旋光-电光晶体的电光调制特性及 π-电压

李长胜1,2*

¹北京航空航天大学仪器科学与光电工程学院,北京 100083; ²北京航空航天大学微纳测控与低维物理教育部重点实验室,北京 100083

摘要 分析旋光-电光晶体的电光相位以及强度调制特性,并定义晶体的 π-电压。对于具有旋光性的电光晶体,以 往半波电压的概念不能准确描述其电光偏振、强度调制的周期性,因而引入 π-电压这一概念,并将其定义为此类晶 体的椭圆双折射相位延迟变化量等于 π 时所需要的调制电压。对于置于两个偏振器之间的旋光-电光晶体强度调 制器,旋光性可以为电光强度调制提供光学偏置,但调制光强度是调制电压的偶函数,只有当检偏器的主透光方向 平行或垂直于晶体出射线偏振光波的偏振方向时,才能实现完全的电光开关。当将此类晶体用于电光开关时,可 定义能够实现完全开关状态转换所需要的最大调制电压为开关电压。通过实验测量了一块尺寸为6 mm× 4 mm×2.9 mm 的硅酸铋(Bi₁₂SiO₂₀)晶体的 π/4-电压,对于 635 nm 的光波长,π/4-电压约为 3 kV。对于具有旋光 性的弹光调制器,可以引入 π-应力和 π-应变的概念。

关键词 光学器件; 电光调制; 电光晶体; 旋光性; π-电压 中图分类号 O436.4; O734⁺.1 **文献标识码** A

doi: 10.3788/AOS201939.0623001

Electro-Optic Modulation Characteristics of Optically Active and Electro-Optical Crystal and Its π-Voltage

Li Changsheng^{1,2*}

¹ School of Instrumentation and Optoelectronic Engineering, Beihang University, Beijing 100083, China; ² Key Laboratory of Micro-Nano Measurement, Manipulation and Physics, Ministry of Education, Beihang University, Beijing 100083, China

Abstract This study investigates the electro-optical phase and intensity modulation characteristics of the optically active and electro-optical crystal and defines its π -voltage. For electro-optic crystals with optical activity, the former concept of half-wave voltage cannot accurately describe the periodical characteristics of electro-optic polarization and intensity modulation. Thus, the π -voltage concept is introduced and defined as the modulation voltage required for the elliptical birefringence phase-delay variation of such a crystal to be equal to π . As for an optically active and electro-optical crystal intensity modulator inserted between two polarizers, the optical activity can provide optical bias for electro-optical intensity modulation. However, the modulated light intensity is an even function of the modulation voltage, and an electro-optical switch can be fully used only when the transmission direction of the analyzer is parallel or perpendicular to the polarization direction of the emerging light from the crystal. As for an electro-optical switcher based on such a crystal, the maximum modulation voltage required to achieve a full switching-state transition can be defined as its switching voltage. The $\pi/4$ -voltage of a bismuth silicate (Bi₁₂SiO₂₀) crystal with dimensions of 6 mm × 4 mm × 2.9 mm is experimentally measured and found to be approximately 3 kV for a wavelength of 635 nm. Similarly, the concepts of π -stress and π -strain can be defined for the elasto-optic modulator with optical activity.

Key words optical device; electro-optical modulation; electro-optic crystal; optical activity; π -voltage OCIS codes 230.2090; 230.4110; 260.1440; 260.5430

1 引 言

在晶体光学中,电光效应是指某些光学晶体在

外加电场(或电压)的作用下,折射率的大小及主轴 方向发生变化的现象。如果折射率的变化量与外加 电场强度成正比,则称为线性电光效应,或 Pockels

收稿日期: 2018-12-05; 修回日期: 2019-02-11; 录用日期: 2019-02-26

^{*} E-mail: cli@buaa.edu.cn

效应;如果折射率的变化量与外加电场强度的平方 成正比,则称为二次电光效应,或电光 Kerr 效应。 由于存在电场诱导的线性双折射,因此,在电光晶体 中传播的偏振光波的两个线性本征偏振分量之间将 产生电光相位延迟;当电光相位延迟量由 0 增大到 π 时,晶体所需的外加电压被定义为该电光晶体的 半波电压^[1-3]。例如,对于采用纵向电光调制的磷酸 二氢钾(KH₂PO₃,以下简称"KDP")晶体,外加电压 和通光方向均沿着晶体 x_3 轴方向,当电光相位延迟 量 $\Gamma = 2\pi n_o^3 r_{63} U/\lambda = \pi$ 时的外加电压 U称为晶体的 半波电压,即 $U_{\pi} = \lambda/(2n_o^3 r_{63})$,其中 λ 为光波长, n_o 为晶体折射率, r_{63} 为电光系数。当 $\lambda = 546.1$ nm 时, $n_o = 1.51$, $r_{63} = 10.6$ pm/V^[3],KDP 晶体纵向电 光调制半波电压的理论计算值 $U_{\pi} \approx 7.482$ kV。

不同文献中对半波电压概念的表述略有差别。 例如:在文献「1-3]中,半波电压被定义为使晶体电 光相位延迟量达到 π 所需的外加电压;在文献[4] 中,半波电压被定义为使电光晶体具有与半波片相 同的响应特性所需的电压;文献[5]描述半波电压的 作用是使两个本征偏振光分量的光程差为半波长, 从而使对应的电光开关实现完全开关状态。半波电 压主要用于描述电光器件的电光调制特性,是光学 电压、电场传感器、电光调制器设计过程中需要考虑 的一个重要参数;此外,测量半波电压是获得电光晶 体或波导等材料电光系数的有效途径。然而,文 献[6-8]指出,上述半波电压的概念不适用于具有旋 光性的电光晶体,其中文献[6]以硅酸铋(Bi12 SiO20, 以下简称"BSO20")晶体为例,定义了与旋光性相关 的晶体的等效双折射,认为根据常规方法测量得到 的是晶体的等效双折射,且对应的相位延迟数值一 般不能达到 π,以往半波电压的概念不适用于 BSO20 晶体。文献[7]认为,只能用电光系数描述这 类晶体的电光效应。文献「97讨论了这种晶体的电 光强度调制特性,认为不能通过测量电光强度调制 曲线峰值的方法来测量半波电压,同时提出了一种 测量半波电压的方法。文献[10]提出了基于这种晶 体的光学电压传感器,通过合理利用晶体的自然旋 光性,可以在电光相位延迟量为2π的范围内,实现 工频电压的单调测量。

