

# 一种基于恒星光线偏折的大气折射率估计方法

程煜, 王雪莹\*, 盛卫东, 安玮

国防科技大学电子科学学院, 湖南 长沙 410073

**摘要** 基于标准大气环境的大气折射率理论模型不能反映实际大气折射率的波动性, 针对该问题, 提出了一种基于恒星光线偏折的大气折射率估计方法。基于光学卫星的恒星观测数据, 分析恒星光线经大气折射发生偏折的现象, 建立恒星光线经大气折射后进入光学卫星传感器的光路模型, 在分层球形大气的假设下证明该光路模型的对称性。研究一种利用恒星实测光线和恒星理论光线迭代前向反馈的方法, 用以估计分层大气折射率。最后, 利用光学卫星的恒星观测数据进行有效性验证, 计算出的大气折射率与理论大气折射率相符, 且能够反映短期波动性。对测试用的恒星实测数据进行处理, 结果表明: 88% 以上的恒星理论视线与实测视线的估计值相差不超过 1%, 其余部分观测数据估计偏差基本不超过 20%。

**关键词** 大气光学; 大气折射率; 恒星偏折; 光学卫星; 大气修正

中图分类号 O439

文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201939.0701001

## Atmospheric Refractivity Estimation Method Based on Stellar Light Deflection

Cheng Yu, Wang Xueying\*, Sheng Weidong, An Wei

College of Electronic Science and Technology, National University of Defense Technology,  
Changsha, Hunan 410073, China

**Abstract** The theoretical atmospheric refractivity model, which based on the standard atmosphere, fails to reflect the volatility of the actual atmospheric refractivity. To solve this problem, an atmospheric refractivity estimation method is proposed according to stellar light deflection. Firstly, based on the stellar observation data of optical satellite, the stellar light deflected by atmospheric refraction is analyzed. An optical path model of which stellar light enters the optical satellite sensor after being refracted by the atmosphere is established. The symmetry of the optical path model is proved under the assumption of layered spherical atmosphere. Secondly, an iterative forward feedback method is proposed by measuring stellar light and theoretical stellar light, which can estimate the layered atmospheric refractivity. Finally, the method is validated using the stellar observation data. The calculated atmospheric refractivity agrees with the theoretical one, and shows the short-term volatility. The results of the experimental data show that more than 88% of the estimation error between the theoretical sight and the measured one is within 1%, and the remaining is no more than 20%.

**Key words** atmospheric optics; atmospheric refraction index; stellar deflection; optical satellite; atmospheric correction

**OCIS codes** 010.1290; 010.1285; 010.1330

## 1 引 言

光学成像卫星由于其观测地域广、不易受国界限制、不易受电磁干扰等优势, 一直以来都是各国重点研究的对象。但在光学成像卫星对地面物体或空间目标进行观测的过程中, 由于大气分布不均匀, 光

线通过大气层传播时会产生折射现象, 使得目标到卫星的光线并不是一条直线, 而是一条曲线<sup>[1]</sup>。文献[2-5]中利用恒星光线通过大气发生折射的现象对卫星进行自主导航, 文献[6]中研究了海洋附近的大气折射对激光通信的影响, 文献[7]中研究了大气折射对双波长空间激光授时偏差的影响, 文献[8-10]

收稿日期: 2019-01-24; 修回日期: 2019-03-12; 录用日期: 2019-03-22

基金项目: 国家自然科学基金(61605242)

\* E-mail: wang\_xueying87@126.com

中则研究了大气折射对光学卫星的定位影响。可以看出,大气折射率在应用中占据十分重要的作用,而在以往的方法中,一般是依靠理论模型对大气折射率进行计算或是由地面观测从而估算大气折射率<sup>[11-13]</sup>。理论模型和大气压强、温度有关,而这些参数在实际应用中难以测量,常通过一些近似估值来表征,从而导致这类方法难以反映大气折射率随时间的波动性,仅能给出一个较为粗糙的结果;而地面观测法比较适用于受大气吸收较少的频段。在卫星观测过程中,恒星光线从地球另一侧经过大气折射后进入卫星的传感器,此时会发生较为明显的折射现象。本文利用恒星光线的折射效应,研究了恒星光线经过大气折射的光路公式以及恒星光线的修正公式,提出了大气折射率的估算方法,实验结果表明,利用恒星光线估计出的大气折射率对恒星光线有较好的修正作用,验证了本文算法的有效性。

