

# 基于体素锥追踪的全局光照算法

桂梅书, 侯进\*, 谭光鸿, 吴佩军

西南交通大学信息科学与技术学院, 四川 成都 611756

**摘要** 提出一种全局光照的计算方法, 使用体素结构存储简化场景的光照信息, 并通过体素锥追踪方法来收集光照信息, 计算间接光照。在计算过程中, 每帧只更新动态场景的体素结构, 既可以支持动态光源, 又避免了更新静态场景的时间消耗。通过各向异性过滤生成的方向性层级结构, 将简化的体素场景及光照信息压缩存储在三维纹理的渐近贴图中, 从而减少存储开销。利用体素锥追踪收集体素结构中存储的出射辐射度及遮蔽值来计算环境遮蔽、软阴影等全局光照效果。实验结果表明, 所提方法可计算多种全局光照效果, 并具有较好的绘制效率, 在复杂的场景下单帧时间少于 33.3 ms。

**关键词** 光计算; 光学数据处理; 全局光照; 体素结构; 体素锥追踪; 间接光照

中图分类号 O436

文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201939.0620001

## Global Illumination Algorithm Based on Voxel Cone Tracing

Gui Meishu, Hou Jin\*, Tan Guanghong, Wu Peijun

School of Information Science and Technology, Southwest Jiaotong University,  
Chengdu, Sichuan 611756, China

**Abstract** In this study, we propose a global illumination algorithm based on the voxel structure. In the proposed algorithm, the voxel structure is used to store the illumination information of a simplified scene, and the indirect illumination effects can be obtained by collecting the illumination information using the voxel cone tracing method. Only the voxel structure of the dynamic scene is updated in each frame, which supports dynamic light sources and avoids unnecessary calculations for updating the static scene. The voxel structure is a directional hierarchical structure generated by anisotropic filtering, which can be compressed and stored in a mipmapped three-dimensional texture, reducing the storage costs. It is possible to calculate the global illumination effects, such as ambient occlusion and soft shadow, by collecting the outgoing radiance and occlusion values stored in the voxel structure using the voxel cone tracing method. The experimental results demonstrate that this approach can obtain various global illumination effects and exhibit a decent rendering efficiency. Furthermore, the single-frame time is less than 33.3 ms in case of complex scenes.

**Key words** optics in computing; optics data processing; global illumination; voxel structure; voxel cone tracing; indirect illumination

**OCIS codes** 200.4560; 110.6880; 100.6890

## 1 引 言

三维场景内光照的分布与传输统称为全局光照, 是三维仿真与渲染<sup>[1]</sup>、光计算<sup>[2]</sup>、视觉光学<sup>[3]</sup>等领域的重要问题之一。全局光照需要计算三维场景内所有光线的传输与分布, 计算量庞大, 一般会采用空间结构或者将光线传输离散化来加速全局光照的计算。

计算全局光照常用的光线追踪<sup>[4]</sup>方法可以通过

八叉树<sup>[5-6]</sup>、KD 树(k-dimensional tree)<sup>[7]</sup>、层次包围盒<sup>[8]</sup>等空间结构来加速计算。体素结构<sup>[9]</sup>也常被用来加速三维场景的遍历, Laine 等<sup>[10]</sup>将体素结构存储在八叉树索引中, 在计算光线投射时获得高于基于三角形场景表达的效率, 但体素与八叉树消耗的存储空间较大。Kämpe 等<sup>[11]</sup>使用稀疏体素有向无环图(SVDAG)结构, 减少了空间结构中共享节点的冗余存储, 但需要每帧都对冗余节点进行合并。袁昱纬等<sup>[12]</sup>提出了一种 SVDAG 帧间复用方法, 通

收稿日期: 2018-12-12; 修回日期: 2019-02-25; 录用日期: 2019-03-21

基金项目: 浙江大学 CAD&CG 国家重点实验室开放课题(A1923)、成都市科技项目(2015-HM01-00050-SF)

\* E-mail: jhou@swjtu.edu.cn

过计算时域相关性,避免每一帧都重构加速结构,进一步提高动态场景的更新速度。Villanueva 等<sup>[13]</sup>合并了 SVDAG 中相同的子树,采用可变位编码来存储子树指针,在保持遍历速度的同时降低了 SVDAG 的存储消耗,也提出了可以进一步使用三维材质来压缩存储结构。Zhang 等<sup>[14]</sup>提出了在 GPU(Graphics Processing Unit)上使用并行扫描线算法来对场景进行体素化的方法,但没有使用体素结构来储存额外的信息。任国印等<sup>[15]</sup>使用了体素生长方法进行体素化,在体素内保存了邻近体素的灰度直方图信息。

因为光线追踪的计算量太大,所以也有很多使用其他光照表达方法来代替光线的尝试,Kaplanyan<sup>[16]</sup>使用球谐函数来存储场景内的光照分布,但无法支持动态光源。Crassin 等<sup>[17]</sup>使用体素八叉树存储光照,并采用锥追踪计算间接光照,但无法支持动态场景。Franke<sup>[18]</sup>使用体素锥追踪方法计算直接阴影,但只支持漫反射表面的一次间接光照。Sugihara 等<sup>[19]</sup>将光照信息存入层级反射阴影贴图,可以计算漫反射与光泽表面的一次间接光照,但内存消耗会随着光源数量的上升而增大。Chen 等<sup>[20]</sup>使用光驱动体素方法来计算阴影与间接光照,避免了反射阴影贴图的内存消耗随光源复杂度的增大而增大,但间接光照的传播

范围较小。

本文基于体素结构,提出一种使用体素锥追踪的全局光照算法,该算法可以支持动态场景与动态光源,能够计算漫反射与高光反射的多轮间接光照。通过在 GPU 上进行体素化,提升构建空间加速结构的速度;通过采用 GPU 支持的三维纹理压缩存储光照信息,可以支持任意数量的动态光源,并节省了部分显存消耗。所提算法可以同时计算间接光照、环境遮蔽、软阴影等效果,并在一定复杂度的场景下可以达到实时速率。