本文将这种兼有自然或人工旋光性和电光效应 的光学晶体统一简称为"旋光-电光晶体"。例如: BSO₂₀和石英(SiO₂)晶体兼有自然旋光性、法拉第 磁光效应、电致旋光效应及线性电光效应^[6-14],可用 于光学电压(或电场)、电流(或磁场)传感器;闪烁锗 酸铋($Bi_4Ge_3O_{12}$,简称" BGO_{12} ")晶体兼有法拉第磁 光效应和线性电光效应^[15-19],可用于电功率传感器; 硅酸镓镧($La_3Ga_5SiO_{14}$,简称"LGS")晶体兼有自然 旋光性和线性电光效应^[20-23],可用于实现电光 Q 开 关,等等。

旋光-电光晶体的电光调制特性明显不同于以 往无旋光性的电光晶体的电光调制特性,除了文 献[6-10,20-23]对此进行了初步分析和讨论以外, 其他文献并未对此问题进行系统的分析和研究,这 不利于此类功能晶体的广泛应用。在上述文献的基 础上,本文系统分析了旋光-电光晶体的电光相位及 强度调制特性,引入 π-电压这一概念,通过实验测 量了一块 BSO₂₀晶体的 π/4-电压,为此类晶体的有 效利用提供理论和实验基础。

2 旋光-电光晶体的电光调制特性

2.1 电光相位调制特性

文献[24-27]分析、研究了旋光-电光晶体中光 波的传播特性,并给出了晶体的琼斯矩阵,用于描述 光波偏振态在晶体中的变化规律。例如,当晶体的 电光双折射主轴方位角分别为 0°和 45°时,旋光-电 光晶体的琼斯矩阵表达式^[26-27]分别为

$$\mathbf{T}_{0} = \begin{bmatrix} \cos \Theta + \mathrm{i} \frac{\Gamma}{2\Theta} \sin \Theta & -\frac{\Phi}{\Theta} \sin \Theta \\ \frac{\Phi}{\Theta} \sin \Theta & \cos \Theta - \mathrm{i} \frac{\Gamma}{2\Theta} \sin \Theta \end{bmatrix},$$
(1)
$$\mathbf{T}_{45} = \begin{bmatrix} \cos \Theta & \left(-\Phi + \mathrm{i} \frac{\Gamma}{2} \right) \frac{\sin \Theta}{\Theta} \\ \left(\Phi + \mathrm{i} \frac{\Gamma}{2} \right) \frac{\sin \Theta}{\Theta} & \cos \Theta \end{bmatrix},$$
(2)

式中: *Γ* 为晶体的电光相位延迟角; *Φ* 为自然或人工 诱导旋光角; *Θ* 为椭圆双折射延迟角, 且有

$$\Theta = \sqrt{(0.5\Gamma)^2 + \Phi^2} \,. \tag{3}$$

不同于(3)式,文献[6,9,24]中定义椭圆双折射 延迟角为 $\Theta' = \sqrt{\Gamma^2 + (2\Phi)^2} = 2\Theta$,同时,与琼斯矩 阵(1)、(2)式中 Θ 对应的元素均替换为 $\Theta'/2$ 。本文 建议采用(3)式的定义,原因是当 $\Gamma = 0$ 时, $\Theta = \Phi$, 这与旋光晶体的实际特性是相符的。

考虑 BSO₂₀ 晶体,设外加电压 U 沿晶体的 [110]晶向,且对应的晶体厚度为*d*,并认为晶体内 的电场强度均为理想化数值,即 *U*/*d*,通光方向为 [110]晶向,且长度为*L*,则有表达式^[26]

$$\Gamma = \frac{2\pi n_{\circ}^{3} r_{41} L}{\lambda d} U, \qquad (4)$$

式中: r_{41} 为电光系数。根据(4)式以及以往晶体半 波电压的定义,当 $\Gamma = \pi$ 时,可以得到仅考虑晶体电 光效应时的半波电压 $U_{\pi 0}$ 为

$$U_{\pi 0} = \frac{\lambda d}{2n_{\circ}^{3}r_{41}L} \,. \tag{5}$$

例如,当 λ =633 nm时, n_{\circ} =2.53, r_{41} =5 pm/V^[11], 假设d=2.9 mm,则当晶体长度分别为L=3,4, 6 mm时,由(5)式可得 $U_{\pi0}$ ≈3778.5,2833.9,1889.2 V。

由(1)~(2)式可知,由于存在旋光性,晶体的电 光效应对光波的相位及偏振态的调制作用将受到旋 光性的影响;无旋光性电光晶体的琼斯矩阵中一般 含有 Γ 的周期函数,即 sin Γ 和 cos Γ ,但(1)~ (2)式中含有 Θ 的周期函数 sin Θ 和 cos Θ ,因此,可 以考虑根据 Θ 的周期性变化来描述此类晶体的电 光调制特性,并由此定义一个特征量。为了准确描 述这类晶体的电光调制特性,可以定义使旋光-电光 晶体的椭圆双折射延迟角 Θ 的变化量为 π 时所需 要的外加电压(或电场)为该晶体的 π -电压(或 π -电 场),以区别于以往定义的半波电压。

例如,当 λ =633 nm 时,晶体的自然旋光率为 $\rho_0 \approx 22$ (°)/mm^[28],则 $\Phi = \rho_0 L$;根据(3)~(4)式可 以计算在不同晶体长度条件下,例如 L = 3, 4, 6 mm时,角度 Θ 随外加电压 U 变化的曲线,如图 1 所示,可知,上述几个半波电压 U_{π0}并不能使角度 Θ 的变化量等于 π。



图 1 不同长度 BSO₂₀ 晶体的椭圆双折射相位延迟角 Θ 随 晶体外加电压 U 变化的曲线

Fig. 1 Curves of phase retardation angle Θ induced by elliptical birefringence in BSO₂₀ crystal versus applied voltage U

根据(3)~(4)式,当 U=0 时, Γ =0,角度 Θ_0 = $\Phi = \rho_0 L$;当 U=U_{\pi} 时, $\Gamma_{\pi} = 2\pi n_0^3 r_{41} L U_{\pi} / (\lambda d)$, $\Theta_{\pi} = \sqrt{(0.5\Gamma_{\pi})^2 + (\rho_0 L)^2}$,则根据上述 π -电压的定 义,由 $\Theta_{\pi} - \Theta_{0} = \pi$,可得 BSO₂₀ 晶体的 π -电压为

$$U_{\pi} = \frac{\lambda d}{\pi n_{\circ}^{3} r_{41} L} \sqrt{\pi^{2} + 2\pi \rho_{\circ} L} \, . \tag{6}$$

