

# 一种新的正交扫描多视投影计算全息图生成方法

吴军<sup>1,2\*</sup>, 王冰洋<sup>1</sup>, 彭智勇<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>桂林电子科技大学电子工程与自动化学院, 广西 桂林 541004;

<sup>2</sup>广西光电信息处理重点实验室, 广西 桂林 541004

**摘要** 提出一种新的正交扫描多视投影计算全息图生成方法。该方法基于推导出的物体三维傅里叶频谱抽样统一模型及其误差分析, 设置角度参数, 从正交扫描投影图中模拟获得特定角度圆形扫描下的投影图频谱采样圆, 并按“ $\theta$ 角(扫描视角)小者优先”准则确定重叠位置的频谱采样信息, 从而提高正交投影图频谱利用效率; 从理想采样点与其取整点在频谱信息一致性、空间邻近程度的相互关系出发, 设置理想采样点所在频域格网点权重值, 并以其为基础自适应选取频谱信息一致性较高的格网点作为实际采样点, 从而在投影图频谱充分采样和背景噪声引入之间取得平衡, 以获得最优的物体三维傅里叶频谱。针对虚拟三维模型的正交扫描多视投影计算全息实验结果表明, 所提方法可明显改善所生成的全息图再现像视觉质量, 其再现像信噪比不仅在相同投影图数量下显著优于传统正交、圆形扫描方法, 并且在冗余采样条件下, 投影图数量减少为原来的 1/2 时, 所提方法所生成的全息图再现像信噪比也优于传统正交、圆形扫描方法, 因此所提方法具有较高的应用价值。

**关键词** 全息; 多视投影; 正交扫描; 圆形扫描; 傅里叶频谱

中图分类号 O438.1

文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201939.0709001

## Computer-Generated Holograms with Improved Orthogonal Scanning Multi-View Projections

Wu Jun<sup>1,2\*</sup>, Wang Bingyang<sup>1</sup>, Peng Zhiyong<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>School of Electronic Engineering and Automation, Guilin University of Electronic Technology, Guilin, Guangxi 541004, China;

<sup>2</sup>Guangxi Key Laboratory of Optoelectronic Information Processing, Guilin, Guangxi 541004, China

**Abstract** This paper presents a novel approach to generate computer-generated holograms (CGHs) with orthogonal scanning multi-view projections. A unified object three-dimensional Fourier spectrum sampling model is established, and based on its error analysis, the spectrum sampling circle of a circular scanning projection image at a specific angle  $\theta$  can be simulated from a traditional orthogonal scanning projection image; then, the principle of "smaller  $\theta$  (view angle of scanning) wins all" is adopted to determine the spectrum sampling information for overlapped positions so as to improve the spectrum utilization efficiency of orthogonal scanning projection image. Starting from the relationship between the ideal sampling point and its integration points in the consistency of spectrum information and the degree of spatial proximity, we set the weights of frequency-domain grid points where the ideal sampling points are located. Based on these weights, grid points with high consistency of spectrum information are selected adaptively as the actual sampling points, thereby achieving a balance between the sufficient sampling of projection spectrum and the introduction of background noise to obtain the optimal object three-dimensional Fourier spectrum. Experimental results of CGH with the orthogonal scanning multi-view projection for a virtual three-dimensional model show that the visual quality of the reconstructed hologram by the proposed method is notably improved. The signal-to-noise ratio of the reconstructed hologram is significantly better than that of traditional orthogonal and circular scanning methods under the same number of projected images; in addition, the signal-to-noise ratio of the reconstructed hologram implemented with a redundant sampling operation by the proposed method is also better than that of the traditional orthogonal method even when the number of projected images is reduced by one time. Therefore, the proposed method has great values both on theory and practice.

收稿日期: 2019-01-14; 修回日期: 2019-02-28; 录用日期: 2019-04-01

基金项目: 国家自然科学基金(41761087)、广西自然科学基金(2015GXNSFDA139030, 2017GXNSFAA198162)、桂林电子科技大学研究生教育创新计划(2018YJCXB62)、广西光电信息处理重点实验室主任基金(GD18108)

\* E-mail: wujun93161@163.com

**Key words** hologram; multi-view projection; orthogonal scanning; circular scanning; Fourier spectrum

**OCIS codes** 090.1760; 090.1995; 090.2870

## 1 引 言

计算全息是光学全息术与计算机技术的有机结合,通过计算机模拟三维(3D)物体在全息面上的2D复振幅分布可得到计算全息图(CGH),将该全息图加载到空间光调制器(SLM)上,利用再现光在空间上得到物体的3D图像<sup>[1]</sup>,计算全息已成为裸眼3D显示以及高精度干涉测量、大数据存储技术发展的前沿方向。近年来,计算全息在理论与应用研究中受到广泛关注<sup>[2-4]</sup>。计算全息图的形成涉及物体表面光源衍射场的计算,现有方法可概略分为点源法、面元法和多视投影法三类<sup>[5-6]</sup>。

点源法通过模拟计算物体所有点光源发出的光线在全息面上与参考光干涉叠加而获得全息图,计算原理简单,但当被记录物体具有复杂表面及深度信息时,需被离散成大量的点才能获得较高的计算精度,该过程运算量大、耗时较长,多采用“空间换时间”策略来提高计算效率,其中比较有代表性的算法是麻省理工学院的Lucente教授<sup>[7]</sup>提出的查找表(LUT)算法及后续改进算法<sup>[8-10]</sup>。该类算法先离线计算单个物点在全息面的贡献并预存于给定结构的表格,在实际生成全息图时仅需查找相关内容即可,不足之处在于3D LUT数据需占据大量存储空间,改进LUT算法虽然能大幅降低LUT内存并加快在线计算速度,但会影响所生成全息图的质量,导致重建像失真。

面元法的理论依据是特殊形状的均匀面源频谱有解析解及衍射角谱理论,其代表算法是平面波角谱法及其改进算法<sup>[11]</sup>。该类算法针对由2D表面组成的3D物体,基于自定义的2D表面特性函数,利用快速傅里叶变换(FFT)单独计算每个表面的发射光场,并在全息面上进行合成,从而获得3D物体的全息图,但当3D物体的表面轮廓过于复杂时,该类算法的处理难度较大<sup>[12]</sup>。平面波角谱法及其改进算法通过直接解析计算普通三角形在全息图平面的频率分布,避免对每个小面片进行FFT计算,算法复杂度仅取决于全息图的分辨率和3D模型的多边形数目,速度更快,但未考虑表面相互遮挡及隐藏面消除<sup>[13]</sup>。在有遮挡的3D物体辐射光场的全息图光场计算过程中,可通过光线跟踪选取特定视角的可视面片而达到移除被遮挡面、消除隐藏面的目的;对

3D物体分层并计算每层到全息面的菲涅耳衍射分布,将所得的衍射分布叠加后再通过相干光干涉得到全息图,计算过程简单,但再现像的质量受分层数量的影响<sup>[14]</sup>。综上所述,因计算时需对复杂物体表面进行面元优化分解、考虑面元遮挡及边界对重建物体形状的影响,面元法的计算复杂度较高。

多视投影法基于非相干光照明全息技术,通过记录3D物体多视角投影图(强度图像)并计算每个投影图对全息面像素的贡献值来获得全息图光场,其代表是结合电子计算机断层扫描(CT)和物体3D傅里叶频谱的菲涅耳计算全息图<sup>[15-16]</sup>。该类算法基于物体3D傅里叶频谱与其特定视角投影图2D傅里叶频谱间的圆形等效关系,通过多视投影图傅里叶频谱合成及傅里叶逆变换获得物光波,进而衍射得到菲涅耳全息图<sup>[17]</sup>,但需使用2D机械扫描仪器CCD对整个范围进行扫描,十分费时,且处理图像数量较多。圆形扫描<sup>[18]</sup>或沿横、纵两个正交方向采集<sup>[19]</sup>的方式可显著减少投影图数量,由于圆形扫描角的取值范围( $0^\circ\sim 360^\circ$ )远大于正交扫描角的取值范围( $\leq 10^\circ$ ),正交扫描获取的投影图数量少且操作更简单,但圆形扫描的最大衍射效率更高且随投影图数量的增加而增大。多视投影法利用微透镜阵列获取微图像,并通过像素提取合成正交投影子图像,以一种集成的成像方式取代CCD在整个范围内的2D机械扫描<sup>[20]</sup>,效率更高,但受制于微透镜加工工艺、技术水平,距实际应用还有一定距离。根据实际物体的频谱分布情况,采用高阶高斯概率分布来减少需要获取的视图数量<sup>[21]</sup>,但其仅适用于虚拟物体(3D点云)的计算,且存在概率模型参量选取问题。其他非相干光照明全息技术还包括:利用菲涅耳波带图案扫描3D场景,由点探测器积分得到每个扫描位置的光强,从而获得菲涅耳全息图<sup>[22]</sup>,但其机械扫描过程耗时较长,激光校准过程比较复杂;利用CCD相机和正交柱透镜光栅模拟微透镜阵列,获取微图像,合成正交投影子图像后再生成全息图<sup>[23]</sup>;记录多个不同衍射光学元件的透射(或反射)球面波并在计算机中进行叠加<sup>[24-25]</sup>,但由于SLM技术的局限性,3D场景较复杂时全息图再现像的信噪比较低。

与点源法和面元法相比,多视投影法的优点为在常规照明(白光)条件下即可获得全息图,对光学

系统的要求较低,且同时适用于计算机虚拟物体及真实物体<sup>[26]</sup>。本文采用多视投影法从 CCD 扫描图像中生成计算全息图,汲取正交扫描和圆形扫描两种方式的优点,以正交扫描方式获得少量投影图,同时基于给出的物体 3D 傅里叶频谱抽样统一模型及其误差分析,从正交扫描投影图中模拟获得小角度圆形扫描方式下的投影图频谱采样圆,进一步提高正交投影图频谱利用效率,从而在不增加投影图数量的情况下获得更完整的物体 3D 傅里叶频谱采样,显著提高其计算全息图再现像的视觉质量。

## 2 3D 傅里叶频谱采样与圆形扫描模拟

假定 3D 物体表面的反射光来自各向同性的外部光线,若该物体空间反射率为  $O(x, y, z)$ ,且反射的相位分布不变,则在非相干照明条件下,使物体位于正透镜的前焦平面上,且透镜主光轴与  $Z$  轴重合,得到其在后焦面(傅里叶平面)上的振幅分布为<sup>[27]</sup>

$$g(x_0, y_0) = \iiint O(x, y, z) \times \exp\left\{-i2\pi\left[ux + vy - \frac{\lambda}{2}(u^2 + v^2)z\right]\right\} dx dy dz = F[O(x, y, z)] \Big|_{w = -\frac{\lambda}{2}(u^2 + v^2)}, \quad (1)$$