## 2 算法原理

本文算法总共有四个阶段,分别为体素化、直接光照、各向异性过滤、间接光照,算法的各个阶段如图 1 所示。第一阶段是体素化阶段,将图元为三角形的场景转换为体素场景,计算单个体素的基础属性并存储。第二阶段是直接光照阶段,计算光源照射到每个体素上的直接光照,并将其作为出射辐射度存储在体素中。第三阶段为各向异性过滤阶段,将体素的出射辐射度经过各向异性过滤形成层级,既简化了存储光线传输的方向,又保持后续采样的一致性。第四阶段是体素锥追踪阶段,通过锥体的光线束来收集第二阶段中体素的出射辐射度,并用来计算间接光照。

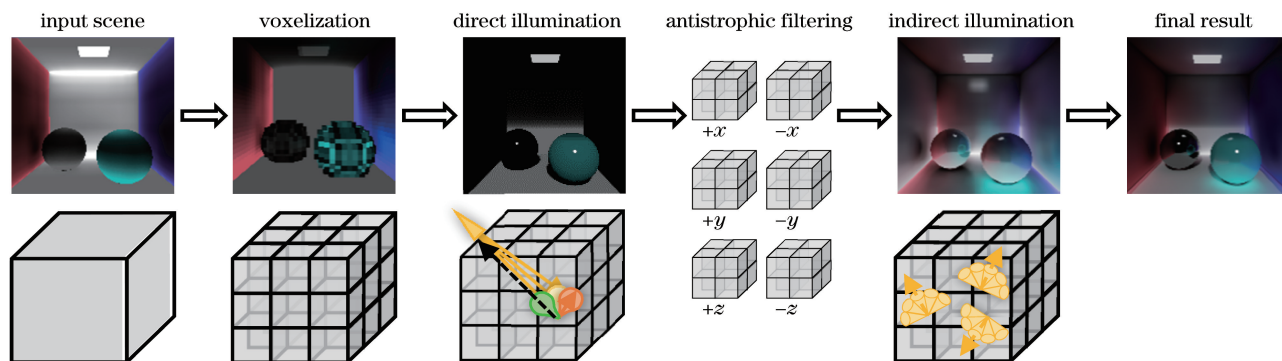


图 1 算法的 4 个阶段

Fig. 1 Four phases of algorithm

### 2.1 体素化

体素化是将图元为三角形的场景转换为单位正方体大小的体素,本研究采用保守体素化方法。选定三角形投影面积最大的三维坐标轴为主轴,在主轴方向生成一个比原投影三角形外围大一个单位的包围三角形,通过判断体素是否被原三角形与包围三角形覆盖来生成实体体素。如图 2(a)所示,同时被原三角形和包围三角形覆盖的体素都将生成实体体素,只被包围三角形覆盖的体素则被舍弃。

本研究的体素结构作用类似于延迟渲染的帧缓存,先将光照计算相关的属性值存入体素结构中,再通过存储的光照信息进行计算。使用三维纹理来压缩存储体素结构的内部值,GPU 硬件可以加速纹理的查找过程,可以节省一部分空间与时间消耗。

根据体素内存存储的值将体素结构分为三类,分别为属性体、辐射体、标记体。属性体的结构如图 3 所示。属性体在体素化阶段生成,存储了每个体素的反照率、法线、发光值,体素的属性值大小为体素

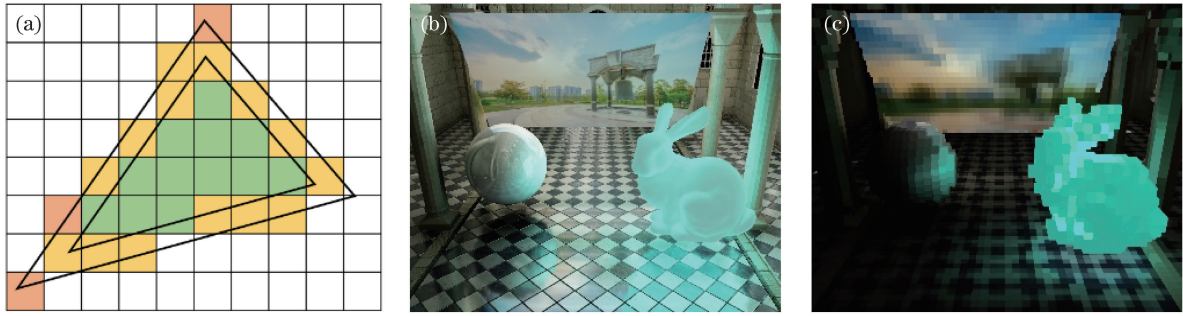


图 2 体素化。(a)示意图;(b)体素化前;(c)体素化后

Fig. 2 Voxelization. (a) Schematic; (b) before voxelization; (c) after voxelization

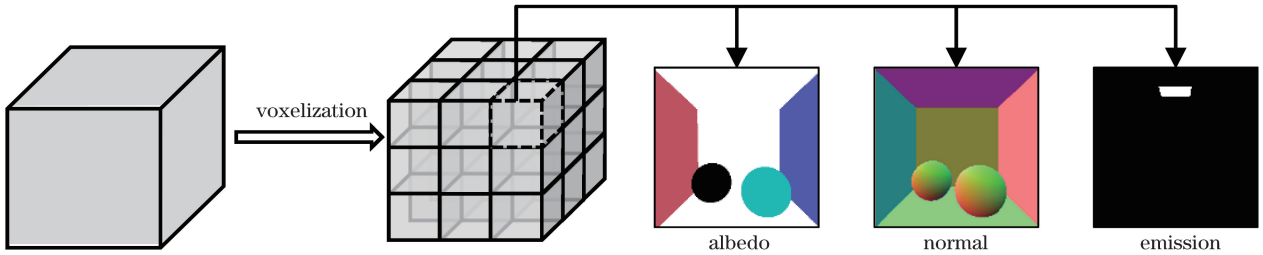


图 3 体素结构中的属性体

Fig. 3 Attribute volume of voxel structure

内片元的属性值的均值。另外,体素光照阶段计算的遮蔽值与自发光值也存到属性体中。辐射体的出射辐射度是在体素光照阶段中计算得到,为体素锥追踪阶段计算间接光照所需。标记体标记了体素是否为空体素,是动态体素还是静态体素,所有体素的标记体都进行每帧更新,而只有标记为动态体素的属性体与辐射体才进行每帧更新,静态体素则会沿用上帧的值。

