

# 辐射状多子镜阵列结构的成像特性

刘肖尧<sup>1\*\*</sup>, 梁忠诚<sup>1\*</sup>, 郝未倩<sup>1</sup>, 赵瑞<sup>1</sup>, 孔梅梅<sup>1</sup>, 陈陶<sup>1</sup>, 张月<sup>2</sup>

<sup>1</sup>南京邮电大学电子与光学工程学院、微电子学院, 江苏 南京 210023;

<sup>2</sup>中国空间技术研究院北京空间机电研究所, 北京 100094

**摘要** 根据液体透镜稀疏孔径成像的特点, 提出一种辐射状多子镜阵列结构; 给出稀疏孔径成像的简化模型, 通过多子镜结构的光瞳函数, 得出调制传递函数的解析表达式; 给出此多子镜阵列结构的具体分布形式, 采用无量纲方法对结构参数进行约化; 讨论 2 种辐射状多子镜阵列的结构情况, 计算填充因子、冗余度、调制传递函数和其他特性参数; 讨论参数扫描所表现的物理现象, 并对比这 2 种阵列的结构特征和成像特性; 对辐射状多子镜阵列结构和复合环形结构的特性指标进行比较。结果表明: 在 2 种结构的平均调制传递函数以及调制传递函数中频特性值相接近的情况下, 选择具有更大实际等效口径和实际截止频率以及更低冗余度的 II 型结构; II 型结构在成像方面具有一定优势; 由于基于液体透镜的多子镜阵列结构采用无量纲约化参数, 因此结论普适于任意的包围圆尺寸; 与复合环形结构相比, 当填充因子相同时, 辐射状多子镜结构有更大的实际截止频率和实际等效口径。

**关键词** 成像系统; 调制传递函数; 液体透镜阵列; 稀疏孔径; 光瞳函数

中图分类号 O436.1

文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201939.0811003

## Imaging Characteristics of Radial Multi-Sub-Mirror Array

Liu Xiaoyao<sup>1\*\*</sup>, Liang Zhongcheng<sup>1\*</sup>, Hao Weiqian<sup>1</sup>, Zhao Rui<sup>1</sup>,

Kong Meimei<sup>1</sup>, Chen Tao<sup>1</sup>, Zhang Yue<sup>2</sup>

<sup>1</sup> College of Electronic and Optical Engineering & College of Microelectronics, Nanjing University of Posts and Telecommunications, Nanjing, Jiangsu 210023, China;

<sup>2</sup> Beijing Institute of Space Mechanics and Electricity, China Academy of Space Technology, Beijing 100094, China

**Abstract** This study proposes a radial multi-sub-mirror array structure based on the sparse aperture imaging characteristics of a liquid lens. A simplified model of sparse aperture imaging is given, and the analytical expression of the modulation transfer function (MTF) is deduced according to the pupil function of the multi-sub-mirror structure. Subsequently, a concrete distribution of the multi-sub-mirror array structure is given and the structure parameters are simplified using a dimensionless method. The structures of two types of radial multi-sub-mirror arrays are discussed. The calculations of the fill factor, redundancy, MTF, and related characteristic parameters are completed. Moreover, the physical phenomena represented by the parameter scanning are discussed. The structural and imaging characteristics of these two arrays as well as the characteristics of the radial multi-sub-mirror array structure and the composite ring-shaped structure are then compared and analyzed. Results show that: when the average MTF of these two structures and the frequency characteristic values in MTF are similar, the type II structure with larger actual equivalent aperture, actual cut-off frequency, and lower redundancy should be chosen; the type II structure has some advantages in imaging; because the multi-sub-mirror array structure based on a liquid lens adopts dimensionless simplification parameters, the conclusion is generally suitable for arbitrary size of enclosing circle; compared with the composite ring-shaped structure, the radial multi-sub-mirror structure has larger actual cut-off frequency and equivalent aperture when the fill factors are the same.

**Key words** imaging system; modulation transfer function; liquid lens array; sparse aperture; pupil function

**OCIS codes** 110.4100; 110.1220; 110.2960

收稿日期: 2019-03-07; 修回日期: 2019-04-22; 录用日期: 2019-05-05

基金项目: 国家自然科学基金(61775102)

\* E-mail: zliang@njupt.edu.cn; \*\* E-mail: 1761590525@qq.com

# 1 引 言

高分辨率成像在地物探测、城市测绘、农业森林监测、小型目标探测等方面应用广泛,在国家经济发展与国防建设中起到了极其重要的辅助作用。在衍射极限下,光学系统的角分辨率为工作波长与入瞳口径之比,这表明,只有大口径光学系统才会有高的空间分辨率。但是,制造和检测大口径反射镜的难度较大,成本较高<sup>[1]</sup>,而且大口径反射镜将导致望远镜的体积和质量较大,这给望远镜的研制带来极大困难。稀疏孔径<sup>[2]</sup>成像系统是解决上述困难的有效方案之一。所谓稀疏孔径就是将多个小口径子镜组成一定形式的阵列结构,构成一个大的光学孔径,以克服光学系统口径过大而造成的困扰。根据文献<sup>[3-7]</sup>报道,稀疏孔径的阵列结构有戈莱(Golay)结构、环形结构、三臂结构、复合三子镜结构、多圆周结构等。随着孔径个数增加到 20 以上,这些稀疏孔径结构的最大填充因子降至 15% 左右<sup>[8]</sup>。Fiete 等<sup>[9]</sup>的研究表明,在考虑成本和体积的前提下,应尽量增大系统的填充因子。

本课题组在液体透镜<sup>[10-11]</sup>研究的基础上,提出了一种液体透镜稀疏孔径阵列结构。因为受到制作上的限制,液体透镜的尺寸不能太大,而稀疏孔径阵列结构设计要求具有较高的填充因子,所以此稀疏孔径阵列子镜的数目要多。当然,子镜数目的增多会对今后开展实验带来一系列技术问题,如液体透镜的制备、阵列机构、相位检测、中频补偿<sup>[12]</sup>等,因此需要对阵列进行优化设计。本文提出了一种辐射状的多子镜阵列结构,并对此多子镜阵列的结构特征和成像性能进行了理论分析。

