

# 基于调频的相位调制潜像防伪方法

韩雪莹, 王琪\*, 葛乃馨

南京林业大学轻工与食品学院, 江苏 南京 210037

**摘要** 针对线状光栅仅适用于调幅图像的属性,研究了基于调频图像为载体的相位调制潜像防伪技术。采用相位调制法将潜像隐藏在误差扩散加网图像上,将图像互信息值作为隐藏效果的评价指标;基于光栅提取原理,设计一种不规则光栅;基于不规则光栅的设计理念,探究其在调幅图像上的适用范围。实验结果表明:不规则光栅能清晰地提取调频图像中的潜像,还可用于调幅图像的不同阶调。该研究实现了相位调制光栅防伪技术对调频加网方式和调幅全阶调潜像的提取,依赖原稿生成的不规则光栅具有抗复制性,使该防伪方法具有天然的防伪性能。

**关键词** 光栅; 调频加网; 相位调制; 不规则光栅

中图分类号 TP391

文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201939.0805001

## Anti-Counterfeiting Method of Phase-Modulated Latent Images Based on Frequency Modulation

Han Xueying, Wang Qi\*, Ge Naixin

College of Light Industry and Food Engineering, Nanjing Forestry University, Nanjing, Jiangsu 210037, China

**Abstract** Linear gratings are only suitable for the amplitude modulation of images. To overcome this limitation, the anti-counterfeiting technology for phase-modulated latent images is studied based on the frequency-modulated image. The latent image is hidden in an error diffusion-screened image using the phase modulation method. Mutual information is considered to be the evaluation index of the hiding effect. An irregular grating is designed based on the grating extraction principle. Further, the application scope of the amplitude-modulated images is explored based on the concept of irregular grating design. The experimental results show that irregular gratings can clearly extract latent images from the frequency-modulated image and are suitable for the different tonality of the amplitude-modulated image. Thus, the applicability of the anti-counterfeiting technology based on phase-modulated grating for the frequency-modulated screening mode and amplitude-modulated full-tone latent image extraction is verified. The irregular grating obtained by relying on the original manuscript exhibits the property of anti-duplication, and endows the technique with natural anti-counterfeiting capability.

**Key words** gratings; frequency modulation screening; phase modulation; irregular gratings

**OCIS codes** 050.2770; 100.2810; 100.2960; 100.1160; 100.2000

## 1 引 言

近年来,光学在信息安全和图像加密领域取得一系列研究进展,并运用彩虹全息<sup>[1-2]</sup>、叠栅条纹<sup>[3]</sup>和光可变器件<sup>[4]</sup>等技术以防止对机密文档和认证信息的非法复制。现代光学信息隐藏通常借助密钥,对宿主图像进行光学变换或处理,以便在空域内嵌入载体图像来完成信息的隐藏,其中基于相位调制潜像法的光栅防伪技术<sup>[5]</sup>因其便捷性而具有较大优

势<sup>[6]</sup>。在信息隐藏阶段,防伪信息直接在加网过程中嵌入;在信息提取阶段,需用光栅片覆盖在宿主图像上进行旋转识别,而现有技术的光栅片主要为线性光栅。为提高潜像提取性能,郭凌华等<sup>[7]</sup>提出了一种不同于传统线性光栅的网点式光栅即呈规则排列的网点形式光栅,实验表明该光栅在单色调幅图像的防伪上占有一定优势,所提取的隐藏信息边界性更为凸显,但该光栅无法应用于调频(FM)图像;易军凯等<sup>[8]</sup>引入曲线光栅,其增加了隐藏信息的识

收稿日期: 2019-01-02; 修回日期: 2019-03-12; 录用日期: 2019-04-01

基金项目: 国家自然科学基金(31270629)、江苏省制浆造纸科学与技术重点实验室开放基金(201513)、特殊形态网点设计与防伪应用研究(2017NFUSPITP352)

\* E-mail: wangqi@njfu.edu.cn

别成本,并提高了信息安全性,但曲线光栅存在一定的角度,在光栅点偏移的过程中,容易造成隐藏信息的丢失。在上述研究中虽提出了不同的光栅类型,但这些光栅仅能提取出调幅图像中的潜像,因此在现有研究成果中多以调幅加网图像作为研究对象<sup>[9-10]</sup>。