## 2 恒星光线的大气折射模型

在光学观测中,天体离地球的距离都可以看作是数学上的“无穷大”,故一个天体发射到地球上不同地方的光线互相平行<sup>[14]</sup>,即在地心惯性坐标系( ECI 坐标系)中,某一恒星的光线表现为一簇方向确定的平行光线。而在实际的观测中,恒星在卫星的观测视场中所占的像元数目并不大,故在讨论时,将卫星视为一个观测点,而非一个观测面。在对地球及大气进行建模时,由于本文选取的恒星光线折射偏角较小,穿过大气层的距离相对较短,且发生折射的位置基本处于同一经纬度区域,故可认为该区域整体地势起伏较小,大气受阳光、气流等的影响比较一致。相较于地球复杂的地貌环境,对该区域的地球和大气采用球型建模,便可以反映该区域大气折射率的实际情况。故使用球体模型对地球和大气进行拟合,且对大气进行分层建模,大气总层数为  $N$ ,从内到外依次为  $1, 2, \dots, N$  层。

### 2.1 恒星光线入射的几何对称关系

在恒星光线通过两层大气的条件下,首先证明恒星、地球、卫星之间的几何对称关系,观测模型如图 1 所示。

其中地球和大气层采用球体建模,故在由地心、卫星、恒星三者连线所组成的平面上,地球、第  $N$ 、 $N-1$  层大气均可视为圆形,恒星光线经过地球折射的光路为  $ABCD$ ,  $A$  为恒星光线入射第  $N$  层大气时与第  $N$  层大气外延的交点,  $B$  为恒星光线入射第

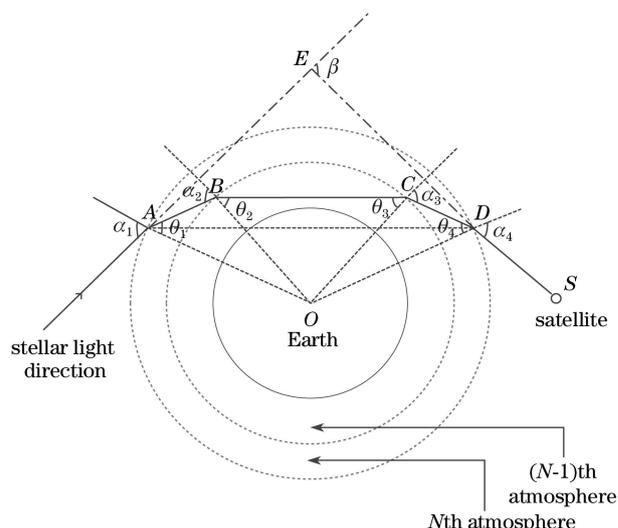


图 1 恒星光线通过 2 层大气的光路模型

Fig. 1 Light path model of stellar light passing through two layers of atmosphere

$N-1$  层大气时与第  $N-1$  层大气外延的交点,  $C$  为恒星光线从第  $N-1$  层大气射出时与第  $N-1$  层大气外延的交点,  $D$  为恒星光线从第  $N$  层大气射出时与第  $N$  层大气外延的交点。  $\alpha_1$  为恒星光线经真空与第  $N$  层大气临界面进入第  $N$  层大气时的入射角,  $\theta_1$  为恒星光线经真空与第  $N$  层大气临界面进入第  $N$  层大气时的出射角,  $\alpha_2$  为恒星光线经第  $N$  层大气后进入第  $N-1$  层大气的入射角,  $\theta_2$  为恒星光线经第  $N$  层大气后进入第  $N-1$  层大气的出射角,  $\alpha_3$  为恒星光线通过第  $N-1$  层大气后再次进入第  $N$  层大气时的入射角,  $\theta_3$  为恒星光线通过第  $N-1$  层大气后再次进入第  $N$  层大气时的出射角,  $\alpha_4$  为恒星光线经第  $N$  层大气后进入真空中时的入射角,  $\theta_4$  为恒星光线经第  $N$  层大气后进入真空中时的入射角。并假设真空中折射率为  $n_0$ , 第  $N$  层大气折射率为  $n_1$ , 第  $N-1$  层大气折射率为  $n_2$ 。

