开路傅里叶变换红外光谱层析重建算法仿真

邓矗岭^{1,2},童晶晶^{1*},高闽光¹,李相贤¹,李妍¹,韩昕¹,刘文清¹ ¹中国科学院安徽光学精密机械研究所环境光学与技术重点实验室,安徽 合肥 230031;

²中国科学技术大学,安徽 合肥 230026

摘要 采用代数迭代(ART)算法和最大似然期望最大化(MLEM)算法,利用开路傅里叶变换红外(OP-FTIR)光谱 仪的测量结果,通过仿真模拟了高斯空间分布模型下的气体二维浓度场重建,并利用重建评价指标——逼近度和 相关系数,分析了这两种重建算法的重建精度和抗噪性能。结果表明:在单峰气体浓度场中,ART 与 MLEM 算法 重建结果的逼近度分别为 0.177 和 0.044;在双峰气体浓度场中,ART 与 MLEM 算法重建结果的逼近度分别为 0.263和 0.069;MLEM 算法更适用于重建复杂的气体浓度场。在不同噪声水平下,ART 的抗噪性能优于 MLEM 算法,MLEM 算法对噪声更敏感。

Simulation of Tomographic Reconstruction Algorithms for Open-Path Fourier Transform Infrared Spectroscopy

Deng Chuling^{1,2}, Tong Jingjing^{1*}, Gao Minguang¹, Li Xiangxian¹, Li Yan¹, Han Xin¹, Liu Wenqing¹

¹ Key Laboratory of Environmental Optics and Technology, Anhui Institute of Optics and Fine Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Hefei, Anhui 230031, China;

² University of Science and Technology of China, Hefei, Anhui 230026, China

Abstract Based on spectra measured by the open-path Fourier transform infrared (OP-FTIR) spectroscopy technology, the two-dimensional concentration distribution of the gas in a Gaussian spatial distribution model was reconstructed using the algebraic reconstruction technique (ART) and the maximum-likelihood expectation-maximization (MLEM) algorithms. Two evaluation indexes, the nearness and the correlation coefficient, were used to analyze the reconstructive accuracy and anti-noise performance of the reconstruction algorithms. In the single-peak concentration field of the gas, the nearness of the ART and MLEM results were 0. 177 and 0. 044, respectively, while they were 0.263 and 0.069, respectively, in the double-peak concentration field. The results therefore indicate that MLEM is more suitable for complex concentration distributions. Conversely, at different noise levels, the anti-noise performance of ART is better than that of MLEM, which is more sensitive to noise. **Key words** Fourier optics; open-path Fourier transform infrared spectroscopy; tomography; algebraic iterative algorithm; maximum-likelihood expectation-maximization **OCIS codes** 070.2575; 100.6950; 100.3010

COID COUCH 010.2010, 100.0000, 100.

1引言

开路傅里叶变换红外(OP-FTIR)光谱技术^[1] 具有高时间分辨率、高灵敏度、动态、非接触、实时、 可在线测量,以及可进行多组分同时测量等优点。 计算机层析成像(CT)技术^[2]通过研究对象外部监 测到的投影数据来重建其内部的分布信息,OP-FTIR光谱技术与CT技术相结合可以克服前者空 间分辨率不足的缺点,从而能够对气体的二维浓度 分布进行重建及测量,为环境监测提供更多细节。

使用不同的层析重建算法、光路分辨率和构型^[3]得到的重构图的精度不同,目前重构领域的算

基金项目:国家自然科学基金(41775158)、国家重点研发计划(2017YFC0209900,2018YFC0214100)

