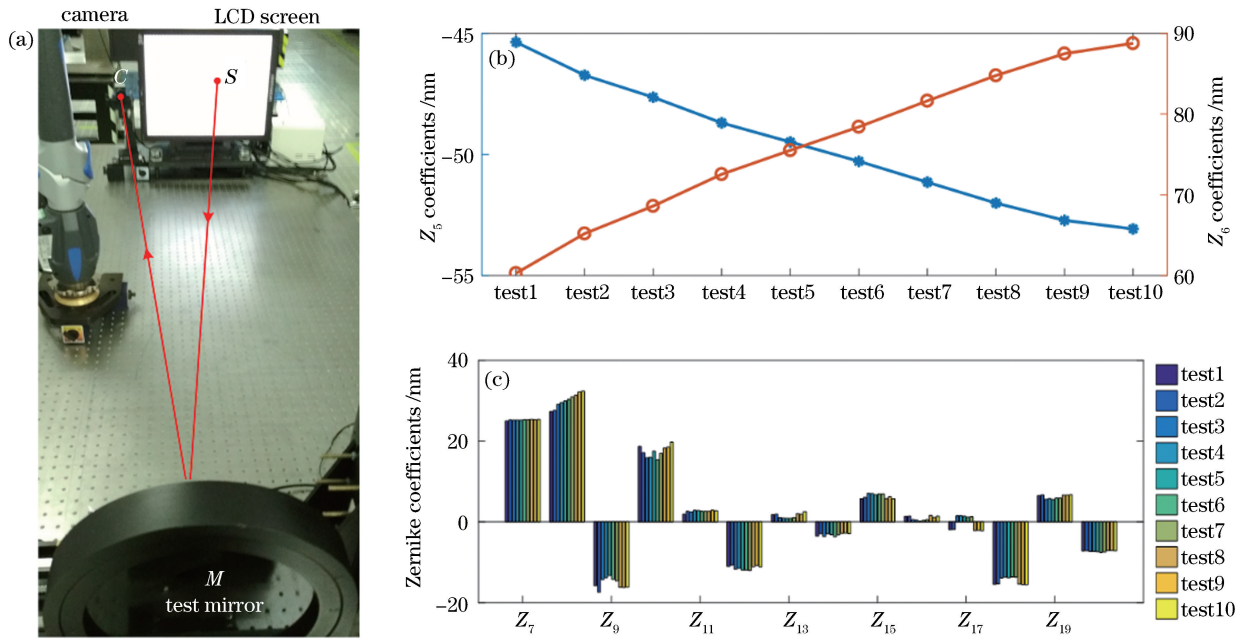


图 5 实验装置和实验结果。(a)实验装置;(b)第 5、6 项 Zernike 系数;(c)第 7~20 项 Zernike 系数

Fig. 5 Experimental setup and experimental results. (a) Experimental setup; (b) Zernike coefficients of the 5th, 6th terms; (c) Zernike coefficients of the 7th-20th terms

表 2 相邻两次测量结果第 5 项和第 6 项 Zernike 系数差的比值

Table 2 Ratio of Zernike coefficient difference of Z_5 and Z_6 in two adjacent measurements

Error	Test2-1	Test3-2	Test4-3	Test5-4	Test6-5	Test7-6	Test8-7	Test9-8	Test10-9
θ_x	3.719	3.125	3.803	3.579	3.496	3.298	3.733	3.461	4.242
θ_y	-0.278	-0.266	-0.269	-0.26	-0.275	-0.268	-0.274	-0.264	-0.274

4 结 论

偏折术系统中的几何结构标定精度是制约低阶面形测量精度的重要因素,其中系统校直误差主要会引入倾斜、离焦、像散和彗差等像差项。因此研究了校直误差对平面镜面形测量结果的影响,并提出了描述几何结构标定中的校直误差与面形误差之间确切函数关系的灵敏度方程和权重因子,从而验证