文献[11]在光栅防伪技术的应用中研究调频加网,文中将对模式加网的阈值矩阵进行改进,使其网点排列具有一定的规律性,然后对潜像网点的排列方式和网点位置进行调整,从而实现隐藏防伪信息的目的。但该研究在嵌入潜像前必须对阈值矩阵加网算法进行改进才能实现最终的防伪目的,无法直接利用相位调制法一步完成潜像隐藏,这在一定程度上增加了技术难点与工艺步骤。基于上述问题,本文对其进行进一步研究,实现相位调制法能够一步完成潜像嵌入的目的,并基于数字光栅设计理念,设计一种能够提取出调频图像中潜像的光栅。

## 2 调频图像的潜像嵌入

### 2.1 误差扩散加网方法

调频加网采用点离散态网点技术,所有半色调微型网点具有非常小且相同的尺寸,单位面积内网点的数目随着图像阶调的变化而改变,按照实现方法可将其分为误差扩散加网和模式抖动加网<sup>[12]</sup>。模式抖动加网后的半色调图像会存在一些比较明显的噪声,影响图像质量;误差扩散加网后的半色调图像也会有噪声出现,但其噪声强度远小于其他加网方法所产生的噪声,从而达到较好的加网效果,因此基于误差扩散加网方式,对其调频图像进行潜像防伪的研究。

误差扩散是将数字图像的像素值与阈值进行比较并得到二值输出,然后将像素点输入输出灰度差以一定方式扩散到未经处理的相邻像素上,其原理如图1所示。

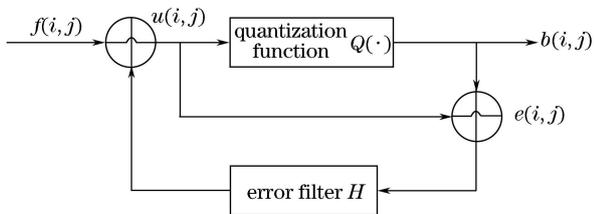


图1 误差扩散加网原理

Fig. 1 Principle of error diffusion screening

图1中, $f(i,j)$ 为输入图像像素点的像素值, $e(i,j)$ 为量化误差值, $b(i,j)$ 为输出像素值, $Q(\cdot)$

为阈值函数。 $H$ 为误差扩散滤波器, $h(i_0,j_0)$ 为误差扩散滤波器在 $(i_0,j_0)$ 位置的误差扩散系数以Floyd等提出的滤波器最具代表性,Floyd-Steinberg标准误差滤波器可表示为

$$h(i_0, j_0) = \frac{1}{16} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7 \\ 3 & 5 & 1 \end{bmatrix}. \quad (1)$$

误差扩散算法所对应的数学模型为

$$\begin{cases} u(i, j) = f(i, j) + \sum_{i_0, j_0} h(i_0, j_0) \times e(i_0, j_0) \\ b(i, j) = Q[u(i, j)] = \begin{cases} 1, & u(i, j) > T \\ 0, & u(i, j) \leq T \end{cases} \\ e(i, j) = b(i, j) - u(i, j) \end{cases} \quad (2)$$

式中: $(i,j)$ 为像素坐标; $u(i,j)$ 为二值图像按误差扩散系数调过的像素值; $T$ 为阈值。像素灰度值与所取阈值的差值分别扩散到相邻的像素点上,使周围的像素点分担所引起的误差,得到的半色调图像拥有丰富的色调效果,输出图像的视觉效果得到改善。假设被加网后图像的灰度值范围为 $0 \sim G_{MAX}$ , $G_{MAX}$ 为最大灰度值,将灰度值归一化,则灰度值范围可转换为 $0 \sim 1$ ,其中0表示为黑,1表示为白,取灰度中间值0.5作为阈值 $T$ 。加网时,将宿主图像某一像素点的灰度值 $G$ 与阈值 $T$ 比较,若 $G \geq T$ ,则二值像素设置为白,反之将二值像素设置为黑。采用误差扩散法对宿主图像进行加网,加网效果如图2所示。