## 2 光学稀疏孔径成像的基本理论

### 2.1 成像系统简化模型

光学稀疏孔径成像系统的简化模型<sup>[13]</sup>如图 1 所示。其中:准单色平面光源位于透镜  $L_1$  的前焦面  $x_0y_0$  上,用来模拟遥远物体的光强分布;观测区域位于透镜  $L_2$  的后焦面  $x_i'y_i'$  ( $i'$  为观测点的位置),用来模拟像平面上的光强分布; $f_1$  和  $f_2$  分别为透镜  $L_1$  的前焦距和透镜  $L_2$  的后焦距;平面  $xy$  上任意形状的通光孔径为区域  $P$ ,用来模拟成像系统的光瞳函数。

假设遥远物平面光强分布为  $I_0(x_0, y_0)$ 。在准单色非相干照明情况下,光学稀疏孔径成像系统像面上的光强分布为

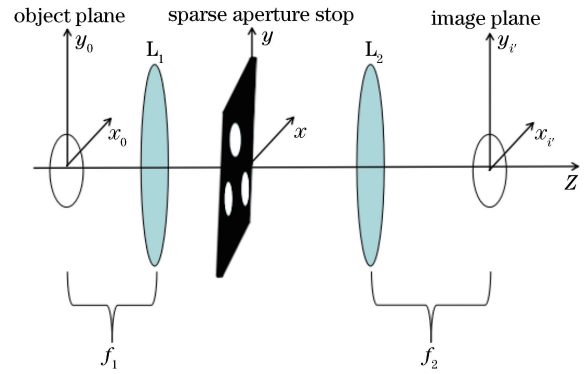


图 1 光学稀疏孔径成像系统的简化模型

Fig. 1 Simplified model of optical sparse aperture imaging system

$$I_{i'}(x_{i'}, y_{i'}) = I_g(x_{i'}, y_{i'}) * g_{\text{PSF}}(x_{i'}, y_{i'}), \quad (1)$$

式中: $I_g$  为成像目标的几何理想像; $g_{\text{PSF}}$  为系统的点扩展函数(PSF)。(1)式表示系统所成的像等于成像目标的几何理想像与系统点扩展函数的卷积。

在频率域中,有

$$I_{i'}(f_x, f_y) = I_g(f_x, f_y)g_{\text{OTF}}(f_x, f_y), \quad (2)$$

式中: $f_x$  和  $f_y$  分别为沿  $x$  方向和  $y$  方向的空间频率; $g_{\text{OTF}}$  为系统的光学传递函数(OTF)。(2)式表示系统成像的频谱等于成像目标理想像的频谱与系统光学传递函数的乘积。系统的  $g_{\text{OTF}}$  只在有限范围内非零,并在某一频率后单调减小直至零。

### 2.2 光瞳函数

根据傅里叶光学理论<sup>[13]</sup>,光学调制传递函数被用来描述光学系统在频域的成像性能。光学调制传递函数(MTF)是成像系统对目标所成实际像的频谱与理想像的频谱的比值,反映了成像系统将目标光强分布中所包含的各频率分量传递到像面上的能力。光瞳函数只有 1 或 0 这 2 个值。光学调制传递函数是对光瞳函数的自相关运算并取模得到。

具体计算方式为:对于  $N$  个直径为  $d$ 、半径为  $a$  的圆形孔径组成的辐射状多子镜成像系统,以图 2 对应  $z=2$  时的三簇辐射状多子镜结构为例,其光瞳函数  $p(x, y)$  在数学上可以表示为一个子孔径光瞳函数与一个  $\delta$  函数阵列的卷积,即

$$p(x, y) = \text{circ}\left(\frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{d/2}\right) * \sum_{i,j,k} \delta(x - r_{kj} \cos \theta_{ki}, y - r_{kj} \sin \theta_{ki}), \quad k = 1, 2, 3, \quad (3)$$

式中: $\text{circ}(\cdot)$  为圆域函数; $*$  为卷积; $r_{kj}$  为包围圆的圆心到每个子孔径中心的距离; $\theta_{ki}$  为每个分支的方位; $i$  为分支数; $j$  为每个分支上的子孔径数。当  $k=1, 2, 3$  时,分别有

$$\begin{cases} r_{kj} = j \Delta r, j = 1, 2, \dots, n_1 \\ \theta_{ki} = \frac{2\pi}{3}(i-1) + \frac{\pi}{6}, i = 1, 2, 3 \end{cases}, \quad (4)$$

$$\begin{cases} r_{kj} = (n_1 - n_2)\Delta r + j \Delta r, j = 1, 2, \dots, n_2 \\ \theta_{ki} = \frac{2\pi}{3}(i-1) + \frac{\pi}{2}, i = 1, 2, 3 \end{cases}, \quad (5)$$

$$\begin{cases} r_{kj} = (n_1 - n_3)\Delta r + j \Delta r, j = 1, 2, \dots, n_3 \\ \theta_{ki} = \frac{\pi}{3}(i-1), i = 1, 2, \dots, 6 \end{cases}, \quad (6)$$

式中:  $\Delta r$  为子镜之间的间距;  $n_1$ 、 $n_2$  和  $n_3$  分别为第 0 簇、第 1 簇和第 2 簇每个分支上的子镜数。

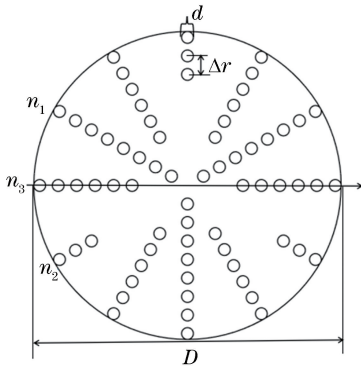


图 2 辐射状多子镜阵列结构

Fig. 2 Schematic of radial multi-sub-mirror array structure

### 2.3 调制传递函数表达式

对(3)式进行傅里叶变换,取模得到调制传递函数  $\alpha_{MTF}$  为

$$\alpha_{MTF} = \alpha_{MTF,d} + \frac{1}{N} \alpha_{MTF,d} * \sum_{m=1}^{N-1} \sum_{n=m+1}^N \delta \left( f_x \pm \frac{x_n - x_m}{\lambda f}, f_y \pm \frac{y_n - y_m}{\lambda f} \right), \quad (7)$$

式中:  $\alpha_{MTF,d}$  为单个子孔径的调制传递函数;  $m$ 、 $n$  是对子孔径的求和指标;  $\lambda$  为波长;  $f$  为光瞳到像平面的距离;  $N = 3n_1 + 3n_2 + 6n_3$ ;  $\delta(\cdot)$  为狄拉克函数; 坐标  $(x_m, y_m)$  和  $(x_n, y_n)$  包含辐射状多子镜的全部圆心坐标。

