

# 稀疏张量约束的低剂量 CT 图像重建

刘进<sup>1,2,3</sup>, 亢艳芹<sup>1,2</sup>, 顾云波<sup>2,3,4</sup>, 陈阳<sup>2,3,4\*</sup>

<sup>1</sup>安徽工程大学计算机与信息学院, 安徽 芜湖 241000;

<sup>2</sup>东南大学影像科学与技术实验室, 江苏 南京 210096;

<sup>3</sup>计算机网络和信息集成教育部重点实验室(东南大学), 江苏 南京 210096;

<sup>4</sup>东南大学网络空间安全学院, 江苏 南京 210096

**摘要** 提出了一种稀疏张量约束重建算法,该方法利用非局部相似的先验信息,将 CT 图像分割成一系列图像块组;采用张量的多维低秩分解方法,将这一先验信息引入低剂量 CT 重建中,构造目标函数;通过重建图像更新和图像块组张量稀疏编码两个步骤,交替迭代求解目标函数。基于仿真数据和临床数据的实验结果验证了该算法的有效性,实验结果表明:与经典重建算法相比,所提算法在抑制噪声的同时,能更好地保持重建图像的细节,获得更高质量的图像。

**关键词** 成像系统; 计算机断层扫描; 低剂量; 图像重建; 稀疏表示; 张量约束

中图分类号 TP391.7

文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201939.0811004

## Low Dose Computed Tomography Image Reconstruction Based on Sparse Tensor Constraint

Liu Jin<sup>1,2,3</sup>, Kang Yanqin<sup>1,2</sup>, Gu Yunbo<sup>2,3,4</sup>, Chen Yang<sup>2,3,4\*</sup>

<sup>1</sup>College of Computer and Information, Anhui Polytechnic University, Wuhu, Anhui 241000, China;

<sup>2</sup>Laboratory of Image Science and Technology, Southeast University, Nanjing, Jiangsu 210096, China;

<sup>3</sup>Key Laboratory of Computer Network and Information Integration (Southeast University),  
Ministry of Education, Nanjing, Jiangsu 210096, China;

<sup>4</sup>School of Cyber Science and Engineering, Southeast University, Nanjing, Jiangsu 210096, China

**Abstract** We develop a sparse tensor constrained reconstruction (STCR) algorithm which utilizes the nonlocal similarity prior information and divides the computed tomography (CT) image into a series of patch groups. The multidimensional low-rank decomposition method for tensors is used, and the prior information is introduced in the low dose computed tomography (LDCT) reconstruction to establish an object function. The object function is optimized by alternating iteration of the CT reconstruction image update step and the patch group sparse coding step in the iterative process. The performance of the STCR algorithm is verified through experiments based on simulation data and clinical data. Preliminary experimental results show that, compared to the classical reconstruction methods, the proposed method can produce better images in terms of structure preservation and noise suppression.

**Key words** imaging systems; computed tomography; low dose; image reconstruction; sparse representation; tensor constraint

**OCIS codes** 110.6955; 110.1758; 100.3010; 100.3010

## 1 引 言

X 射线计算机断层扫描(CT)作为一种临床成像技术,已广泛应用于疾病筛检、诊断、辅助治疗及

疗效监督中。然而,过量 X 射线照射可诱发癌症或增加生理性疾病的风险<sup>[1]</sup>。若降低扫描中的 X 射线剂量,探测器采集的信号将会受到严重的噪声干扰,传统的解析重建[如滤波反投影重建(FBP)算

收稿日期: 2019-03-15; 修回日期: 2019-04-14; 录用日期: 2019-05-05

基金项目: 国家自然科学基金(61801003)、安徽工程大学引进人才科研启动基金(2018YQQ021)

\* E-mail: chenyang.list@seu.edu.cn

法<sup>[2]</sup>会导致图像中出现噪声和伪影,影响临床分析和诊断。因此,低剂量 CT(LDCT)成像已越来越受到人们的重视。

现有对 LDCT 成像中噪声和伪影的抑制方法大致可归结为三大类:投影域预处理、图像域后处理和统计迭代重建。投影域预处理方法与重建过程相互独立,便于系统集成,且计算复杂度和计算时间要小于统计迭代重建方法,但是投影数据对处理比较敏感,易导致过校正,进而造成重建图像失真和新伪影的引入。图像域后处理方法的主要优势是不需要投影数据,且处理方式灵活,可移植性较强。但大量研究表明,临床 LDCT 图像中噪声和伪影分布情况十分复杂,且不同设备间的差异较大,难以进行精确的统计建模。

基于正则化约束的统计迭代重建算法,考虑了 LDCT 投影数据的统计特性和图像特定的先验信息,能够获取质量较好的重建图像,已被很多 CT 制造商所采用<sup>[3]</sup>。其中,最著名的是全变分(TV)约束重建,它能有效地抑制重建中的噪声和伪影。然而,TV 约束会不可避免地引入分段块状伪影,丢失细节<sup>[4-6]</sup>。为弥补这一不足,许多学者提出了不同的稀疏表示方法,并将其成功应用于医学图像重建和处理中。例如,字典学习重建、特征约束重建(FCR)、非局部集中稀疏表示和高阶奇异值分解等<sup>[7-10]</sup>,这类稀疏表示方法能在一定程度上利用非局部的结构信息,在去除噪声和伪影的同时,保留图像的细节信息,获得更高质量的图像。尤其是随着 Wen 等<sup>[11]</sup>验证了稀疏表示在高维信息处理中的优势后,许多高维稀疏表示被提出并成功应用于医学图像重建中。Tan 等<sup>[12]</sup>从序列图像块的角度提出了张量字典学习的概念,该方法可以有效地提高动态 LDCT 重建效果;Wu 等<sup>[13]</sup>利用能谱 CT 图像各能量通道图像的相关性和单能量通道图像的稀疏性,提出了联合图像梯度 L0 范数和张量字典学习的低剂量能谱 CT 重建模型,以有效减少能谱 CT 重建中的伪影。另一方面,非局部的图形成块与局部邻域相比,感知视野增大,易剔除噪声和伪影等干扰信息。Bai 等<sup>[14]</sup>从多个图像块尺度上构建反映图像特征的多尺度字典原子,有效地提高了 LDCT 迭代的重建质量;Kim 等<sup>[15]</sup>从空间编码的角度设计非局部图形成块的惩罚项,进一步提高 LDCT 的成像效果。为此,高维的非局部图形成块稀疏表示方法应用于诊断 CT 的重建中是一个值得研究的课题<sup>[16]</sup>。

本文将高维稀疏表示的优势及非局部图形成块的

相似性引入到 LDCT 重建中,提出一种基于稀疏张量约束的 LDCT 重建算法。通过对候选 CT 图像块进行相似性匹配,并将相似的 CT 图像块放在一起,组成一个三维的图像块组;采用张量分解的形式,对该组图像块进行稀疏表示;将这种张量稀疏表示的形式引入到重建中,约束由噪声投影数据引起的病态重建问题,以确保重建更新后的 CT 图像块具有较强的非局部相似性,进而提高重建图像的质量;采用仿真临床数据和真实的数据验证算法的有效性。