式中: $F[\cdot]$ 为 FFT 函数; $x_0, y_0$  分别为傅里叶平面的横、纵坐标; $x, y, z$  为空间坐标; $u, v, w$  为频域坐标,且满足  $u = x_0/(\lambda f), v = y_0/(\lambda f)$ ,其中  $\lambda$  和  $f$  分别为入射光的波长和透镜焦距。(1)式表明,物体 3D 傅里叶频谱是一个旋转抛物面,且局部频谱信息与傅里叶平面上的光场分布等价,故可使透镜后焦面上一系列 2D 傅里叶频谱平面与旋转抛物面相交,近似得到物体 3D 傅里叶频谱(空间椭圆曲线)。多视投影法按上述原理合成物体 3D 傅里叶频谱时,需要采集大量投影图以充分提取旋转抛物面的频谱信息,目前 CCD 相机获取多视投影图的方式主要有两种:正交扫描和圆形扫描<sup>[27]</sup>。

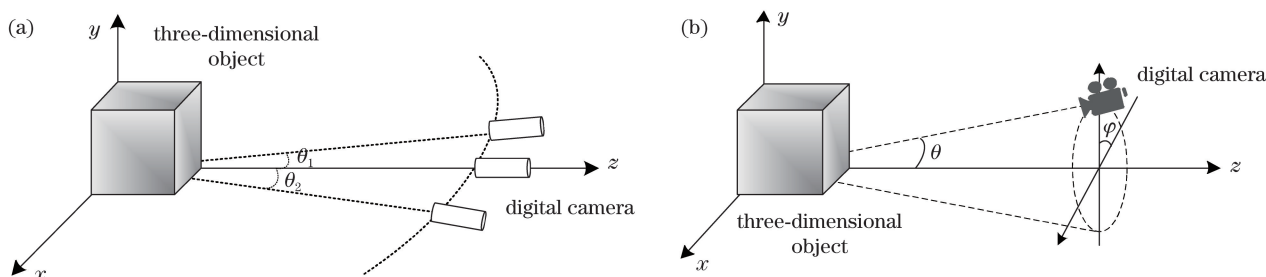


图 1 不同多视投影图采集方式的 CCD 光学系统。(a)正交扫描;(b)圆形扫描

Fig. 1 CCD optical systems with different acquisition methods of multi-view projection images.

(a) Orthogonal scanning; (b) circular scanning

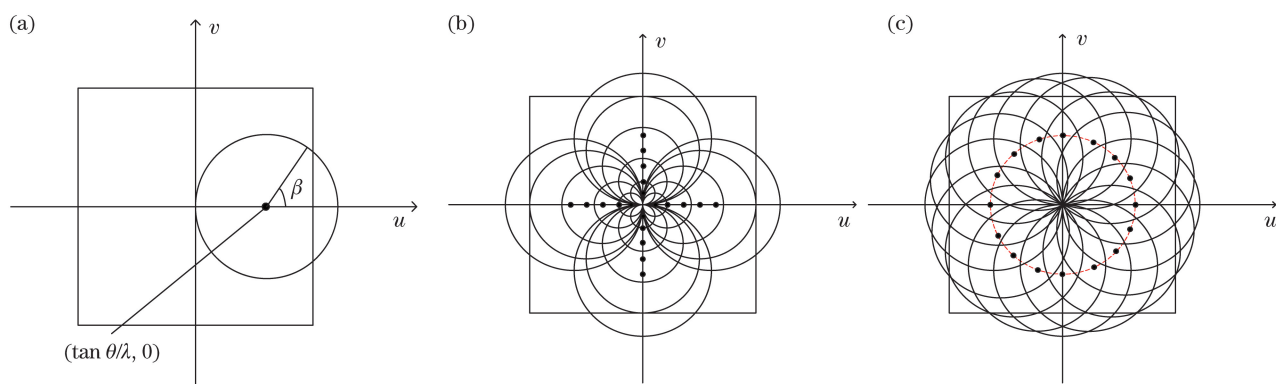


图 2 多视投影图傅里叶频谱合成的示意图。(a)单投影图圆频谱提取;(b)正交扫描合成频谱;(c)圆形扫描合成频谱

Fig. 2 Diagrams of Fourier spectra synthesized from multi-view projections. (a) Extraction of circle spectrum from single projection image; (b) spectrum synthesized by orthogonal scanning; (c) spectrum synthesized by circular scanning

如图 1 所示, $\theta_1, \theta_2$  为水平方向的不同扫描角度。假定 CCD 相机坐标系的  $Z$  轴(主光轴)与被记录物体坐标系  $z$  轴重合且  $OX // ox, OY // oy$ ,令  $\theta$  表示相机主光轴与  $Z$  轴间的夹角,正交扫描方式是

在垂直于  $XOZ$ (或  $YOZ$ )的平面内根据角度  $\theta$  对物体拍照以获取投影图像,如图 1(a)所示。根据 FFT 旋转特性,该投影图像的傅里叶频谱也将旋转  $\theta$  角,则有

$$w \cos \theta + u \sin \theta = 0 \text{ or } w \cos \theta + v \sin \theta = 0. \quad (2)$$

将(2)式代入(1)式的物体 3D 傅里叶频谱旋转抛物面方程,则有

$$\begin{aligned} \left(u - \frac{\tan \theta}{\lambda}\right)^2 + v^2 &= \left(\frac{\tan \theta}{\lambda}\right)^2 \text{ or} \\ \left(v - \frac{\tan \theta}{\lambda}\right)^2 + u^2 &= \left(\frac{\tan \theta}{\lambda}\right)^2. \end{aligned} \quad (3)$$

(3)式表明,在垂直于  $XOZ$  的平面内,物体 3D 傅里叶频谱抽样是该投影图频域上一个半径为  $\tan \theta/\lambda$ ,圆心为  $(\tan \theta/\lambda, 0)$  的圆,见图 2(a);分别在垂直于  $XOZ$  的平面和垂直于  $YOZ$  平面内获取不同  $\theta$  角的投影图并提取其圆形频谱,即可合成得到物体 3D 傅里叶频谱,见图 2(b);类似地,若取某一固定  $\theta$  角,令 CCD 相机绕  $z$  轴旋转不同的  $\varphi$  角,见图 1(b),通过圆形扫描方式获得多张投影图,从中提取半径为  $\tan \theta/\lambda$ 、圆心位置随投影方向变化的圆形频谱,并在  $u-v$  频域内填充得到物体 3D 傅里叶频谱,见图 2(c)。

以过频域中心(原点)的平面方程来描述 2D 傅里叶频谱平面,则其与物体 3D 傅里叶频谱旋转抛物面的相交可表示为

$$\begin{cases} w = -\frac{\lambda}{2}(u^2 + v^2), \\ Au + Bv + Cw = 0 \end{cases} \quad (4)$$

式中:  $(u, v, w)$  为旋转抛物面上的频域坐标点;  $(A, B, C)$  为过频域中心  $O(0, 0, 0)$  的某一平面方程系数。将(4)式的平面方程改写为  $w = -\frac{Au + Bv}{C}$ ,

代入旋转抛物面方程并消去  $w$  可得:

$$\begin{aligned} u^2 + v^2 - \frac{2}{\lambda} \left( \frac{A}{C}u + \frac{B}{C}v \right) &= \\ 0 \rightarrow \left( u - \frac{1}{\lambda} \frac{A}{C} \right)^2 + \left( v - \frac{1}{\lambda} \frac{B}{C} \right)^2 &= \\ \left( \frac{1}{\lambda} \frac{A}{C} \right)^2 + \left( \frac{1}{\lambda} \frac{B}{C} \right)^2. \end{aligned} \quad (5)$$

若以  $(P, Q, S)$  来表示空间平面单位法向量,  $(P, Q, S) = (\sin \theta \cos \varphi, \sin \theta \sin \varphi, \cos \theta)$ , 则(5)式可改写为

$$\begin{aligned} \left( u - \frac{1}{\lambda} \tan \theta \cos \varphi \right)^2 + \\ \left( v - \frac{1}{\lambda} \tan \theta \sin \varphi \right)^2 &= \left( \frac{\tan \theta}{\lambda} \right)^2. \end{aligned} \quad (6)$$

由(6)式可知,旋转抛物面在频域平面  $u-v$  上的投影是一个以  $\left( \frac{1}{\lambda} \tan \theta \cos \varphi, \frac{1}{\lambda} \tan \theta \sin \varphi \right)$  为圆心,

半径为  $\frac{\tan \theta}{\lambda}$  的圆。当  $\varphi$  分别取  $0^\circ$  和  $90^\circ$ ,  $\theta$  在较小范围内按间隔取不同值时,采集方式为正交扫描;而当  $\theta$  取不为 0 的较小固定值时,  $\varphi$  在  $360^\circ$  范围内按间隔取不同值,采集方式为圆形扫描,故(6)式可视为任意视角  $(\theta, \varphi)$  投影图的 3D 傅里叶频谱抽样统一模型。进一步将(6)式改写为圆曲线参数方程

$$\begin{cases} u = \frac{\tan \theta}{\lambda} \cos \beta + \frac{\tan \theta}{\lambda} \cos \varphi \\ v = \frac{\tan \theta}{\lambda} \sin \beta + \frac{\tan \theta}{\lambda} \sin \varphi \end{cases}, \quad (7)$$

式中:  $\beta$  为圆曲线角度参数。对于给定角度值  $(\theta, \varphi)$  的平面,由(4)式和(7)式可知,其与旋转抛物面相交曲线上的任一点频域坐标为

$$\begin{aligned} (u, v, w) &= \left( u, v, -\frac{A}{C}u - \frac{B}{C}v \right) = \\ (u, v, -u \tan \theta \cos \varphi - v \tan \theta \sin \varphi) &= \\ \frac{\tan \theta}{\lambda} (\cos \beta + \cos \varphi, \sin \beta + \sin \varphi, \\ -\tan \theta \cos \varphi \cos \beta - \tan \theta \sin \varphi \sin \beta - \tan \theta). \end{aligned} \quad (8)$$