* E-mail: jjtong@aiofm.ac.cn

收稿日期: 2019-01-15; 修回日期: 2019-03-11; 录用日期: 2019-04-02

法主要有代数迭代(ART)算法^[4]、最大似然期望最 大化(MLEM)算法^[5]、平滑基函数最小化(SBFM) 算法^[6]、多项式拟合(PCF)算法^[7]、低三阶导数 (LTD)算法^[8],以及惩罚加权最小二乘(PWLS)算 法^[9]等。Todd 等^[10]采用 ART、ART3、同时代数重 建技术 (SART)和联合迭代重建技术(SIRT)算法 重构并研究了室内化学气体的二维浓度分布。 Thomas 等^[11]使用仿真和实验数据对乘法代数重建 技术 (MART)、 块 迭 代 同 时 乘 法 代 数 重 构 (BIMART)和同时乘法代数重建技术(SMART)算 法进行了优化。Todd 等^[12] 根据 MLEM 算法对养 猪场的废水氧化塘进行了大面积、多季节监测。 Schuetze 等^[13] 发展了一种 SQuAd 方法,将 OP-FTIR 光谱技术与层析技术相结合,用于获得风分 量与温室气体浓度的时域与空域信息。孟静等[14] 提出了改进的层析重建算法,并将其用于光学层析 图像重建中的梯度计算。方静等[15]提出了一种改 进的 ART 算法,并将其用于重构高斯烟羽扩散模 型下的污染物扩散分布。虽然与层析算法相关的文 献众多,但大多是针对某一种或某一类算法进行比 较,缺乏不同类算法之间的比较。

本文分别采用具有代表性的 ART 算法和 MLEM 算法,对给定的单峰、双峰高斯空间分布模型 下的气体浓度二维分布进行重建仿真,并利用重建评 价指标对算法的重建精度进行评估。比较了不同条 件下两种算法的重建效果,定量评估了气体浓度场性 质、噪声水平对气体浓度二维分布重建效果的影响。

2 基本原理

2.1 OP-FTIR 光谱技术的测量原理

使用 OP-FTIR 光谱技术进行气体浓度测量的 理论基础是 Lambert-Beer 定律。光在大气中传输 时,会被传输路径上的气体分子吸收。假设积分路 径上的大气各向同性,且处于热平衡状态,则对于气 体物质,其红外辐射吸收服从以下规律:

$$I(v) = I_0(v) \exp[-\alpha(v)cd], \qquad (1)$$

$$a(v) = \alpha(v)cd, \qquad (2)$$

式中:v 为波数;I(v) 为测量谱; $I_{0}(v)$ 为背景谱; $\alpha(v)$ 为与测量仪器无关的分子吸收系数;c 为气体 浓度;d 为光程;a(v) 为吸光度。

利用红外吸收线参考数据库 HITRAN 提供的 待测气体的标准吸收截面,通过匹配环境参数(如压 力、温度和光程等)计算不同浓度气体的高分辨率标 准光谱。定义误差函数为

$$L(\theta) = \sum_{j=1}^{N} [\tau_j - \tau_{std}(v_j, \theta)]^2, \qquad (3)$$

式中: τ_j 为测量的透过率光谱; τ_{std}为标准透过率光 谱; 光谱 τ 中有 N 个数据点, v_j 为其中第 j 个点对 应的波数; θ 为待定系数矢量,包括浓度、仪器参数 和环境参数的估计值。这里计算得到的气体浓度是 光路上的平均浓度,将平均气体浓度与光程相乘便 可获得沿路径积分的气体浓度。进而采用非线性最 小二乘法将标准光谱与利用 OP-FTIR 光谱技术实 际测量得到的光谱进行迭代拟合, 就可得到实测气 体浓度的最优解。

2.2 ART 算法重建原理

利用 ART 算法重建气体二维浓度分布场的主要思路是:首先将待测区域离散化,划分成 N=n× n个单元网格(图 1),并认为单元网格内的气体浓度分布均匀且一致,则通过待测区域的第 *i* 条光路 的气体路径积分浓度为

$$P_{i} = \sum_{j=1}^{N} l_{ij} c_{j} , \qquad (4)$$

式中:*l_{ij}*为第*i*条光路通过第*j*个网格的光程;*c_j*为第*j*个网格内的气体浓度。

ART 算法的特点是逐线校正,其迭代过程是通过一条条光路逐线完成的,利用 OP-FTIR 光谱技术测量获得的气体路径积分浓度重建气体二维浓度分布的 ART 算法迭代表达式为

$$F_{j}^{(k+1)} = c_{j}^{(k)} + \alpha \frac{P_{i} - \sum_{j=1}^{N} l_{ij} c_{j}^{(k)}}{\sum_{i=1}^{N} l_{ij}^{2}} l_{ij}, \qquad (5)$$