## 2 稀疏张量约束重建

### 2.1 稀疏张量表示

在 CT 重建中,用  $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^N$  表示向量化的图像;在稀疏张量表示中, $\mathbf{x}_k \in \mathbf{R}^{\sqrt{n} \times \sqrt{n}}$  表示在 CT 图像  $\mathbf{x}$  中位于  $k$  处的二维图像块,其中  $N$  和  $n$  分别为图像和图像块的像素大小。图像块重组过程如图 1 所示,其中蓝色框内区域为参考图像块  $\mathbf{x}_k$ ,在以  $k$  位置为中心的局部搜索窗口内(大小为  $L \times L$ ),即图 1 中黄色框内区域,可以找到多个与参考图像块  $\mathbf{x}_k$  相似的候选图像块,相似度采用 L2 范数计算:

$$M(\mathbf{x}_k) = \{\mathbf{x}_{k_i} \mid \|\mathbf{x}_k - \mathbf{x}_{k_i}\|_2 < \varepsilon\}, \quad (1)$$

式中: $\varepsilon$  为阈值参数; $M(\cdot)$  为图像块匹配相似度; $k_i$  为  $k$  处二维图像块中的第  $i$  个像素。对一个候选图像块进行图像块匹配,可得到  $m$  个相似的图像块;按照相似度排序叠加,得到一组三维图像块组  $\mathbf{B}_k \in \mathbf{R}^{\sqrt{n} \times \sqrt{n} \times m}$ 。将上述操作过程定义为图像块重组操作,即  $G_k(\mathbf{x}) = \mathbf{B}_k$ ,其中  $G_k(\cdot)$  表示针对  $k$  位置参考图像块,在搜索窗口  $L \times L$  下,寻找  $m$  个相似的图像块,并将其组合成三维图像块组  $\mathbf{B}_k$ 。 $G_k(\cdot)$  的转置  $G_k^T(\cdot)$  表示将图像块按提取位置重新放回图像中,其他位置补零得到的图像块。通过对 CT 图像中每个图像块的选取、匹配及重组等过程,可以获得一系列图像块组矩阵,其中包括对应的参考图像块和相似图像块。此图像块重组操作可以有效地发掘图像中的非局部相似性质,而这种自相似性可以作

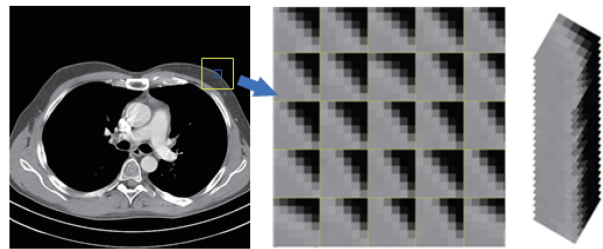


图 1 图像块重组过程示意图

Fig. 1 Diagram of image block recombination

为一种先验信息用于 LDCT 重建中。

为有效地将局部稀疏性和非局部相似性结合起来,结合文献[12-13,16],将图像块组作为一个三阶张量数据来处理,通过张量 Tucker 分解的方法实现特征表示,分解过程如图 2 所示。张量符号  $\mathcal{B}$  表示一个图像块组,即  $\mathcal{B} = \mathbf{B}$ ,张量分解过程可表示为

$$\mathcal{B} = \mathbf{S} \times_1 \mathcal{U}^{(1)} \times_2 \mathcal{U}^{(2)} \times_3 \mathcal{U}^{(3)}, \quad (2)$$

式中:  $\mathcal{U}^{(1)} \in \mathbf{R}^{\sqrt{n} \times \sqrt{n}}$ ,  $\mathcal{U}^{(2)} \in \mathbf{R}^{\sqrt{n} \times \sqrt{n}}$  和  $\mathcal{U}^{(3)} \in \mathbf{R}^{m \times m}$  为因子矩阵;  $\mathbf{S}$  为分解后的核张量,即三维稀疏张量编码,大小为  $\sqrt{n} \times \sqrt{n} \times m$ ,这意味着张量矩阵的每一个维度有不同的秩;符号  $\times_c$  为  $c$ -mode 张量乘积。同时,张量编码的过程可表示为

$$\mathbf{S} = \mathcal{B} \times_1 \mathcal{U}^{(1)\top} \times_2 \mathcal{U}^{(2)\top} \times_3 \mathcal{U}^{(3)\top}. \quad (3)$$

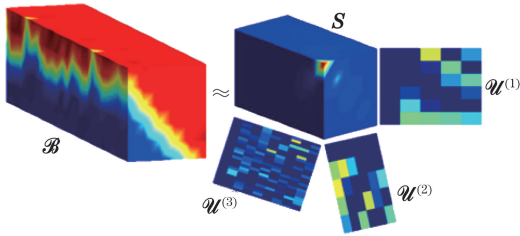


图 2 张量分解过程示意图

Fig. 2 Diagram of tensor decomposition

通常情况下,LDCT 图像中的噪声和伪影都是干扰成分,其结构杂乱无章,与实际的解剖组织结构纹理具有很大的特征差异。为此,需要通过核张量的秩近似策略滤除这些噪声和伪影信息。通过最小二乘的迭代方法计算最佳秩近似,但该方法计算量过大;许多实验已表明截断近似的策略具有类似的优化效果,且简单易操作<sup>[17]</sup>。因此,采用硬阈值收缩的方法处理图像块组的张量稀疏编码,以达到抑制噪声和伪影的目的。硬阈值收缩后的张量编码  $\hat{\mathbf{S}}$  可表示为

$$\hat{\mathbf{S}} = H_\Gamma(\mathbf{S}), \quad (4)$$

式中:  $H_\Gamma(\cdot)$  为硬阈值  $\Gamma$  收缩操作。硬阈值收缩操作后,CT 图像块编码  $\mathbf{S}$  中的大多数信号能量得以保留,并集于张量编码  $\hat{\mathbf{S}}$  的角落中,且大部分的元素为零,具有较高的稀疏度。该分解可以看作是一个图像块组的多维滤波,用于降低原图像块组中的噪声和伪影。与单一图像块的低秩近似相比,基于张量分解的表示方法可以进一步增加图像块组的表示稀疏度,提高信息恢复的感知能力。通过张量分解获得张量编码这一过程,可以构造一种基于图像块组的稀疏张量变换表示方法,即  $\Psi(\mathcal{B}) = \mathbf{S}$ ;同时,其逆变换可表示为:  $\Psi^{-1}(\mathbf{S}) = \mathcal{B}$ 。

## 2.2 稀疏张量约束重建模型

将非局部自相似性的稀疏张量变换引入 LDCT 重建框架中,可得到最小化问题:

$$\begin{cases} \min_{\mathbf{x}, \mathcal{B}_k} \Psi(\mathcal{B}_k) \\ \text{s.t. } \|\mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{y}\|_{\mathbf{W}}^2 \leq \delta \end{cases}, \quad (5)$$