图2 调频加网图像

Fig. 2 FM screening image

### 2.2 潜像嵌入方案

相位调制法是将宿主图像按照预先规定的加网参数进行加网处理,通过改变半色调图像中部分网点之间的相位关系或者对局部网点进行位移处理而嵌入潜像,而潜像的嵌入方法主要通过位移潜像区域的网点实现。如图3(a)所示,以网点 $E$ 为例,假设网点 $E$ 为潜像区域的网点,将 $E$ 点移动至两相邻

网点的中间位置  $A$ 、 $A_1$  点时,发现网点位移量较小,不易引起人眼的视觉感知,说明其隐藏效果图最佳。基于此原理,在调频图像中隐藏防伪信息时,采用相位调制潜像法中的最小位置变换法,选中防伪信息

区域网点,按照位移路径将网点进行定量移动,从而完成潜像的嵌入。图 3(b)为嵌有潜像“T”的调频图像,潜像区域用点状线框作标示,图 3(c)为潜像区域放大图。

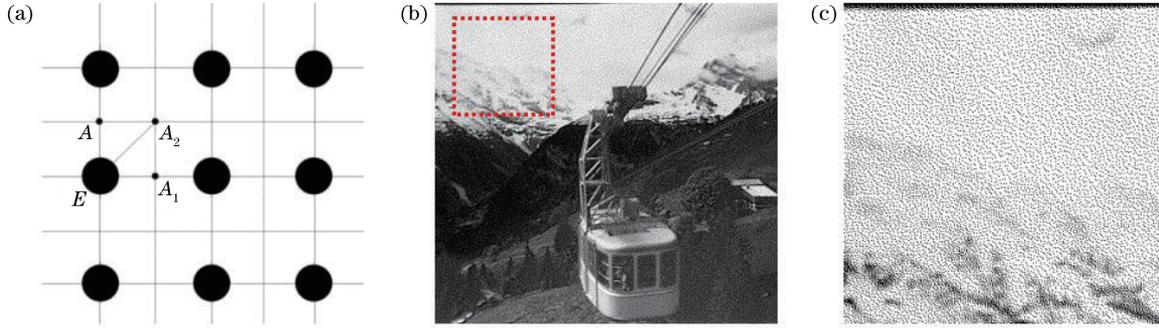


图 3 调频潜像。(a)网点位移图;(b)防伪图像;(c)潜像区域放大图

Fig. 3 FM latent images. (a) Diagram of dot displacement; (b) anti-counterfeiting image; (c) enlarged latent image

### 2.3 潜像的隐藏效果

采用结构相似度与互信息算法评价潜像的隐蔽性。结构相似度( $S_{SIM}$ )是综合考虑图像结构信息与人眼视觉相关联的一种图像质量评价方法,常用于评价图像防伪效果,其公式为

$$S_{SIM}(x, y) = [l(x, y)]^\alpha \cdot [c(x, y)]^\beta \cdot [s(x, y)]^\gamma, \quad (3)$$

式中: $l(x, y)$ 为亮度比较函数; $c(x, y)$ 为对比度比较函数; $s(x, y)$ 为结构比较函数; $\alpha, \beta, \gamma$ 为加权系数。

互信息是计算语言学模型分析的一种常用方法,其可以度量两个对象之间的相关性<sup>[13-15]</sup>。假设两个随机变量为  $X$  和  $Y$ ,  $x$  为  $X$  集合中的离散信息,  $y$  为  $Y$  集合中的离散信息,联合概率分布函数为  $p(x, y)$ ,边缘概率分布函数为  $p(x)$ 和  $p(y)$ ,互信息为联合分布和分布乘积之间的相对熵。互信息越大,对象之间的相关性越强,因此可以采用互信息进行隐藏效果的评价,其定义为

$$I(X; Y) = \sum_{x \in X} \sum_{y \in Y} p(x, y) \text{lb} \frac{p(x, y)}{p(x)p(y)}. \quad (4)$$