一方面,由于  $\theta$  取值很小,当在  $0^\circ$  附近取较小的  $\varphi$  时,按角度  $(\theta, \varphi)$  和  $(\theta, 0)$  获取的物体投影图将具有较大的重叠度,相应地,两投影图的傅里叶信息也将具有较高的相似性;另一方面,由(6)式可知,  $\theta$  取值固定时,不同  $\varphi$  值仅影响投影图频谱抽样圆的圆心位置,圆半径保持不变。基于上述事实,可以从相同  $\theta$  值的正交扫描投影图频谱中,近似得到小角度圆形扫描投影图中的物体 3D 傅里叶频谱抽样圆,这在几何上等价于旋转抛物面与平面  $(\theta, \varphi)$  相交的椭圆(即“真实椭圆”),可由平面  $(\theta, 0)$  上某一位置、形状、大小相接近的“模拟”椭圆替代。令  $P(u, v, w)$  表示空间平面  $(\theta, \varphi)$  上真实椭圆的任一空间点坐标,  $P'(u, v, w)$  表示平面  $(\theta, 0)$  上模拟椭圆的任一空间点坐标,并规定两相交椭圆在各自频域  $u-v$  上的投影圆半径保持不变,则  $P(u, v, w)$  可由(8)式给出,  $P'(u, v, w)$  则可根据单位法向量  $(\sin \theta, 0, \cos \theta)$ 、圆心偏移  $\left( \frac{\tan \theta}{\lambda} \Delta u, \frac{\tan \theta}{\lambda} \Delta v \right)$ 、圆半径  $\frac{\tan \theta}{\lambda}$  计算得到:

$$\begin{aligned} P'(u, v, w) &= \frac{\tan \theta}{\lambda} (\cos \beta + 1 + \Delta u, \sin \beta + \\ \Delta v, -\tan \theta \cos \beta - \tan \theta - \tan \theta \cdot \Delta u), \end{aligned} \quad (9)$$

式中:  $\Delta u, \Delta v$  分别为模拟椭圆与真实椭圆在频域坐标轴  $u$  和  $v$  上的偏移量。

以上模拟椭圆和真实椭圆之间的误差  $E_0$  可由  $P(u, v, w)$  和  $P'(u, v, w)$  间的欧氏距离给出:

$$E_0 = \sum_{\beta} |P(u, v, w) - P'(u, v, w)|^2 = \left(\frac{\tan \theta}{\lambda}\right)^2 \sum_{\beta} [(1 - \cos \varphi + \Delta u)^2 + (\sin \varphi - \Delta v)^2 + (-\tan \theta \cos \varphi \cos \beta - \tan \theta \sin \varphi \sin \beta + \tan \theta \cos \beta + \tan \theta \Delta u)^2] = \left(\frac{\tan \theta}{\lambda}\right)^2 \sum_{\beta} [(1 - \cos \varphi + \Delta u)^2 + (\sin \varphi - \Delta v)^2 + \tan^2 \theta (\cos \varphi \cos \beta + \sin \varphi \sin \beta - \tan \theta \cos \beta)^2 + \tan^2 \theta (\tan \theta \cdot \Delta u)^2 - 2 \tan^2 \theta (\tan \theta \cdot \Delta u) (\cos \varphi \cos \beta + \sin \varphi \sin \beta - \tan \theta \cos \beta)]. \quad (10)$$

当  $\beta$  在周期  $2\pi$  内等间隔离散取值时, 因  $\sum_{\beta} \cos \beta, \sum_{\beta} \sin \beta$  均为 0, 故有:

$$E_0 = \left(\frac{\tan \theta}{\lambda}\right)^2 \sum_{\beta} [(1 - \cos \varphi + \Delta u)^2 + (\sin \varphi - \Delta v)^2 + \tan^2 \theta (\cos \varphi \cos \beta + \sin \varphi \sin \beta - \tan \theta \cos \beta)^2 + \tan^2 \theta (\tan \theta \cdot \Delta u)^2] = \left(\frac{\tan \theta}{\lambda}\right)^2 \sum_{\beta} \left\{ (1 - \cos \varphi + \Delta u)^2 + (\sin \varphi - \Delta v)^2 + \tan^2 \theta \left[ (1 - \cos \varphi)^2 \frac{1 + \cos 2\beta}{2} - \sin^2 \varphi \frac{1 - \cos 2\beta}{2} \right] - [1 - \cos \varphi \sin \varphi (1 - \cos 2\beta)] + \tan^2 \theta (\tan \theta \cdot \Delta u)^2 \right\}. \quad (11)$$

同理, 当  $\beta$  在周期  $2\pi$  内等间隔离散取值时, 因  $\sum_{\beta} \cos 2\beta$  为 0, 有:

$$E_0 = \left(\frac{\tan \theta}{\lambda}\right)^2 \sum_{\beta} \left\{ (1 - \cos \varphi + \Delta u)^2 + (\sin \varphi - \Delta v)^2 + \tan^2 \theta \left[ \frac{(1 - \cos \varphi)^2 + \sin^2 \varphi}{2} - (1 - \cos \varphi \sin \varphi) \right] + \tan^2 \theta (\tan \theta \Delta u)^2 \right\} = \left(\frac{\tan \theta}{\lambda}\right)^2 \sum_{\beta} \left\{ (1 - \cos \varphi + \Delta u)^2 + (\sin \varphi - \Delta v)^2 + \tan^2 \theta [(1 - \cos \varphi) - (1 - \sin \varphi) + (\tan \theta \Delta u)^2] \right\}. \quad (12)$$

由(11)式可知, 对于给定角度  $(\theta, \varphi)$  以及波长  $\lambda$  的扫描投影图, 误差  $E_0$  是关于未知参数  $(\Delta u, \Delta v)$  的函数, 其极小值在偏导数为 0 时取得, 故有:

$$\frac{dE_0}{d\Delta u} = 0 = 2(1 - \cos \varphi + \Delta u) + 2 \tan^2 \theta \Delta u \rightarrow \Delta u = \frac{\cos \varphi - 1}{1 + \tan^2 \theta}, \quad (13)$$

$$\frac{dE_0}{d\Delta v} = 0 = 2(\sin \varphi - \Delta v) \rightarrow \Delta v = \sin \varphi. \quad (14)$$

将(13)式和(14)式代入(12)式, 可得:

$$E_0 = \left(\frac{\tan^2 \theta}{\lambda}\right)^2 \sum_{\beta} \left[ \frac{(1 - \cos \varphi)^2}{1 + \tan^2 \theta} + (1 - \cos \varphi)(1 - \sin \varphi) \right]. \quad (15)$$

类似地, 当在  $90^\circ$  附近取较小的  $\varphi$  时, 平面  $(\theta, \varphi + 90^\circ)$  上相交椭圆的任一空间点坐标  $P(u, v, w)$  为

$$P(u, v, w) = \frac{\tan \theta}{\lambda} (\cos \beta - \sin \varphi, \sin \beta + \cos \varphi, \tan \theta \sin \varphi \cos \beta - \tan \theta \cos \varphi \sin \beta - \tan \theta), \quad (16)$$

$P'(u, v, w)$  则根据其单位法向量  $(0, \sin \theta, \cos \theta)$ ,

圆心偏移  $\left(\frac{\tan \theta}{\lambda} du, \frac{\tan \theta}{\lambda} dv\right)$  及圆半径  $\frac{\tan \theta}{\lambda}$  计算得到:

$$P'(u, v, w) = \frac{\tan \theta}{\lambda} (\cos \beta + \Delta u, \sin \beta + 1 + \Delta v, -\tan \theta \sin \beta - \tan \theta - \tan \theta \cdot \Delta v). \quad (17)$$

两者误差  $E_{90}$  为

$$E_{90} = \left(\frac{\tan \theta}{\lambda}\right)^2 \sum_{\beta} \left\{ (\Delta u + \sin \varphi)^2 + (\Delta v + 1 - \cos \varphi)^2 + \tan^2 \theta \times [(1 - \cos \varphi)(1 + \sin \varphi) + (\tan \theta \cdot \Delta v)^2] \right\}. \quad (18)$$

当参数  $(\Delta u, \Delta v)$  偏导数为 0 时,  $E_{90}$  取得极小值, 即有:

$$\frac{dE_0}{d\Delta v} = 0 = 2(1 - \cos \varphi + \Delta v) + 2 \tan^2 \theta \cdot \Delta v \rightarrow \Delta v = \frac{\cos \varphi - 1}{1 + \tan^2 \theta}, \quad (19)$$

$$\frac{dE_0}{d\Delta u} = 0 = 2(\sin \varphi + \Delta u) \rightarrow \Delta u = -\sin \varphi. \quad (20)$$

将(19)式和(20)式代入(18)式,可得:

$$E_{90} = \left(\frac{\tan^2 \theta}{\lambda}\right)^2 \sum_{\beta} \left[ \frac{(1 + \cos \varphi)^2}{1 + \tan^2 \theta} + (1 - \cos \varphi)(1 + \sin \varphi) \right]. \quad (21)$$

(12)式和(18)式中连续求和的计算式  $\sum_{\beta} [\cdot]$  与  $\beta$  的取值无关,故可将其分别改写为

$$E_0 = K \left(\frac{\tan^2 \theta}{\lambda}\right)^2 \left[ \frac{(1 - \cos \varphi)^2}{1 + \tan^2 \theta} + (1 - \cos \varphi)(1 - \sin \varphi) \right], \quad (22)$$

$$E_{90} = K \left(\frac{\tan^2 \theta}{\lambda}\right)^2 \left[ \frac{(1 - \cos \varphi)^2}{1 + \tan^2 \theta} + (1 - \cos \varphi)(1 + \sin \varphi) \right], \quad (23)$$

式中: $K$  为  $\beta$  在周期  $2\pi$  内等间隔离散取值的点数。由(22)式和(23)式可知,对于给定的入射波长  $\lambda$ ,为降低模拟椭圆与真实椭圆的误差,其参数设置应遵循以下原则。

1) 因误差  $E_0$ 、 $E_{90}$  正比于  $K$ ,应尽可能地减少投影图圆频谱的离散采样点数,但需符合奈奎斯特采样定理以确保圆频谱信息采样的完整性,故  $K$  可为符合采样定理的最少离散采样点数。此外, $K$  的大小与频谱采样圆形状密切相关,圆半径  $\frac{\tan \theta}{\lambda}$  越大,最少离散采样点数越多,故  $K$  是关于正交投影扫描角  $\theta$  的函数且大小正比于  $\tan \theta$ ,即  $K \propto 2\pi \frac{\tan \theta}{\lambda}$ 。

2) 因  $\theta$  取值较小,正交扫描投影图的模拟椭圆与真实椭圆的误差随  $\theta$  的增大呈指数级增长,即  $\tan \theta \propto \theta$ ,故应按“ $\theta$  角小者优先”的顺序给出多个  $\theta$  时重叠位置的频谱采样信息。