单个子孔径的调制传递函数  $\alpha_{MTF,d}$  为

$$\alpha_{MTF,d} = \begin{cases} \frac{2}{\pi} \left\{ \arccos \frac{\rho}{\rho_d} - \frac{\rho}{\rho_d} \left[ 1 - \left( \frac{\rho}{\rho_d} \right)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \right\}, & 0 \leq \rho \leq \rho_d \\ 0, & \rho > \rho_d \end{cases}, \quad (8)$$

式中:  $\rho_d$  为直径是  $d$  的子孔径的截止频率,  $\rho_d = d/(\lambda f)$ ;  $\rho$  为空间频率。

由以上计算可知,多子镜的调制传递函数由子镜的调制传递函数组合而成。通过调整子镜之间的

相对位置  $(x_n - x_m, y_n - y_m)$ , 使之达到对调制传递函数的要求, 则可实现优化的目的。

### 3 辐射状多子镜阵列结构

辐射状多子镜阵列结构由多个直径为  $d$  的子镜组成, 可将该结构分为  $z$  ( $z = 0, 1, 2, \dots$ ) 簇。第 0 簇有 3 个分支, 每个分支上的子镜数为  $n_1$ , 每个分支的方位为  $\phi_i = 2\pi(i-1)/3 + \pi/6, i = 1, 2, 3$ 。第 1 簇有 3 个分支, 每个分支上的子镜数为  $n_2$ , 每个分支的方位为  $\phi_i = 2\pi(i-1)/3 + \pi/2, i = 1, 2, 3$ 。第 2 簇有 6 个分支, 每个分支上的子镜数为  $n_3$ , 每个分支的方位为  $\phi_i = \pi(i-1)/3, i = 1, 2, \dots, 6$ 。第  $z$  簇有  $3 \cdot 2^{z-1}$  ( $z \geq 3$ ) 个分支, 每个分支上的子镜数为  $n_{z+1}$ , 每个分支的方位为  $\phi_i = \pi/(3 \cdot 2^{z-1}) + \pi(i-1)/(3 \cdot 2^{z-2}), i = 1, 2, \dots, 3 \cdot 2^{z-1}$ 。

图 2 对应  $z=2$  时的三簇辐射状多子镜结构。本文以此种情况下的多子镜结构为例进行讨论分析。

对于辐射状多子镜结构, 当  $z=2$  时, 此结构有  $d$ 、 $n_1$ 、 $n_2$ 、 $n_3$ 、 $\Delta r$  共 5 个独立参数。为了给出该多子镜结构的普适规律, 对基本的结构参数以  $\Delta r$  为单位进行约化, 即  $d_0 = d/\Delta r, D = (2n_1 + d_0)\Delta r$ , 约化后的结构有  $d_0$ 、 $n_1$ 、 $n_2$ 、 $n_3$  共 4 个独立参数。无量纲子孔径约化直径  $d_0$  的取值范围为  $0 < d_0 \leq 1$ 。通过分析可知, 辐射状多子镜结构各方向的子镜数限定关系如下:  $n_1 \geq n_2, n_1 > n_3, n_2 \neq n_3$ 。在  $n_1$  确定的情况下, 由于该辐射状多子镜结构第 1 簇与第 2 簇的子镜数  $n_2$ 、 $n_3$  不同, 因此可将该结构分为 I 型和 II 型 2 种不同的形式:  $n_2 > n_3$  的 I 型结构和  $n_2 < n_3$  的 II 型结构。表 1 所示为当  $n_1 = 3$  时 I 型与 II 型辐射状多子镜结构参数, 其中  $F_{\max}$  为最大填充因子。

表 1 当  $n_1 = 3$  时 I 型与 II 型辐射状多子镜结构参数

Table 1 Parameters of type I and type II radial multi-sub-mirror structures when  $n_1 = 3$

| Type    | $n_2$ | $n_3$ | $N$ | $F_{\max}/\%$ |
|---------|-------|-------|-----|---------------|
| Type I  | 2     | 1     | 21  | 43            |
|         | 3     | 1     | 24  | 49            |
| Type II | 3     | 2     | 30  | 61            |
|         | 1     | 2     | 24  | 49            |

当  $n_1$  一定时, 共有  $(n_1 - 1)(n_1 - 1)$  种阵列结构。以  $n_1 = 3$  为例, 为了研究 I 型结构和 II 型结构的成像特性, 选取相同子孔径数的辐射状多子镜结构进行比较, 即  $n_1 = 3, n_2 = 3, n_3 = 1$  (简称 I-331 型) 与  $n_3 = 3, n_2 = 1, n_3 = 2$  (简称 II-312 型)。

## 4 辐射状多子镜的特性

### 4.1 填充因子

填充因子  $F$  为稀疏孔径通光面积(子镜通光面积之和)与包围孔径面积的比值。对于辐射状多子镜结构,其填充因子  $F$  为

$$F = \frac{Nd^2}{D^2} = \frac{3n_1 + 3n_2 + 6n_3}{(2n_1/d_0 + 1)^2} \quad (9)$$

图 3 所示为当  $n_1=3$  时,填充因子  $F$  与无量纲子孔径约化直径  $d_0$  的关系。可知:当子孔径总数  $N$  一定时,随着  $d_0$  增大,(9)式的分母减小,因此填充因子增大。在  $d_0=1$  处取到最大填充因子  $F_{\max}$ :

$$F_{\max} = \frac{3n_1 + 3n_2 + 6n_3}{(2n_1 + 1)^2} \quad (10)$$

此时,各个多子镜彼此相切。由(9)式可以得出,要使填充因子增大, $n_3$  的贡献比  $n_2$  大。

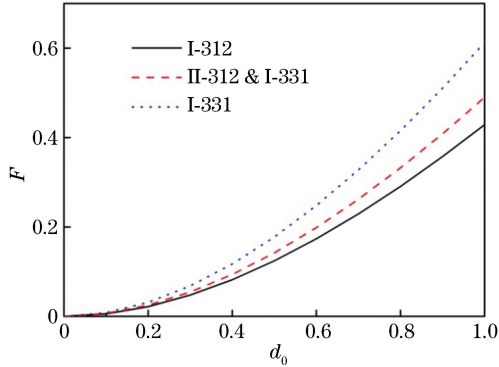


图 3 不同结构下填充因子  $F$  随无量纲子孔径约化直径  $d_0$  的变化

Fig. 3 Fill factor  $F$  as a function of dimensionless sub-aperture simplification diameter  $d_0$  in different structures