两幅图像之间的互信息基于它们的边缘和联合条件熵<sup>[16-18]</sup>,对于两幅离散的数字图像  $X$  和  $Y$ ,令其边缘概率分布函数分别为  $P_X(x)$ 和  $P_Y(y)$ ,联合概率分布函数为  $P_{XY}(x, y)$ , $P_{XY}(x, y)$ 可以用灰度值的归一化联合直方图计算得到

$$P_{XY}(x, y) = \frac{H(x, y)}{\sum_{x, y} H(x, y)}, \quad (5)$$

式中: $H$ 为  $n$  维联合直方图,  $n$  为生成它的图像数。直方图的横轴为图像灰度值,纵轴为像素个数。对于两幅图像的联合直方图,可以用二维矩阵表示为

$$\mathbf{H}_0 =$$

$$\begin{bmatrix} h(0,0) & h(0,1) & \cdots & h(0,n-1) \\ h(1,0) & h(1,1) & \cdots & h(1,n-1) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ h(m-1,0) & h(m-1,1) & \cdots & h(m-1,n-1) \end{bmatrix}, \quad (6)$$

式中: $h(x, y)$ 为矩阵  $\mathbf{H}_0$  的元素,  $x \in [0, m-1]$ ,  $y \in [0, n-1]$ ,其值为图像  $X$  中具有灰度值  $x$  和图像  $Y$  中具有灰度值  $y$  的相关点的个数。边缘概率分布可以分别通过对行、列累加联合直方图得到

$$\begin{cases} P_X(x) = \sum_y P_{XY}(x, y) \\ P_Y(y) = \sum_x P_{XY}(x, y) \end{cases}. \quad (7)$$

图像互信息的计算公式为

$$M_1(X, Y) = \sum_{x, y} P_{XY}(x, y) \text{lb} \frac{P_{XY}(x, y)}{P_X(x) \cdot P_Y(y)}. \quad (8)$$

根据图像互信息的算法原理,  $S_{SIM}$  与  $M_1$  值越大,表示潜像嵌入前后的图像越相似,潜像隐蔽性越好;反之,潜像隐蔽性越差。根据算法求得嵌有潜像的防伪图像与宿主图像的  $S_{SIM}$  及  $M_1$  值分别为 0.9917、0.9965,该数值接近于 1,说明潜像网点几乎完全融入背景网点中。调频网点在网格单元内随机分布,在进行局部网点调制后不会出现破坏网点周期性的问题,因此网点的无序性使得潜像几乎察觉不到,说明潜像的隐藏效果较佳。

### 3 不规则光栅设计

相位调制潜像的防伪方法主要分为隐藏信息的

嵌入和提取两个部分。在防伪信息提取阶段,将识别光栅覆盖在防伪图像上,基于光学透射原理,通过纹理对比效应从而提取出防伪母版上的隐藏信息。

在实际应用中,常用具有周期性的线状光栅提取潜像,如图4所示,但将线状光栅覆盖在含有潜像的调频图像时,潜像信息得不到显现。这是由于调频网点分布不规则,不具有规律性,其属性与线状光栅的参数不匹配,因此线状光栅不适用于调频图像。

为实现调频图像中的潜像提取的目的,本研究

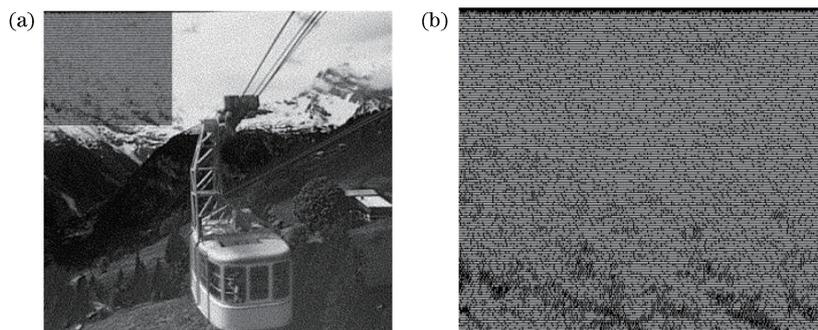


图4 线状光栅提取FM潜像。(a)提取潜像;(b)提取区域放大图

Fig. 4 FM latent images extracted by linear grating. (a) Extracted latent image; (b) enlarged extraction area