同理,当*U*=*U*_{$\pi/2$}(BSO₂₀晶体的 $\pi/2$ -电压)时, $\Gamma_{\pi/2}$ = $2\pi n_o^3 r_{41} L U_{\pi/2}/(\lambda d)$, $\Theta_{\pi/2} = \sqrt{(0.5\Gamma_{\pi/2})^2 + (\rho_0 L)^2}$, 由 $\Theta_{\pi/2} - \Theta_0 = \pi/2$,可得BSO₂₀晶体的 $\pi/2$ -电压为

$$U_{\pi/2} = \frac{\lambda d}{\pi n_{\circ}^{3} r_{41} L} \sqrt{(\pi/2)^{2} + \pi \rho_{\circ} L} \, . \tag{7}$$

根据(6)~(7)式可以仿真计算并画出 $U_{\pi}, U_{\pi/2}$ 随晶体长度L变化的曲线,如图2所示,其中 U_{π} 曲线上的A, B, C点分别表示L=3, 4, 6mm时晶体的 π -电压,即 $U_{\pi} \approx 9949.24, 7970.74, 5934.36$ V,与图1中3条曲线上的A, B, C点对应的数值一致; $U_{\pi/2}$ 曲线上的D, E, F点分别表示L=3, 4, 6mm时晶体的 $\pi/2$ -电压,即 $U_{\pi/2} \approx 5934.36, 4871.92, 3746.88$ V。



Fig. 2 Curves of π -voltage U_{π} and $\pi/2$ -voltage $U_{\pi/2}$ of BSO₂₀ crystal versus its length L

比较上述数值可见:本文定义的晶体 π -电压大 于传统定义的半波电压,例如,对于 BSO₂₀晶体,前 者约为后者的数倍(例如 2~3 倍),具体倍数与晶体 长度有关;晶体 π -电压随着晶体长度的增加而减 小;晶体的 π -电压与 $\pi/2$ -电压之间不是 2 倍关系, 而是 $U_{\pi} < 2U_{\pi/2}$ 。

在 2 mm $\leq L \leq 8$ mm, -10 kV $\leq U \leq 10$ kV 范 围内,晶体的椭圆双折射延迟角 Θ 随L 及U 变化的 曲面如图 3 所示。由(3) ~(4) 式以及图 3 可见: Θ 是 U 的偶函数;虽然存在自然旋光性的影响,但 BSO₂₀晶体的横向电光调制灵敏度仍然随着晶体长 度的增加而增大。

当所采用的 BSO₂₀ 晶体参数不同时,图 1~3 中 的仿真曲线或曲面,以及晶体的 π-电压、π/2-电压 的计算值也将有所变化。不同文献给出的晶体参数



图 3 BSO₂₀ 晶体椭圆双折射相位延迟角 Ø 随晶体长度 L 及 外加电压 U 变化的关系曲面

Fig. 3 Curved surface of phase retardation angle Θ induced by elliptical birefringence in BSO₂₀ crystal versus crystal length L and applied voltage U

存在差别,但一般变化较小。例如,对于 $\lambda = 633$ nm 的光波,文献[28]中的旋光率为 $\rho_0 = 22$ (°)/mm,但 文献[29]中 $\rho_0 \approx 22.3 \sim 22.4$ (°)/mm。以下计算中 采用 $\rho_0 = 22.5$ (°)/mm。

此外,当旋光-电光晶体同时存在自然双折射时,例如,当石英晶体的主光轴与光传播方向的夹角 不为 0^[13],以及利用菲涅耳菱形锗酸铋晶体引入 $\pi/2$ 光偏置时^[18],晶体中存在固有的线性双折射相 位延迟 Γ_0 ,此时(3)式中的 Γ 应替换为 $\Gamma_0 + \Gamma_e$,其 中 Γ_e 为电光相位延迟。当 U=0 时,根据(3)式可 得晶体的固有椭圆相位延迟角为

$$\Theta_0 = \sqrt{(0.5\Gamma_0)^2 + \Phi^2} \,. \tag{8}$$

设当 $U=U_{\pi}$ 时, $\Gamma_{e}=\Gamma_{e\pi}$, $\Theta_{\pi}=\sqrt{0.25 (\Gamma_{0}+\Gamma_{e\pi})^{2}+\Phi^{2}}$, 则由 $\Theta_{\pi}-\Theta_{0}=\pi$ 可得

 $\Gamma_{e\pi} = -\Gamma_0 \pm 2\sqrt{\pi^2 + 2\pi\Theta_0 + (\Gamma_0/2)^2}$ 。 (9) 根据(8)~(9)式以及 $\Gamma_{e\pi} = U_{\pi}$ 的具体关系式(与晶 体种类有关),可计算此类晶体的 π -电压。

2.2 电光强度调制特性

文献[9]初步研究了 BSO₂₀ 晶体的电光强度调制特性,给出了强度调制的输出光强度 I_0 随外加电 压 U 变化的电光调制曲线,该曲线不是正弦曲线, 且曲线的峰值电压并不等于以往定义的晶体的半波 电压,因此,不能利用以往测量曲线峰值的方法来测 量半波电压。文献[10]设计并实现了一种基于单块 BSO₂₀ 晶体的电压传感方案,在 $|\Gamma| \leq 2\pi$ 的范围内 实现了电压的单调测量。仍然考虑文献[10]中由起 偏器、BSO₂₀ 晶体、检偏器组成的横向电光调制单 元,但检偏器主透光方向的方位角设为任意值 α ,则 其琼斯矩阵表达式^[1,3]为

$$\boldsymbol{T}_{\mathrm{p}} = \begin{pmatrix} \cos^{2} \alpha & \sin \alpha \cos \alpha \\ \sin \alpha \cos \alpha & \sin^{2} \alpha \end{pmatrix}.$$
(10)

假设光强度为 I_1 ,沿 x 方向的线偏振光入射文 献[10]所述的 BSO₂₀ 晶体,则此时出射光波的归一 化琼斯矢量为

$$\mathbf{J}_{\circ} = \mathbf{T}_{p} \mathbf{T}_{45} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \sqrt{I_{1}} = \\ \begin{bmatrix} \cos \Theta \cos^{2} \alpha + \left(\frac{\Phi}{\Theta} + \mathrm{i} \frac{\Gamma}{2\Theta} \right) \sin \Theta \sin \alpha \cos \alpha \\ \cos \Theta \sin \alpha \cos \alpha + \left(\frac{\Phi}{\Theta} + \mathrm{i} \frac{\Gamma}{2\Theta} \right) \sin \Theta \sin^{2} \alpha \end{bmatrix} \sqrt{I_{1}},$$
(11)