为方便进一步说明,证明以下结论:

$$\begin{cases} \alpha_1 = \alpha_4, \theta_1 = \theta_4 \\ \alpha_2 = \alpha_3, \theta_2 = \theta_3 \end{cases} \quad (1)$$

由于  $OB$ 、 $OC$  均为第  $N-1$  层大气的半径,故三角形  $OBC$  为等腰三角形,即有

$$\theta_2 = \theta_3. \quad (2)$$

由折射定律<sup>[15]</sup>有

$$\begin{cases} n_1 \sin \alpha_2 = n_2 \sin \theta_2 \\ n_1 \sin \alpha_3 = n_2 \sin \theta_3 \end{cases}, \quad (3)$$

且由于  $\sin$  函数在  $0$  到  $\pi/2$  时为可逆函数,故有

$$\alpha_2 = \alpha_3. \quad (4)$$

在三角形  $OAB$  中,由正弦定理有



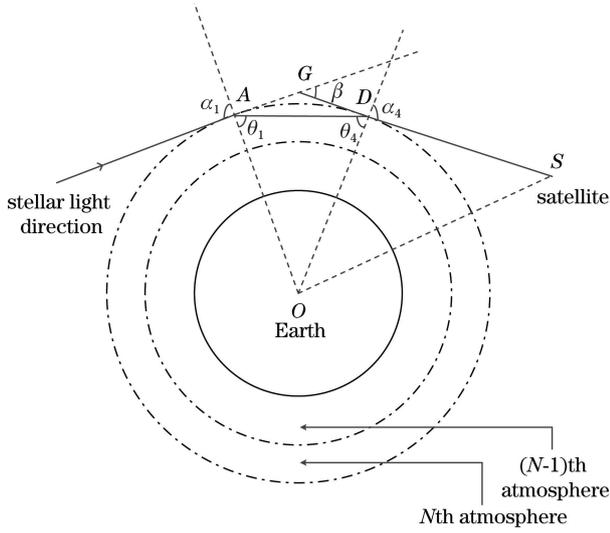


图 3 光线仅通过第  $N$  层大气的光路模型

Fig. 3 Light path model that only passes through the atmosphere of the  $N$ th layer

### 3.2 大气折射率估计方法

首先考虑恒星光线仅经过第  $N$  层大气的情况。

如图 3 所示,延长光线方向与卫星视线夹角相交于点  $G$ ,其夹角大小为  $\beta$ ,由于该入射与出射的对称性,有

$$\angle GAD = \angle GDA = \frac{\beta}{2}, \quad (20)$$

且易知:  $\angle OAG = \alpha_1$ , 故有

$$\theta_1 = \alpha_1 - \frac{\beta}{2}. \quad (21)$$

故第  $N$  层大气折射率为

$$n_1 = n_0 \cdot \frac{\sin \alpha_1}{\sin \theta_1} = n_0 \cdot \frac{\sin \alpha_1}{\sin\left(\alpha_1 - \frac{\beta}{2}\right)}. \quad (22)$$

当恒星折射光线进入第  $N-1$  层大气,而不经第  $N-2$  层大气时,可以讨论第  $N-1$  层大气折射率。如图 1 所示,延长光线方向与卫星视线夹角相交于点  $E$ ,其夹角大小为  $\beta$ ,在三角形  $ADE$  中,由入射出射方向的对称性,可得

$$\angle EAD = \angle EDA = \frac{\beta}{2}, \quad (23)$$

且易知:

$$\angle OAD = \angle ODA = \alpha_1 - \angle EAD = \alpha_1 - \frac{\beta}{2}, \quad (24)$$