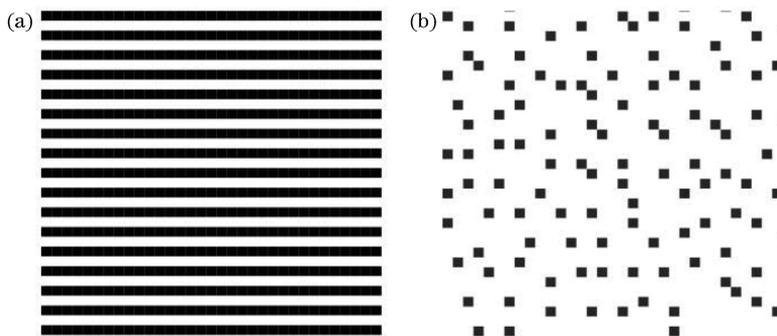


图5 光栅类型。(a)线状光栅;(b)不规则光栅

Fig. 5 Grating type. (a) Linear grating; (b) irregular grating

运用不规则光栅提取调频图像中的潜像时,因其不具有周期性,光栅叠加角度难以控制在有效范围内,故应以特定角度将其覆盖在潜像区域。根据Wang等<sup>[19]</sup>的研究可知,光栅覆盖时的微小夹角变化会影响叠栅条纹的成型大小,这将直接影响潜像的显现完整度,即叠栅条纹的周期与潜像的提取度成正相关,即

$$K = \frac{k}{\sqrt{2(1 - \cos a)}} = tk, \quad (9)$$

式中: $K$ 为叠栅条纹的周期; $k$ 为光栅的周期; $a$ 为光栅与防伪图像的叠加角度差; $t$ 为叠栅条纹的放大倍率。而 $t$ 与夹角 $a$ 的大小有关,夹角越小,放大倍率越大,叠栅条纹的周期也越大,形成的条纹

基于文献[7]提出的网点式光栅与调频网点属性,设计出一种不规则光栅。首先运用Photoshop软件新建一个图层,将背景色设置为透明;然后选取预定的潜像嵌入区域,并用误差扩散加网算法对其进行半色调处理;最后选取全部网点,将其粘贴到透明背景的图层上,即可获得不规则光栅。如图5所示,不规则光栅不同于现有技术中的线状光栅,其呈现了光栅的不规则性。该光栅属性与调频图像中的加网参数相对应,与潜像类型或大小无关,是针对宿主图像而设计生成的特定光栅。

就越明显。因此,在叠加特定光栅时,尽量确保夹角 $a$ 为 $0^\circ$ ,以保障潜像显现的完整性。实验步骤如图6所示。对连续调图图像进行误差扩散加网,运用相位调制法嵌入潜像,并设计不规则光栅提取潜像。

## 4 光栅提取实验

### 4.1 提取效果

将第3节设计的不规则光栅覆盖在调频图像上进行潜像提取,效果如图7所示。使光栅的不透光区域与非潜像区域网点重合,并将非潜像区域网点全部遮盖住,只漏出大写字母“T”内的网点;使光栅透光区域完全透光,显露出潜像区域内的网点,即显