### 4.2 冗余度

在相同口径的情况下,冗余度越低越好。冗余度定义为频域中子调制传递函数重叠的个数(频率中心重叠的个数除外)与  $N(N-1)$  的比值。定量计算得到 II-312 型结构的冗余度为 1.33%, I-331 型结构的冗余度为 7.33%。图 4 所示为 2 种不同结构下的光瞳图和调制传递函数轮廓图,图中  $x, y$  为光瞳面坐标; $u, v$  为频谱面坐标。对比图 4(a)、(c)与图 4(b)、(d)可知, I-331 型结构的子调制传递函数的对称性明显高于 I-312 型结构,表明 I-331 型结构的冗余度较高,这与定量计算所得结果相符。因为 II-312 型结构从内向外的第 1 个圆周是无冗余的 Golay3 型结构,并且 II-312 型从内向外的第 2 个圆周是非均匀圆周的九孔径无冗余结构,所以会降低冗余度。I-331 型结构从内向外的第 1 个圆周是六

孔径的均匀圆周冗余结构,在频率域内特定方向上有多于一对子孔径,对特定的空间频率重复采样,会导致 I-331 型结构的冗余度较高。在填充因子相同的情况下,孔径阵列冗余度的增大能使调制传递函数对某些空间频率方向的响应被削弱,调制传递函数值为 0 的概率增大,导致 II-312 型结构比 I-331 型结构的实际截止频率较高。为了降低冗余度,在第 0 簇每个分支上的子镜数  $n_1$  确定的情况下,可选择  $n_2 < n_3$  的 II 型结构。

### 4.3 调制传递函数

图 5 所示为 II-312、I-331 型阵列结构在填充因子为 14%、26% 和 49% 时的调制传递函数俯视图,可以看出,随着填充因子增大,系统的实际截止频率增大,调制传递函数中的“孔洞”越来越少。多子镜在入瞳面平面上呈对称分布,因此通过(3)式可以得出  $\alpha_{\text{MTF},d}$  在频率域上不同方向的排列也将会呈现对称分布。多子镜阵列结构的排布多方向性导致最大、最小截止频率趋向均匀且呈现一定的规律。当填充因子为 14% 时,中央主瓣和旁瓣之间出现调制传递函数值为 0 的区域。当填充因子为 26%、49% 时, II-312 型结构的调制传递函数分布均匀,而低频范围内 I-331 型结构不同长度的基线数量较多,导致频率信息过多地通过低频区域,调制传递函数集中分布于低频处。II-312 型结构具有更大的频率覆盖面积和较高的实际截止频率,而且中频也较平缓。

图 6 所示为 II-312、I-331 型阵列结构归一化的调制传递函数在水平和垂直方向的截面,其中  $f_{\text{MTF}}$  为截止频率内的调制传递函数。图 6(a)、(c)所示为 II-312、I-331 型结构在水平方向的截止频率,可知:当填充因子为 14% 时,在归一化频率为 1.0 处, II-312 型结构的调制传递函数值为 0,而在归一化频率为 0.09 处, I-331 型结构的调制传递函数值减为 0。即当填充因子为 14% 时,在水平方向上 II-312 型结构比 I-331 型结构有较大的实际截止频率。当填充因子为 26% 时, I-331 型结构的调制传递函数极大值比 II-312 型结构的大 0.02。当填充因子为 49% 时, II-312 型结构在低、中、高频区域的调制传递函数值大于 I-331 型结构。II-312、I-331 型结构的调制传递函数极大值为 0.4。在低频区域, II-312 型结构的调制传递函数值小于 I-331 型结构,而在中、高频区域, II-312 型结构的调制传递函数值大于 I-331 型结构。II-312 型结构在水平方向的归一化频率表现出了良好的中、高频特性。