即有

$$\angle AOD = \pi - \angle OAD - \angle ODA = \pi - 2\alpha_1 + \beta, \quad (25)$$

且在三角形  $OAB$  中,由正弦定理有

$$\frac{AO}{\sin(\angle ABO)} = \frac{BO}{\sin \theta_1}, \quad (26)$$

故有

$$\angle ABO = \arcsin\left(\frac{AO}{BO} \cdot \sin \theta_1\right). \quad (27)$$

根据对称性,即有

$$\begin{aligned} \angle AOB = \angle COD = \alpha_2 - \theta_1 = \\ \arcsin\left(\frac{AO}{BO} \cdot \sin \theta_1\right) - \theta_1, \end{aligned} \quad (28)$$

故有

$$\begin{aligned} \angle BOC = \angle AOD - 2\angle AOB = \pi + \beta + 2\theta_1 - \\ 2\arcsin\left(\frac{AO}{BO} \cdot \sin \theta_1\right) - 2\alpha_1. \end{aligned} \quad (29)$$

根据对称性,即有

$$\theta_2 = \theta_3 = \frac{\pi - \angle BOC}{2}, \quad (30)$$

且易知:  $\alpha_2 = \arcsin\left(\frac{AO}{BO} \cdot \sin \theta_1\right)$ , 即可推导出第  $N-1$  层的大气折射率为

$$n_2 = \frac{\sin \alpha_2}{\sin \theta_2} \cdot n_1. \quad (31)$$

若大气分层有更多层,则可以按照推导第  $N-1$  层大气折射率的方法递推后续的大气折射率。

而在实际的观测中,在大气分层的条件下,若上方几层大气的折射率未知,很难知道恒星光线通过了哪几层大气,考虑使用迭代前向反馈方法,对大气折射率进行逐层解算,其算法流程图如图 4 所示。

通过图 4 的迭代前向反馈算法,即可由外即内,依次计算出  $N$  层大气的折射率。

## 4 分析与讨论

本文开展两个实验,第一个实验是验证本文提出的基于恒星偏折的折射率估计方法的有效性,并与基于标准大气环境的理论折射率计算方法进行对比;第二个实验是利用观星数据统计分析本文方法的估计精度。

### 4.1 折射率估计方法的有效性验证

由于大气折射率在对流层变化较大,在同温层变化较小,故在大气分层时,仅仅考虑对距离地面 50 km 以内的大气折射率进行计算,且在分层时,考虑到对流层变化较大,以 0.1 km 为间隔在 1~20 km 进行分层,而对于同温层区域则以 0.5 km 为间隔对 20~50 km 进行分层<sup>[8]</sup>。