式中:k 为迭代次数序号;a 为松弛因子,取 0~2。



Fig. 1 Reconstruction model

2.3 MLEM 算法的重建原理

MLEM 算法是以极大似然理论为基础的一种 统计迭代重建算法,主要分为两步:1) 计算完全投 影数据的似然函数在测定数据及当前参数估计值下的期望;2)求出使期望最大化的参数估计值。

利用 OP-FTIR 光谱技术测量获得的路径积分 浓度重建气体二维浓度分布的 MLEM 算法的迭代 公式为

$$c_{j}^{(k+1)} = \frac{c_{j}^{(k)}}{\sum_{i=1}^{M} l_{ij}} \sum_{i=1}^{M} l_{ij} \frac{P_{i}}{\sum_{j=1}^{N} l_{ij} c_{j}^{(k)}},$$
 (6)

式中:M为总光路数。

在实际使用中,通常将某一评价指标作为迭代终止的条件。本文使用逼近度 A 作为评价指标,假设第 k 次迭代后的逼近度为 $A^{(k)}$,第 k+1 次迭代后的逼近 度为 $A^{(k+1)}$,若 $\left| \frac{A^{(k+1)} - A^{(k)}}{A^{(k)}} \right| < 0.5\%$,则迭代终止。

2.4 重建评价指标

为了定量评价两种算法的重建效果,定义了逼 近度 A,并用其来表征重构图上所有网格的整体误 差,描述重构图与原始图之间的差异。A 越小,表 明重构图与原始图的一致性越好。定义了重构图与 原始图之间的相关系数 R,R 越大,两者的相关性越 强,重建精度和重建质量越高。A 和 R 的表达式为

$$A = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{N} (c_j^* - c_j)^2}{\sum_{j=1}^{N} (c_j^* - c_{avg}^*)^2}},$$
(7)



$$R = \frac{\sum_{j=1}^{N} (c_j - c_{j_avg}) (c_j^* - c_{j_avg}^*)}{\sqrt{\sum_{j=1}^{N} (c_j - c_{j_avg})^2} \sqrt{\sum_{j=1}^{N} (c_j^* - c_{j_avg}^*)^2}}, \quad (8)$$

式中:c^{*} 为原始网格中的气体浓度;c^{*} 为重建网格 中的气体浓度;c^{*}_{j_avg}为所有原始网格的平均气体浓 度;c^{*}_{j_avg}为所有重构网格的平均气体浓度。

3 仿真测试实验

仿真实验平台采用 Intel i5-7500 处理器,四核, 8 GB 内存,Windows 10 操作系统,所有算法均采用 Python 实现。

为了评价 ART 和 MLEM 两种算法的重建效 果,模拟了 100 m×100 m 的监测区域,将监测区域 划分成 $N=n\times n$ 的网格区域,并设计了正交方向 的光路布置方式,如图 2(a)所示。图 2(a)中,虚线 表示光路,并以高斯二维空间分布^[16]为重建模型,

$$C(x, y \mid Q, x_0, y_0, \sigma) = Q \exp(-[(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2]/\sigma^2), \qquad (9)$$

式中:C(x,y)为气体的质量浓度;Q为波峰峰值; (x_0,y_0) 为波峰的位置坐标; σ 为波峰的标准差。

图 2(b)展示了当波峰峰值为 50 mg·m⁻³、波峰 位置为(32,47)时的二维单峰气体浓度场。为了提高 可视化效果,对网格浓度值进行了双三次插值处理。



图 2 (a)光路布置方式与(b)单峰气体浓度场



4 仿真结果与讨论

4.1 松弛因子对 ART 算法重建结果的影响

在 ART 算法中,松弛因子的选取影响着重建 速度和重建精确度。为了选择合适的松弛因子,以 图 2(b)所示的单峰气体浓度场为测试对象进行仿 真,网格分辨率 N=7×7。分析逼近度与相关系数 两个评价指标在不同松弛因子 α 下的变化趋势,如 图 $3(a) \sim (b)$ 所示。