了灵敏度方程和权重因子的正确性和实用性。通过使用灵敏度方程和权重因子可以对某一偏折术结构对应的几何结构灵敏度进行估计,有助于在几何结构标定中有目的地对某些误差参量进行控制,同时为偏折术测量结果的分析提供了理论指导。下一步的工作将根据灵敏度方程和权重因子得出几何结构以标定误差的大小,并通过分离和扣除由几何标定误差引入的面形误差,来校正偏折术的面形测量

结果。

参 考 文 献

- [1] Fender J S. Future trends in large space optics [J]. Proceedings of SPIE, 2000, 4013: 682-686.
- [2] Valente M, Lewis B, Melena N, *et al.* Advanced surface metrology for meter-class optics [J]. Proceedings of SPIE, 2013, 8838: 88380F.
- [3] Qi E H. Study on low order aberrations testing technology for large optical flat mirror [D]. Changchun: University of Chinese Academy of Sciences, 2015.
戚二辉. 大口径光学平面镜低阶面形检测技术研究 [D]. 长春: 中国科学院大学, 2015.
- [4] Wei H S. Large aperture space optical system test based on scanning Hartmann [D]. Changchun: University of Chinese Academy of Sciences, 2018.
魏海松. 基于扫描哈特曼的大口径空间光学系统检测技术 [D]. 长春: 中国科学院大学, 2018.
- [5] Knauer M C, Kaminski J, Häusler G. Phase measuring deflectometry: a new approach to measure specular free-form surfaces [J]. Proceedings of SPIE, 2004, 5457: 366-377.
- [6] Huang L, Idir M, Zuo C, *et al.* Review of phase measuring deflectometry [J]. Optics and Lasers in Engineering, 2018, 107: 247-257.
- [7] Zhao W C, Fan B, Wu F, *et al.* Experimental analysis of reflector test based on phase measuring deflectometry [J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(1): 0112002.
赵文川, 范斌, 伍凡, 等. 基于 PMD 的反射镜面检测实验分析 [J]. 光学学报, 2013, 33(1): 0112002.
- [8] Li C, Zhang X, Tu D W, *et al.* Deflectometry measurement method of single-camera monitoring [J]. Acta Optica Sinica, 2017, 37(10): 1012007.
李晨, 张旭, 屠大维, 等. 单相机监控偏折术测量方法 [J]. 光学学报, 2017, 37(10): 1012007.
- [9] Su P, Parks R E, Wang L R, *et al.* Software configurable optical test system: a computerized reverse Hartmann test [J]. Applied Optics, 2010, 49(23): 4404-4412.
- [10] Olesch E, Häusler G, Wörnlein A, *et al.* Deflectometric measurement of large mirrors [J]. Advanced Optical Technologies, 2014, 3(3): 335-343.
- [11] Huang R, Su P, Burge J H, *et al.* High-accuracy aspheric X-ray mirror metrology using software configurable optical test system/deflectometry [J]. Optical Engineering, 2015, 54(8): 084103.
- [12] Huang L, Zhou C L, Zhao W C, *et al.* Close-loop performance of a high precision deflectometry controlled deformable mirror (DCDM) unit for wavefront correction in adaptive optics system [J]. Optics Communications, 2017, 393: 83-88.
- [13] Chen P Y, Li D H, Wang Q H, *et al.* A method of sub-aperture slope stitching for testing flat element based on phase measuring deflectometry [J]. Optics and Lasers in Engineering, 2018, 110: 392-400.
- [14] Faber C, Olesch E, Krobot R, *et al.* Deflectometry challenges interferometry: the competition gets tougher! [J]. Proceedings of SPIE, 2012, 8493: 84930R.
- [15] Su P, Khreishi M, Huang R, *et al.* Precision aspheric optics testing with SCOTS: a deflectometry approach [J]. Proceedings of SPIE, 2013, 8788: 87881E.
- [16] Li M Y, Yuan X D, Cao T F, *et al.* Effect of geometric calibration errors on deflectometry [J]. Acta Optica Sinica, 2018, 38(11): 1112006.
李萌阳, 袁晓东, 曹庭分, 等. 几何结构标定误差对偏折术的影响 [J]. 光学学报, 2018, 38(11): 1112006.