基于标准大气环境的理论折射率计算方法,是采用 Rueger 大气折射率的计算模型<sup>[16]</sup>,其中所需

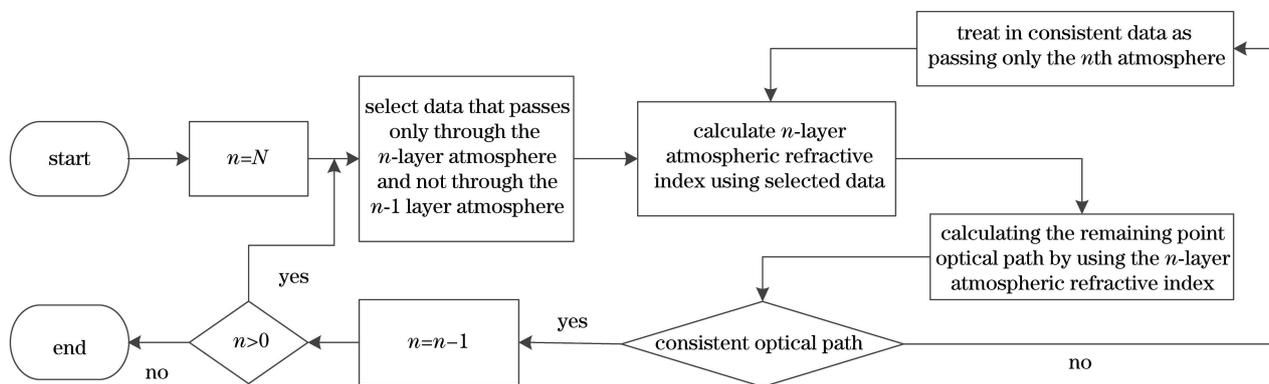


图 4 迭代前向反馈算法流程图

Fig. 4 Iterative forward feedback algorithm flow chart

的温度参数是使用国际化标准组织 1975 年定义的国际标准大气模型 (ISO 2533:1975)<sup>[17]</sup> 中温度随高度的变化,所需的大气压强参数采用大气压强随时间变化的模型<sup>[18]</sup>,结合红外光线的大气折射的修正<sup>[19]</sup>,可以计算出波长为 4.5 μm 光线的大气折射率。

利用某光学成像卫星连续 27 d 的恒星观测数据,采用本文提出的大气折射率估计方法,进行平均处理后,与基于标准大气环境的理论折射率计算方法进行比较,结果如图 5 所示。

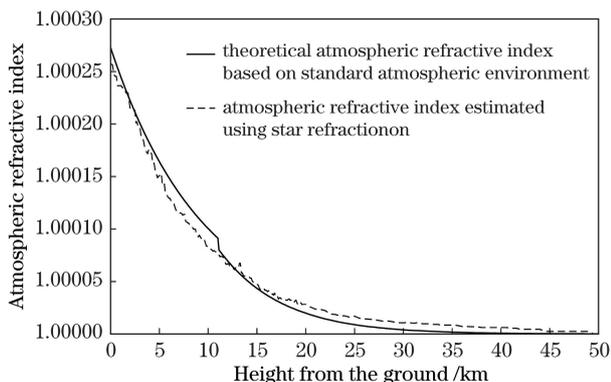


图 5 利用全部数据得出的大气折射率和理论大气折射率对比图

Fig. 5 Comparison of atmospheric refractive index and theoretical atmospheric refractive index obtained from all data

由图 5 可以看出,全部数据的大气折射率估计结果和理论大气折射率的总体趋势较为相似,距离地面越高,折射率越小,其原因是大气密度、气压随海拔高度的增加而减小,折射率也随之变小。同时,两者也存在细微差别,原因是,理论折射模型中未反映大气的波动性,而在实际中,大气由于气温分布不均匀,导致折射率发生波动。

为此,图 6 进一步给出了连续 3 d 的大气折射率变化情况。

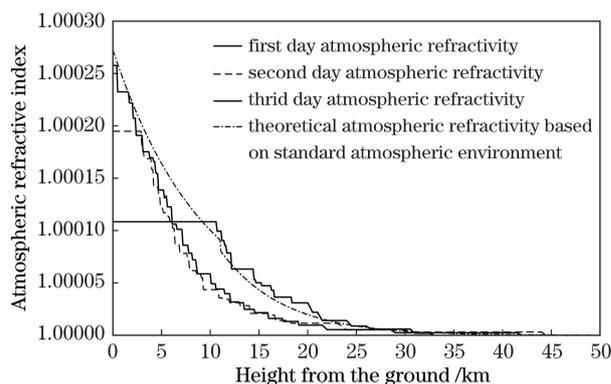


图 6 利用连续 3 d 数据分别得出的大气折射率和理论大气折射率对比图

Fig. 6 Comparison of atmospheric refractive index and theoretical atmospheric refractive index obtained from three consecutive days data

可以看出连续 3 d 的大气折射率与理论大气折射率虽然比较相近,但是每天的大气折射率存在不同,若仅仅以理论大气折射率进行修正,则不能反映出某些天的气象变化,同时可以观察到,由于气象因素,某些天在距地面较近时没有数据。故在实际应用中,应考虑对多天的数据进行混合,然后估计大气折射率,从而在保证完备性的前提下,也能将折射率的波动性反映出来。