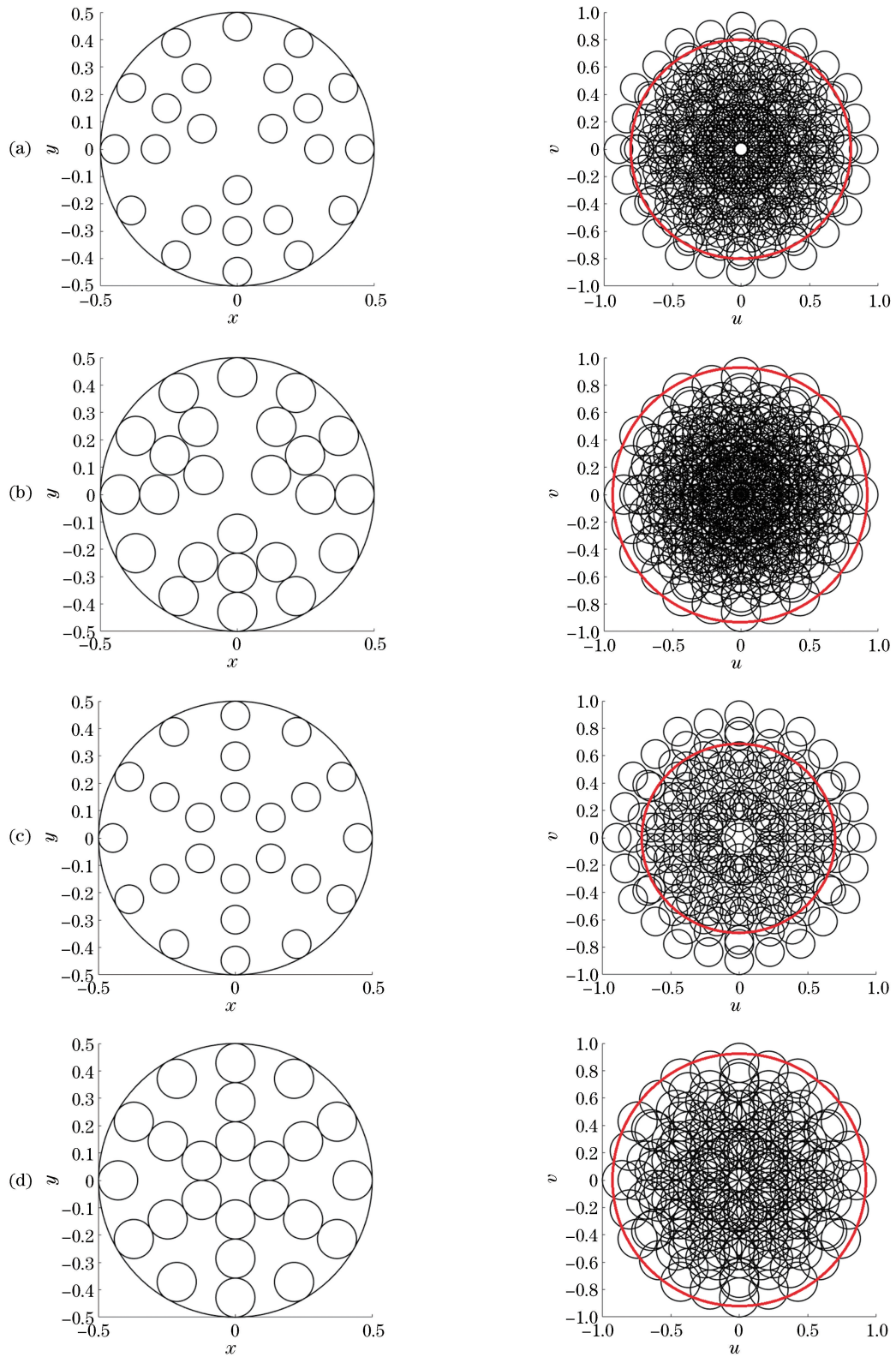


图 4 不同填充因子下 2 种不同结构的光瞳图和调制传递函数轮廓图。(a)  $F=26\%$ , II-312 型结构; (b)  $F=49\%$ , II-312 型结构; (c)  $F=26\%$ , I-331 型结构; (d)  $F=49\%$ , I-331 型结构

Fig. 4 Optical pupil diagrams and MTF profiles of two different structures with different fill factors. (a) Type II-312 structure when  $F=26\%$ ; (b) type II-312 structure when  $F=49\%$ ; (c) type I-331 structure when  $F=26\%$ ; (d) type I-331 structure when  $F=49\%$

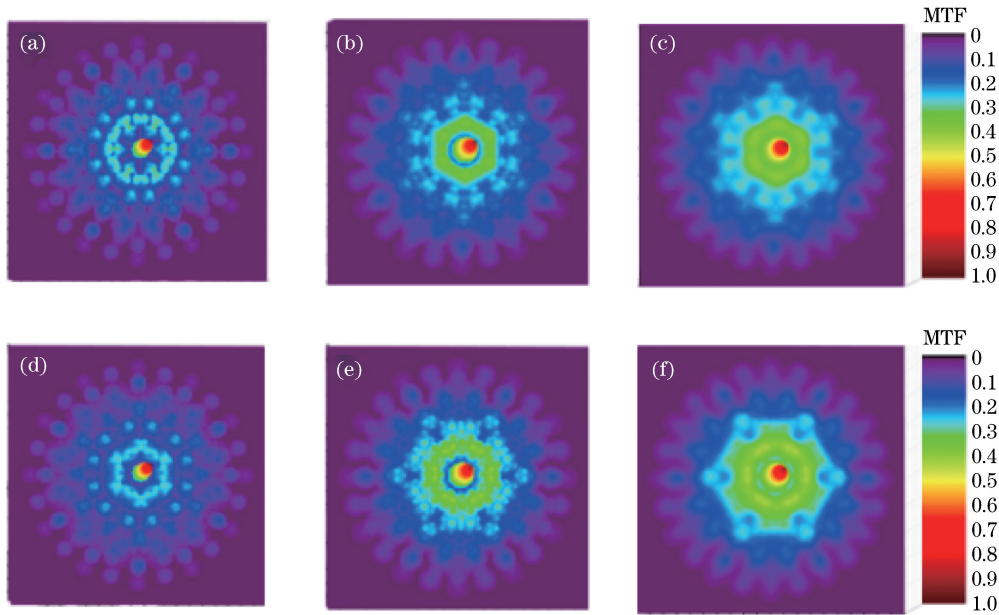


图 5 不同填充因子下 2 种阵列结构的调制传递函数俯视图。(a)  $F=14\%$ , II-312 型结构; (b)  $F=26\%$ , II-312 型结构; (c)  $F=49\%$ , II-312 型结构; (d)  $F=14\%$ , I-331 型结构; (e)  $F=26\%$ , I-331 型结构; (f)  $F=49\%$ , I-331 型结构

Fig. 5 Top views of MTF of two array structures with different fill factors. (a) Type II-312 structure when  $F=14\%$ ; (b) type II-312 structure when  $F=26\%$ ; (c) type II-312 structure when  $F=49\%$ ; (d) type I-331 structure when  $F=14\%$ ; (e) type I-331 structure when  $F=26\%$ ; (f) type I-331 structure when  $F=49\%$