### 2.2 直接光照

场景内光照的分布主要和光线传输方程有关,光线传输方程可表示为

$$L_o(p, \omega_o) = L_e(p, \omega_i) + \int_{\Omega} f(p, \omega_o, \omega_i) L_i(p, \omega_i) \max(\cos \theta_i, 0) d\omega_i, \quad (1)$$

式中: $p$  为表面上某一点; $\omega_o$  为出射角度; $\omega_i$  为入射角度; $L_o$  为出射辐射度; $L_e$  为发射辐射度; $L_i$  为入射辐射度; $\Omega$  为该点所在的半球空间; $f$  为双向反射分布函数(BRDF); $\theta_i$  为入射光与法向的夹角; $\cos \theta_i$  为法线衰减,其值为点  $p$  处法线  $\mathbf{n}$  与入射光方向向量  $\omega_i$  的点积,即  $\cos \theta_i = \mathbf{n} \cdot \omega_i$ 。光线传输方程表示表面上一点的出射辐射度等于半球空间内的入射辐射度的总和,入射辐射度包括光源的直接光照与反射的间接光照。

对于体素来说,可能存在单个体素内有多个三角形,在针对体素求取直接光照时,如果使用法线的

平均值来作为(1)式的  $\cos \theta_i$ ,会出现一些体素因为法线方向不对而接收不到光照的情况。为解决此问题,本研究提出基于法线权重的衰减计算方式。

$$\begin{cases} \mathbf{n} = \frac{1}{k} \sum_{j=0}^k \mathbf{n}_j = (n_x, n_y, n_z) \\ V = \sum_{s=x,y,z} n_s^2 \max\left(\frac{n_s}{n_s}, L_s, 0\right) \end{cases}, \quad (2)$$

式中: $k$  为体素内子三角形的数量; $\mathbf{n}_j$  为体素内子三角形的法线; $V$  为法线衰减;  $n_s$  和  $L_s$  为法线和入射光在三个坐标轴上的分量。根据均值法线的方向选取入射光主轴方向,分别计算三个轴上的衰减,再采用法线权重求和,以避免均值法线方向不当而影响体素内光照的情况。

直接光照阶段还需要计算遮蔽值,遮蔽值用于体素锥追踪阶段计算环境遮蔽。如图 4 所示,环境遮蔽是指两个物体相交处会遮挡漫反射光线的情况。遮蔽值可以通过光线投射的方法计算,如图 4(a)所示,从体素向光源方向追踪一条光线,计算光线与标记的实体体素相交的情况,若存在实体体素,则该体素是被遮蔽的。

### 2.3 各向异性过滤

在锥追踪阶段收集辐射体的出射辐射度,为了在提高采样速度时保持一致性,需要对辐射体建立各向异性的层级。由于辐射体存储在三维纹理中,



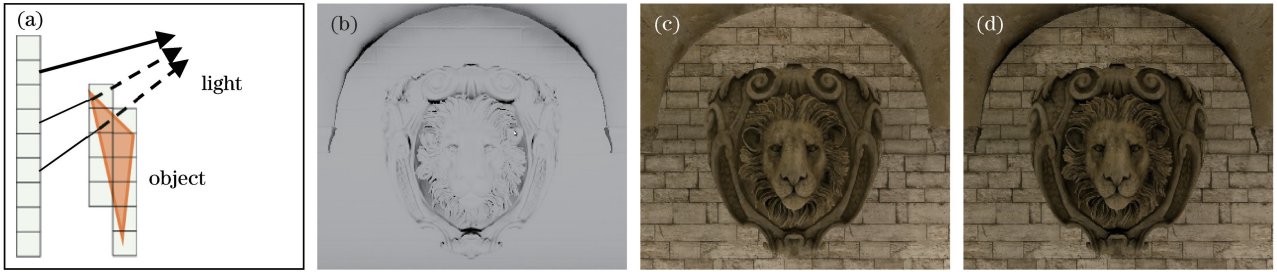


图 4 环境遮蔽。(a) 环境遮蔽示意图；(b) 环境遮蔽值；(c) 无环境遮蔽；(d) 有环境遮蔽  
Fig. 4 Ambient occlusion. (a) Schematic of ambient occlusion; (b) value of ambient occlusion;  
(c) without ambient occlusion; (d) with ambient occlusion

可以利用三维纹理的渐近贴图来生成层级。图 5 所示为生成一层渐近贴图的过程,先将体素进行划分,然后在各个轴向上对体素求和并取均值,采样时根据光线的角度进行插值得到辐射值。图 5 为二维情况的示意图,实际计算时需要计算三维坐标轴的正、

负向,一共需要存储 6 个层级的辐射体。每收集一次入射辐射度后,都需要进行各向异性过滤,可以将一次收集看作场景内光线的一次传输。本研究共进行了直接光照和间接光照两轮光线传输,各向异性过滤也计算了两次。