#### 4.2 对恒星光线折射修正性能的统计分析

利用 27 d 的恒星数据,每天 0-12 h 的恒星数据用于大气折射率估计,利用该估计折射率以及第 2 节中恒星经地球折射的光路,对每天 12-24 h 的恒星折射现象进行修正。为方便表示,定义误差值  $\Delta\beta$  与误差比  $\bar{\beta}$  为

$$\begin{cases} \Delta\beta = \beta_s - \beta_r \\ \bar{\beta} = \frac{|\Delta\beta|}{\beta_r} \end{cases}, \quad (32)$$

式中:  $\beta_r$  表示数据中真实视线和恒星光线夹角;

$\beta_s$  表示按第 2 节的方法估计出的视线和恒星光线夹角值。得出的误差比以及误差值分布如表 1 和图 7 所示。

表 1 误差比分布  
Table 1 Error ratio distribution

Error ratio	0-0.01	0.01-0.1	0.1-0.2	0.2 or more
Percentage /%	88.22	2.95	4.71	4.12

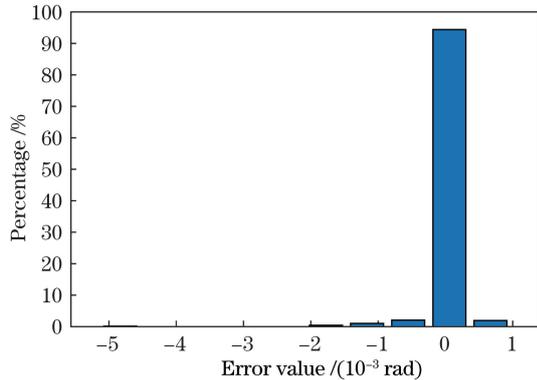


图 7 误差值分布

Fig. 7 Distribution of error values

从表 1 可以看出,误差比为 0.01 以内的占 88.22%,误差比大于 0.02 的仅占全部数据的 4.12%。而从误差值来看(图 7),除了少数点误差值较大之外,90%以上的误差值都维持在  $10^{-4}$  rad 量级,有较好的修正作用。

## 5 结 论

证明了球形大气假设下卫星平台观测恒星时折射光路的对称性,并给出一种通过观测视线和恒星光线夹角估算分层大气折射率的方法。利用该方法处理实测数据时,估计出的大气折射率与理论大气折射率相符,说明了方法的有效性,且该方法估计出的大气折射率能够反映出大气在 1~2 d 内的短期变化。利用估计的大气折射率修正了实测数据中的恒星视线,与理论的恒星观测视线相比,88%数据的误差比都在 1% 以内,且大部分修正误差绝对值较小,表明该方法的性能较好。总的来说,该方法能够对卫星观测时的大气折射率进行估计,从而可以修正由大气折射导致的误差。但该方法仅适用于光线穿越大气层路径较短或较小区域大气折射率的估计,不适用于光线穿越大气层路径过长或较大区域的大气折射率估计。

## 参 考 文 献

- [1] Song F Z. Application of atmospheric optical basis [M]. Beijing: Meteorological Press, 1990: 7-10.
- [2] Qian H M, Sun L, Cai J N, *et al.* A starlight refraction scheme with single star sensor used in autonomous satellite navigation system[J]. Acta Astronautica, 2014, 96: 45-52.
- [3] Ning X L, Wang L H, Bai X B, *et al.* Autonomous satellite navigation using starlight refraction angle measurements[J]. Advances in Space Research, 2013, 51(9): 1761-1772.
- [4] Wu Y X, Zhang X, Zhang J Z, *et al.* Research on the autonomous star sensor based on indirectly sensing horizon and its optical design[J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(2): 0222001.
- [5] Hu J, Yang B. Modified measurement model of stellar horizon atmospheric refraction[J]. Infrared and Laser Engineering, 2009, 38(2): 272-277.
- [6] Yang L. Analysis of influence of atmospheric channel on laser communication in coastal regions[J]. Journal of Spacecraft TT & C Technology, 2012, 31(4): 52-56.
- [7] Liu H, Lu L, Zhu Y, *et al.* Influence of atmospheric refraction on timing deviation of time transfer by space laser link at double wavelengths[J]. Acta Optica Sinica, 2018, 38(9): 0901001.
- [8] Yan M, Wang Z Y, Wang C Y, *et al.* Atmosphere refraction effects in object locating for optical satellite remote sensing images[J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2015, 44(9): 995-1002.
- [9] Wang Z J, Song X Z, Yang Y, *et al.* Effect analysis of atmosphere refraction on image geolocation for optical satellite[J]. Aerospace Shanghai, 2014, 31(4): 17-20, 36.
- [10] Qi M, Qiu C Y, Song Y, *et al.* Error correction of