由图 3 可知:在不同松弛因子下,逼近度 A 和 相关系数 R 在迭代次数为 400 时基本都已收敛;随 着松弛因子增大,逼近度 A 和相关系数 R 收敛所需 的迭代次数越来越少,当 α=2.0 时,获得了最小的 逼近度。综合考虑重建精度和重建速度,本文测试 对象采用的松弛因子α设为2.0。

4.2 网格分辨率对算法重建结果的影响

分别采用 $N=5\times5$, $N=7\times7$ 和 $N=10\times10$ 的 网格分辨率,以图 2(b)中的重建模型为测试对象,比 较了两种算法在不同分辨率下的重建精度和算法效



率。表1为不同网格分辨率下的逼近度A、相对系数 R和算法运行时间T的对比,体现了重建精度的整体性与算法效率。表2为波峰峰值、峰值误差以及波峰位置的对比,体现了重建精度的细节性。图4集中展示了不同分辨率下两种算法的重建结果。



图 3 松弛因子 α 对重建结果的影响。(a) 对逼近度 A 的影响;(b) 对相关系数 R 的影响

Fig. 3 Effect of relaxation factors α on reconstruction results. (a) Effect on nearness A;

(b) effect on correlation coefficient R

表 1	不同	网格	分辨率	下的	整体重	建精厚	臣
-----	----	----	-----	----	-----	-----	---

Table 1	Overall	reconstruction	accuracy	under	different	grid	resolutions
---------	---------	----------------	----------	-------	-----------	------	-------------

Possilution -	Near	Nearness A		Correlation coefficient R		Running time T / s	
Resolution	ART	MLEM	ART	MLEM	ART	MLEM	
5×5	0.236	0.073	0.972	0.998	0.153	0.061	
7×7	0.227	0.056	0.978	0.999	0.185	0.064	
10×10	0.197	0.055	0.981	0.999	0.236	0.066	

表 2 不同网格分辨率下的细节重建精度

Fable 2 Detai	l reconstruction	accuracy u	ınder	different	grid	resolutions
---------------	------------------	------------	-------	-----------	------	-------------

Desslution	Peak value	Peak value /(mg • m^{-3})		Peak error / %		Peak location error /m	
Resolution	ART	MLEM	ART	MLEM	ART	MLEM	
5×5	39.7	45.3	20.60	9.40	4	4	
7×7	38.7	44.6	22.60	10.80	5	5	
10×10	39.1	45.6	21.80	8.80	4	4	

由表1和图4可知:随着网格分辨率提高,两种 算法的逼近值A都逐渐降低,相关系数R逐渐升高, 重构图越来越接近原始图,这表明提高网格分辨率有 助于降低原始图与重建图的整体差异,提高两者的一 致性。同时,由图4可以发现:ART算法的重构图 在浓度扩散区域外侧产生了明显的矩形伪影,而 MLEM算法的重构图更接近于原始图,它的整体重 建精度优于ART算法;在3种分辨率下,ART算 法的平均运行时间为0.191 s, MLEM算法为 0.063 s, MLEM 的算法效率约为ART的3.03 倍。

由表2可知:在一定条件下,随着网格分辨率提

高,两种算法的波峰峰值和波峰误差相对稳定,说明 提高网格分辨率并不能有效改善细节重建精度。在 实际应用中应根据具体的需求,合理选择网格分辨 率,以提高 OP-FTIR 仪器的利用率,降低监测成本。

4.3 两种算法对源位置的适用性

在实际监测中,气体排放源可能位于监测区域的任何位置,如4个角落、中央区域等。为研究两种 算法对源位置的适用性,设置网格分辨率 $N=10\times$ 10,气体在排放源处的质量浓度(源强)为 50 mg·m⁻³,分别设计了3个不同的源位置,即右 下角(75,25)、中央区域(53,53),以及网格边界(30,



图 4 不同网格分辨率下的重建结果。(a)~(c) ART;(d)~(f) MLEM

Fig. 4 Reconstruction results under different grid resolutions. (a)-(c) ART; (d)-(f) MLEM