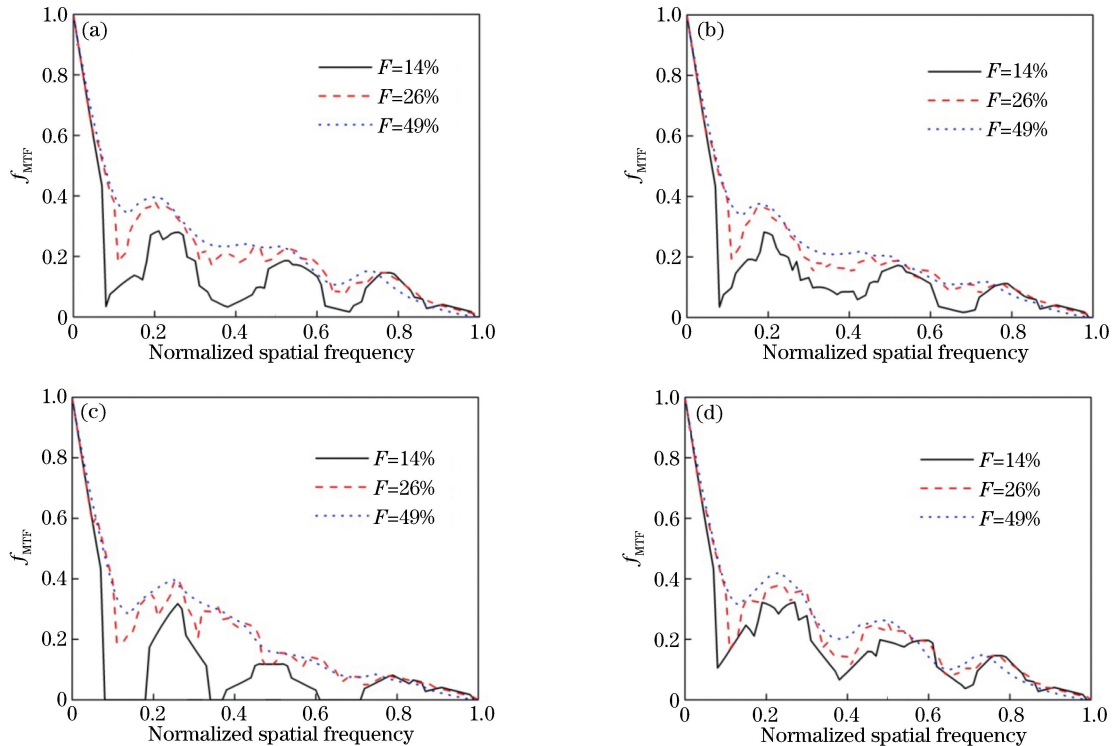


图 6 2 种不同结构的调制传递函数与填充因子  $F$  的关系。(a) II-312 型结构, 水平方向; (b) II-312 型结构; 垂直方向; (c) I-331 型结构, 水平方向; (d) I-331 型结构; 垂直方向

Fig. 6 MTF as a function of fill factor  $F$  for two different structures. (a) Type II-312 structure in horizontal direction; (b) type II-312 structure in vertical direction; (c) type I-331 structure in horizontal direction; (d) type I-331 structure in vertical direction

图 6(b)、(d)所示为 II-312、I-331 型结构在竖直方向的截止频率,当填充因子分别为 14%、26%、49%时,在低、中、高频区域,I-331 型结构的调制传递函数值均大于 II-312 型结构。可见,竖直方向上 I-331 型结构的子调制传递函数重叠的个数明显多于 II-312 型结构。当填充因子不同时,II-312 型结构的调制传递函数曲线在中频区域的波动趋于平坦。从 2 种结构在不同方向上的调制传递函数曲线可以看出,孔径阵列冗余度的提高虽然能使调制传递函数对某些空间频率方向的响应得以加强,但也能使其他频率处的响应值降低,甚至更早出现零点。此外,从图 5 中也可以看出,这 2 种结构的调制传递函数并不是圆对称的。

#### 4.4 其他特性参数

表 2 和表 3 所示分别为 II-312 型和 I-331 型结构的特征指标计算结果,其中: $D_r$  为实际等效口径; $\rho_r$  为实际空间的截止频率; $\rho_D$  为包围口径的截止频率; $\alpha_{MTF,mid}$  为表征调制传递函数的中频特性<sup>[14]</sup>,其为子孔径截止频率与包围圆孔径截止频率范围内调制传递函数的平均值。由表 2 和表 3 可知:对于这 2 种结构,随着填充因子增大, $D_r/D$  与  $\rho_r/\rho_D$  逐渐增大。在填充因子相同的情况下,I-331 型结构的高冗余性导致其光学传递函数的不均匀性增加,出现零频的概率增大。通过数值计算,II-312 型结构的实际截止空间频率以及实际等效口径值均大于 I-331 型阵列结构的。2 种结构的最大基线长度相同,最大截止空间归一化频率为 1。当这 2 种结构在填充因子相同时,平均调制传递函数以及调制传递函数中频特性的值相接近。随着填充因子逐渐减小,I-331 型结构的实际截止频率在填充因子超过 41% 后迅速减小,这反映了其调制传递函数的迅速退化,而 II-312 型结构实际截止频率的变化表现为逐步减小的过程。由 4.2 节可知,I-331 结构的冗余度约为 II-312 结构的 6 倍。I-331 型结构的高冗余性是其调制传递函数在填充因子减小时退化的主要原因。因此,在保证成像质量的前提下,应降低孔径阵列的冗余度。当填充因子达到最大时,无论是 I-331 型结构,还是 II-312 型结构,平均调制传递函数以及调制传递函数中频特性的值都不是最佳的。通过这 2 种结构的对比可以得出,当  $d_0$  的增大超过一定阈值时,成像质量变差。因此,要达到最佳的成像质量,选取合适的  $d_0$  至关重要。

实际等效口径  $D_r$  为与稀疏孔径系统在实际截止频率之内具有相等调制传递函数面积的圆孔直

表 2 II-312 型结构的特性指标

Table 2 Characteristic indexes of type II-312 structure

| $F / \%$ | Ratio of practical effective diameters $D_r/D$ | Ratio of average $f_{MTF}$ | $\rho_r/\rho_D$ | $\alpha_{MTF,mid}$ |
|----------|--|----------------------------|-----------------|--------------------|
| 20       | 0.8902   | 0.0973                     | 0.7925          | 0.0465             |
| 26       | 0.8988   | 0.1080                     | 0.8079          | 0.0519             |
| 33       | 0.9107   | 0.1195                     | 0.8294          | 0.0566             |
| 41       | 0.9586   | 0.1254                     | 0.9190          | 0.0598             |
| 49       | 0.9623   | 0.1232                     | 0.9259          | 0.0578             |

表 3 I-331 型结构的特性指标

Table 3 Characteristic indexes of type I-331 structure

| $F / \%$ | Ratio of practical effective diameters $D_r/D$ | Ratio of average $f_{MTF}$ | $\rho_r/\rho_D$ | $\alpha_{MTF,mid}$ |
|----------|--|----------------------------|-----------------|--------------------|
| 20       | 0.7938   | 0.0834                     | 0.6322          | 0.0395             |
| 26       | 0.8221   | 0.0961                     | 0.6758          | 0.0459             |
| 33       | 0.8683   | 0.1136                     | 0.7539          | 0.0537             |
| 41       | 0.9545   | 0.1258                     | 0.9108          | 0.0599             |
| 49       | 0.9588   | 0.1234                     | 0.9194          | 0.0582             |

径,计算公式如下:

$$D_r = \left[ \frac{4}{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\rho_D} \alpha_{MTF,th}(\rho, \theta) \rho d\rho d\theta \right]^{\frac{1}{2}}, \quad (11)$$