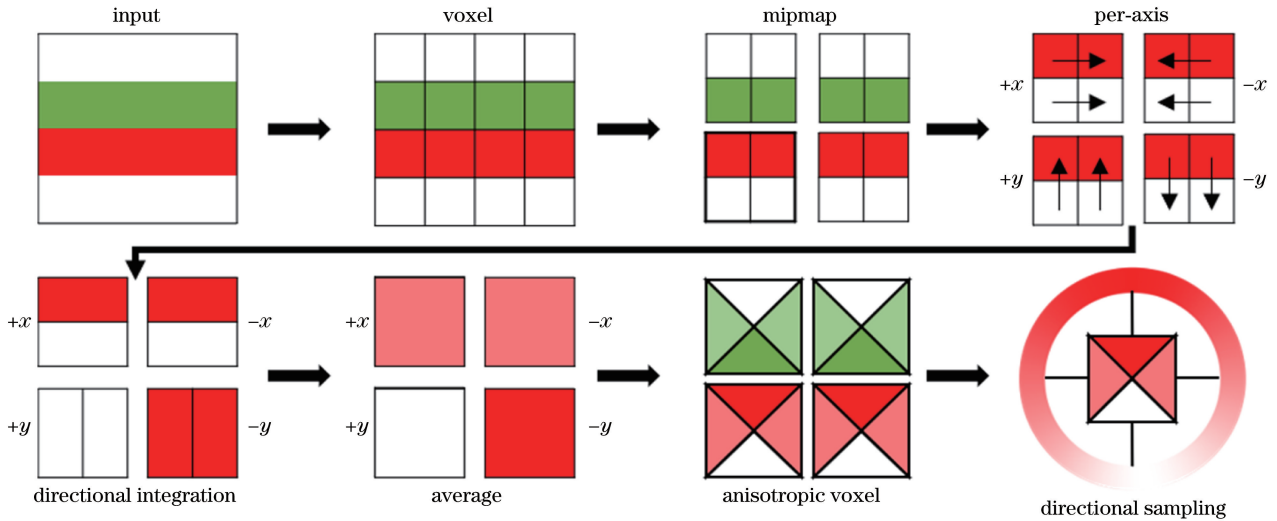


图 5 各向异性过滤与采样  
Fig. 5 Anisotropic filtering and sampling

### 2.4 体素锥追踪

光线传输方程[(1)式]中的  $\Omega$  表示点  $p$  周围的半球空间,对于间接光照来说,需要计算半球空间内所有入射辐射度的积分。在光线追踪中常通过蒙特卡罗积分来求解光线传输方程,而在体素锥追踪中则通过表示光束的锥体进行近似求解。

对于 Blinn-Phong 类型的 BRDF,其漫反射与高光反射的分布一般如图 6(a)与图 6(c)所示,其中  $\mathbf{n}$  的方向为法线方向, $\mathbf{l}$  的方向为入射光方向。漫反射均匀分布在半球空间中,高光反射则聚集在反射光方向的一定角度内。可以使用锥体来模拟上述两种情况:将半球空间划分为多个光圈值较大的锥体来模拟漫反射,使用光圈值较小的一个锥体来模拟高光反射,结果分别如图 6(b)与

图 6(d)所示。在本文算法中,漫反射通过 6 个光圈值为  $60^\circ$  的锥进行追踪,高光反射通过一个光圈值为  $10^\circ$  的光锥进行追踪。

如图 7 所示,单个锥体采样的过程类似于光线步进,锥体的光圈值为  $\gamma$ ,锥体的方向为  $\mathbf{d}$ ,锥体每一步会步进一定的距离,然后对辐射体进行一次采样,采样的层级由锥体底端的半径确定。设  $t$  为步进的距离,则锥体底部的半径  $r = 2t \times \tan(\gamma/2)$ ,采样层级为  $\log_2(r/V_{\max})$ ,  $V_{\max}$  为渐近贴图最高层级的体素边长,即三维场景的最长边的大小。在第  $m$  步中,锥体都需要对辐射度  $c_m$  与累积遮蔽值  $a_m$  进行计算。

$$\begin{cases} c_m = a_{m-1}c_{m-1} + (1 - a_{m-1})h_a h_c, \\ a_m = a_{m-1} + (1 - a_{m-1})h_a \end{cases}, \quad (3)$$



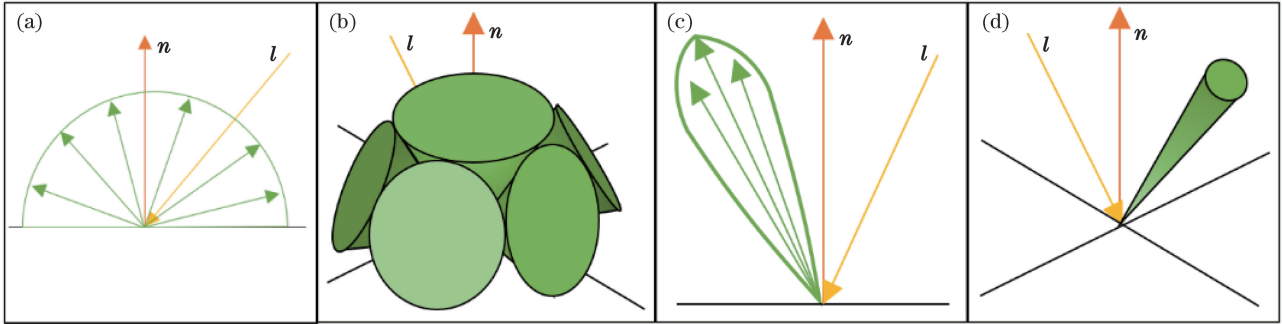


图 6 反射分布与锥体分布。(a)漫反射;(b)漫反射锥;(c)高光反射;(d)高光反射锥

Fig. 6 Distributions of reflection and cones. (a) Diffuse reflection; (b) diffuse cones; (c) specular reflection; (d) specular cone

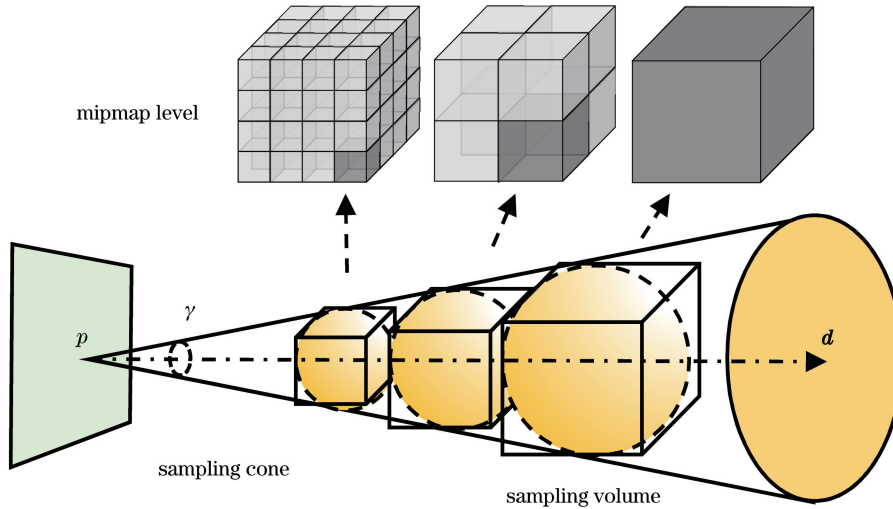


图 7 体素锥追踪

Fig. 7 Voxel cone tracing

式中: $h_c$  与  $h_a$  分别是体素结构中采样得到的辐射度与遮蔽值。每一步的辐射度与遮蔽值都根据(3)式进行累积,锥体累积到指定的距离后, $c_m$  就是间接光照值。