3) 对于  $0^\circ$  附近的给定  $\theta$  的某一正交投影图,因  $\theta$  取值小,误差  $E_0$ 、 $E_{90}$  主要取决于圆形扫描角  $\varphi$  值:当  $\varphi$  在  $0^\circ$  附近取正值时, $E_0$  整体较小;当  $\varphi$  在  $90^\circ$  附近取负值时, $E_{90}$  整体较小;当  $\varphi$  取  $0^\circ$  时,误差  $E_0$ 、 $E_{90}$  均为 0,但此时模拟圆形扫描获得的频谱与正交投影图圆频谱采样信息完全一致,并不能提高正交投影图频谱利用效率; $\varphi$  值增大虽然导致模拟椭圆与真实椭圆的误差增加(引入频谱噪声),但同时也提高了正交投影图频谱利用效率。

令  $y = \frac{(1 - \cos \varphi)^2}{1 + \tan^2 \theta} + (1 - \cos \varphi)(1 + \sin \varphi)$ , 图 3 所示为模拟椭圆与真实椭圆的误差随  $\varphi$  值的

变化关系。可以看出,当  $\varphi$  取值偏离  $0^\circ$  (或  $90^\circ$ ) 时,误差总体上随角度偏差的增大而增大;但在  $\pm 10^\circ$  附近取值时,增长幅度相对较平缓,此时从正交投影图模拟获得的圆形扫描图圆频谱可显著提高其计算全息图的再现像质量。图 4 为圆形扫描图圆频谱模拟及合成示意图。

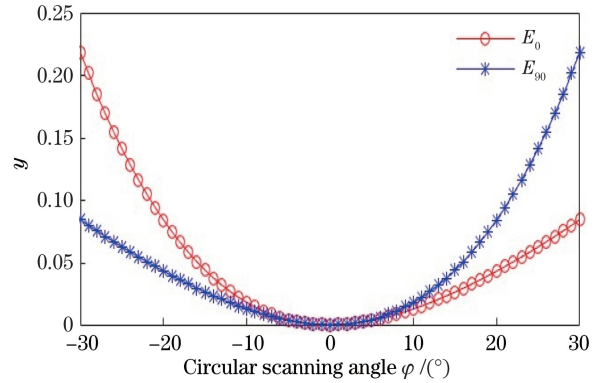


图 3 模拟椭圆与真实椭圆的误差随  $\varphi$  值的变化关系  
Fig. 3 Error between simulated ellipse and real ellipse as a function of  $\varphi$  value

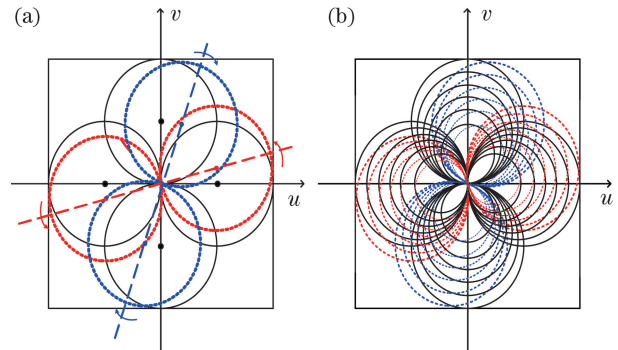


图 4 正交扫描投影图傅里叶频谱合成示意图。  
(a)圆形频谱模拟;(b)合成频谱

Fig. 4 Schematics of Fourier spectrum synthesis of orthogonal scanning projection images. (a) Simulation of circular spectrum; (b) synthesized spectrum

### 3 投影图傅里叶频谱加权采样与合成

2D 傅里叶平面上的数值是离散的,将圆离散化并转化成矩阵形式保存,这一过程存在信息的损失及噪声的产生,其原因在于取整后的采样点包含两部分频谱信息<sup>[20]</sup>:1)位于物体 3D 傅里叶频谱面上的有效信息,但取整过程中丢失了部分信息,导致再现像的清晰度整体降低;2)取整形成的无效(或多余)信息,这些信息不在物体 3D 傅里叶频谱上,对应于再现像背景。为充分提取投影图的傅里叶频谱信息,现有的方法一般进行冗余

采样<sup>[20-21]</sup>,如同时提取包括取整点在内的5个采样点:([u],[v]、([u]+1,[v]+1)、([u]+1,[v]-1)、([u],[v]+1)和([u],[v]-1),但这一方式存在两个问题:1)未考虑取整点及其相邻点在频谱信息丢失、噪声引入方面的差异,简单的叠加混合可能引入更多背景噪声,导致全息图再现像质量下降;2)多视投影图频谱信息合成时,仅考虑该位置是否有频谱信息(即采用“先占先得”的方式),并不对重叠位置的频谱信息进行筛选,则当获取的视图间存在较多重叠时,合成频谱信息具有不确定性,难以保证最优。本研究所获得的单个正交扫描投影图将对应于模拟椭圆和真实椭圆的两个频谱采样圆,考虑到两者频谱信息、噪声的差异,且模拟椭圆的引入导致视图间(或内部)出现更多的频谱重叠,本研究给出一种投影图频谱加权采样方法,并结合“ $\theta$ 角小者优先”准则对多视投影图频谱进行合成,以期使用较少的采样点便可以获得最优的3D傅里叶频谱。

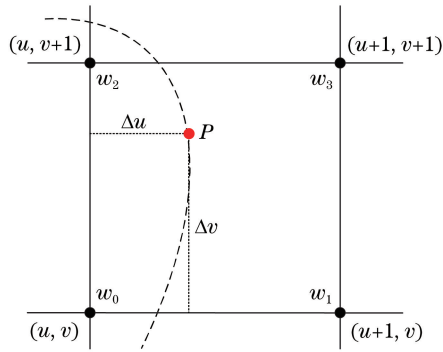


图5 投影图傅里叶频谱加权采样示意图

Fig. 5 Schematic of weighted Fourier spectrum sampling for projection image

如图5所示,圆频谱上的采样点P必位于投影图2D傅里叶平面的某一格网内,设格网点整数坐标分别为 $P_0(u, v)$ 、 $P_1(u+1, v)$ 、 $P_2(u, v+1)$ 、 $P_3(u+1, v+1)$ ,利用四舍五入运算对点 $P(u + \Delta u, v + \Delta v)$ , $0 \leq \Delta u, \Delta v \leq 1$ 取整时,格网点 $P_i(i = 1, 2, 3)$ ( $i$ 为格网点序号)均含有点P的部分频谱信息,且频谱信息损失程度与 $\Delta u$ 、 $\Delta v$ 相关。 $\Delta u$ 、 $\Delta v$ 取值越接近于0或1,取整后格网点与采样点P的频谱信息越趋于一致,这也就意味着,当 $\Delta u$ 、 $\Delta v$ 的取值不等于0或1时,采样点P与其所在格网点的频谱信息一致性可由两者的空间邻近程度来表征。令权重 $w_i$ 表示采样点P与格网点 $P_i(i = 1, 2, 3)$ 间的空间邻近程度,则有:

$$\begin{cases} \sum w_i = 1.0, w_i \geq 0 \\ w_0 = (1 - \Delta u)(1 - \Delta v) \\ w_1 = \Delta u(1 - \Delta v) \\ w_2 = (1 - \Delta u)\Delta v \\ w_3 = \Delta u\Delta v \end{cases} \quad (24)$$

由(24)式可知,权重 $w_i$ 越大,采样点P与格网点 $P_i$ 在空间上越接近,两者频谱信息一致性也越高,故可根据 $w_i$ 来选取格网点,从而避免引入过多无效的频谱信息。如图6所示,考虑到模拟椭圆和真实椭圆的频谱差异及 $\theta$ 角取值对误差 $E_0$ 、 $E_{90}$ 的影响,本研究的正交多视投影图频谱采样过程主要包括以下几个步骤。

1) 建立 $u$ - $v$ 平面填充矩阵 $C_{(i,j)}$ 和 $C'_{(i,j)}$ 。其中, $(i, j)$ 表示矩阵中的第 $j$ 行、第 $i$ 列元素,各矩阵大小与采集投影图分辨率一致,且矩阵元素的初始值均为0。

2) 真实椭圆频谱采样。任取一正交投影图,根据(6)式确定其傅里叶频谱采样圆的圆心位置、半径,并进行采样,步骤为:①确定采样点P的坐标位置及所在的4个格网点 $P_i$ ;②根据(24)式计算格网点 $P_i$ 的权重 $w_i$ ;③对权重值 $w_i$ 排序并按从大到小的顺序累加求和,直至大于给定阈值 $T$ ;④提取参与累加求和的格网点频谱信息,并按其坐标填充到矩阵C。分析可知,加权、排序累加方式下提取格网点的数量与 $T$ 取值、格网点最大权重值有关, $T$ 越小且最大权重值越大,所提取的格网点数越少,且与理想采样点的空间邻近程度、频谱信息一致性越高,由于4个格网点中至少有一个格网点的权重大于0.25,故当 $T$ 取值小于0.25时,该加权采样等价于四舍五入取整方式下的非冗余采样。

3) 模拟椭圆频谱采样。按 $\theta$ 角的绝对值从小到大逐一取正交投影图,先根据(13)~(14)式、(19)~(20)式及 $(\theta, \varphi)$ 值确定模拟椭圆在投影图频谱上的圆心偏移量 $(\frac{\tan \theta}{\lambda} \Delta u, \frac{\tan \theta}{\lambda} \Delta v)$ ,再结合(6)式确定圆心位置、半径,并进行采样,由于模拟椭圆对应频谱本身含有误差,本研究对采样点P的坐标直接取整(等价于取 $w_i$ 最大的格网点 $P_i$ )并提取相应频谱信息填充到矩阵C'。

4) 频谱合成。对于C中无频谱信息区域,按“先占先得”方式将矩阵C'上的频谱信息合并到矩阵C,获得完整的物体3D傅里叶频谱,最后经傅里叶逆变换、菲涅耳衍射并通过编码生成振幅型全息图。