对应的光强度透过率为

$$f(U,\alpha) = \frac{|\mathbf{J}_{\circ}|^{2}}{I_{1}} = \cos^{2}\alpha \, \cos^{2}\Theta + \\ \sin^{2}\alpha \, \sin^{2}\Theta + \frac{\Phi}{2\Theta}\sin(2\alpha)\sin(2\Theta)_{\circ} (12)$$

根据(12)式及上述 BSO₂₀ 晶体的参数,可以仿真得 到晶体光强度透过率 $f(U,\alpha)$ 随外加电压 U 及检 偏器角度 α 变化的关系曲面。在 $-10 \text{ kV} \leqslant U \leqslant$ 10 kV,0 $\leqslant \alpha \leqslant \pi$ 范围内,长度为 L = 4 mm的 BSO₂₀晶体的 $f(U,\alpha)$ 随 U,α 变化的关系曲面如 图 4所示。







当
$$\alpha = 0^{\circ}, 90^{\circ}, \pm 45^{\circ}$$
时,(12)式分別变为
 $f(U, 0/90) = 0.5[1 \pm \cos(2\Theta)],$ (13)
 $f(U, \pm 45) = 0.5 \left[1 \pm \frac{\Phi}{\Theta}\sin(2\Theta)\right].$ (14)

(13)~(14)式与文献[10]中相应的出射光强度透过 率相同。根据(13)~(14)式及上述相关参数,在 $2 \text{ mm} \leq L \leq 8 \text{ mm}, -10 \text{ kV} \leq U \leq 10 \text{ kV}$ 范围内,可 仿真得到光强度透过率 f(U,0)、f(U,45)随晶体 长度 L 及外加电压 U 变化的关系曲面,如图 5(a)~ (b)所示。在 L = 4, 6 mm、 $0 \le U \le 10$ kV 范围内, 可仿真得到 f(U,0)、f(U,45)随 U 变化的关系曲 线,如图 6(a)、(b)所示。



- 图 5 光强度透过率随晶体长度 L 及外加电压 U 变化的 关系曲面。(a) f(U,0); (b) f(U,45)
- Fig. 5 Curved surface of light intensity transmittance versus crystal length L and applied voltage U. (a) f(U,0); (b) f(U,45)

由(12)~(14)式以及图 4~6可知,对于插入两 个偏振器之间的旋光-电光晶体,其横向电光强度调 制具有如下特点:

1) 无论晶体长度及检偏器角度如何取值,调制 光强度及其透过率均是调制电压的偶函数,原因在 于通光方向上晶体不存在线性双折射,初始光学偏 置中的线性相位延迟量为 0。因此,当调制电压的 角频率为 ω 时,输出光强度信号中交流分量的角频 率为 2ω,文献[12]正是利用该特点实现了 100 Hz 电压传感信号与 50 Hz 电流传感信号的分离。若要 实现光强度是其调制电压的奇函数,可以在上述两 个偏振器之间插入一个波片,以提供一个合适的初 始光学相位偏置^[10]。对于单轴电光晶体,可以合理 利用主光轴与光波之间的夹角来产生所需的光学相 位偏置^[30-31]。

2) 由于物理本质属性不同,自然旋光性不能为



 图 6 在不同晶体长度 L 条件下光强度透过率随外加电 压 U 变化的关系曲线。(a) f(U,0); (b) f(U,45)
 Fig. 6 Curves of light intensity transmittance versus applied voltage U for different crystal length L.

(a) f(U,0); (b) f(U,45)

晶体的线性电光相位调制提供光学偏置,但可以为 电光强度调制提供光学偏置,且电光强度调制特性 与晶体的总自然旋光角度有关。由图 6 可知,如果 单位调制电压引起的光强度变化量被定义为电光强 度调制灵敏度,即调制曲线上某点的斜率,则晶体越 长,其调制灵敏度越大;如果与光强度一一对应的某 调制电压的最大范围被定义为电光强度调制的单调 区间,则晶体越长,其单调区间越小。此外,无旋光 性晶体的电光强度调制的单调区间一般不大于其自 身的半波电压,但上述旋光-电光晶体的单调区间一 般大于以往定义的半波电压,而且可以达到该半波 电压的两倍以上。

3)电光强度调制曲线上相邻极值点所对应的 调制电压区间的数值彼此不相等,曲线存在近似的 周期性,但电压周期值不确定,随着调制电压逐渐增 大,电压周期值逐渐减小,因此,难以统一定义一个 具有确定值的半波电压,以往半波电压的概念不适 合用于旋光-电光晶体。为了准确、合理地描述此类 晶体的电光调制特性,可以定义使电光强度调制器 由完全消光(或完全透光)状态变换为完全透光(或 完全消光)状态所需的最大电压为特征参数,称为开 关电压,或与电光强度调制相应的 $\pi/2$ -电压,例如 图 6(a)中的 B 点,注意不是 π -电压,而是 $\pi/2$ -电 压,原因是(13)式中含有 $\cos(2\Theta)$ 。

4) 由图 4 可知,对于 L = 4 mm 的 BSO₂₀ 晶体, 只有当 $\alpha = 0^{\circ}$ 或 90°时, $0 \le f(U, 0/90) \le 1$,此时可 以实现电光开关,如图 6(a)中曲线上的 $A \ B \ C$ 点 所示;当 $\alpha \neq 0^{\circ}$ 或 90°时, $f(U, \alpha)$ 总是大于 0 而小 于 1,但不能达到 0 和 1。例如,在图 6(b)中,在电 压 $U \neq 0$ 的条件下, 0 < f(U, 45) < 0.8,此时调制器 无法实现电光开关操作。因此, -般而言,只有当 检偏器的主透光方向与旋光-电光晶体出射线偏振 光的偏振方向平行或垂直时, 才能实现完全电光 开关。