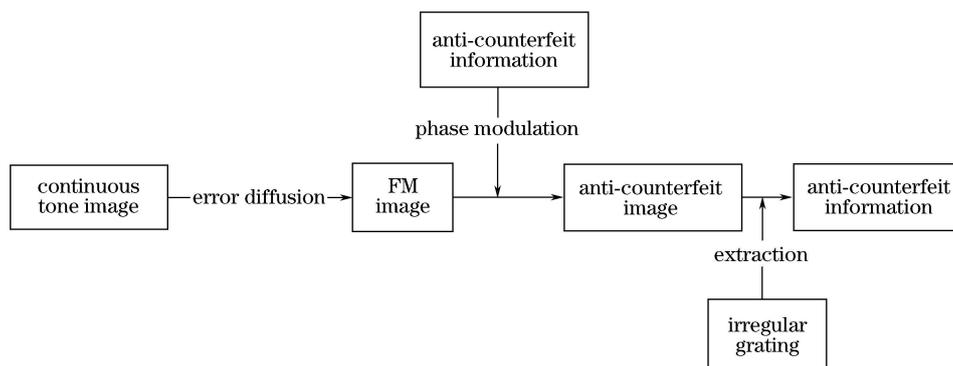


图 6 实验流程图

Fig. 6 Flow chart of experiment

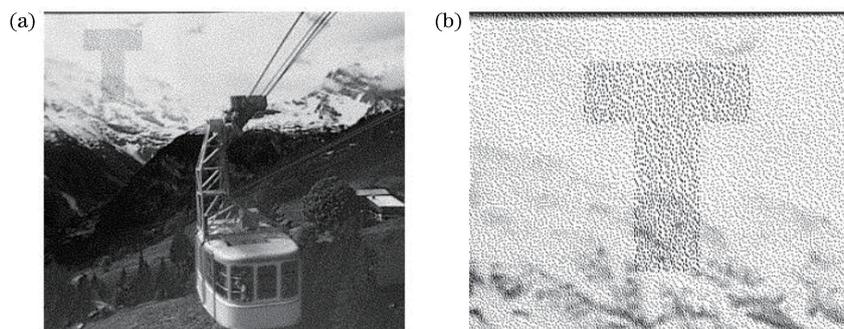


图 7 不规则光栅提取 FM 潜像。(a)提取潜像;(b)提取区域放大图

Fig. 7 FM latent images extracted by irregular grating. (a) Extracted latent image; (b) enlarged extraction area

现出防伪文字“T”,从而完整地提取出潜像“T”。这说明不规则光栅可以有效提取出调频图像中的潜像,并且能够避免无关信息的带入,对非潜像区域的图像呈现效果影响性较小。

不规则光栅上的网点与潜像网点具有一一对应性,是该潜像的专属光栅。光栅片上的网点图像一旦发生变化,就无法提取潜像图案,最终导致防伪失效。因此,不规则光栅自身具有防复制性,相较于现有技术,不仅能够保证原图像的防伪性能,而且还能保证光栅片的防伪性能。

#### 4.2 适用范围

调幅加网技术又叫点聚集态网点技术,使用该技术可将连续调图像变为由规则网点组成的网目调图像。调幅网点的空间位置固定,且网点间距不变,可通过改变网点大小再现阶调层次变化。基于调幅图像的光栅防伪研究,当网点面积率大于 60%时,各网点间的间距较小甚至发生连接,此时与之匹配的线性光栅的透光率较小甚至为零,将光栅叠加到半色调图像上,光栅几乎会将图像网点全部遮盖,从而达不到提取目的。为了实现提取潜像的目的,通常只将防伪潜像隐藏在亮调或中亮调的图像中,而图像中的潜像,还能使调幅图像的中亮调和暗调区

不选择暗调图像,这便局限了潜像的嵌入范围。

基于第 3 节的不规则光栅设计理念,在调幅图像的中亮调和暗调区域分别嵌入潜像,并分别制作与之相匹配的不规则光栅,将其覆盖在图像上提取潜像,以验证光栅的适用范围。图 8 和图 9 表明,不规则光栅可以提取调幅图像中亮调和暗调区域的潜像,由此可以推断出不规则光栅适用于调幅图像的全阶调,扩展了光栅防伪的适用性。

在不规则光栅的设计中,该光栅能够随着网目调图像的变化而发生变化,由于防伪母版与其余颜色通道合成后叠加于防伪图像上,所以伪造者很难获取防伪母版在加网时的完整参数,从而难以在光栅上制作出与之对应的图像形成识别光栅,大大增强了防伪性能。

## 5 结 论

本研究将相位调制潜像法运用在误差扩散加网图像上,得到隐蔽性较佳的潜像;基于光栅提取潜像原理及调频图像特点,设计了一种不规则光栅;将该光栅覆盖在含有潜像的调频图像上,潜像得以清晰再现。实验结果表明,该光栅不仅能够提取出调频区域潜像显现。不规则光栅的设计将该技术的适用性

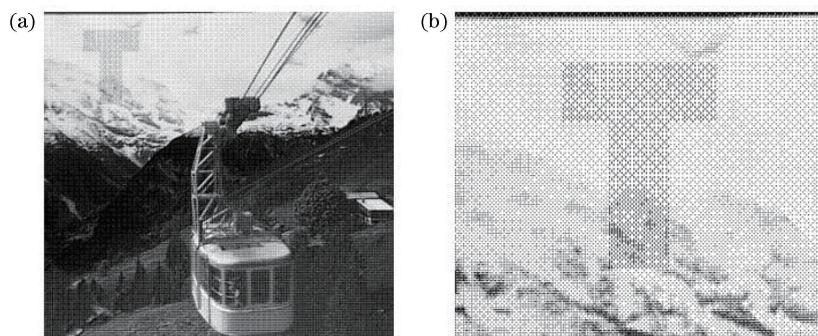


图 8 中亮调区域潜像提取效果图。(a)潜像;(b)提取区域放大图

Fig. 8 Extraction effect of latent image in mid-bright tone area. (a) Latent image; (b) enlarged extraction area