式中:  $\mathbf{x} \in \mathbf{R}^N$  为待重建的 CT 图像;  $\mathbf{y} \in \mathbf{R}^P$  为低剂量扫描下的噪声投影数据,其中  $P$  为投影数据大小;  $\mathbf{A} \in \mathbf{R}^{N \times P}$  为 CT 系统投影矩阵;  $\delta$  为误差参数;  $\mathcal{B}_k$  为第  $k$  个图像块组;  $\mathbf{W}$  为投影数据的噪声权重矩阵。引入稀疏张量变换约束项后, (5) 式可以写成无约束目标函数,即稀疏张量约束重建 (STCR) 算法可表示为

$$\min_{\mathbf{x}, \mathcal{B}_k} \left\{ \frac{1}{2} \|\mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{y}\|_{\mathbf{W}}^2 + \lambda \sum_{k=1}^K [\|G_k(\mathbf{x}) - \mathcal{B}_k\|_2^2 + \beta \Psi(\mathcal{B}_k)] \right\}, \quad (6)$$

式中:  $\lambda$  为约束项尺度因子,用来平衡约束项和图像重建项之间的权重;  $\beta$  为拉格朗日乘子;  $K$  为总图像块数量。(6) 式为一个非凸低秩近似优化问题。采用分裂交替求解的方法,交替更新重建图像及稀疏张量系数编码和图像块重组操作。

1) 图像更新。当图像块组  $G_k(\mathbf{x})$  及其稀疏张量编码  $\mathbf{S}_k$  固定时, (6) 式可简化为一个加权最小二乘问题:

$$\min_{\mathbf{x}} \left[ \frac{1}{2} \|\mathbf{A}\mathbf{x} - \mathbf{y}\|_{\mathbf{W}}^2 + \lambda \sum_{k=1}^K \|G_k(\mathbf{x}) - \mathcal{B}_k\|_2^2 \right]. \quad (7)$$

将 (7) 式中的约束项  $\sum_{k=1}^K \|G_k(\mathbf{x}) - \mathcal{B}_k\|_2^2$  表示为  $R(\mathbf{x})$ , 使用可分离抛物面替代算法求解<sup>[2]</sup>, 可得到重建后的图像, 更新步骤可表示为

$$\mathbf{x}^{(t+1)} = \mathbf{x}^{(t)} - \frac{\mathbf{A}^T \mathbf{W} (\mathbf{A} \mathbf{x}^{(t)} - \mathbf{y}) + 2\lambda \nabla R(\mathbf{x}^{(t)})}{\mathbf{A}^T \mathbf{W} \mathbf{A} \mathbf{I} + 2\lambda \nabla^2 R(\mathbf{x}^{(t)})}, \quad (8)$$

式中:  $\nabla R(\mathbf{x}^{(t)}) = \sum_{k=1}^K G_k^T [G_k(\mathbf{x}^{(t)}) - \mathcal{B}_k]$ ,  $\nabla^2 R(\mathbf{x}^{(t)}) = \sum_{k=1}^K G_k^T G_k$  为约束项  $R(\mathbf{x}^{(t)})$  的对角化 Hessian 矩阵;  $t$  为迭代次数;  $\mathbf{I}$  为全 1 的向量。

2) 稀疏张量系数编码和图像块重组。当重建图像  $\mathbf{x}^{(t)}$  固定时, 原目标函数中图像块组  $\mathcal{B}_k$  的稀疏张量编码可表示为

$$\min_{\mathcal{B}_k} \|G_k(\mathbf{x}^{(t)}) - \mathcal{B}_k\|_2^2 + \frac{\lambda}{\beta} \Psi(\mathcal{B}_k). \quad (9)$$

通过硬阈值收缩的方法来求解(9)式, 阈值收缩后的张量编码  $\widehat{\mathbf{S}}_k$  及复原后的图像块组  $\mathcal{B}_k^{(t)}$  可表示为

$$\begin{cases} \widehat{\mathbf{S}}_k^{(t)} = H_\Gamma(\mathbf{S}_k^{(t)}) \\ \mathcal{B}_k^{(t)} = \widehat{\mathbf{S}}_k^{(t)} \times_1 \mathcal{U}_k^{(1)(t)} \times_2 \mathcal{U}_k^{(2)(t)} \times_3 \mathcal{U}_k^{(3)(t)} \end{cases} \quad (10)$$

迭代过程中, 需要对每次重建后的图像重新进行图像块重组操作。图像块的选取及候选图像块的相似匹配可依据(1)式确定, 通过计算候选图像块和参考图像块  $\mathbf{x}_k^{(t)}$  之间的相似度来确定该候选图像块是否放入该图像块组中。STCR 算法通过设置最大迭代次数为迭代终止条件, 实验中的对比算法也采用相同的迭代次数。依据文献[16, 18], STCR 算法中将收缩的阈值设置为  $\Gamma = \frac{\lambda}{\beta} \sigma \sqrt{2 \lg(nm)}$ , 其中:  $\sigma$  为迭代中间重建图像同一均匀组织内的标准差;  $\beta$  为拉格朗日乘子;  $\lambda$  为约束项尺度因子;  $n$  为图像块大小;  $m$  为相似图像块数目。

基于 STCR 算法的 LDCT 重建步骤为: 1) 输入投影数据  $\mathbf{y}$ , 初始化  $\mathbf{x}^{(0)}$ 、 $\mathcal{B}_k^{(0)}$  ( $k=1, 2, \dots, K$ )、 $\lambda$ 、 $\beta$ 、尺度因子  $\rho$ ; 2) 重建图像的更新, 通过(8)式更新  $\mathbf{x}^{(t+1)}$ ; 3) 稀疏张量编码, 通过(10)式更新  $\mathcal{B}_k^{(t+1)}$ ; 4)

图像块组更新, 通过(1)式更新  $G_k(\mathbf{x}^{(k+1)})$ ; 5) 更新拉格朗日乘子参数  $\beta = \rho \cdot \beta$ ; 6) 重复步骤 2)~5) 直到满足迭代终止条件(最大迭代数); 7) 输出重建图像  $\mathbf{x}$ 。

### 3 实验结果与分析

实验中采用两种不同的数据来验证 STCR 算法的有效性, 分别为模拟的低剂量临床数据 [AAPM Low Dose CT Grand Challenge 的常规剂量 CT(RDCT) 投影数据]<sup>[19]</sup> 和真实的低剂量腹部数据 [United Imaging Healthcare (UIH) 的低剂量 CT 投影数据]。两种数据的扫描参数如表 1 所示。通过在常规剂量下扫描得到的投影数据 (AAPM 数据) 中添加泊松噪声来模拟获得的低剂量数据, 泊松噪声模型为:  $N = \alpha_{\text{Poisson}} (N_0 e^{-y} + r)$ , 其中  $N$ 、 $N_0$ 、 $y$  和  $r$  分别为探测单元上的光子信号数据、背景光子信号、衰减系数和探测器的读取噪声;  $\alpha_{\text{Poisson}}(\cdot)$  表示添加的泊松噪声。实验采用两种不同强度的泊松噪声, 以合成两种低剂量投影数据 (Case LD1 条件下  $N_0 = 1 \times 10^5$  和 Case LD2 条件下  $N_0 = 5 \times 10^4$ ), 进行对比分析。实验初始图像均为 FBP 重建图,  $\rho$  为 0.995。