3 旋光-电光晶体 π/4-电压的实验测量

由图 2 可知,BSO₂₀ 晶体的 π-电压、π/2-电压随 着晶体通光方向的长度 L 的增加而减小,最小值对 应 $U_{\pi/2}$ 曲线上的 F 点,即 $U_{\pi/2} \approx 3746.88$ V。目前, 实验室现有的 BSO₂₀ 晶体的长度 L = 6 mm,粘贴电 极间距 d = 2.9 mm,晶体的三维照片参见文 献[10]。如果外加电压过高,晶体电极边缘的局部电 场达到空气的击穿电场强度时,电极间将会产生空 气击穿放电。例如,当直流电压大于约 4.1 kV 时,可以观测到电极之间的放电现象。此外,晶体电极 不是镀金电极,而是粘贴的铟薄膜电极,电极与晶体 之间不可避免地存在空气间隙,从而导致晶体内的 实际电场强度降低^[31]。考虑到上述实际情况,目前 难以直接准确测量 F 点的 $\pi/2$ -电压。

考虑测量上述 BSO₂₀ 晶体的 π/4-电压,参考 (6)~(7)式可得

$$U_{\pi/4} = \frac{\lambda d}{\pi n_o^3 r_{41} L} \sqrt{\left(\frac{\pi}{4}\right)^2 + \frac{\pi}{2} \rho_o L} \,. \tag{15}$$

由(15)式可得 $U_{\pi/4} \approx 2499.2$ V。此数值对应电光强 度调制透过率f(U,0)的第1个最大值,如图 6(a) 中的D点所示。

电光调制实验装置如图 7 所示。采用波长 λ = 635 nm 的半导体准直光源,经过小孔光阑后可获得 直径约为 1 mm 的平行激光光束,光功率约为 1 mW,光功率漂移低于 1%,BSO₂₀晶体前后为两个 棱镜偏振器(P1 和 P2),晶体通光方向为[110]晶 向,外加电压通过两个平板电极和粘贴的铟薄膜电 极施加于晶体的两个(110)晶面(垂直于水平面)。 根据文献[32],对于上述的光波和电场方向,电致旋 光性不会影响光调制特性。



图 7 BSO₂₀晶体 $\pi/4$ -电压实验测量装置 Fig. 7 Experimental setup for measurement of $\pi/4$ -voltage of BSO₂₀ crystal

在外加电压 U 的作用下,晶体电光双折射主轴 变为与水平面成 45°角,当 P1 的主透光方位角为 0°,P2 的主透光方位角 $\alpha = 0$ °时,光强度透过率可用 (13)式(取+号)表示。调制器出射光由塑料光纤接 收并传输到 Si-PIN 型光电探测器和放大器,输出电 压信号为

 $u_{0}(t) = k_{1} f(U,0) = 0.5k_{1} [1 + \cos(2\Theta)],$ (16) 式中:t 为时间变量; k_{1} 为与光信号耦合及传输、探测 器响应度、放大器放大倍数等参数相关的系数。当 U=0时, $\Theta_{0} = \Phi = \rho_{0} L \approx 0.75\pi, u_{0}(t) \approx 0.5k_{1};$ 当U= $U_{\pi/4}$ 时, $\Gamma_{\pi/4} = \sqrt{7} \pi/2$, $\Theta_{\pi/4} \approx \sqrt{(0.5\Gamma_{\pi/4})^2 + (0.75\pi)^2} = \pi$, $u_o(t) \approx k_1$ 。根据(16)式,通过测量 $u_o(t)$ 与U的关系,可得晶体的 $\pi/4$ -电压 $U_{\pi/4}$ 。对晶体施加直流电压 U_{dc} ,电压取自直流高电压源(HB-Z103-3AC型,天津恒博仕宇科技发展有限公司),此时 $u_o(t) = U_{odc}$ 为直流电压信号,在-4000 V $\leq U_{dc} \leq 4000$ V电压范围内,测量 U_{odc} 随 U_{dc} 变化的关系,一组典型实验数据及其正弦函数拟合曲线如图 8 所示,其中小方点表示的数据对应 $\alpha \approx 0^\circ$,小圆点表示的数据对应 $\alpha \approx 90^\circ$ 。由于存在BSO₂₀晶体自然旋光角度偏差

(不是理想的135°),以及两个棱镜偏振器的安装角 度偏差,因此,实验中检偏器方位角的实际读数分别 约为5°和96°。实验数据对应的正弦拟合曲线方程 分别为

$$U_{\rm odc} = 2.06 + 0.656 \sin\left(\frac{U_{\rm dc} - 1762}{2914}\pi\right) \quad (V),$$
(17)

$$U_{\rm odc} = 0.757 + 0.695 \sin\left(\frac{U_{\rm dc} - 3954}{2968}\pi\right)$$
 (V).

(18)

由(17)~(18)式可知,这两条正弦拟合曲线的半波 电压分别约为 2914 V和 2968 V,平均值为 2941 V, 再根据(16)式以及图 6(a)中L=6 mm 对应的曲线 极值点 D可知,该平均值即为上述 BSO₂₀晶体的 $\pi/$ 4-电压的测量值,即 $U_{\pi/4} \approx 2941$ V。





按照上述方法进行了多次测量,但测量结果的 波动较大,约为2700~3300 V,其中5次数值相近 的测量结果分别为2699,2914,2968,3120,3302 V, 平均值约为3001 V。上述测量结果具有较大的不 确定度,可能与BSO₂₀晶体的光折变效应、光电导效 应,以及探测光束在晶体中的位置偏差等因素的影 响有关,具体原因尚待进一步分析。

上述测量值大于理论计算值 2499 V,且二者 之间的差值较大。原因可能包括:1)晶体的电光 系数不一定等于文献[11]中所述的 5 pm/V,而可 能是3.5~5 pm/V之间的某个值。例如,对于 λ = 632.8 nm,文献[33]中 BSO₂₀晶体的电光系数 r_{41} = 3.56 pm/V,文献[8]中报道,在 0.55 μ m $<\lambda <$ 0.75 μ m范围内,电光系数值 $r_{41} \approx [(5.6-1.5\lambda) \pm$ 0.25] pm/V,因此对于 λ = 0.635 μ m, $r_{41} \approx (4.65 \pm$ 0.25) pm/V。由(6)~(7)及(15)式可知,电光系数 变小,则相应的π-电压(以及π/2-电压、π/4-电压) 的计算值将变大。2)探测光束偏离晶体横截面中 心位置,且晶体内的电场强度分布存在一定的不 均匀性,导致对探测光束的实际调制电场强度值 低于理想电场强度值。3)粘贴的铟薄膜电极与晶 体晶面之间尚存在一定的空气间隙,这也会导致 晶体内的电场强度降低。