Table 3 Overall reconstruction accuracy of different source locations

	Nearness A		Correlation coefficient R		Running time T /s	
Source location –	ART	MLEM	ART	MLEM	ART	MLEM
(75,25)	0.167	0.044	0.986	0.999	0.219	0.063
(53,53)	0.200	0.057	0.980	0.998	0.218	0.064
(30,70)	0.180	0.051	0.983	0.999	0.217	0.067
Mean	0.182	0.049	0.983	0.999	0.218	0.065

70)。表 3~ 4列出了不同源位置的整体重建精度 和细节重建精度。

由表 3 可知:当气体排放源位于监测区域中央时,两种算法的逼近度都为最大值,相关系数都为最 小值;而当源位于监测区域角落时,整体重建精度相 对更高。这是由于当气体排放源位于中央区域时, 它的扩散影响范围更大,浓度分布更为复杂,从而降 低了整体重建精度。MLEM 算法在不同源位置下 的平均逼近度为 0.049, 平均相关系数为 0.999, ART 算法的对应值分别为 0.182 和 0.983, 这表明 在不同的源位置下, MLEM 算法的整体重建精度 更好。

由表4可知:在不同的源位置处,ART 算法的 平均峰值误差为21.67%,MLEM 算法的平均峰值 误差为9.67%,这表明 MLEM 算法对波峰峰值有 更高的重构精度;对于波峰位置的重构,两种算法的

表 4 不同源位置的细节重建精度 Table 4 Detail reconstruction accuracy of different source locations

	Peak value /(mg • m^{-3})		Peak error / %		Peak location error /m	
Source location –	ART	MLEM	ART	MLEM	ART	MLEM
(75,25)	41.3	47.4	17.40	5.20	0	0
(53,53)	38.5	45.9	23.00	8.20	3.0	3.0
(30,70)	37.7	42.2	24.60	15.60	7.0	7.0
Mean	39.2	45.2	21.67	9.67	3.3	3.3

重建精度相同。当源位置分别为(75,20)、(53,53)、 (30,70)时,它们离最近光路的垂直距离分别为0, 2,5 m,当源位置为(30,70)时,源恰好位于网格边 界上,离最近光路的垂直距离最大,因而最大程度地 丢失了源位置处的细节信息,它的波峰峰值误差 最大。

4.4 气体浓度场性质对重建结果的影响

在实际监测条件下,监测区域内可能存在多

排放源,故设置网格分辨率 $N=10\times10$,分别设 计了单峰浓度场和双峰浓度场。单峰浓度场的 位置为(55,75),波峰峰值为 80 mg·m⁻³;双峰 浓度场位置为(35,55)和(75,55),波峰峰值为 50 mg·m⁻³和100 mg·m⁻³。对两种气体浓度 场的重建结果进行对比分析,表 5 列出了不同浓 度场下的整体重建精度。不同浓度场下的重建 结果如图 5 所示。

Table 5 Overall reconstruction accuracy of different concentration fields								
Same la cia	Near	Nearness A Correlation coefficient R Running						
Source location —	ART	MLEM	ART	MLEM	ART	MLEM		
(55,75)	0.177	0.044	0.984	0.999	0.233	0.063		
(35,55),(75,55)	0.263	0.069	0.964	0.998	0.228	0.065		

表 5 不同浓度场下的整体重建精度



图 5 不同浓度场下的重建结果。(a)单峰,原始浓度场;(b)双峰,原始浓度场;(c)单峰,ART 算法;(d)双峰,ART 算法; (e)单峰,MLEM 算法;(f)双峰,MLEM 算法

Fig. 5 Reconstruction results under different concentration fields. (a) Original concentration field of single peak; (b) original concentration field of double peak; (c) single peak, ART algorithm; (d) double peak, ART algorithm;(e) single peak, MLEM algorithm; (f) double peak, MLEM algorithm

由表 5 可知:对于单峰和双峰气体浓度场, MLEM 算法的逼近度均小于 ART 算法,相关系数 均大于 ART 算法。当气体浓度场变得更为复杂 时,MLEM 算法各项评价指标的波动较小。由图 5 可知:MLEM 算法的重建结果更接近原始浓度场, 这表明 MLEM 算法的稳健性更好,更能适应复杂 二维气体浓度场的重构。另由表 5 可知,不同浓度 场下 MLEM 算法的平均运行时间为 0.064 s,ART 算法的平均运行时间为 0.230 s, MLEM 算法具有 明显的算法效率优势。