表 1 实验中数据的扫描参数  
Table 1 Parameters for data scanning in experiment

| Data                                  | AAPM                        | UIH                          |
|---------------------------------------|-----------------------------|------------------------------|
| Distance from source to detector /cm  | 108.56                      | 106.23                       |
| Distance from source to isocenter /cm | 59.5                        | 57.0                         |
| Projection view                       | 1152                        | 1200                         |
| Tube voltage /kV                      | 100                         | 120                          |
| Tube current /mA                      | 360(RDCT)                   | 20(LDCT)                     |
| Detector size                         | 736×64(1.2856 mm×1.0947 mm) | 936×80(1.548 mm×1.405 mm)    |
| Reconstruction image size             | 512×512(0.74 mm×0.74 mm)    | 512×512(0.7828 mm×0.7828 mm) |

实验选取 TV<sup>[4]</sup>、伽马正则化重建 (GRR)<sup>[20]</sup> 和 FCR<sup>[8]</sup> 这三种算法进行对比, 通过比较其低剂量投影数据的重建效果, 验证 STCR 算法的有效性。实验结果以“扫描剂量重建算法”的形式来命名, 如: “LD-TV”。所有参数均在放射科医师 (Y. X. D., 具有 20 年放射科医师工作经验) 的指导下手动调节到最优, 同时参照 RDCT 图像, 达到最优视觉效果和量化指标, 其中迭代重建中的迭代次数为 50, 有序子集为 20 个。

#### 3.1 仿真数据结果

为评估仿真数据重建图像的质量, 选取两个不同部位的横断面图像进行比较分析, 显示窗宽为

400 HU (Hounsfield Unit), 窗位为 80 HU, 如图 3 和图 4 所示。Case LD1 实验中 STCR 算法重建参数  $\lambda$ 、 $\beta$ 、 $n$  和  $m$  分别为  $1 \times 10^{-3}$ 、 $2.6 \times 10^{-5}$ 、64、40, Case LD2 实验中为  $1.6 \times 10^{-3}$ 、 $5.4 \times 10^{-5}$ 、64、40。由图 3 和图 4 可知, 原始的 LDCT 投影数据直接经过 FBP 算法重建后, 图像中含有大量的噪声和伪影, 剂量越低, 噪声和伪影成分越多。实验结果显示, TV 和 GRR 能够明显地抑制部分噪声和伪影, 但同时在肩部也残留部分伪影成分, 腹部组织边缘存在一定程度的模糊。通过比较图 3 和图 4 中的第 5 列, 可以看出 FCR 能保留图像部分结构信息, 但由于特征字典表示过程中的图像块权重平均化

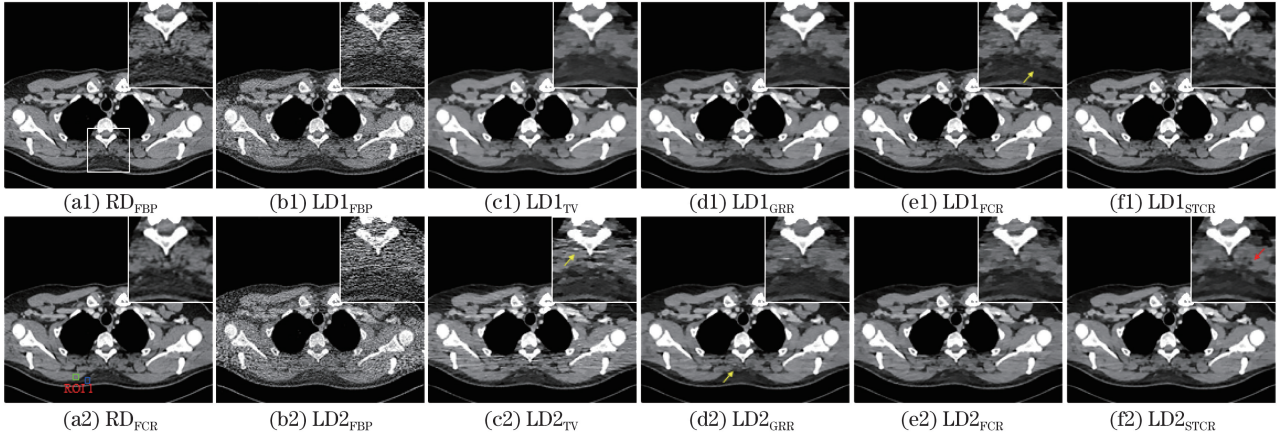


图 3 AAPM 数据模拟重建结果图 (slice # 60)。(a1)~(a2)常规剂量下的 FBP 重建和 FCR 重建图;(b1)~(f1) LD1 剂量下的 FBP、TV、GRR、FCR 和 STCR 重建图;(b2)~(f2) LD2 剂量下的 FBP、TV、GRR、FCR 和 STCR 重建图

Fig. 3 Simulated reconstruction images of AAPM data (slice # 60). (a1)-(a2) Results reconstructed by FBP and FCR methods for routine dose protocol; (b1)-(f1) results reconstructed by FBP, TV, GRR, FCR, and STCR methods for LD1 dose protocol; (b2)-(f2) results reconstructed by FBP, TV, GRR, FCR, and STCR methods for LD2 dose protocol

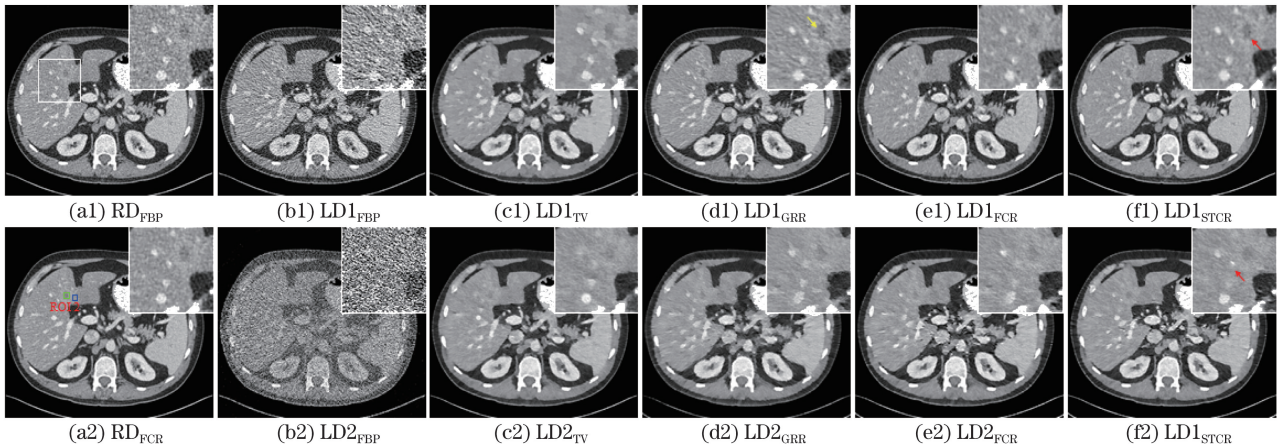


图 4 AAPM 数据模拟重建结果图 (slice # 370)。(a1)~(a2)常规剂量下的 FBP 重建和 FCR 重建图;(b1)~(f1) LD1 剂量下的 FBP、TV、GRR、FCR 和 STCR 重建图;(b2)~(f2) LD2 剂量下的 FBP、TV、GRR、FCR 和 STCR 重建图