4 半波电压和 π-电压概念的讨论

晶体的电光系数与半波电压是互相关联又存在 显著差别的两个概念。首先,电光系数张量用于描 述电光晶体材料的电光效应及其各向异性,由此可 以求解晶体在任意方向外加电场作用下,晶体折射 率大小及主轴方向的变化;晶体的电光系数是表征 晶体自身材料特性的重要参数,通常与晶体或相关 器件的外部形状及尺寸无关,但半波电压及 π-电压 一般与电光晶体或波导等具体器件的形状、尺寸及 调制方式等因素有关,例如,可以根据电压传感器设 计的需要,通过改变晶体的切割方向、通光方向以及 外加电场方向等参数来调控半波电压以及相应的电 压传感与测量范围[34-35];在电光晶体或波导调制器 及传感器设计过程中,引入半波电压这一概念可以 方便、准确地描述电光调制及传感特性。其次,晶体 的电光系数一般随着光波长的增加而单调减小,但 半波电压随着光波长的变化可能存在一个最小值, 例如,闪烁锗酸铋晶体在 $\lambda = 363.9$ nm 时的半波电 压最小,为 $\lambda/(n_o^3 r_{41}) \approx 50 \text{ kV}^{[36]}$ 。

对于具有自然和人工诱导旋光性的电光晶体, 如果忽略旋光性的影响,仍然定义只考虑电光效应 的半波电压将不能准确、全面地反映该晶体的真 实电光调制特性。因此,建议利用(3)式所描述的 椭圆双折射相位延迟 @ 来描述该晶体的电光调制 特性,并采用 π-电压取代以往的半波电压,即定义 旋光-电光晶体的椭圆双折射相位延迟角Θ的变 化量为 π(或 π/2)时,晶体所需要的最大外加电压 为该晶体的 π -电压(或 $\pi/2$ -电压)。例如,当光波 长 $\lambda = 633$ nm 时, L = 4 mm 且 d = 2.9 mm 的 BSO₂₀ 晶体的 π -电压 $U_{\pi} \approx 7970.74$ V, $\pi/2$ -电压 $U_{\pi/2} \approx 4871.92$ V。利用 Θ 取代 Γ 来定义晶体的 π -电压,主要是由于晶体的琼斯矩阵中包含 sin Θ 和 $\cos \Theta$,电光强度调制表达式中含有 $\sin(2\Theta)$ 和 cos(2Θ),因此,电光相位、偏振以及强度调制的周 期特性均与Θ的变化量直接相关。

当上述旋光-电光晶体应用于电光强度开关时, 可用开关电压取代 π/2-电压,并定义能够实现完全 开关状态转换所需要的最大电压为开关电压。可以 根据(13)式、图 5(a)、图 6(a),或者利用 f(U,0)、 f(U,90)对电压U的一阶导数作图求极值的方法 计算开关电压。例如,在 0≤U≤10 kV 电压范围 内,对于 L=4,6 mm 的晶体,函数 df(U,0)/dU 随 U 变化的曲线如图 9 所示。根据 L=4 mm 曲线上 的 3 个零点 A(0,0)、B(4908.4,0)、C(8015.4,0), 以及上述开关电压的定义可知,长度为4 mm 的晶 体开关电压的计算值约为 4908.4 V, 此电压使角度 Θ 由初始值 $\pi/2$ 增加到 π ,因此有 $U_{\pi/2} \approx 4908.4$ V, 如图 9 中的 B 点所示,近似对应图 6(a)中 B 点的 全开状态,图 9 中 C 点近似对应图 6(a)中 C 点的 全关状态。由图 9 可知, B 点与 C 点之间的电压 差值约为 3107 V。此外, L = 6 mm 曲线上的 D(2499.2,0)点对应该晶体的 $\pi/4$ -电压,也对应 图 6(a)中的 D 点。



外加电压U变化的关系曲线
 Fig. 9 Curves of df(U,0)/dU versus applied voltage U for different crystal lengths

5 π-应力和直角磁场等概念的定义

对于弹光、磁光调制器,可以引入类似于上述半 波电压、π-电压的概念,描述光学相位、偏振以及强 度调制特性。

弹光效应是指外加应力或应变引起光学介质的 线性双折射的现象,对于静态及低频应力或应变作 用下的弹光介质,可以引入半波应力或半波应变的 概念,定义为弹光线性双折射引起的光波相位延迟 等于 π 时所需的外加应力或应变。例如,假设在 $\overline{43}$ m 点群的闪烁锗酸铋晶体的[110]晶向施加应力 σ ,通光方向为[001],且此方向上的晶体长度为*L*, 则晶体的弹光线性双折射 Δ*n* = 0.5*n*₀³*q*₄₄ σ ^[37],其中 q_{44} 为晶体的应力弹光系数,根据光波相位延迟 $\phi = 2\pi\Delta nL/\lambda = \pi$,可得半波应力为

$$\sigma_{\pi} = \frac{\lambda}{n_{\circ}^{3} q_{44} L} \, . \tag{19}$$

例如,已知光波长 λ =633 nm 时, n_{\circ} =2.0972, q_{44} = (-1.365±0.141)×10⁻¹² m²·N⁻¹,设L=1 cm,则 由(19)式计算可得 σ_{π} =-5.027×10⁶ N·m⁻²。

对于具有自然或人工诱导旋光性的弹光介质, 为了区别于上述无旋光性晶体的半波应力或半波应 变的概念,可以定义类似于(3)式的椭圆双折射相位 延迟角度 Θ ,但其中的 Γ 应替换为弹光相位延迟 角,设为 γ ,并由此定义使角度 Θ 的变化量为 π 时所 需的外加应力或应变为该晶体的 π -应力或 π -应变, 其数学表达式与(6)式类似。例如,假设在 23 点群 的 BSO₂₀晶体的 x_1 轴施加应力 σ_1 ,通光方向为 x_3 , 且此方向上晶体长度为L,则对应的角度 γ 为

$$\gamma = \frac{\pi}{\lambda} n_{\circ}^{3}(q_{11} - q_{13}) \sigma_{1} L , \qquad (20)$$