表 6 列出了不同气体浓度性质场下的细节重建 精度,可知,两种算法的波峰位置精度相同,都准确 地定位出了波峰位置,但 MLEM 算法在不同浓度 场性质下的峰值误差均小于 ART 算法,这表明在 不同浓度场性质的细节重建精度方面,MLEM 算法 要优于 ART 算法。

表 6 不同浓度场性质下的	り细节重建精度
---------------	---------

 Table 6 Detail reconstruction accuracy under different concentration fields

Same la citar	Peak value $/(mg \cdot m^{-3})$		Mean peak error / %		Peak location	
Source location -	ART	MLEM	ART	MLEM	ART	MLEM
(55,75)	64.90	75.40	17.40	5.20	(55,75)	(55,75)
(35,55),(75,55)	49.40,72.30	50.30,91.10	14.45	4.75	(35,55),(75,55)	(35,55),(75,55)

4.5 两种算法的抗噪能力分析

仪器噪声、热噪声等均会对重建结果产生一 定影响,为了比较两种算法的抗噪性能,对原始数 据分别加入了一定比例的高斯白噪声,不同噪声 水平下的重建评价指标和分析图分别如表 7 和图 6 所示。

由表 7 和图 6 可知:两种算法评价指标的变化 趋势相同,随着噪声水平提高,逼近度越来越大,相 关系数越来越小;当噪声较小时,两种算法都具有一 定的抗噪能力,且 MLEM 算法略优于 ART 算法; 随着噪声水平进一步提高,MLEM 算法的重建误差 进一步扩大,且显著大于 ART 算法的重建误差,这



表明 MLEM 算法对噪声较敏感,抗噪性能较差,推荐在噪声较小时使用 MLEM 算法,噪声较大时使用 ART 算法。

表 7 不同噪声水平下两种算法的重建评价指标

Table 7 Evaluation indexes of reconstruction under

different noise levels

NT 1 1	Nearı	ness A	Correlation	coefficient R
Noise level—	ART	MLEM	ART	MLEM
0.3	0.402	0.352	0.929	0.936
0.5	0.656	0.527	0.872	0.885
0.7	1.134	1.498	0.706	0.585



图 6 不同噪声水平下的误差分析。(a) A;(b) R Fig. 6 Error analysis under different noise levels. (a) A; (b) R

5 结 论

使用 ART 和 MLEM 算法对不同条件下的气体浓度场进行了重建仿真,研究了松弛因子、网格分辨率、源位置、气体浓度场性质和噪声水平对重建结果的影响。结果表明:1) 松弛因子对 ART 算法的 重建速度和重建精度都有一定影响,较大的松弛因 子可以获得较快的重建速度和较高的重建精度; 2)在一定条件下,提高网格分辨率有助于提高两种 算法的整体重建精度,但是对细节重建精度(如波峰 峰值和位置)的影响较小,不同网格分辨率下 MLEM 算法的平均效率约为 ART 算法的 3.03 倍; 3)针对不同的源位置,MLEM 算法有更高的整体重 建精度和更低的峰值误差,MLEM 算法与 ART 算 法的波峰位置精度相当,MLEM 算法对源位置的适 用性更好;4)对不同性质的气体浓度场(单峰/双 峰),MLEM 算法的整体重建精度和细节重建精度 均优于 ART 算法,且 MLEM 算法的稳健性更好, 更能适应复杂的气体浓度场;5)不同噪声水平下, MLEM 算法对噪声更敏感,ART 算法的抗噪性能 优于 MLEM 算法,推荐在噪声较小时使用 MLEM 算法,噪声较大时使用 ART 算法。实验结论为下 一步使用开路傅里叶变换红外光谱仪器进行污染气 体的浓度场重建提供了算法和理论准备。

参考文献

[1] Tong J J, Gao M G, Xu L, *et al*. Measurement and study of 1, 3-butadiene based on open path FTIR

spectroscopy [J]. Infrared and Laser Engineering, 2013, 42(1): 239-243.