Fig. 4 Simulated reconstruction images of AAPM data (slice # 370). (a1)-(a2) Results reconstructed by FBP and FCR methods for routine dose protocol; (b1)-(f1) results reconstructed by FBP, TV, GRR, FCR, and STCR methods for LD1 dose protocol; (b2)-(f2) results reconstructed by FBP, TV, GRR, FCR, and STCR methods for LD2 dose protocol

影响,重建图像的对比度有所下降。由图 3 及图 4 最后 1 列可知,与 TV、GRR 和 FCR 算法相比,STCR 算法重建的图像可以有效地保留解剖组织细节,如脊柱骨骼,腹部静脉血管等,腹部囊肿区域也能被很好地识别出来,且噪声和伪影成分较少。通过比较可知:在 Case LD1 条件下,GRR、FCR 和 STCR 重建图的视觉效果接近,STCR 算法的重建图更接近  $RD_{FBP}$  重建图像;在 Case LD2 条件下,STCR 算法同样能够很好地保留重建图像的细节,在抑制噪声和伪影的同时对图像对比度的影响较

小,可以有效地区分不同的解剖结构。

为量化比较模拟数据的实验结果,采用峰值信噪比 (PSNR)  $R_{PSNR}$ 、结构相似度 (SSIM)  $D_{SSIM}$  和对比噪声比 (CNR)  $R_{CNR}$  三个指标来量化评价重建结果,其计算公式为<sup>[7]</sup>

$$R_{PSNR}(P, I) = 20 \lg \frac{L_{\max}}{E_{MSE}(P, I)}, \quad (11)$$

$$D_{SSIM}(P, I) = \frac{(2\mu_P\mu_I + C_1)(2\sigma_{PI} + C_2)}{(\mu_P^2 + \mu_I^2 + C_1)(\sigma_P^2 + \sigma_I^2 + C_2)}, \quad (12)$$

$$R_{\text{CNR}} = \frac{|\mu_{\text{ROI}} - \mu_{\text{BG}}|}{\sqrt{\sigma_{\text{ROI}}^2 + \sigma_{\text{BG}}^2}}, \quad (13)$$

式中： $P$  为重建图像； $I$  为高质量参考图像，实验中采用  $\text{RD}_{\text{FCR}}$  图像作为参考图； $L_{\text{max}}$  为重建图像的最大值； $E_{\text{MSE}}$  为计算两图像的均方误差； $\mu_P$  和  $\mu_I$  分别为图像  $P$  和图像  $I$  在局部窗口下的均值； $\sigma_P$  和  $\sigma_I$  为对应的标准差； $\sigma_{PI}$  为协方差； $C_1$  和  $C_2$  为常数， $C_1 = (0.01 \times L_{\text{max}})^2$ ， $C_2 = (0.03 \times L_{\text{max}})^2$ ； $\mu_{\text{ROI}}$  和  $\mu_{\text{BG}}$  分别为感兴趣区域(ROI)和背景区域的平均 CT

值； $\sigma_{\text{ROI}}$  和  $\sigma_{\text{BG}}$  为对应的标准差。

图 3(a2) 和图 4(a2) 中的绿色区域为候选的 ROI，蓝色区域为背景区域。图 5 为不同算法重建图像的 PSNR、SSIM 和 CNR 指数。由图 5(a) 和图 5(b) 可知，在大多数情况下，STCR 重建图的 PSNR 和 SSIM 要高于 FCR 重建图。通过比较图 5(c) 中的 CNR 指数可知，STCR 算法的结果更高，这也意味着所提算法可获得更高细节对比度的图像，其量化结果与图 3 和图 4 的视觉效果基本保持一致。

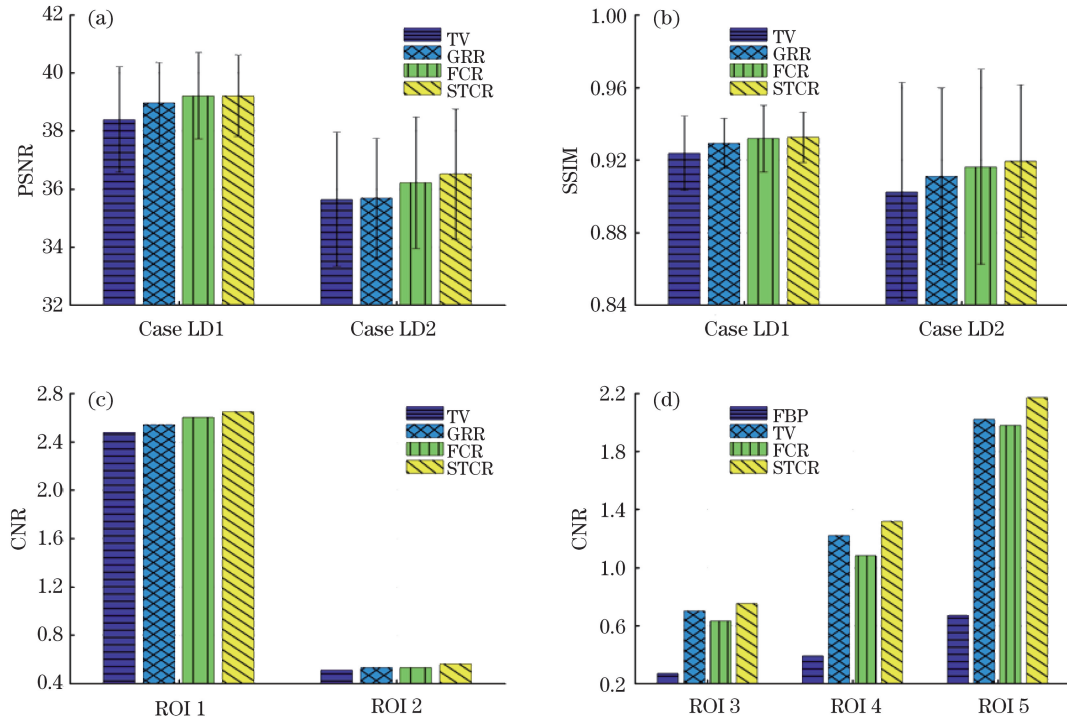


图 5 量化结果。(a) AAPM 数据的 PSNR；(b) AAPM 数据的 SSIM；(c) AAPM 数据的 CNR；(d) UIH 数据的 CNR  
Fig. 5 Quantitative results. (a) PSNR of AAPM data; (b) SSIM of AAPM data; (c) CNR of AAPM data; (d) CNR of UIH data