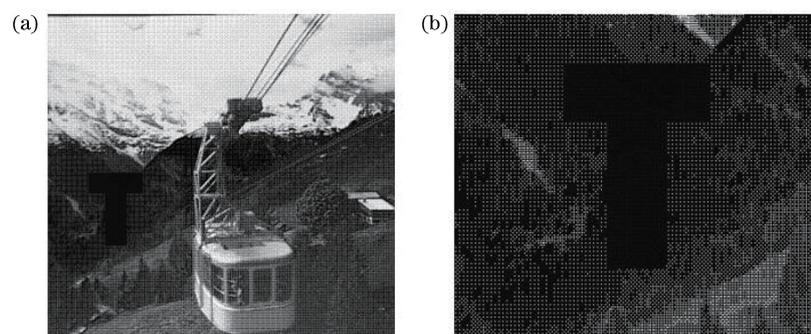


图 9 暗调区域潜像提取效果图。(a)潜像;(b)提取区域放大图

Fig. 9 Extraction effect of latent image in dark tone area. (a) Latent image; (b) enlarged extraction area

从调幅图像扩展到调频图像,并将调幅加网的局部阶调扩展到全阶调,打破了光栅防伪技术的适用局限性。本研究提出的不规则光栅在抗防伪攻击方面具有明显的技术进步,其自身具有防复制性,相较于现有技术,不仅能够保证原图像的防伪性能,还能保证光栅片的防伪性能,具有双重防伪效果。

### 参 考 文 献

- [1] Yang X, Wang H, Li Y, *et al.* Computer generated half-circle view-able color rainbow hologram based on frequency domain synthesis [J]. Chinese Journal of Lasers, 2018, 45(3): 0309001.  
杨鑫, 王辉, 李勇, 等. 基于频域合成的计算机半周视彩色彩虹全息 [J]. 中国激光, 2018, 45(3): 0309001.
- [2] Feng Z X, Zhang C E, Wang Y S. A new method of color measurement for laser rainbow holographic printed matter [J]. Acta Optica Sinica, 2014, 34(9): 0933001.  
冯之幸, 章春娥, 王岩松. 一种激光彩虹全息印刷品的颜色测量方法 [J]. 光学学报, 2014, 34(9): 0933001.
- [3] Hu J Q, Zhao W X, Ma X L, *et al.* A naked-eye 3D LED display based on a parallax barrier with weak moire fringes [J]. Acta Optica Sinica, 2018, 38(10): 1012002.  
胡建青, 赵悟翔, 马晓莉, 等. 一种弱化莫尔条纹的狭缝光栅屏裸眼 3D 显示器 [J]. 光学学报, 2018, 38(10): 1012002.
- [4] Li M X, Wang L, Dong L H. Development of a novel optical variable attenuator in lithography exposure system [J]. Chinese Journal of Lasers, 2018, 45(1): 0103002.  
李美萱, 王丽, 董连和. 光刻曝光系统中新型光可变衰减器的研制 [J]. 中国激光, 2018, 45(1): 0103002.
- [5] Zhang Y P, Jiang J, Zha Y L, *et al.* Research on embedding capacity and efficiency of information hiding based on digital images [J]. International Journal of Intelligence Science, 2013, 3(2): 77-85.
- [6] Liu Z, Ren L Y. Study of anti-counterfeit printing with cylindrical lens sheet basic on screening copy [J]. China Printing and Packaging Study, 2010, 2(S1): 153-156.  
刘真, 任乐义. 基于加网复制的光栅防伪技术研究 [J]. 中国印刷与包装研究, 2010, 2(S1): 153-156.
- [7] Guo L H, Chen Y, Liu G D, *et al.* Halftone anti-counterfeiting technology based on dot grating [J]. Journal of Shaanxi University of Science and Technology(Natural Science Edition), 2015, 33(3): 33-36, 41.