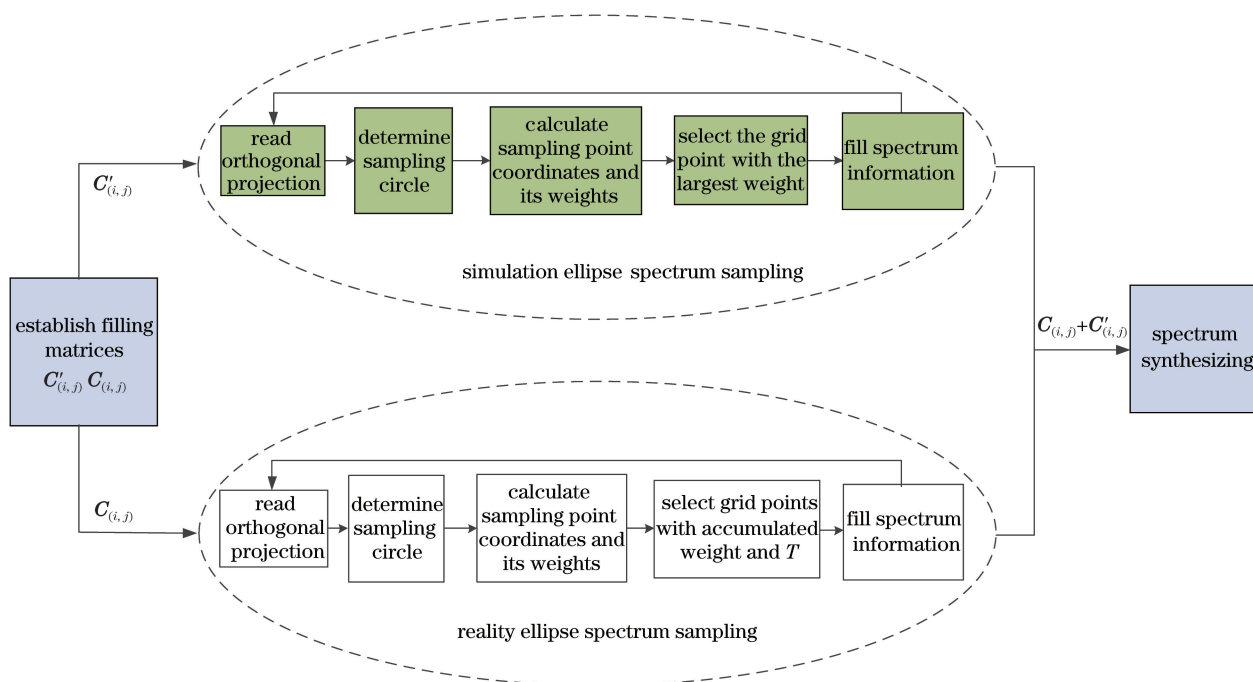


图 6 正交多视投影图频谱采样的流程

Fig. 6 Flow chart of spectrum sampling of orthogonal scanning multi-view projection image

在少量 2D 投影图情况下,若要获得足够多的 3D 物体信息,必须充分提取每幅投影图的傅里叶频谱信息。本质上,上述频谱加权采样仍采用冗余采样方式,但考虑到投影图上理想采样点与其取整点在频谱信息一致性、空间邻近程度间的相互关系,可自适应地选取正交投影图上频谱信息一致性较好的格网点进行采样,从而能在投影图频谱充分采样和无效频谱信息引入间取得良好平衡。此外,基于模拟椭圆误差分析,有区别地对其进行非冗余采样,并按“ $\theta$ 角小者优先”准则合成多投影图频谱,以提高 3D 傅里叶频谱采样的可靠性。

#### 4 实验和分析

本研究在计算机(Win10 操作系统 & MATLAB 语言)环境下实现上述算法。算法验证所需的投影图由 3ds Max 软件生成的虚拟 3D 模型模拟透视成像给出,该 3D 模型由位于不同深度平面并具有一定厚度的文字“桂”和“电”组成,文字所在平面  $z$  方向上分别距中心原点 0.8 mm 和 -0.8 mm,模拟相机聚焦中心与模型中心的距离为 500 mm。模拟相机采用正交扫描和圆形扫描两种方式分别获取投影图:正交扫描时, $\theta$ 角按间隔  $0.2^\circ$ 在  $[-6^\circ, 6^\circ]$ 范围内取值,共获取 121 张 2D 投影图;圆形扫描时, $\theta$ 角取  $6^\circ$ , $\varphi$ 角按间隔  $3^\circ$ 在  $[0^\circ, 360^\circ]$ 范围内取值,获得 120 张 2D 投影图。本研究将提取到的投影图傅里叶频

谱,经菲涅耳衍射后利用博奇编码制成振幅型全息图,并进行数字再现,投影图及全息图的分辨率均为  $256 \text{ pixel} \times 256 \text{ pixel}$ ,用于生成计算全息图的波长设定为  $\lambda = 532 \text{ nm}$ ,此实验条件下,3D 物体像沿光轴方向的放大率为  $41.5^{[28]}$ ,当以给定波长光照全息图时,桂、电两个字将分别在  $z = 33.2 \text{ mm}$  (桂)、 $z = -33.2 \text{ mm}$  (电)附近聚焦成像。图 7 为模拟透视成像获得的正交、圆形扫描(部分)投影图。

为便于分析比较,针对以上投影图,首先给出不同投影图数量、非冗余采样方式(采样点仅四舍五入取整)下的传统正交扫描、圆形扫描的多视投影图频谱合成、计算全息图及其再现像,结果见图 8 和图 9,从左至右依次为合成频谱、计算全息图、 $z = 33.2 \text{ mm}$  处再现像、 $z = -33.2 \text{ mm}$  处再现像。其中:图 8(a)为抽稀后的正交扫描投影图(共 61 张投影图,等价于  $\theta$ 角在  $[-6^\circ, 6^\circ]$ 范围内按间隔  $0.4^\circ$ 取值)的处理结果,图 8(b)为 121 张原始正交扫描投影图处理结果;图 9(a)为抽稀后的圆形扫描投影图(共 60 张投影图,等价于  $\varphi$ 角在  $[0^\circ, 360^\circ]$ 范围内按间隔  $6^\circ$ 取值)的处理结果;图 9(b)为 120 张原始圆形扫描投影图处理结果。对比图 8 和图 9 可以发现,在相同的投影图数量下,传统正交、圆形扫描方式下的计算全息图再现像质量与文献[17]结论相吻合。从频域利用角度予以新的解释:由图 2(b)、(c)



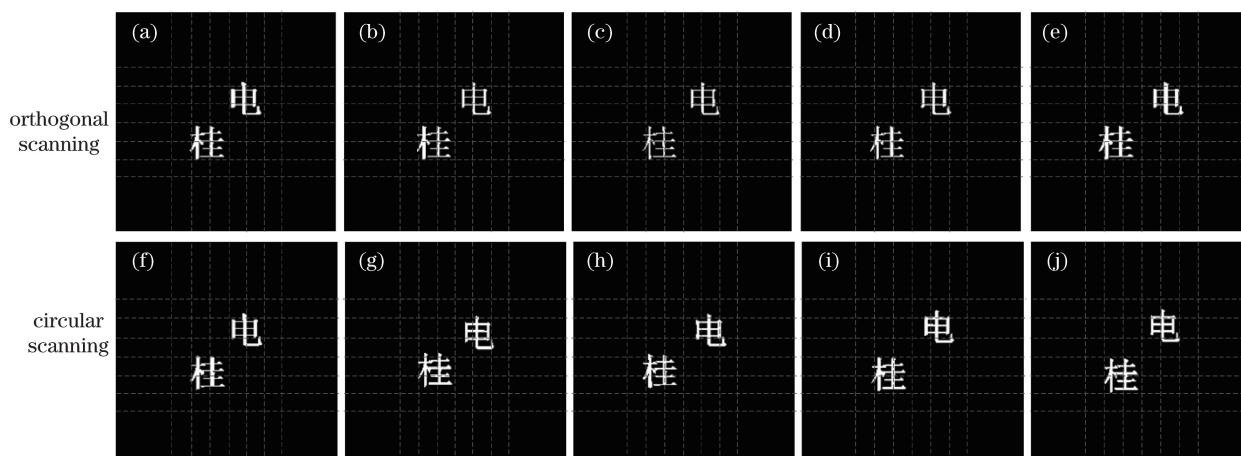


图 7 虚拟 3D 模型部分多视投影图。(a)  $\theta = -6^\circ$ ; (b)  $\theta = -3^\circ$ ; (c)  $\theta = 0^\circ$ ; (d)  $\theta = 3^\circ$ ; (e)  $\theta = 6^\circ$ ; (f)  $\varphi = 0^\circ$ ; (g)  $\varphi = 72^\circ$ ; (h)  $\varphi = 144^\circ$ ; (i)  $\varphi = 216^\circ$ ; (j)  $\varphi = 288^\circ$

Fig. 7 Partial multi-view projection images from virtual 3D model. (a)  $\theta = -6^\circ$ ; (b)  $\theta = -3^\circ$ ; (c)  $\theta = 0^\circ$ ; (d)  $\theta = 3^\circ$ ; (e)  $\theta = 6^\circ$ ; (f)  $\varphi = 0^\circ$ ; (g)  $\varphi = 72^\circ$ ; (h)  $\varphi = 144^\circ$ ; (i)  $\varphi = 216^\circ$ ; (j)  $\varphi = 288^\circ$

中合成傅里叶图谱示意图以及图 8 和图 9 所示的实际傅里叶图谱可知,无论是采用正交扫描方式还是圆形扫描方式,给定波长  $\lambda$  时,其最大的频域利用范围由决定采样圆半径的最大  $\theta$  角概略给出,在最大  $\theta$  角及投影图数量相同情况下,采用圆形扫描方式的频域利用范围略大于正交扫描方式,且频域填充更均匀;同一扫描方式下,投影图数量多意味着在相同频域范围内具有更大的填充密度,故直观上可认

为,物体 3D 傅里叶频谱采样的完整性与频域利用效率相关,较大频域范围内填充密度越大、越均匀,则获得的 3D 傅里叶频谱越完整。大  $\theta$  角导致投影图频域上的采样“圆”不能很好地近似物体旋转抛物面上的采样“椭圆”,则在  $\theta$  限制下的有限频域利用范围内,提高频域填充密度将是获得最优的 3D 傅里叶频谱的有效途径之一,本文方法的提出正源于这一直观认识。