体素锥追踪还可以用来计算软阴影与环境遮蔽。软阴影的计算方法与光线投射类似,通过向光源方向追踪锥体,直接累积遮蔽值  $h_a$  即可得到软阴影。环境遮蔽则可以复用漫反射的光锥来进行计算

$$\delta_m = \delta_{m-1} + \frac{(1 - \delta_{m-1})h_a}{(1 + \lambda r)}, \quad (4)$$

式中: $\delta_m$  为环境遮蔽值; $\lambda$  为锥体半径系数,用来控制环境遮蔽值的衰减,算法中设定  $\lambda = 800$ ,该经验值与场景大小相关。

### 3 实验结果与分析

实验环境为: Intel Core i7-6700HQ @2.6 Hz,

GeForce GTX 965M, RAM 8 GB, Windows 10 Pro 64 位操作系统。实验中所用的三维场景来自于 McGuire 提供的三维场景库,三维模型来自于斯坦福三维模型开放库。在以下实验中如没有特别说明,三维场景都被标记为静态体素,三维模型都被标记为动态体素,场景中均采用单个方向光源,实验中使用的体素结构分辨率都为  $256^3$  voxel,锥追踪软阴影的角度都为  $10^\circ$ ,并采用基于法线权重的衰减。

图 8 为测试场景的渲染图,场景分辨率为  $1280 \text{ pixel} \times 720 \text{ pixel}$ 。S1 场景内放置了被标记为动态体素的 Dragon 模型,后续两个场景都为静态模型,S2 场景使用了两个方向光源。动态更新的内容包括动态体素化、体素直接光照、体素全局光照和各向异性滤波处理。从表 1 可以看出,所有的场景都可以在物体和光源连续进行动态更新的情况下,其实时速率不低于 30 frame/s。



图 8 测试场景。(a) Conell Box 场景;(b) Sibenik Cathedral 场景;(c) Crytek Sponza 场景  
Fig. 8 Test scenes. (a) Conell Box scene; (b) Sibenik Cathedral scene; (c) Crytek Sponza scene

表 1 实验场景统计数据  
Table 1 Statistical data of test scenes

Name	Scene	Vertices	Triangles	Frame rate / (frame·s <sup>-1</sup> )	Time /ms	Memory /MB
S1	Conell Box	87108	174338	53.9	18.6	446
S2	Sibenik Cathedral	40479	75283	35.4	28.3	464
S3	Crytek Sponza	153635	278163	38.2	26.2	930

图 9 所示为 S2 场景的体素结构在不同分辨率下的可视化结果,体素分辨率越高,体素结构就越接近场景,计算结果越精确,但相应的时间与空间消耗要更大。表 2 为不同体素分辨率的时间与空间消耗,分辨率每提升一倍,相应的内存消耗要提升一倍以上,计算耗时也会随之上升。表 3 为每个阶段的

表 2 不同体素分辨率下 S2 场景渲染的显存、帧率与时间  
Table 2 Memory, frame rate, and time of S2 scene at different voxel resolutions

Voxel resolution /voxel	64 <sup>3</sup>	128 <sup>3</sup>	256 <sup>3</sup>	512 <sup>3</sup>
Memory/MB	145	274	598	1546
Frame rate / (frame·s <sup>-1</sup> )	60	60	49.1	32.9
Time /ms	16.7	16.7	20.4	30.4

表 3 每阶段的时间消耗  
Table 3 Time costs in each phase

Phase	Time /ms	Phase	Time /ms
Voxelization	2.4	Voxel cone tracing	21.1
Direct illumination	4.8	Other	3.9
Anisotropic filtering	1.4	Total	33.6

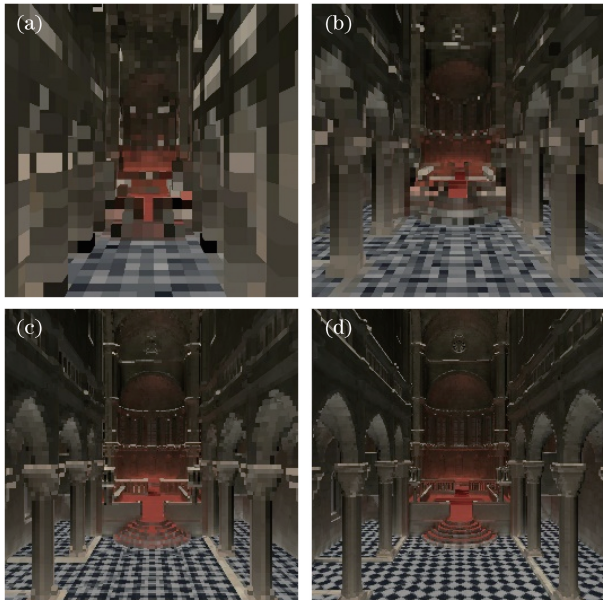


图 9 不同体素分辨率下 S2 场景的体素结构。(a) 64<sup>3</sup> voxel;  
(b) 128<sup>3</sup> voxel; (c) 256<sup>3</sup> voxel; (d) 512<sup>3</sup> voxel  
Fig. 9 Voxel structures of S2 scene at different voxel resolutions. (a) 64<sup>3</sup> voxel; (b) 128<sup>3</sup> voxel; (c) 256<sup>3</sup> voxel; (d) 512<sup>3</sup> voxel

