

径向阵列涡旋光束在大气中的传输与扩展

骆传凯, 卢芳, 苗志芳, 韩香娥*

西安电子科技大学物理与光电工程学院, 陕西 西安 710071

摘要 在激光合成、空间光通信及其他激光工程中的潜在应用方面, 阵列涡旋光束逐渐受到人们的关注。基于多重相位屏的数值方法, 研究阵列涡旋光束在 von Karman 湍流中的传输特性, 分析了光场的演化情况。结果表明: 光束传输一段距离后发生融合, 融合后的光束拓扑荷与初始光场中子光束的拓扑荷相同。考虑到光斑扩展会导致拓扑荷的损失进而使得通信效率下降, 分析了不同湍流和光束参量对光束相对束宽的影响。湍流强度对相对束宽影响较大, 拓扑荷等其他参量均对其有不同程度的影响, 相对于单束涡旋光, 阵列光束具有更小的相对束宽。

关键词 大气光学; 阵列涡旋光束; 相对束宽; 湍流相位屏; 大气湍流

中图分类号 TN929.12

文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201939.0601004

Propagation and Spreading of Radial Vortex Beam Array in Atmosphere

Luo Chuankai, Lu Fang, Miao Zhifang, Han Xiang'e*

School of Physics and Optoelectronic Engineering, Xidian University, Xi'an, Shaanxi 710071, China

Abstract Vortex beam arrays have gradually gained attention because of their potential applications in high-power laser synthesis, space optical communication, and laser engineering. Based on a numerical method, namely, the multiple phase screen method, we study the propagation characteristics of a vortex beam array in von Karman turbulence and analyze the light field evolution. The results indicate that the light beam is fused after transmission over a certain distance, and the topological charge of the fused beam is the same as that of the sub-beam in the initial light field. Considering that the expansion of the spot will lead to a loss of topological charge, thereby reducing the communication efficiency, we analyze the influences of various turbulence and beam parameters on the relative beam radius. Among these parameters, turbulence intensity has a great influence on relative beam width, and the other parameters such as topological charge have different degrees of impact. The relative beam radius of the vortex beam array is smaller than that of the single vortex beam.

Key words atmospheric optics; vortex beam array; relative beam radius; turbulence phase screen; atmospheric turbulence

OCIS codes 010.1300; 010.3310; 010.1330

1 引 言

涡旋光束具有环状分布的光强、螺旋波前结构和携带相位奇点的特点。Allen 等^[1]发现带有相位因子 $\exp(il\varphi)$ 的光束中, 每个光子携带 lh (h 为约化普朗克常数, l 为拓扑荷数) 的轨道角动量(OAM), 自此涡旋光束在光学微操控、生物医学、量子信息编码和光学信息传输等领域得到了广泛应用。

对于光学信息传输领域而言, 涡旋光束的优势在于其 OAM 量子数(或拓扑荷)可以取任意整数。因此, 不论是采用 OAM 编码的方式^[2]还是模分复用的方式^[3], 涡旋光束都能极大地提高通信系统的信道容量。但涡旋光束在自由空间中传输时受到大

气湍流的影响。研究表明: 涡旋光束在大气湍流中传输时, 在接收孔径有限的情况下, 随着光斑的扩展, 一部分拓扑荷会漂移出接收孔径, 导致整体拓扑荷减少, 光束质量下降^[4]。阵列光束不仅能够提高光束的发射功率, 而且对湍流效应也具有一定的抑制作用^[5], 但目前关于阵列涡旋光束湍流传输特性的研究较少。Liu 等^[6]研究了径向阵列部分相干平顶涡旋光束在非 Kolmogorov 湍流介质中的传输特性, 分析了不同湍流条件下光强的演化情况, 同时计算出接收平面处光束的复相干度。该研究定性分析了光斑的演化情况, 但并未涉及光斑扩展的定量研究。