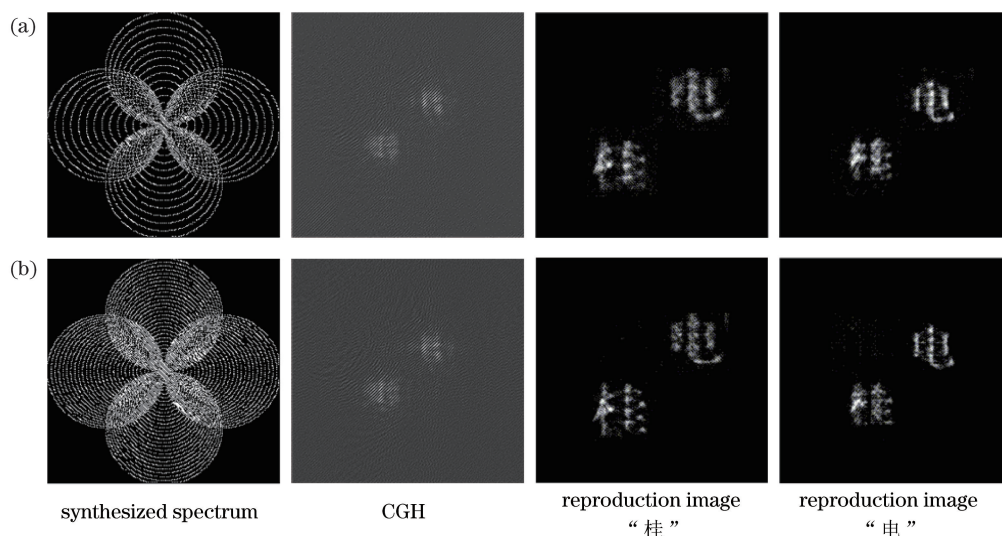


图 8 采用传统正交扫描方式的投影图频谱合成、计算全息图及再现像。(a) 61 张投影图结果;(b) 121 张投影图结果

Fig. 8 Synthesized spectra, CGHs, and reconstructed images of projection images using traditional orthogonal scanning method. (a) Results based on 61 projection images; (b) results based on 121 projection images

图 10 和图 11 分别为非冗余采样、加权采样两种方式下的正交扫描多视投影图频谱合成、计算全息图及其再现像,从左至右依次为合成频谱、计算全息图、 $z = 33.2 \text{ mm}$  处再现像和  $z = -33.2 \text{ mm}$  处再

现像。其中模拟圆形扫描的角度  $\varphi$  固定为  $12^\circ$ ,加权采样权重阈值  $T$  取 0.75,图 10 和图 11 采用的投影图与图 8 和图 9 所采用的投影图一致。对比图 8、图 9 和图 10 可以看出,在相同的投影图数量

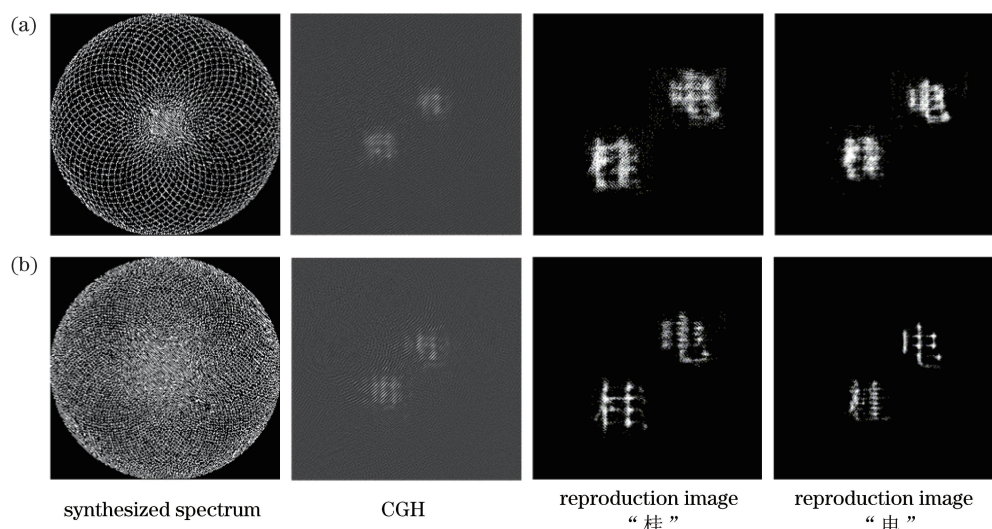


图 9 采用传统圆形扫描方式的投影图频谱合成、计算全息图及再现像。(a) 60 张投影图结果;(b) 120 张投影图结果  
Fig. 9 Synthesized spectra, CGHs, and reconstructed images of projection images obtained by traditional circular scanning method. (a) Results based on 60 projection images; (b) results based on 120 projection images

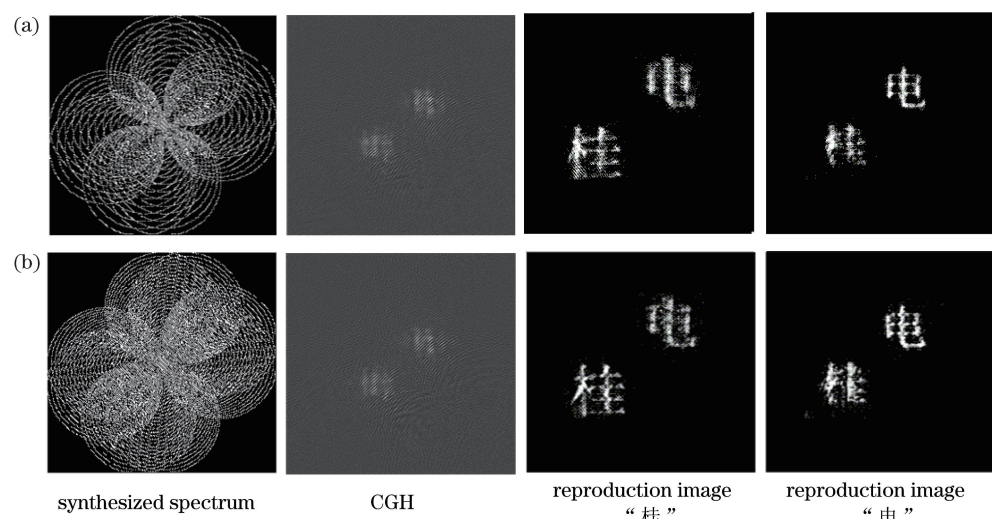


图 10 采用非冗余采样时所提方法正交扫描投影图频谱合成、计算全息图及再现像。  
(a) 61 张投影图结果;(b) 121 张投影图结果

Fig. 10 Synthesized spectra, CGHs, and reconstructed images of projection images obtained by proposed method with non-redundant sampling. (a) Results based on 61 projection images; (b) results based on 121 projection images

条件下,本文方法全息图再现像的视觉质量不仅明显优于传统正交扫描方法,也优于传统圆形扫描方法,再现像上的字体更为完整、清晰,这一质量改善从频域利用效率提升方面可解释为:相对于传统正交扫描方法,本文方法的频域填充密度提升约 1 倍(任一正交投影图上提取半径大小相同、圆心位置不同的两个圆频谱),且新填充位置集中在原频谱图上高频信息缺失的频轴间区域,使得频域填充更均匀,相同范围内的频谱信息尤其是高频信息的利用更加充分;相对于传统圆形扫描方法,本文方法则在有效克服传统正交扫描方法的频域范围较小、高频信息

利用不足的同时,强化了正交扫描方法在低频区域的高密度填充优势(频谱“瓣”增加到 8 个),使得低频信息利用更加充分。对比图 10 和图 11 也可以看出,由于冗余采样进一步加大频域填充密度、提高频域利用效率,其全息图再现像上的字体轮廓细节更完整、清晰,更有利于再现像深度信息的精确表达与显示(不同衍射距离物体的聚焦、离焦对比效果更充分)。需要指出的是,模拟圆形扫描和加权冗余采样两种方式对频域利用效率的提升作用有本质区别,前者是对物体 3D 傅里叶频谱(旋转抛物面)的椭圆曲线近似采样,是对小视角变换下投影图重叠区域

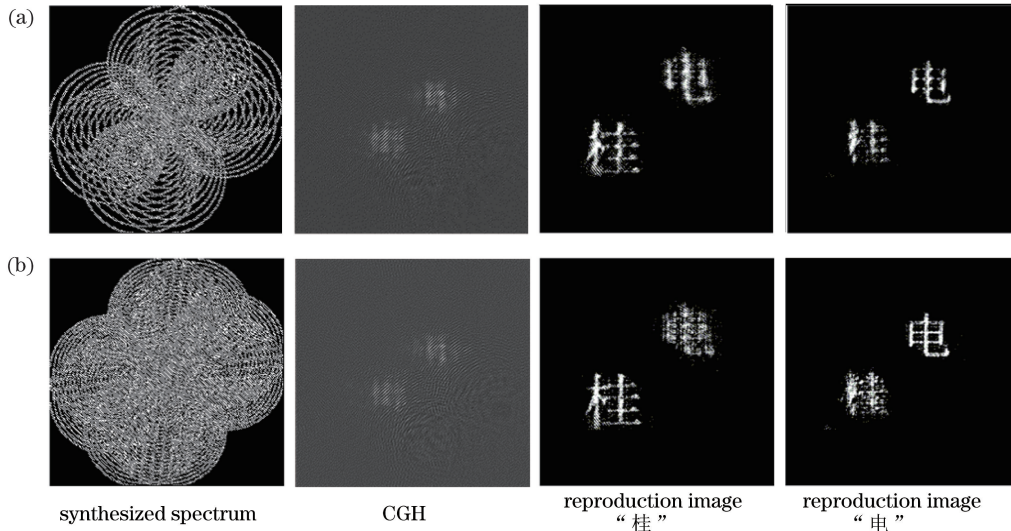


图 11 采用加权采样时所提方法正交扫描投影图频谱合成、计算全息图及再现像。

(a) 61 张投影图结果; (b) 121 张投影图结果

Fig. 11 Synthesized spectra, CGHs, and reconstructed images of projection images obtained by proposed method with weighted sampling processing. (a) Results based on 61 projection images; (b) results based on 121 projection images

信息的合理利用;后者仅是补偿椭圆曲线在频域上投影圆因离散采样导致的信息缺失,其对频域范围、高频信息利用效率提高并无直接作用。不可避免地,两种方式在提高频域利用效率的同时均会引入误差,但模拟圆形扫描通过合理选取模拟圆形扫描角度  $\varphi$  值,可将椭圆曲线近似误差控制在可接受范围内;加权冗余采样则根据理想采样点所在频域格网点权重值及其累加阈值  $T$  设置,达到投影图频谱充分采样和噪声引入之间的美好平衡,下文将给出进一步的解释。