- pitch angle measurement on IR searching system[J]. *Spacecraft Recovery & Remote Sensing*, 2016, 37(2): 51-57.
- 祁蒙, 邱朝阳, 宋亚, 等. 红外搜索系统俯仰角测量的大气折射修正[J]. *航天返回与遥感*, 2016, 37(2): 51-57.
- [11] Lin L K, Zhao Z W, Liu K, *et al.* Retrieving atmospheric refractive environment by singular ground-based GPS receiver[J]. *Journal of Spacecraft TT & C Technology*, 2011, 30(3): 20-25.
- 林乐科, 赵振维, 刘琨, 等. 地基单站 GPS 探测大气折射环境[J]. *飞行器测控学报*, 2011, 30(3): 20-25.
- [12] Wu P F, Li Y J, Shao S Y, *et al.* Low elevation atmospheric refraction correction method based on gridding atmospheric parameter profile mode[J]. *Acta Optica Sinica*, 2017, 37(6): 0601004.
- 武鹏飞, 李玉剑, 邵士勇, 等. 基于格点化大气参数廓线模式的低仰角大气折射修正方法[J]. *光学学报*, 2017, 37(6): 0601004.
- [13] Li J M, Han H M, Lin L K, *et al.* Correction of tropospheric refraction errors with a microwave radiometer[J]. *Journal of Spacecraft TT & C Technology*, 2012, 31(5): 32-35.
- 李江漫, 韩恒敏, 林乐科, 等. 对流层大气折射误差的微波辐射计修正[J]. *飞行器测控学报*, 2012, 31(5): 32-35.
- [14] Xi X N, Wang W, Gao Y D. Fundamentals of near-earth spacecraft orbit[M]. Changsha: National University of Defense Technology Press, 2003: 20-21.
- 郝小宁, 王威, 高玉东. 近地航天器轨道基础[M]. 长沙: 国防科技大学出版社, 2003: 20-21.
- [15] Zhang H W, Luan J, Lei W W. A principle formula of atmospheric refraction[J]. *Progress in Geophysics*, 2014, 29(2): 616-619.
- 张捍卫, 栾军, 雷伟伟. 大气折射的原理性公式[J]. *地球物理学进展*, 2014, 29(2): 616-619.
- [16] Jin Q F. Study on factors affecting atmospheric refractive index[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2006: 12-13.
- 金群锋. 大气折射率影响因素的研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2006: 12-13.
- [17] The International Organization for Standardization. Standard atmosphere: ISO 2533-1975G [S/OL]. 1975-05-15 [2018-12-20]. [https://www.nen.nl/pdfpreview/preview\\_29424.pdf](https://www.nen.nl/pdfpreview/preview_29424.pdf).
- [18] Portland State Aerospace Society. A quick derivation relating altitude to air pressure[EB/OL]. (2004-12-22) [2018-12-20]. [http://psas.pdx.edu/RocketScience/PressureAltitude\\_Derived.pdf](http://psas.pdx.edu/RocketScience/PressureAltitude_Derived.pdf).
- [19] Helminiak K G. Impact of the atmospheric refraction on the precise astrometry with adaptive optics in infrared[J]. *New Astronomy*, 2009, 14(6): 521-527.