### 3.2 真实数据结果

为评估 UIH 真实数据重建图像的视觉效果，选取三个不同部位的横断面图像进行比较，如图 6 所示。所有图像的显示窗宽均为 400 HU，窗位为 50 HU。实验中 STCR 算法重建参数  $\lambda$ 、 $\beta$ 、 $n$  和  $m$  分别为  $1.2 \times 10^{-3}$ 、 $3.1 \times 10^{-5}$ 、64、40。如图 6 所示，从左到右分别为低剂量下的 FBP、TV、FCR 和 STCR 算法重建结果图。由图 6 可知： $\text{LD}_{\text{FBP}}$  重建图像受到严重的噪声和伪影干扰； $\text{LD}_{\text{TV}}$  重建图像含有较少噪声，但在肋骨区域出现模糊现象，部分组织边界粗糙（如图 6(b1)~(b3) 的放大区域所示）；在  $\text{LD}_{\text{FCR}}$  重建结果图中，虽然可以保留更多的结构细节，但重建图像中仍然残留部分噪声和伪影（如图 6(c2) 中的黄色箭头所示）；从图 6(d1)~(d3) 及其放大区域中可

以看出， $\text{LD}_{\text{STCR}}$  重建图像含有较少的噪声和伪影，同时具有较好的组织区分能力，能够很好地保持解剖组织结构的边缘，与对比算法相比具有更好的重建效果。

由于 UIH 真实数据重建图像无高质量的参考图像，因此采用无参考的 CNR 指标进行量化比较。图 5(d) 为 UIH 数据的 CNR 指数，其中图 6(a1)~(a3) 中的绿色区域作为候选的 ROI，蓝色区域为背景区域。由图 5(d) 可知，FBP 重建图的 CNR 最低，STCR 的结果最高，FCR 与要低于 TV 的结果，产生这一现象的原因主要是 FCR 算法没有完全抑制噪声颗粒，而 TV 和 STCR 能更好地抑制平滑区域中的噪声，提高 CNR，获得更高的组织对比度。

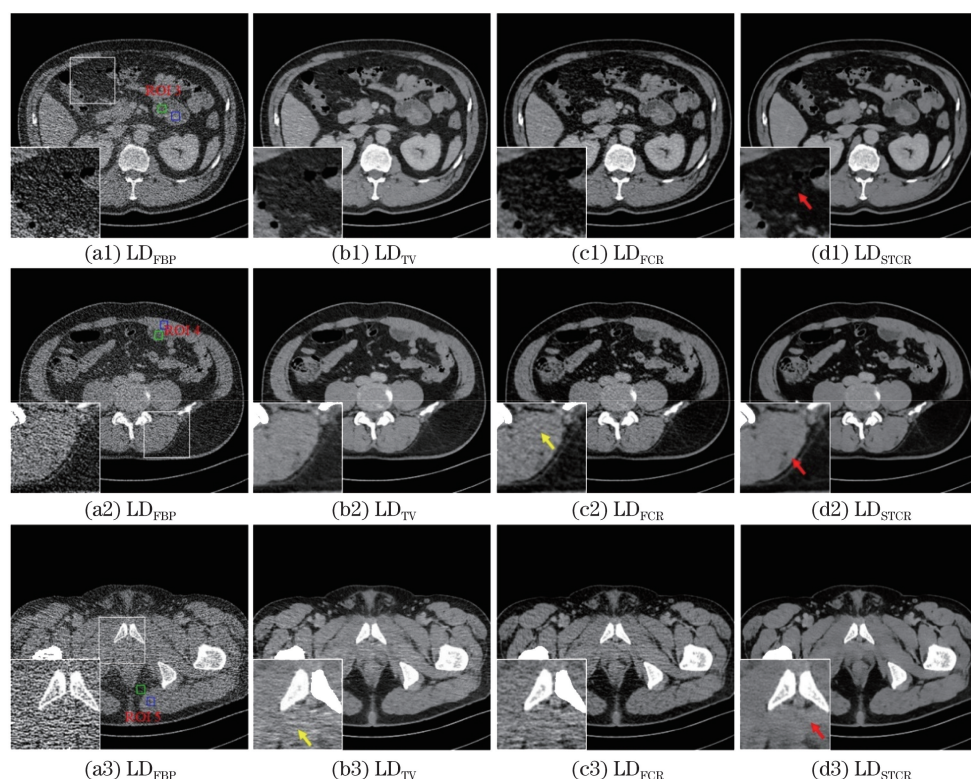


图 6 UIH 数据重建结果图 (slice # 156、# 271 和 # 466)。(a1)~(d1) FBP、TV、FCR 和 STCR 算法重建的第 156 层图像；(a2)~(d2) FBP、TV、FCR 和 STCR 算法重建的第 271 层图像；(a3)~(d3) FBP、TV、FCR 和 STCR 算法重建的第 466 层图像

Fig. 6 Reconstruction images of UIH data (slice # 156, # 271 and # 466). (a1)-(d1) Results reconstructed by the FBP, TV, FCR, and STCR methods for slice # 156; (a2)-(d2) results reconstructed by the FBP, TV, FCR, and STCR methods for slice # 156; (a2)-(d3) results reconstructed by the FBP, TV, FCR, and STCR methods for slice # 466

### 3.3 重建参数分析

所提 STCR 算法涉及多个参数,包含正则化参数  $\lambda$ 、拉格朗日乘子  $\beta$  和图像块组大小  $n \times m$ 。通常正则化参数  $\lambda$  的主要作用是平衡数据保真项和先验信息项。当剂量较低且噪声增大时,正则化参数  $\lambda$  增大,先验信息的惩罚程度增大。拉格朗日乘子  $\beta$  主要将约束条件与原目标函数关联起来。图像块分组过程中,分组的大小限制了分组中的相似性程度,容易获得与较小的图像块相似的候选图像块,精度得到提高,但这也导致其感知能力降低,噪声和伪影抑制能力下降,影响图像的重建质量。

图 7(a)为不同正则化参数  $\lambda$  下 AAPM 数据重建图像的 PSNR 和 SSIM 曲线,由图 7 可知, $\lambda$  对重建图像影响较大。当  $\lambda$  在  $1.6 \times 10^{-3}$  附近时,重建图像获得最高的 PSNR 和 SSIM 值。同样,图 7(b)为不同拉格朗日乘子  $\beta$  下重建图像的 PSNR 和 SSIM 曲线,当  $\beta$  在  $5.2 \times 10^{-5} \sim 5.4 \times 10^{-5}$  附近时,重建图像的 PSNR 和 SSIM 值变化不大,可达到最大值。