由第 3 节中频域格网点权重值定义、计算方式可知:当理想采样点  $P$  位于格网中心,即  $\Delta u = \Delta v = 0.5$  时,  $w_i = 0.25$ ;当点  $P$  落在某一格网内且不在中心时,  $T$  取 0.25 等价于采用单点非冗余采样,  $T$  取 1.0 等价于选取全部格网点的冗余采样,  $T$  取 0.75 时最多选取 3 个格网点进行冗余采样,  $T$  取 0.5 时最多选取 2 个格网点进行冗余采样。结合上述不同的  $T$  取值,针对原始(未抽稀)投影图,图 11 给出了本文方法在不同采样点数、不同  $\varphi$  时计算全息图再现像信噪比(SNR)的变化曲线,该信噪比计算公式为

$$f_{\text{SNR}} = 10 \lg \frac{\sum_{x=1}^{N_x} \sum_{y=1}^{N_y} f_0(x, y)^2}{\sum_{x=1}^{N_x} \sum_{y=1}^{N_y} [f(x, y) - f_0(x, y)]^2}, \quad (25)$$

式中:  $f(x, y)$  为计算全息图再现像;  $f_0(x, y)$  为与

再现像视角 ( $\theta = 0, \varphi = 0$ ) 一致的投影图(参考图像);  $N_x, N_y$  分别为图像长度和宽度上的像素个数。因全息图再现时不同深度物体存在离焦现象,本研究的信噪比计算针对单个字进行,取该字再现像(投影图)局部区域(不含另一字体)为计算窗口。从图 12 可以看出,当  $\varphi \in [10^\circ, 15^\circ]$  时,全息图再现像的信噪比整体较高,但在该范围内“桂”、“电”两个字的信噪比存在明显波动,且取得最大值时的角度位置不一致,仅当  $T = 0.75, \varphi = 12^\circ$  时,两个字可同时取得较高的信噪比,且波动不大,见图 12(b),与第 2 节中获得模拟椭圆与真实椭圆的最小误差  $E_0, E_{90}$  时的圆形扫描角度分析结果相吻合。表 1 列出了  $\varphi = 12^\circ$  时不同阈值  $T$  下的全息图再现像信噪比,从表 1 可以看出,当  $T$  分别取 0.7、0.8 时,两者全息图再现像信噪比的变化幅度较大;当  $T$  大于 0.8 或小于 0.7 时,信噪比的变化相对平稳。这主要是因为:当理想采样点  $P$  相对于其所在格网中心有一定偏移时(普遍情况),不同格网点的权重值差异较大,最小权重值(小于 0.25)格网点携带的有用频谱信息将明显少于其他 3 个格网点,则  $T$  取较大值(如  $T \in [0.8, 1.0]$ )时的结果差异仅为是否引入携带有用频谱信息最少的格网点,故对全息图再现像信噪比影响不大;相反地,当  $T$  取较小值时(如  $T < 0.7$ ),除最小权重值的格网点被舍弃,最大权重值在累加结果中的主导作用导致携带次少有用频谱信息的格网点也将被舍弃,从而降低投影图频谱信息利用率。综合考虑图 12 和表 1 的结果,本研究在全息

图计算时,将参数设定为: $T=0.8$ 、 $\varphi=12^\circ$ 。表 2 列出了该参数值下本文方法以及传统正交、圆形扫描方法在不同投影图数量、采样方式下的计算全息图的耗时及再现像的信噪比。由表 2 可知,相比于传统正交扫描方法,由于处理(模拟)投影图数量增加 1 倍,本文方法在非冗余采样条件下的耗时约增加了 40%~50%,加权采样条件下的耗

时也因处理更多采样格网约增加了 10%~20%,但本文方法再现像的信噪比显著优于传统正交、圆形扫描方法;在加权冗余采样条件下,当投影图数量减少为原来的 1/2 时,本文方法全息图再现像信噪比也优于传统正交、圆形扫描方法,说明本文方法可有效提升正交投影图频谱利用效率,并具有较高的应用价值。

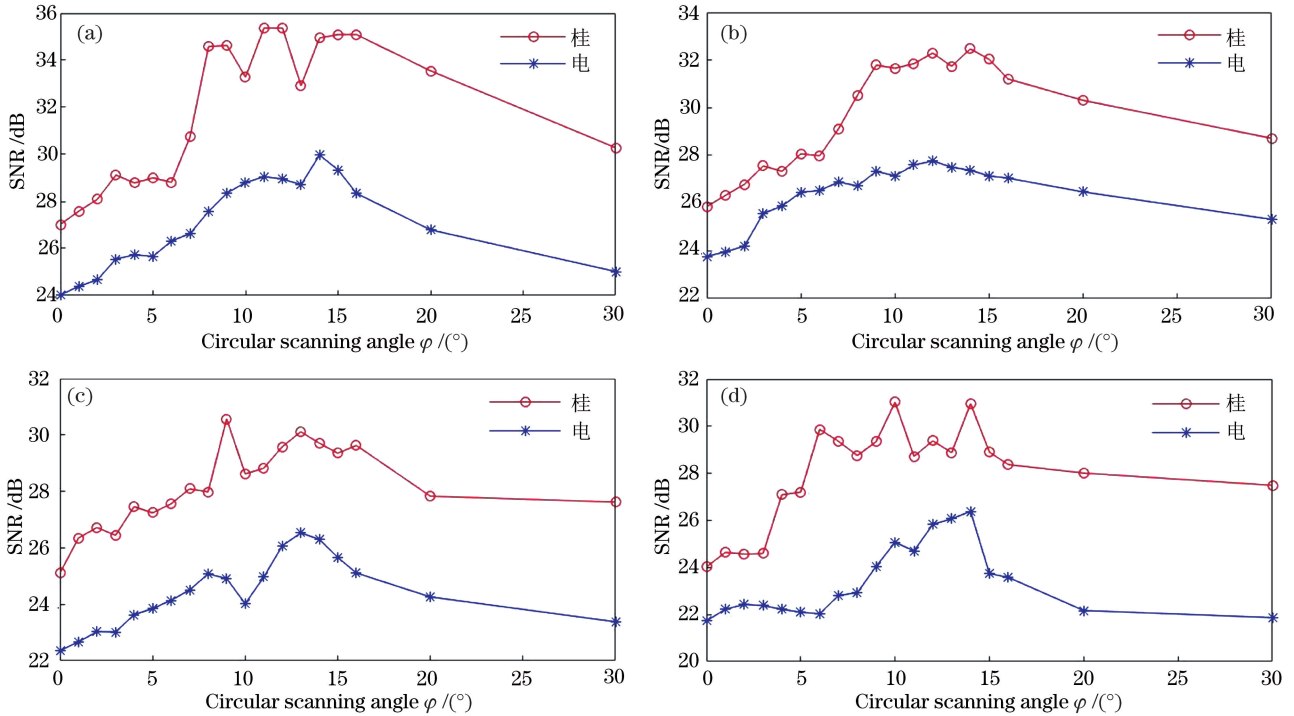


图 12 不同  $\varphi$  角时圆形扫描模拟下的计算全息图再现像的信噪比变化曲线。

(a)  $T=1.0$ ; (b)  $T=0.75$ ; (c)  $T=0.50$ ; (d)  $T=0.25$

Fig. 12 SNR variation curves of CGH reproduction images simulated by circular scanning at different  $\varphi$ .

(a)  $T=1.0$ ; (b)  $T=0.75$ ; (c)  $T=0.50$ ; (d)  $T=0.25$

表 1 不同阈值  $T$  下的计算全息图再现像的信噪比

Table 1 SNRs of CGH reproduction images under different thresholds  $T$

Threshold $T$	1.0	0.9	0.8	0.7	0.6	0.5	0.4
SNR of “桂”/ dB	33.28	32.65	31.83	28.83	28.64	28.62	28.30
SNR of “电”/ dB	28.80	28.41	28.22	24.88	24.18	24.02	23.14

表 2 不同扫描方式下的计算全息图的耗时及再现像的信噪比

Table 2 Time consumption of CGH and SNR of its reproduction images under different scanning modes

Traditional method	Number of projections	SNR of “桂”/dB	SNR of “电”/dB	Consuming time /s	Proposed method	Number of projections	SNR of “桂”/dB	SNR of “电”/dB	Consuming time /s
Circular scanning	60	18.85	16.88	3.82	Non-redundant sampling	61	22.83	18.97	3.46
	120	24.02	21.73	5.88		121	29.38	25.83	6.79
Orthogonal scanning	61	19.32	15.88	2.30	Weighted redundancy sampling	61	27.27	23.37	4.04
	121	23.68	19.97	4.38		121	31.83	28.22	8.10

进一步地,本研究给出了针对复杂 3D 模型(圣诞老人)的正交扫描计算全息图生成结果,该模型随视角的变化较明显,模拟正交扫描时 $\theta$ 角按间隔 $0.5^\circ$ 在 $[-10^\circ, 10^\circ]$ 范围内取值,共获取 81 张 2D 投影图,投影图分辨率为 $512 \text{ pixel} \times 512 \text{ pixel}$ ,图 13 为部分投影图,图 14 所示为传统正交扫描

及加权采样方式下本文方法得到的结果,从左至右依次为投影图频谱、计算全息图及 $z=0 \text{ mm}$ 处再现像、 $z=48.6 \text{ mm}$ 处再现像。从图 14 可以看出,本文方法计算全息图在不同距离处的再现像视觉质量均优于传统正交扫描方式,具有较高的稳健性。

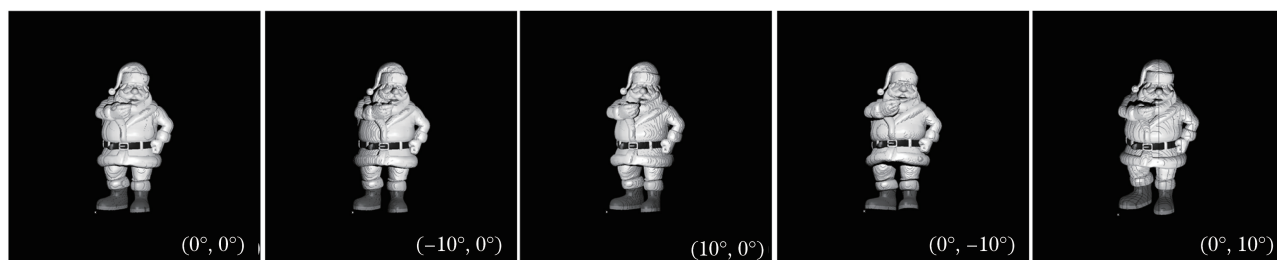


图 13 采用正交扫描获得的复杂 3D 模型的部分多视投影图

Fig. 13 Partial multi-view projection images of complicated 3D model using orthogonal scanning