平均消耗时间,测试分辨率为 1920 pixel×1080 pixel,渲染的场景为 S3,表 3 的数据分别为 GPU 上各步骤计算的时间,其他部分的时间主要包括 CPU 计算与同步的时间,平均每帧的渲染时间为 33.6 ms,在高分辨率下也非常接近实时速率。

图 10 所示为直接光照与全局光照的对比效果。在全局光照中进行两轮间接光照的传播,在较暗区域可以观察到物体表面受到周围物体颜色影响的颜色混合效果。另外,直接光照的结果存到辐射体中,在地面计算高光反射时对辐射体进行采样,所以全局光照下高光反射具有更多的细节。





图 10 直接光照与全局光照。(a)直接光照;(b)全局光照  
Fig. 10 Direct illumination and global illumination.  
(a) Direct illumination; (b) global illumination

图 11 所示为自发光材质的实验结果,自发光材质可以模拟各种发光表面,例如实体光源、霓虹广告牌等。由于自发光材质存储在辐照体中,即使体素被遮蔽,也可以通过体素锥追踪收集自发光的发射辐射度来获取间接光照。由于体素分辨率的限制,自发光效果在反射中以体素形式存在,部分区域的图像会出现失真的现象。

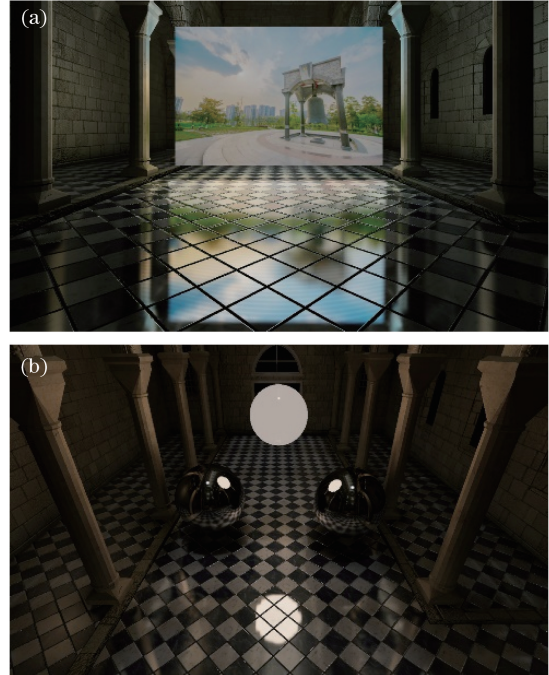


图 11 自发光材质。(a)自发光平面;(b)自发光球体  
Fig. 11 Emissive materials. (a) Emissive plane;  
(b) emissive sphere

图 12(b)所示为均值法线衰减的效果,图 12(c)为改进的基于法线权重衰减的效果。当单个体素内存在多个三角形时,法线的均值可能会让该体素的法线背向光源,导致在计算直接光照时被忽略。基于法线权重的衰减方法分坐标轴计算法线衰减,再根据法线在各轴的权值累积衰减,以避免一部分体素因为均值法线朝向出错导致的问题。

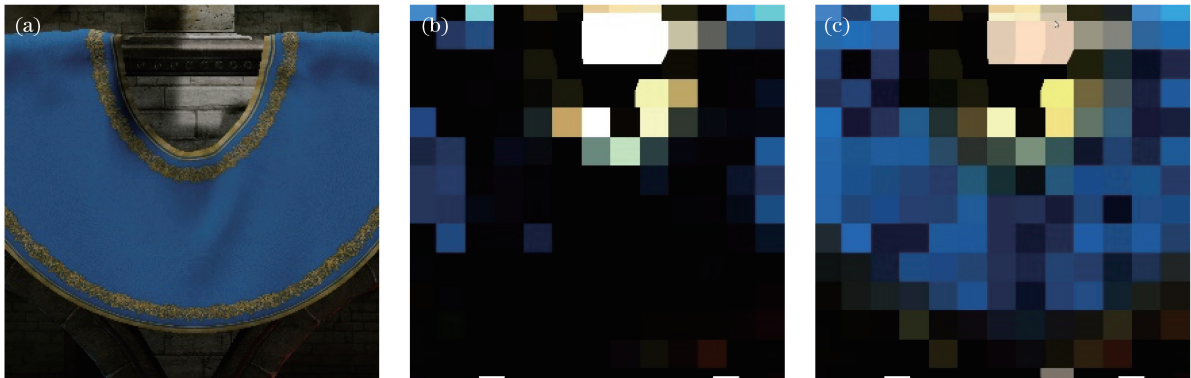


图 12 法线衰减方法的结果对比。(a)原场景;(b)均值法线衰减;(c)基于法线权重的衰减  
Fig. 12 Comparison of results from normal attenuation methods. (a) Original scene;  
(b) averaged normal attenuation; (c) normal-weighted attenuation

图 13 所示为锥追踪阴影算法与文献[21]的阴影图算法的结果对比。阴影图算法利用光源方向投射光线来获取阴影,并存储到阴影图中,常用于实时三维绘制中获取阴影。在体素锥追踪算法中,通过向光源追踪一个锥体,通过累积采样体素结构中的

遮蔽值来计算软阴影的大小。通过控制锥体的光圈值,可以得到不同程度的软阴影效果。从图 13 可以看出,阴影图算法在计算模糊程度较大的软阴影时重影很多,阴影分布不均匀,且阴影面积较小,而锥追踪算法获取的阴影则更加均匀分散。