其中,

$$\alpha_{MTF,th}(\rho, \theta) = \begin{cases} 1, & \alpha_{MTF}(\rho, \theta) > 0, \rho < (\rho_r)_\theta \\ 0, & \alpha_{MTF}(\rho, \theta) = 0 \end{cases}, \quad (12)$$

式中: $\alpha_{MTF,th}$  为实际截止频率内的调制传递函数; $\theta$  为频谱面内子调制传递函数分布的角度方向; $(\rho_r)_\theta$  为  $\theta$  方向的实际空间截止频率。平均调制传递函数为在包围孔径截止频率内调制传递函数的平均值。令

$$g(\rho, \theta) = \begin{cases} f_{MTF}(\rho, \theta), & \rho < (\rho_r)_\theta \\ 0, & \rho \geq (\rho_r)_\theta \end{cases}, \quad (13)$$

式中: $g$  为包围口径截止频率内的调制传递函数。则

$$A_{MTF} = \frac{\int_0^{2\pi} \int_0^{\rho_D} g(\rho, \theta) \rho d\rho d\theta}{\pi \rho_d^2}, \quad (14)$$

式中: $A_{MTF}$  为包围孔径截止频率内调制传递函数的平均值; $\alpha_{MTF,mid}$  用以表征综合孔径系统在中、高频区域内的响应能力,其表达式为

$$\alpha_{\text{MTF, mid}} = \frac{\int_0^{2\pi} \int_{\rho_d}^{\rho_D} g(\rho, \theta) \rho d\rho d\theta}{\int_0^{2\pi} \int_{\rho_d}^{\rho_D} \rho d\rho d\theta} = \frac{\int_0^{2\pi} \int_{\rho_d}^{\rho_D} g(\rho, \theta) \rho d\rho d\theta}{2\pi(\rho_D^2 - \rho_d^2)}, \quad (15)$$

式中： $\rho_d$  为子孔径的截止频率。

#### 4.5 辐射状多子镜与复合环形结构的比较

复合阵列结构是一种建立在典型光学稀疏孔径阵型基础上的结构。赵娟等<sup>[15]</sup>提出了以 Golay3 为基本单元的复合环形结构、复合 Goaly6 结构和复合

三臂结构。当  $N=24$  时,只有复合环型结构符合子镜数的要求,而复合环形结构中的子阵列旋转对称型结构最优。本文选取辐射状多子镜(II-312 型)与复合环形结构进行比较。通过计算可以得出,复合环形结构的最大填充因子  $F_{\text{max}}=39.6\%$ 。图 7 所示为不同填充因子时,辐射状多子镜结构(II-312 型)与复合环形结构沿水平方向的调制传递函数曲线,可知,在不同的填充因子下,复合环形结构在水平方向的实际截止频率小于 II-312 型结构的,II-312 型结构在中频区域的调制传递数值大于复合环形结构。

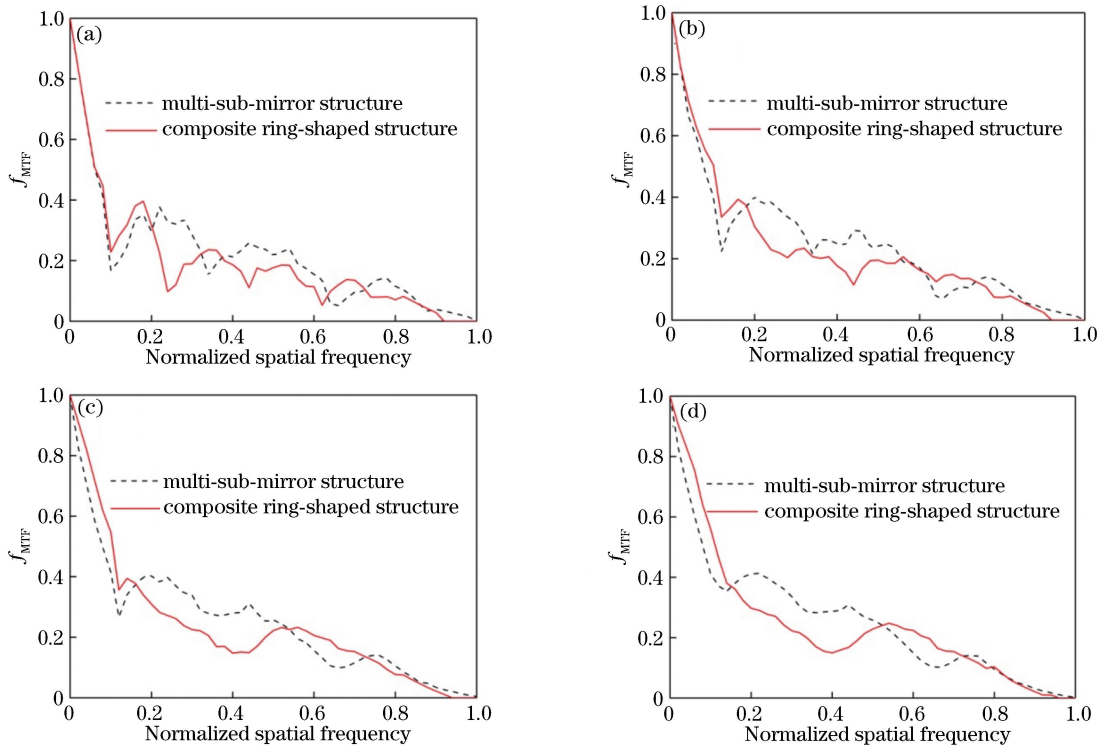


图 7 不同填充因子下多子镜结构(II-312 型)和复合环形结构调制传递函数的比较(水平方向)。

(a)  $F=20\%$ ; (b)  $F=26\%$ ; (c)  $F=33\%$ ; (d)  $F=39.6\%$

Fig. 7 Comparison of MTFs between multi-sub-mirror structure (type II-312) and composite ring-shaped structure with different fill factors (in horizontal direction). (a)  $F=20\%$ ; (b)  $F=26\%$ ; (c)  $F=33\%$ ; (d)  $F=39.6\%$

通过计算可知,复合环形结构较多子镜结构的冗余度大,导致复合环形结构的频率覆盖率减小,峰与峰之间过早地出现零频区域,因此复合环形结构的实际截止频率较低。表 4 所示为复合环型结构的特性指标。比较表 4 与表 2 中的特征指标,可以进一步精确得出多子镜结构(II-312 型)的实际等效口径、实际截止频率、平均调制传递函数、中频特性均优于复合环形结构。