- 郭凌华, 陈燕, 刘国栋, 等. 基于网点式光栅的半色调图像防伪技术研究[J]. 陕西科技大学学报(自然科学版), 2015, 33(3): 33-36, 41.
- [8] Yi J K, Zhao X K. Technology of information hiding based on the grating effect [J]. Journal of Beijing University of Chemical Technology (Natural Science Edition), 2015, 42(5): 92-96.  
易军凯, 赵向凯. 基于光栅效应的信息隐藏技术研究[J]. 北京化工大学学报(自然科学版), 2015, 42(5): 92-96.
- [9] Liu Z, Ren L Y. Study of anti-counterfeit printing with cylindrical lens sheet basic on screening copy [J]. Advanced Materials Research, 2011, 174: 140-143.
- [10] Chen Q F, Chen G X, Wen S S, *et al.* Anti-counterfeit technology of halftone image watermarking by digital screening [J]. Indonesian Journal of Electrical Engineering and Computer Science, 2013, 11(9): 5084-5090.
- [11] Ren L Y, Liu Z, Wen S S, *et al.* Application of random matrix pattern jitter screening in grating anti-counterfeit printing technology [J]. Packaging Engineering, 2011, 32(13): 89-92, 116.  
任乐义, 刘真, 问双双, 等. 随机矩阵抖动加网在光栅防伪技术中的应用[J]. 包装工程, 2011, 32(13): 89-92, 116.
- [12] Zhou X. Research on hybrid screening algorithm model and its application [D]. Zhengzhou: PLA Information Engineering University, 2015: 5-6.  
周啸. 混合加网算法模型及其应用研究[D]. 郑州: 解放军信息工程大学, 2015: 5-6.
- [13] Jin H Q, Jian C X, Zhao R L. Printing image registration based on gradient and normalized mutual information [J]. Packaging Engineering, 2018, 39(9): 182-189.  
金因奇, 简川霞, 赵荣丽. 基于梯度与归一化互信息的印刷图像配准[J]. 包装工程, 2018, 39(9): 182-189.
- [14] Wang G Y, Xu X Z, Ding S F. 3D-3D medical image registration method based on 3D-PCNN and mutual information [J]. Journal of Computer Applications, 2017, 37(S1): 215-219, 222.  
王观英, 许新征, 丁世飞. 基于 3D-PCNN 和互信息的 3D-3D 医学图像配准方法[J]. 计算机应用, 2017, 37(S1): 215-219, 222.
- [15] Tang H Z, Li X, Zhang X G, *et al.* Mutual information-based multi-channel joint sparse model for histopathological images classification [J]. Journal of Computer-Aided Design & Computer Graphics, 2018, 30(8): 1514-1521.  
汤红忠, 李骁, 张小刚, 等. 基于互信息的多通道联合稀疏模型及其组织病理图像分类[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2018, 30(8): 1514-1521.
- [16] Bai L F, Han J, Zhang Y, *et al.* Registration algorithm of infrared and visible images based on improved gradient normalized mutual information and particle swarm optimization [J]. Infrared and Laser Engineering, 2012, 41(1): 248-254.  
柏连发, 韩静, 张毅, 等. 采用改进梯度互信息和粒子群优化算法的红外与可见光图像配准算法[J]. 红外与激光工程, 2012, 41(1): 248-254.
- [17] Wei B Z, Gan J, Yin Y L. Medical image registration based on mutual information entropy combined with edge correlation feature [J]. Journal of Data Acquisition and Processing, 2018, 33(2): 248-258.  
魏本征, 甘洁, 尹义龙. 基于边缘特征点互信息熵的医学图像配准方法[J]. 数据采集与处理, 2018, 33(2): 248-258.
- [18] Wu Y H, Zhang C, Zhang Y. Image registration based on gradient and regional mutual information [J]. Journal of Guangxi University (Natural Science Edition), 2017, 42(2): 720-727.  
吴延海, 张程, 张焯. 基于梯度信息和区域互信息的图像配准[J]. 广西大学学报(自然科学版), 2017, 42(2): 720-727.
- [19] Wang Q, Wang X B. Research on the relationship of grayscale between digital grating and the host image [J]. Applied Optics, 2014, 53(18): 4072-4078.