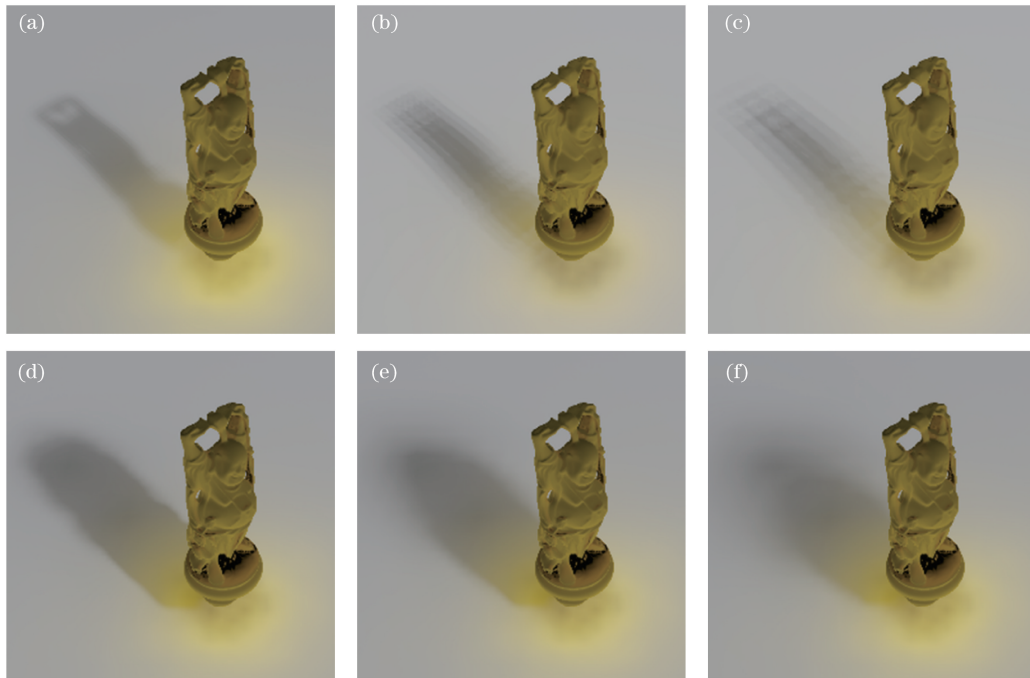


图 13 软阴影效果对比。(a)~(c)阴影图算法<sup>[21]</sup>,模糊值分别为 2,5,8;(d)~(f)锥追踪阴影,锥光圈值分别为 5°,10°,15°

Fig. 13 Comparison of soft shadow effects. (a)-(c) Shadow mapping algorithm<sup>[21]</sup>, with blur scales of 2, 5, 8, respectively; (d)-(f) cone tracing shadow, with cone aperture values of 5°, 10°, 15°, respectively

图 14 所示为本文算法光驱动体素算法<sup>[20]</sup>的结果对比。光驱动体素算法与本文方法类似,采用了分散的体素子结构来存储光照信息,也使用了锥追踪在体素子结构中获取间接光照。实验场景的分辨率为 1280 pixel×720 pixel,光驱动体素算法的单帧时间为

29.6 ms,本文算法单帧的时间为 26.2 ms。从图 14 可以看出,本文算法在较远的间接光照区域可以获得更多的细节,间接光照的颜色混合、软阴影等全局光照效果也优于光驱动体素算法,本文算法在提高图像质量的情况下,计算时间也减少了 11.5%。

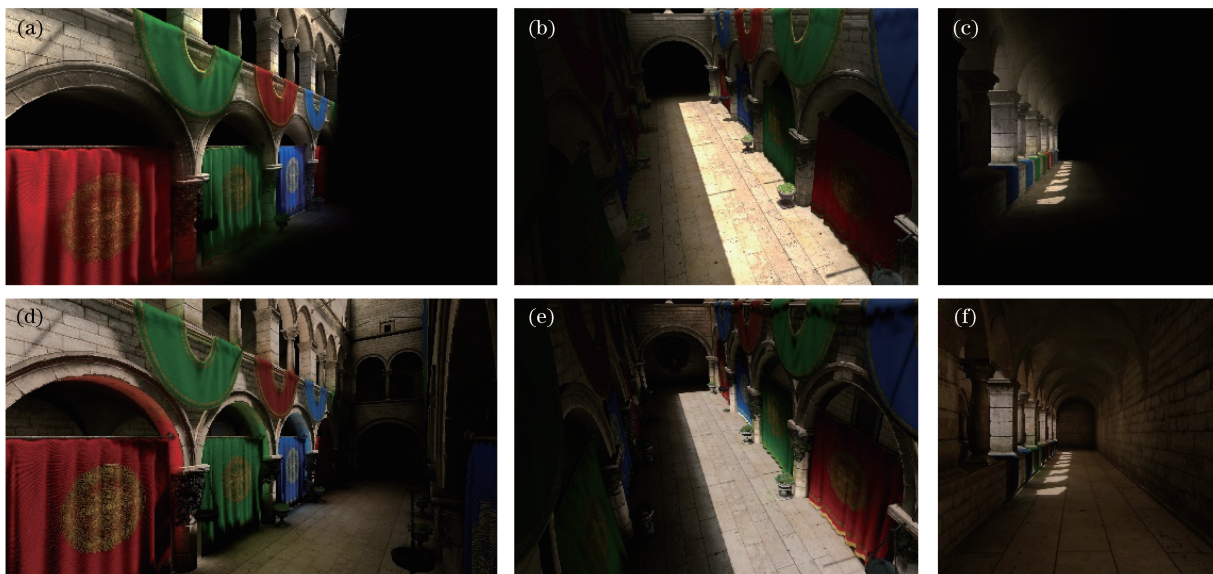


图 14 图像质量与性能对比。(a)~(c)光驱动体素算法<sup>[20]</sup>效果;(d)~(f)本文算法效果

Fig. 14 Comparison of image quality and performance. (a)-(c) Results of light-driven voxel algorithm<sup>[20]</sup>; (d)-(f) results of proposed algorithm

## 4 结 论

提出了一种实时全局光照算法,将简化的体素场景及光照信息经过各向异性过滤后存储在三维纹理的渐近贴图中,并通过体素锥追踪收集光照信息来计算全局光照。在该算法框架内,还针对体素结构改进了均值法线衰减的计算,提出一种基于法线权重的衰减计算方法,可以减少体素直接光照计算的法向一致性问题。实验证明本文算法可以计算间接光照、颜色混合、环境遮蔽、软阴影等全局光照效果,并在复杂场景下也能达到实时速率。因为体素结构和体素锥追踪本身存在的缺陷,本文算法在计算高光反射和软阴影都会出现几何边缘简化的情况。在未来的工作中,会考虑使用光线追踪与时空导向滤波来改进这些问题。