## 5 结 论

辐射状多子镜阵列结构是一种不同于多圆周结

表 4 不同填充因子下复合环型结构的特性指标

Table 4 Characteristic indexes of composite ring-shaped structure with different fill factors

| $F / \%$ | Ratio of                                | Ratio of                 | $\rho_r / \rho_{dc}$ | $\alpha_{\text{MTF, mid}}$ |
|----------|---|--------------------------|----------------------|----------------------------|
|          | practical effective diameters $D_r / D$ | average $f_{\text{MTF}}$ |                      |                            |
| 20.0     | 0.7123                                  | 0.0798                   | 0.6109               | 0.0364                     |
| 26.0     | 0.7816                                  | 0.0912                   | 0.6678               | 0.0412                     |
| 33.0     | 0.8441                                  | 0.1091                   | 0.7489               | 0.0512                     |
| 39.6     | 0.8913                                  | 0.1201                   | 0.8596               | 0.0521                     |



构、Golay 结构和三臂形结构的稀疏孔径结构。本文分析了辐射状多子镜的分布特点,并在限定参数的情况下,将该多子镜阵列分为 2 种类型结构。运用 MATLAB 软件计算 2 种不同结构调制传递函数的轮廓图和俯视图、二维调制传递函数曲线以及各种特性指标,并对比多子镜阵列与复合环形结构的结构特征和成像特性。结果表明:当 2 种结构的平均调制传递函数以及调制传递函数中频特性值相接时,选择具有更大实际等效口径和实际截止频率以及更低冗余度的 II 型结构。II 型结构在成像方面具有一定优势。基于液体透镜的多子镜阵列结构采用无量纲约化参数,因此结论普适于任意的包围圆尺寸。与复合环形结构相比,当填充因子相同时,辐射状多子镜结构的实际截止频率和实际等效口径更大,这对多子镜的成像以及阵列优化具有一定的实用价值。

## 参 考 文 献

- [1] Meinel A B, Meinel M P. Large sparse-aperture space optical systems[J]. *Optical Engineering*, 2002, 41(8): 1983-1994.
- [2] Meinel A B. Aperture synthesis using independent telescopes[J]. *Applied Optics*, 1970, 9(11): 2501-2504.
- [3] Liu L, Jiang Y S, Wang H Y, *et al.* Novel array configuration and its optimization for sparse aperture imaging systems[J]. *Optical Engineering*, 2011, 50(5): 053202.
- [4] Yi H W, Li Y C, Fan C. Research on pupil configuration of equilateral six sub-apertures sparse-aperture system[J]. *Acta Photonica Sinica*, 2007, 36(11): 2062-2065.  
易红伟, 李英才, 樊超. 稀疏孔径等边六孔径结构研究[J]. *光子学报*, 2007, 36(11): 2062-2065.
- [5] Wu Q Y. Study on the sparse aperture optical systems[D]. Suzhou: Soochow University, 2006.  
吴泉英. 稀疏孔径光学系统成像研究[D]. 苏州: 苏州大学, 2006.
- [6] Wu Q Y, Qian L, Shen W M. Research on pupil configuration of dual three sub-apertures sparse-aperture system[J]. *Acta Optica Sinica*, 2006, 26(2): 187-192.  
吴泉英, 钱霖, 沈为民. 复合三子镜稀疏孔径光瞳结构的研究[J]. *光学学报*, 2006, 26(2): 187-192.
- [7] Harvey J E, Rockwell R A. Performance characteristics of phased array and thinned aperture optical telescopes[J]. *Optical Engineering*, 1988, 27(9): 762-768.
- [8] Han J, Wang D Y, Liu H C, *et al.* Multiple-array configuration design of optical sparse-aperture imaging system[J]. *Journal of Optoelectronics · Laser*, 2007, 18(6): 649-652.  
韩骥, 王大勇, 刘汉承, 等. 光学稀疏孔径成像复合孔径阵列结构研究[J]. *光电子·激光*, 2007, 18(6): 649-652.
- [9] Fiete R D, Tantalo T A, Calus J R, *et al.* Image quality of sparse-aperture designs for remote sensing[J]. *Optical Engineering*, 2002, 41(8): 1957-1969.
- [10] Xie N, Zhang N, Zhao R, *et al.* Test and analysis of the dynamic procedure for electrowetting-based liquid lens under alternating current voltage[J]. *Acta Physica Sinica*, 2016, 65(22): 224202.  
谢娜, 张宁, 赵瑞, 等. 交流作用下电润湿液体透镜动态过程的测试与分析[J]. *物理学报*, 2016, 65(22): 224202.
- [11] Zhao R, Hua X G, Tian Z Q, *et al.* Electrowetting-based variable-focus double-liquid lens[J]. *Optics and Precision Engineering*, 2014, 22(10): 2592-2597.  
赵瑞, 华晓刚, 田志强, 等. 电润湿双液体变焦透镜[J]. *光学精密工程*, 2014, 22(10): 2592-2597.
- [12] Zhou C H, Wang Z L, Zhang S Q, *et al.* Large aperture diffraction limited optical synthetic aperture system intermediate frequency MTF compensation[J]. *Acta Optica Sinica*, 2018, 38(4): 0411005.  
周程灏, 王治乐, 张树青, 等. 大孔径衍射受限光学合成孔径系统 MTF 中频补偿[J]. *光学学报*, 2018, 38(4): 0411005.
- [13] Liu L, Jiang Y S. Principle and application of synthetic aperture imaging[M]. Beijing: National Defense Industry Press, 2013: 45-78.  
刘丽, 江月松. 综合孔径成像原理与应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 2013: 45-78.
- [14] Miller N, Duncan B, Dierking M P. Resolution enhanced sparse aperture imaging[C]//2006 IEEE Aerospace Conference, March 4-11, 2006, Big Sky, MT, USA. New York: IEEE, 2006: 1655904.
- [15] Zhao J, Wang D Y, Zhang Y X, *et al.* Effect of different designs of the multiple-array configuration on imaging of optical sparse aperture systems[J]. *Chinese Journal of Lasers*, 2009, 36(4): 934-939.  
赵娟, 王大勇, 张亚新, 等. 光学稀疏孔径系统复合阵列构造对系统成像的影响[J]. *中国激光*, 2009, 36(4): 934-939.