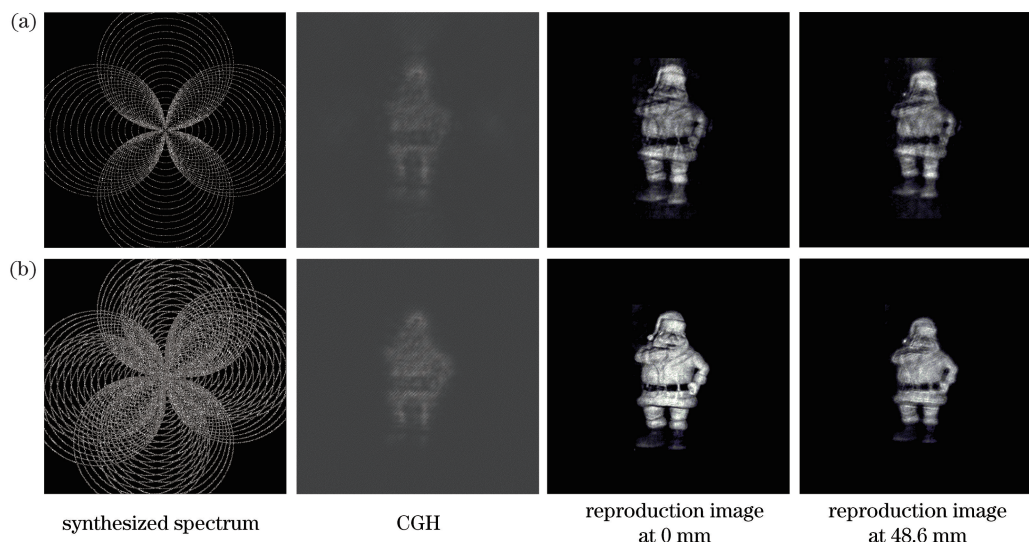


图 14 采用正交扫描获得的复杂模型投影图频谱合成、计算全息图及不同位置的再现像。

(a)传统方法结果;(b)所提方法结果

Fig. 14 Synthesized spectra, CGHs, and reconstructed images at different positions of complicated 3D model using orthogonal scanning. (a) Results from traditional method; (b) results from proposed method

基于物体 3D 傅里叶频谱抽样统一模型及误差分析,从正交扫描投影图中模拟获得特定角度圆形扫描方式下的投影图频谱采样圆的方式是可行的,利用该采样方式可有效提高正交投影图频谱利用效率,在不增加投影图数量的情况下便可以获得最优的物体 3D 傅里叶频谱。根据频域中理想采样点所在格网点空间邻近程度给出的权重值进行投影图圆频谱冗余采样是有效的,利用该采样方式可自适应选取频谱信息一致性较高的格网点作为实际采样点,在提高投影图频谱利用效率的同时降低无效频谱信息(背景噪声)的被引入概率,进一步提高计算全息图再现像质量。

## 5 结 论

多视点投影计算全息技术对光学系统要求较低,常规照明(白光)条件下即可获得全息图且同时适用于计算机虚拟物体及真实物体,具有较高的灵活性和较大的实用价值,该技术的关键在于如何准确、高效地从多视点投影图中获得被记录物体的 3D 傅里叶频谱。相对于圆形扫描方式,采用正交扫描方式获取多视投影图的原理更简单,本研究首先从正交扫描投影图中模拟获得到特定角度圆形扫描投影图频谱采样圆,并按“ $\theta$ 角小者优先”准则确定模拟采样圆频谱信息重叠位置,然后根据圆频谱理想

采样点所在频域格网点及其空间邻近程度给出的权重值,选取实际采样点,有效提高了正交投影图频谱的利用效率,在不增加投影图数量的情况下,可显著提高其计算全息图再现像的视觉质量,且其图像质量优于传统正交、圆形扫描方法,因此本文方法具有较高的应用价值。

## 参 考 文 献

- [1] Li J C. Diffraction calculation and digital holography [M]. Beijing: Science Press, 2014: 422-425.  
李俊昌. 衍射计算及数字全息[M]. 北京: 科学出版社, 2014: 422-425.
- [2] Ma J S, Xia F P, Su P, *et al.* Survey on key techniques and systems of digital holographic 3D display[J]. Optics and Precision Engineering, 2012, 20 (5): 1141-1152.  
马建设, 夏飞鹏, 苏萍, 等. 数字全息三维显示关键技术 with 系统综述[J]. 光学 精密工程, 2012, 20(5): 1141-1152.
- [3] Jia J, Wang Y T, Liu J, *et al.* Progress of dynamic 3D display of the computer-generated hologram [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2012, 49 (5): 050002.  
贾甲, 王涌天, 刘娟, 等. 计算全息三维实时显示的研究进展[J]. 激光与光电子学进展, 2012, 49(5): 050002.
- [4] Han Z, Qi Y, Wang Y W, *et al.* Zoom technology of reconstructed images of computer generated holograms[J]. Chinese Journal of Lasers, 2018, 45(5): 0509001.  
韩哲, 亓岩, 王延伟, 等. 计算全息再现像放缩技术[J]. 中国激光, 2018, 45(5): 0509001.
- [5] Javidi B, Tajahuerce E. Three-dimensional object recognition by use of digital holography[J]. Optics Letters, 2000, 25(9): 610-612.
- [6] Jin X Y, Gui J B, Liu C, *et al.* Progress of fast generation algorithm of computer-generated hologram based on point source model[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2018, 55(10): 100005.  
金晓宇, 桂进斌, 刘超, 等. 基于点源模型计算全息图快速生成算法的研究进展[J]. 激光与光电子学进展, 2018, 55(10): 100005.
- [7] Lucente M E. Interactive computation of holograms using a look-up table [J]. Journal of Electronic Imaging, 1993, 2(1): 28-34.
- [8] Pan Y C, Xu X W, Solanki S, *et al.* Fast CGH computation using S-LUT on GPU[J]. Optics Express, 2009, 17(21): 18543-18555.
- [9] Jia J, Wang Y T, Liu J, *et al.* Reducing the memory usage for effective computer-generated hologram calculation using compressed look-up table in full-color holographic display[J]. Applied Optics, 2013, 52(7): 1404-1412.
- [10] Jiang X Y, Cong B, Pei C, *et al.* A new look-up table method of holographic algorithms based on compute unified device architecture parallel computing [J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35 (2): 0209001.  
蒋晓瑜, 丛彬, 裴闯, 等. 一种基于新型查表方法的统一计算设备架构并行计算全息算法[J]. 光学学报, 2015, 35(2): 0209001.
- [11] Matsushima K. Computer-generated holograms for three-dimensional surface objects with shade and texture [J]. Applied Optics, 2005, 44 (22): 4607-4614.
- [12] Ahrenberg L, Benzie P, Magnor M, *et al.* Computer generated holograms from three dimensional meshes using an analytic light transport model [J]. Applied Optics, 2008, 47(10): 1567-1574.
- [13] Kim H, Hahn J, Lee B. Mathematical modeling of triangle-mesh-modeled three-dimensional surface objects for digital holography [J]. Applied Optics, 2008, 47(19): D117-D127.
- [14] Trester S. Computer-simulated Fresnel holography [J]. European Journal of Physics, 2000, 21(4): 317-331.
- [15] Abookasis D, Rosen J. Computer-generated holograms of three-dimensional objects synthesized from their multiple angular viewpoints[J]. Journal of the Optical Society of America A, 2003, 20(8): 1537-1545.
- [16] Sando Y, Itoh M, Yatagai T. Holographic three-dimensional display synthesized from three-dimensional Fourier spectra of real existing objects [J]. Optics Letters, 2003, 28(24): 2518-2520.
- [17] Sando Y, Itoh M, Yatagai T. Full-color computer-generated holograms using 3-D Fourier spectra [J]. Optics Express, 2004, 12(25): 6246-6251.
- [18] Liu D J, Huang S J. Computer generated holography based on 3-D Fourier spectra[J]. Acta Photonica Sinica, 2010, 39(12): 2178-2182.  
刘道金, 黄素娟. 基于三维傅里叶频谱的计算全息图 [J]. 光子学报, 2010, 39(12): 2178-2182.
- [19] Xue D X, Yang Y, Zhang H M, *et al.* An improved algorithm for 3D reconstruction based on color CGHs of 3D objects using multiple projection view images[J]. Acta Photonica Sinica, 2011, 40(10): 1542-1546.  
薛东旭, 杨勇, 张慧敏, 等. 一种改进型视角投影图像彩色计算全息术的三维重构算法 [J]. 光子学报, 2011, 40(10): 1542-1546.
- [20] Tang W H, Li S L, Wang J, *et al.* A method of computer-generated hologram based on integral

- imaging[J]. Chinese Journal of Lasers, 2014, 41(2): 0209022.  
唐文华, 李述利, 王君, 等. 一种基于集成成像生成计算全息图的方法[J]. 中国激光, 2014, 41(2): 0209022.
- [21] Jian X Z, Zhou H, Yang X, *et al.* A method for spectrum extraction of 3D object with object points[J]. Acta Photonica Sinica, 2014, 43(5): 0509001.  
简献忠, 周海, 杨鑫, 等. 三维点云物体频谱获取方法[J]. 光子学报, 2014, 43(5): 0509001.
- [22] Indebetouw G, Klysubun P, Kim T, *et al.* Imaging properties of scanning holographic microscopy[J]. Journal of the Optical Society of America A, 2000, 17(3): 380-390.
- [23] Zheng H D, Dai L M, Yu Y J. Three-dimensional imaging based on orthogonal-stacked lenticular sheets and computer holography[J]. Chinese Journal of Lasers, 2010, 37(S1): 213-218.  
郑华东, 代林茂, 于瀛洁. 基于正交柱透镜光栅的计算全息三维成像[J]. 中国激光, 2010, 37(S1): 213-218.
- [24] Rosen J, Brooker G. Digital spatially incoherent Fresnel holography[J]. Optics Letters, 2007, 32(8): 912-914.
- [25] Rosen J, Brooker G. Non-scanning motionless fluorescence three-dimensional holographic microscopy[J]. Nature Photonics, 2008, 2(3): 190-195.
- [26] Shaked N T, Katz B, Rosen J. Review of three-dimensional holographic imaging by multiple-viewpoint-projection based methods[J]. Applied Optics, 2009, 48(34): H120-H136.
- [27] Sando Y, Itoh M, Yatagai T. Computer-generated holograms based on the three-dimensional Fourier spectrum[J]. Optical Review, 2005, 12(1): 1-3.
- [28] Li Y Z, Abookasis D, Rosen J. Computer-generated holograms of three-dimensional realistic objects recorded without wave interference[J]. Applied Optics, 2001, 40(17): 2864-2870.