## 参 考 文 献

- [1] Ritschel T, Dachsbacher C, Grosch T, *et al.* The state of the art in interactive global illumination[J]. Computer Graphics Forum, 2012, 31(1): 160-188.
- [2] Wu K W, Yang X Z, Xie Z. Regional-oriented non-uniform illumination estimation[J]. Acta Optica Sinica, 2016, 36(2): 0233001.  
吴克伟, 杨学志, 谢昭. 面向区域的非均匀光照估计方法[J]. 光学学报, 2016, 36(2): 0233001.
- [3] Cui S, Zhang J, Gao J. Illumination estimation based on exemplar learning in logarithm domain[J]. Acta Optica Sinica, 2018, 38(2): 0233001.  
崔帅, 张骏, 高隽. 对数域中基于实例学习的光照估计[J]. 光学学报, 2018, 38(2): 0233001.
- [4] Yang Z H, Wei L, Zhang Q Q, *et al.* Ray-tracing algorithm of elliptical reflection zone plate[J]. Acta Optica Sinica, 2017, 37(9): 0920001.  
杨祖华, 魏来, 张强强, 等. 椭圆反射式波带片光线追迹算法[J]. 光学学报, 2017, 37(9): 0920001.
- [5] Yuan Y W, Quan J C, Wu C, *et al.* Ray tracing acceleration structure based on octree adaptive volume merging[J]. Acta Optica Sinica, 2017, 37(1): 0120001.  
袁昱纬, 全吉成, 吴晨, 等. 基于八叉树自适应体归并的光线跟踪加速结构[J]. 光学学报, 2017, 37(1): 0120001.
- [6] Huang K, Cheng X J, Jia D F, *et al.* An automatic segmentation algorithm for dense pipeline point cloud data[J]. Chinese Journal of Lasers, 2018, 45(11): 1104004.  
黄凯, 程效军, 贾东峰, 等. 一种密集管道点云数据自动分割算法[J]. 中国激光, 2018, 45(11): 1104004.
- [7] Wehr D, Radkowski R. Parallel kd-tree construction on the GPU with an adaptive split and sort strategy[J]. International Journal of Parallel Programming, 2018, 46(6): 1139-1156.
- [8] Mara M, Mcguire M, Bitterli B, *et al.* An efficient denoising algorithm for global illumination[C]// Proceedings of High Performance Graphics, July 28-30, 2017, Los Angeles, California. New York: ACM, 2017: 3.
- [9] Li M L, Zong W P, Li G Y, *et al.* Extraction of structure line segments from point clouds using voxel-based region growing[J]. Acta Optica Sinica, 2018, 38(1): 0112001.  
李明磊, 宗文鹏, 李广云, 等. 基于体素生长的点云结构直线段提取[J]. 光学学报, 2018, 38(1): 0112001.
- [10] Laine S, Karras T. Efficient sparse voxel octrees[J]. IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics, 2011, 17(8): 1048-1059.
- [11] Kämpe V, Sintorn E, Assarsson U. High resolution sparse voxel DAGs[J]. ACM Transactions on Graphics, 2013, 32(4): 101.
- [12] Yuan Y W, Quan J C, Wu C, *et al.* Illumination-computation acceleration structure based on sparse voxel directed acyclic graph[J]. Acta Optica Sinica, 2017, 37(8): 0820001.  
袁昱纬, 全吉成, 吴晨, 等. 基于稀疏体素有向无环图的光照计算加速结构[J]. 光学学报, 2017, 37(8): 0820001.
- [13] Villanueva A J, Marton F, Gobbetti E. Symmetry-aware sparse voxel dags (SSVDAGs) for compression-domain tracing of high-resolution geometric scenes[J]. Journal of Computer Graphics Techniques, 2017, 6(2): 1-30.
- [14] Zhang Y M, Garcia S, Xu W W, *et al.* Efficient voxelization using projected optimal scanline[J]. Graphical Models, 2018, 100: 61-70.
- [15] Ren G Y, Lü X Q, Yang N, *et al.* Application of improved voxels growth algorithm in cardiac local vascular extraction[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2018, 55(6): 061701.  
任国印, 吕晓琪, 杨楠, 等. 改进的体素生长算法在心脏局部血管提取中的应用[J]. 激光与光电子学进展, 2018, 55(6): 061701.
- [16] Kaplanyan A. Cascaded light propagation volumes for real-time indirect illumination[C]// Proceedings of the 2010 ACM SIGGRAPH Symposium on Interactive 3D Graphics & Games, February 19-21, 2010, Washington, D. C. New York: ACM, 2010: 99-107.
- [17] Crassin C, Neyret F, Sainz M, *et al.* Interactive indirect

- illumination using voxel cone tracing [J]. Computer Graphics Forum, 2011, 30(7): 1921-1930.
- [18] Franke T A. Delta voxel cone tracing[C]//2014 IEEE International Symposium on Mixed and Augmented Reality (ISMAR), September 10-12, 2014, Munich, Germany. New York: IEEE, 2014: 39-44.
- [19] Sugihara M, Rauwendaal R, Salvi M. Layered reflective shadow maps for voxel-based indirect illumination[C] // Proceedings of High Performance Graphics, June 23-25, 2014, Lyon, France. Switzerland: Eurographics Association Aire-la-Ville, 2014: 117-125.
- [20] Chen Y Y, Chien S Y. Lighting-driven voxels for memory-efficient computation of indirect illumination [J]. The Visual Computer, 2016, 32(6/7/8): 781-789.
- [21] Li H, Yang H M, Zhao J P, *et al.* Hybrid-resolution shadow mapping design and hard shadows anti-aliasing in special effects movies[J]. Chinese Optics, 2016, 9(1): 89-96.  
李华, 杨华民, 赵建平, 等. 特效电影工程中混合分辨率阴影图设计与硬阴影反走样 [J]. 中国光学, 2016, 9(1): 89-96.