图 7(a)和图 7(b)中 PSNR 和 SSIM 曲线说明重建图像受到正则化参数  $\lambda$ 、拉格朗日乘子  $\beta$  的影响较大,不恰当的参数可能导致图像恶化。图 7(c)为不同正则化参数  $\lambda$  及拉格朗日乘子  $\beta$  下 AAPM 数据重建图像的局部放大图。根据图 7,当  $\lambda$  增大和  $\beta$  减小时,重建图像逐渐变得平滑, $\lambda$  超过  $1.8 \times 10^{-3}$  和  $\beta$  低于  $5.2 \times 10^{-5}$  时,重建图像明显过于平滑,结构细节丢失,对比度下降;当  $\lambda$  减小和  $\beta$  增大时,重建图像噪声和伪影会增多,干扰正常的解剖结构。图 7(d)为不同图像块组大小下重建图像的 PSNR 和 SSIM 曲线,当图像块组大小从  $49 \times 40$  增大到  $64 \times 50$  时,PSNR 和 SSIM 值变化不大,SSIM 仅变化了约 0.005,PSNR 变化了约 0.2 dB,这意味着在此范围内的图像块组可获得较好的局部区域相似性先验信息。为避免过大的计算量,重建中选取图像块组大小为  $64 \times 40$ ,可得到最优重建图。图 7 中,单独分析某个参数时,其他参数按照实验中的值固定不变。

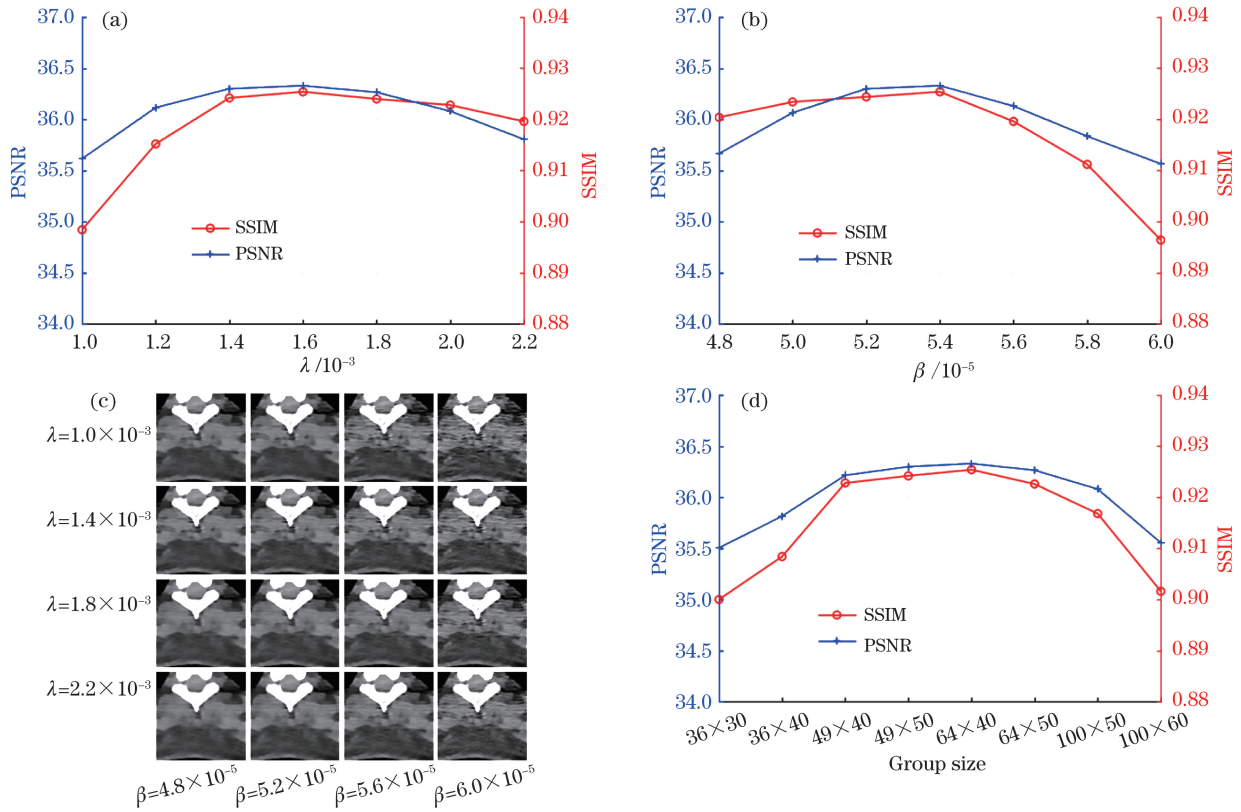


图 7 AAPM 数据下不同 STCR 算法参数的评估。(a) 不同正则化参数  $\lambda$  下重建图像的 PSNR 和 SSIM; (b) 不同拉格朗日乘子  $\beta$  下重建图像的 PSNR 和 SSIM; (c) 不同正则化参数  $\lambda$  及拉格朗日乘子  $\beta$  下重建图像的局部放大图; (d) 不同图像块组大小下重建图像的 PSNR 和 SSIM

Fig. 7 Evaluation of different parameters of STCR algorithm for AAPM data. (a) PSNR and SSIM versus regularization parameter  $\lambda$ ; (b) PSNR and SSIM versus Lagrange parameter  $\beta$ ; (c) partial enlargement of reconstructed image under different  $\lambda$  and  $\beta$ ; (d) PSNR and SSIM versus image block group size  $n \times m$

### 3.4 收敛性及计算效率分析

由 2.2 节可知, STCR 迭代重建算法通过图像更新和稀疏张量系数编码两步交替迭代求解。其中, 图像更新求解子问题是一个二次约束问题, 文中采用可分离抛物面替代算法求解; 稀疏张量系数编码求解子问题类似于秩伪范数最小化问题, 而实际上秩范数最小化是一个非凸的 NP 难问题, 文中采

用近似的硬阈值收缩法求解。虽然硬阈值收缩的稀疏张量系数编码求解可获得较好的重建效果, 但由于目标函数为非凸的优化问题, 采用的交替求解方法难以保证其全局收敛。为验证算法的稳健性, 采用 AAPM 数据重建图像的 PSNR 和 SSIM 指数来评估算法的迭代性能, 图 8 为不同算法下 PSNR 和 SSIM 值随迭代次数变化的曲线。由图 8 可知, STCR