式中: q_{11} 、 q_{13} 为晶体的应力弾光系数。根据(3)式和 (20)式,当 $\sigma_1 = 0$ 时, $\gamma = 0$,角度 $\Theta_0 = \Phi = \rho_0 L$;当 $\sigma_1 = \sigma_{1\pi}$ 时, $\gamma_{\pi} = \pi n_0^3 (q_{11} - q_{13}) \sigma_{1\pi} L/\lambda$, $\Theta_{\pi} = \sqrt{(0.5\gamma_{\pi})^2 + (\rho_0 L)^2}$,则根据上述 π -应力的定义,由 $\Theta_{\pi} - \Theta_0 = \pi$ 可得 BSO₂₀ 晶体的 π -应力为

$$\sigma_{1\pi} = \frac{2\lambda}{\pi n_{\circ}^{3}(q_{11} - q_{13})L} \sqrt{\pi^{2} + 2\pi\rho_{\circ}L} \,. \tag{21}$$

对于具有法拉第磁光效应的磁光调制器,可以 将磁致旋光角的变化量等于 $\pi/2$ 时所需的外加调制 磁感应强度定义为直角磁感应强度;在磁感应强度 分布均匀的条件下,磁致旋光角度可表示为 $\theta = VBL$,其中 V 为磁光介质的 Verdet 常数,B 为磁感 应强度。因此,直角磁感应强度为

$$B_{\pi/2} = \frac{\pi}{2VL} \,. \tag{22}$$

同理,对于电致旋光调制器^[13],可以将电致旋 光角度的变化量等于 $\pi/2$ 时所对应的外加电场强度 或电压定义为直角电场强度或直角电压。光学介质 的旋光性产生于圆双折射 $\Delta n = n_{left} - n_{right}$,其中 n_{left} , n_{right} 分别为介质对左旋、右旋圆偏振光波的折 射率,圆双折射对光波产生的相对相位延迟量 $\varphi = 2\pi\Delta nL/\lambda$,旋光角度 $\theta = \varphi/2 = \pi\Delta nL/\lambda$ 。显然,当 $\theta = \pi/2$ 时, $\varphi = \pi$,即 $\pi/2$ 的旋光角度等价于 π 的圆 双折射相位延迟,但为了便于实际应用,建议采用旋 光角度并采用"直角"一词描述相关旋光调制特性。

6 结 论

对于具有旋光性的电光晶体,其电光相位及强 度调制特性明显不同于非旋光性电光晶体,如果只 根据电光效应定义其半波电压,就不能完整、准确地 描述其电光调制特性。可以定义晶体的椭圆双折射 相位延迟角的变化量等于π时所需要的外加电压或 电场为该晶体的π-电压或π-电场;类似可定义晶体 的π/2-电压和π/4-电压等概念。当将此类晶体用 于电光强度开关时,可用开关电压取代π/2-电压, 并定义能够实现完全开关状态转换所需要的最大电 压为开关电压。采用电光强度调制方法,通过实验 测量了一块BSO₂₀晶体的π/4-电压,结果表明,该晶 体参数是可以通过实验测量的,且能够反映电光调 制的周期特性。

对于弹光调制器,可以引入半波应力和半波应 变的概念;对于具有旋光性的弹光调制器,可以引入 π-应力和 π-应变的概念;对基于法拉第磁光效应的 磁光调制器,可以定义直角磁感应强度。

致谢 感谢中国有色桂林矿产地质研究院有限公司 何小玲高级工程师提供实验所用硅酸铋晶体。

参考文献

[1] Yariv A, Yeh P. Photonics: optical electronics in modern communications[M]. Chen H M, Shi W H, Wang J L, et al., Transl. 6th ed. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2009: 377.
阿曼・亚里夫,波奇・耶赫.光子学:现代通信光电子学[M]. 陈鹤鸣,施伟华,汪静丽,等,译.6版.

北京:电子工业出版社,2009:377.

- [2] Yu K X. Advanced optics[M]. Beijing: Beijing University of Technology Press, 2009: 114.
 俞宽新.高等光学[M].北京:北京工业大学出版 社, 2009: 114.
- [3] Yu D Y, Tan H Y. Engineering optics [M]. 4th ed. Beijing: China Machine Press, 2015: 251.
 郁道银,谈恒英.工程光学 [M].4版.北京:机械工 业出版社,2015: 251.
- [4] Hecht E. Optics [M]. 5th ed. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2017: 383.
- [5] MuGG, ZhanYL. Optics [M]. 2nd ed. Beijing: Higher Education Press, 2009: 353-354.
 母国光,战元龄.光学[M].2版.北京:高等教育出版社, 2009: 353-354.
- [6] Pellat-Finet P. Measurement of the electro-optic coefficient of BSO crystals[J]. Optics Communications,

1984, 50(5): 275-280.

- Kutsaenko V V, Potapov V T, Shpilevskii R V.
 Bi₁₂SiO₂₀ fiber-optic electric field sensor[J]. Soviet Physics: Technical Physics, 1985, 30(7): 790-793.
- [8] Gorchakov V K, Kutsaenko V V, Potapov V T. Electro-optical and magneto-optical effects in bismuth silicate crystals and optical polarization sensors using such crystals[J]. International Journal of Optoelectronics, 1990, 5(3): 235-250.
- [9] Zhang J Z, Dong X Y, Sheng Q Q, et al. Experimental research of electro-optic effect in BSO crystals[J]. Chinese Journal of Lasers, 1991, 18(7): 531-534. 张建忠,董孝义,盛秋琴,等. BSO 晶体电光效应的 实验研究[J]. 中国激光, 1991, 18(7): 531-534.
- [10] Li C S, Zeng Z, He X L. Optical voltage sensor using bismuth silicate crystal grown by hydrothermal method[J]. Journal of Optoelectronics • Laser, 2014, 25(2): 239-245.
 李长胜,曾张,何小玲.基于水热法生长的硅酸铋晶 体光学电压传感器[J].光电子 • 激光, 2014, 25(2): 239-245.
- [11] Vachss F, Hesselink L. Measurement of the electrogyratory and electro-optic effects in BSO and BGO[J]. Optics Communications, 1987, 62(3): 159-165.
- [12] Li C S, Zeng Z, He X L. Simultaneous measurement of alternating voltage and current using single bismuth silicate crystal[J]. Infrared and Laser Engineering, 2014, 43(9): 3036-3041.
 李长胜,曾张,何小玲.利用单块硅酸铋晶体同时测 量交流电压和电流[J]. 红外与激光工程 2014, 43(9): 3036-3041.
- [13] Li C S. Linear electrooptic and electrogyration intensity modulation using crystalline quartz[J]. Acta Optica Sinica, 2012, 32(1): 0123002.
 李长胜.利用石英晶体的线性电光和电致旋光强度 调制[J].光学学报, 2012, 32(1): 0123002.
- [14] Li C S, Cui H, Zhang X. Optical magnetic field sensor based on electrogyratory and electrooptic compensation in single quartz crystal [J]. IEEE Sensors Journal, 2018, 18(4): 1427-1434.
- [15] Li C S, Yoshino T. Simultaneous measurement of current and voltage by use of one bismuth germanate crystal[J]. Applied Optics, 2002, 41(25): 5391-5397.
- [16] Li C S, Cui X, Yoshino T. Optical electric-power sensor by use of one bismuth germanate crystal[J]. Journal of Lightwave Technology, 2003, 21(5): 1328-1333.
- [17] Li C S, Yoshino T. Single-crystal magneto-optic sensor with electrically adjustable sensitivity[J]. Applied Optics, 2012, 51(21): 5119-5125.