童晶晶,高闽光,徐亮,等.采用开放光路 FTIR 光 谱法的 1,3-丁二烯测量研究[J].红外与激光工程, 2013,42(1):239-243.

- [2] Fang P F, Jia Z L, Chen D, et al. Two-dimensional reconstruction light path distribution optimization and data simulation of gas concentration field[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2016, 53(7): 071001. 房鹏飞, 贾兆丽, 陈东, 等. 气体浓度场二维重建光路分布优化及数据仿真[J]. 激光与光电子学进展, 2016, 53(7): 071001.
- [3] Gordon R, Bender R, Herman G T. Algebraic reconstruction techniques (ART) for threedimensional electron microscopy and X-ray photography [J]. Journal of Theoretical Biology, 1970, 29(3): 471-481.
- [4] Herman G T, Lent A, Rowland S W. ART: mathematics and applications a report on the mathematical foundations and on the applicability to real data of the algebraic reconstruction techniques [J]. Journal of Theoretical Biology, 1974, 45(2): 597.
- [5] Shepp L A, Vardi Y. Maximum likelihood reconstruction for emission tomography [J]. IEEE Transactions on Medical Imaging, 1982, 1(2): 113-122.
- [6] Fischer M L, Price P N, Thatcher T L, et al. Rapid measurements and mapping of tracer gas concentrations in a large indoor space [J]. Atmospheric Environment, 2001, 35 (16): 2837-2844.
- [7] Wu C F, Yost M G, Hashmonay R A, et al. Path concentration profile reconstruction of optical remote sensing measurements using polynomial curve fitting procedures[J]. Atmospheric Environment, 2003, 37 (14): 1879-1888.
- [8] Price P N, Fischer M L, Gadgil A J, et al. An algorithm for real-time tomography of gas concentrations, using prior information about spatial derivatives[J]. Atmospheric Environment, 2001, 35 (16): 2827-2835.
- [9] Park D Y, Fessier J A, Yost M G, et al.

Tomographic reconstruction of tracer gas concentration profiles in a room with the use of a single OP-FTIR and two iterative algorithms: ART and PWLS [J]. Journal of the Air & Waste Management Association, 2000, 50(3): 357-370.

- [10] Todd L, Ramachandran G. Evaluation of algorithms for tomographic reconstruction of chemical concentrations in indoor air [J]. American Industrial Hygiene Association Journal, 1994, 55(5): 403-417.
- [11] Thomas L, Tremblais B, David L. Optimization of the volume reconstruction for classical Tomo-PIV algorithms (MART, BIMART and SMART): synthetic and experimental studies[J]. Measurement Science and Technology, 2014, 25(3): 035303.
- [12] Todd L. Measuring chemical emissions using openpath Fourier transform infrared (OP-FTIR) spectroscopy and computer-assisted tomography[J]. Atmospheric Environment, 2001, 35 (11): 1937-1947.
- Schuetze C, Barth M, Hehn M, et al. SQuAd-approach for the spatial quantification of the advection influence on the balance closure of greenhouse gases
 [C]//Fall Meeting 2016, December 12-16, 2016, San Francisco. Washington, D. C.: American Geophysical Union, 2016: B13E-0660.
- [14] Meng J, Wang JJ, Huang XW, et al. An improved reconstruction algorithm for optical tomography[J]. Acta Optica Sinica, 2005, 25(11): 1483-1487.
 孟静, 王加俊, 黄贤武, 等. 一种改进的光学层析图 像重建方法[J]. 光学学报, 2005, 25(11): 1483-1487.
- [15] Fang J, Cheng L H, Zhang Y P, et al. Improved iterative tomography algorithm based on fan-beam geometry of double projections [J]. Acta Photonica Sinica, 2014, 43(10): 1011003.
 方静,程乐红,张玉萍,等.基于扇束双投影方向的改进迭代层析成像算法[J].光子学报, 2014, 43(10): 1011003.
- [16] Verkruysse W, Todd L A. Improved method "grid translation" for mapping environmental pollutants using a two-dimensional CAT scanning system [J]. Atmospheric Environment, 2004, 38 (12): 1801-1809.