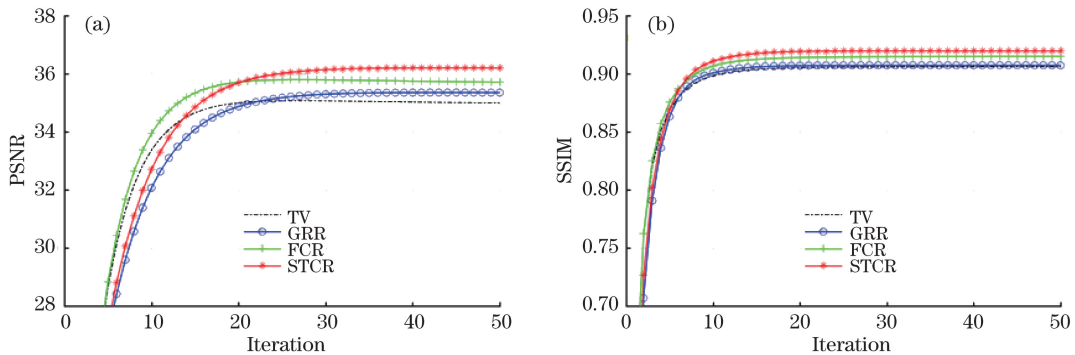


图 8 PSNR、SSIM 与迭代次数的变化曲线。(a) PSNR; (b) SSIM

Fig. 8 PSNR and SSIM versus iterations. (a) PSNR; (b) SSIM



重建算法能够在迭代更新中获得较稳定的解,且优于 TV、GRR 和 FCR 重建算法。

为分析算法的计算效率,比较了不同算法的重建时间。由表 2 可知,所提 STCR 算法比基于字典学习的 FCR 算法效率更高。由于 STCR 处理过程中是逐块操作,图像块之间需要进行相似性匹配和选取,因此较 TV 和 GRR 计算量大。

表 2 不同算法的计算时间

Table 2 Computation time of different methods

| Method | Calculation time /s |           |
|--------|---------------------|-----------|
|        | AAPM                | UIH       |
| FBP    | 1.02±0.20           | 1.63±0.20 |
| TV     | 12.0±2.1            | 19.0±2.7  |
| GRR    | 16.0±3.4            | 26.0±3.7  |
| FCR    | 36.0±4.3            | 57.0±4.5  |
| STCR   | 21.0±3.6            | 34.0±3.8  |

## 4 结 论

为提高 LDCT 重建图像的质量,尤其是低光子扫描下 CT 的成像质量,对 CT 图像块进行相似性匹配,构造图像块张量以获取非局部自相似先验信息,并在统计迭代重建框架下将其引入重建中,提出了一种基于相似图像块组的稀疏张量约束重建算法。AAPM 模拟数据和 UIH 真实数据的实验结果表明,所提重建模型在噪声和伪影抑制及图像边界细节保持方面都取得了较满意的效果。此外,还对重建参数进行了分析和比较,发现重建图像质量受正则化参数  $\lambda$  和拉格朗日乘子  $\beta$  的影响较大,而相似性图像块组大小在  $49 \times 40 \sim 64 \times 50$  范围内时具有较高的稳健性。后续将在提高稀疏角度的成像效果和计算效率等方面进行进一步研究,并进一步验证大量真实投影数据。

## 参 考 文 献

- [1] Al-Mallah M H, Aljizeeri A, Alharthi M, *et al.* Routine low-radiation-dose coronary computed tomography angiography[J]. *European Heart Journal Supplements*, 2014, 16(suppl B): B12-B16.
- [2] Smith P R, Peters T M, Bates R H T. Image reconstruction from finite numbers of projections[J]. *Journal of Physics A: Mathematical, Nuclear and General*, 1973, 6(3): 361-382.
- [3] Elbakri I A, Fessler J A. Statistical image reconstruction for polyenergetic X-ray computed tomography[J]. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 2002, 21(2): 89-99.
- [4] Sidky E Y, Pan X C. Image reconstruction in circular cone-beam computed tomography by constrained, total-variation minimization[J]. *Physics in Medicine and Biology*, 2008, 53(17): 4777-4807.
- [5] Liu Y, Liang Z R, Ma J H, *et al.* Total variation-stokes strategy for sparse-view X-ray CT image reconstruction[J]. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 2014, 33(3): 749-763.
- [6] Lu W L, Cai A L, Zheng Z Z, *et al.* Asynchronous parallel GPU acceleration method based on total variation minimization model[J]. *Acta Optica Sinica*, 2018, 38(4): 0411004.  
路万里, 蔡爱龙, 郑治中, 等. 基于总变分最小化模型的异步并行 GPU 加速算法[J]. *光学学报*, 2018, 38(4): 0411004.
- [7] Xu Q, Yu H Y, Mou X Q, *et al.* Low-dose X-ray CT reconstruction via dictionary learning[J]. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 2012, 31(9): 1682-1697.
- [8] Liu J, Hu Y N, Yang J, *et al.* 3D feature constrained reconstruction for low-dose CT imaging[J]. *IEEE Transactions on Circuits and Systems for Video Technology*, 2018, 28(5): 1232-1247.
- [9] Chen Y, Gao D Z, Nie C, *et al.* Bayesian statistical reconstruction for low-dose X-ray computed tomography using an adaptive-weighting nonlocal prior[J]. *Computerized Medical Imaging and Graphics*, 2009, 33(7): 495-500.
- [10] Cai J F, Jia X, Gao H, *et al.* Cine cone beam CT reconstruction using low-rank matrix factorization: algorithm and a proof-of-principle study[J]. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 2014, 33(8): 1581-1591.
- [11] Wen B H, Ravishankar S, Bresler Y. Video denoising by online 3D sparsifying transform learning[C] // 2015 IEEE International Conference on Image Processing (ICIP), September 27-30, 2015, Quebec City, QC, Canada. New York: IEEE, 2015: 188-122.
- [12] Tan S Q, Zhang Y B, Wang G, *et al.* Tensor-based dictionary learning for dynamic tomographic reconstruction[J]. *Physics in Medicine and Biology*, 2015, 60(7): 2803-2818.
- [13] Wu W W, Zhang Y B, Wang Q, *et al.* Low-dose spectral CT reconstruction using image gradient  $\ell_0$ -norm and tensor dictionary[J]. *Applied Mathematical Modelling*, 2018, 63: 538-557.
- [14] Bai T, Mou X Q, Xu Q, *et al.* Low-dose CT reconstruction based on multiscale dictionary[J]. *Proceedings of SPIE*, 2013, 8668: 86683L.
- [15] Kim K, El Fakhri G, Li Q Z. Low-dose CT

- reconstruction using spatially encoded nonlocal penalty [J]. *Medical Physics*, 2017, 44(10): e376-e390.
- [16] Liu Y, Tao X, Ma J H, *et al.* Motion guided spatiotemporal sparsity for high quality 4D-CBCT reconstruction[J]. *Scientific Reports*, 2017, 7: 17461.
- [17] Pan H Y, Huang T Z, Ma T H. Two-step group-based adaptive soft-thresholding algorithm for image denoising[J]. *Optik*, 2016, 127(1): 503-509.
- [18] Dong W S, Shi G M, Li X, *et al.* Compressive sensing via nonlocal low-rank regularization[J]. *IEEE Transactions on Image Processing*, 2014, 23(8): 3618-3632.
- [19] McCollough C H. Low dose CT grand challenge [OL]. [2019-02-15]. <https://www.aapm.org/GrandChallenge/LowDoseCT>.
- [20] Zhang J F, Chen Y, Hu Y N, *et al.* Gamma regularization based reconstruction for low dose CT[J]. *Physics in Medicine and Biology*, 2015, 60(17): 6901-6921.