- [18] Li C S. Mutual compensation property of electrooptic and magnetooptic effects and its application to sensor
 [J]. Acta Physica Sinica, 2015, 64(4): 047801.
 李长胜.电光与磁光效应的互补特性及其传感应用[J].物理学报, 2015, 64(4): 047801.
- [19] Li C S, Cui X. Review of optical electric-power sensor[J]. Acta Optica Sinica, 2018, 38(3): 0328011.
 李长胜,崔翔. 光学电功率传感器研究综述[J]. 光 学学报, 2018, 38(3): 0328011.
- [20] Yin X, Wang J Y, Zhang S J. The study of the electrooptic effect of the optical active crystals in the polarized light interferometric experiment [J]. Acta Optica Sinica, 2003, 23(12): 1484-1488.
 尹鑫, 王继扬, 张少军.旋光晶体在偏光干涉实验中 电光效应的研究 [J].光学学报, 2003, 23(12): 1484-1488.
- [21] Tian Z B, Zhang S J, Li S C. Study of propagation of light in active crystal La₃ Ga₅ SiO₁₄ with electric field added[J]. Chinese Journal of Lasers, 2005, 32(11): 1539-1542.
 田召兵,张少军,李世忱.加电旋光晶体 La₃ Ga₅ SiO₁₄
 中光的传播方程的研究[J].中国激光, 2005,

32(11): 1539-1542.

- [22] Yin X, Wang J Y. Interaction of the optical activity and electro-optic effect and its influence on the optically active crystal electro-optic Q switcher[J]. Acta Physica Sinica, 2004, 53(10): 3565-3570.
 尹鑫, 王继扬. 旋光性与电光效应交互作用及其对旋光晶体电光 Q 开关的影响[J].物理学报, 2004, 53(10): 3565-3570.
- [23] Yin X, Wang J Y, Zhang S J. Study on electro-optic Q switch of La₃ Ga₅ SiO₁₄ single crystal [J]. Chinese Journal of Lasers, 2004, 31(1): 29-32.
 尹鑫, 王继扬, 张少军. La₃ Ga₅ SiO₁₄ 晶体电光 Q 开 关的研究[J]. 中国激光, 2004, 31(1): 29-32.
- [24] Tabor W J, Chen F S. Electromagnetic propagation through materials possessing both Faraday rotation and birefringence: experiments with ytterbium orthoferrite[J]. Journal of Applied Physics, 1969, 40(7): 2760-2765.
- [25] Kaminsky W. Experimental and phenomenological aspects of circular birefringence and related properties in transparent crystals [J]. Reports on Progress in Physics, 2000, 63(10): 1575-1640.
- [26] Li C S, Cui X. Coupled-wave analysis on the electrooptic and magnetooptic interaction in BSO crystal and its application to sensors [J]. Acta Photonica Sinica, 1998, 27(2): 132-136.

李长胜,崔翔. 硅酸铋晶体内电光、磁光相互作用的 耦合波分析及其传感应用[J]. 光子学报, 1998, 27(2): 132-136.

- [27] Liao Y B. Polarization optics[M]. Beijing: Science Press, 2003: 155.
 廖延彪.偏振光学[M].北京:科学出版社, 2003: 155.
- [28] Xu X W, Liao J Y. Progress in study on crystal growth of bismuth silicon oxide[J]. Journal of Inorganic Materials, 1994, 9(2): 129-138.
 徐学武,廖晶莹. 硅酸铋(Bi₁₂SiO₂₀)晶体生长的研究 进展[J]. 无机材料学报, 1994, 9(2): 129-138.
- [29] Xie K C. The optical rotation characteristics of Bi₁₂SiO₂₀ crystals[J]. Piezoelectrics & Acoustooptics, 1991, 13(1): 22-25, 4.
 谢克诚. 硅酸铋晶体的旋光特性[J]. 压电与声光, 1991, 13(1): 22-25, 4.
- [30] Li C S. Optical voltage sensor using angular optical biasing in lithium niobate crystal[J]. Chinese Journal of Sensors and Actuators, 2007, 20(7): 1494-1497.
 李长胜.基于铌酸锂晶体自身角度光偏置的光学电压传感器[J]. 传感技术学报, 2007, 20(7): 1494-1497.
- [32] Maldonado T A, Gaylord T K. Accurate method to determine the eigenstates of polarization in gyrotropic media[J]. Applied Optics, 1989, 28(11): 2075-2086.
- [33] Han S H, Wu J W. Polarization-interferometry measurement of the Pockels coefficient in a chiral Bi₁₂SiO₂₀ single crystal [J]. Journal of the Optical Society of America B, 2000, 17(7): 1205-1210.
- [34] She W L, Lee W K. Wave coupling theory of linear electrooptic effect [J]. Optics Communications, 2001, 195: 303-311.
- [35] Xie N, Qiu X M, Xu Q F, et al. Regulation of bismuth germanate electro-optic crystal's half-wave voltage[J]. Infrared and Laser Engineering, 2018, 47(4): 0420003.
 谢楠, 邱鑫茂, 徐启峰, 等. 锗酸铋电光晶体的半波电压调控[J]. 红外与激光工程, 2018, 47(4): 0420003.
- [36] Montemezzani G, Pfändler S, Günter P. Electro-optic and photorefractive properties of Bi₄Ge₃O₁₂ crystals in the ultraviolet spectral range[J]. Journal of the Optical Society of America B, 1992, 9(7): 1110-1117.
- [37] Williams P A, Rose A H, Lee K S, et al. Optical, thermo-optic, electro-optic, and photoelastic properties of bismuth germanate (Bi₄ Ge₃ O₁₂)[J]. Applied Optics, 1996, 35(19): 3562-3569.