利用相位屏方法研究湍流参量对径向阵列涡旋光束扩展的影响, 其结果可为大气湍流环境下后续

收稿日期: 2018-12-12; 修回日期: 2019-02-27; 录用日期: 2019-03-21

* E-mail: xehan@mail.xidian.edu.cn

涡旋光通信分集技术的性能分析和系统设计提供一定的理论参考。

2 基本理论

2.1 光束基本模型

假设 N_0 束束腰半径为 w_0 的涡旋光束以径向分布方式组成阵列光束,各子光束均匀地分布在半径为 r_0 的圆上,则相邻子光束角间距 $\alpha_0 = 2\pi/N_0$,出射面上的光束阵列如图 1 所示。

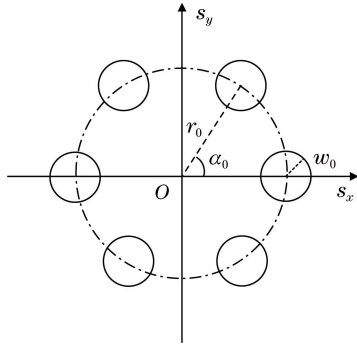


图 1 阵列光束径向分布排列方式

Fig. 1 Radial distribution of beam array

设发射面 ($z=0$) 上阵列中的各子光束为相干涡旋光束,中心位置 (x_0, y_0) 处的光束表达式为

$$u(\mathbf{s}, 0) = [(s_x - x_0) + i \operatorname{sgn}(l)(s_y - y_0)]^{|l|} \times \exp\left[-\frac{(s_x - x_0)^2 + (s_y - y_0)^2}{w_0^2}\right], \quad (1)$$

式中: l 为拓扑荷; $\mathbf{s} = (s_x, s_y)$ 为 $z=0$ 平面内任意位置矢量; (x_0, y_0) 为子光束中心位置; $\operatorname{sgn}(\cdot)$ 为符号函数。第 n 束子光束的中心位置矢量 $\mathbf{r}_n = (r_0 \cos \alpha_n, r_0 \sin \alpha_n)$, $\alpha_n = n\alpha_0$, $n = 1, 2, \dots, N_0$ 。因此径向阵列涡旋光束的光场表达式为

$$u_0(\mathbf{s}, 0) = \sum_{n=1}^{N_0} [(s_x - r_0 \cos \alpha_n) + i \operatorname{sgn}(l)(s_y - r_0 \sin \alpha_n)]^{|l|} \times \exp\left[-\frac{(s_x - r_0 \cos \alpha_n)^2 + (s_y - r_0 \sin \alpha_n)^2}{w_0^2}\right]. \quad (2)$$

2.2 大气湍流功率谱模型

激光在大气湍流中传输时,随机的折射率起伏会对光束质量造成诸多影响^[7]。为方便采用统计的方法研究大气湍流特性,根据 Kolmogorov 湍流理论和湍流尺度的大小,将湍流区分为输入区 ($\kappa < 2\pi/L_0$)、惯性区 ($2\pi/L_0 \ll \kappa \ll 2\pi/l_0$) 和耗散区 ($\kappa > 2\pi/l_0$)。Andrews 等^[7]描述了全湍流区的 von Karman 谱,即

$$\Phi_n(\kappa) = \frac{0.033C_n^2}{(\kappa^2 + \kappa_0^2)^{11/6}} \exp(-\kappa^2/\kappa_m^2), \quad 0 \leq \kappa < \infty, \quad (3)$$

式中: $\kappa = |\mathbf{\kappa}|$, $\mathbf{\kappa} = (\kappa_x, \kappa_y, \kappa_z)$ 为空间频率; $\kappa_0 = 2\pi/L_0$, L_0 为外尺度; C_n^2 为湍流强度; $\kappa_m = 2\pi/l_0$, l_0 为内尺度。

2.3 光束大气传输的数值方法

大气湍流对光场相位的影响一般远大于强度的影响,因此在大气湍流对激光传输特性影响的研究中,一般忽略大气湍流对强度的影响,在对光场相位影响的数值研究方法中,通常采用相位屏来模拟湍流。

在旁轴近似下,光场在大气湍流中传输时的光场分布用抛物线方程表示为

$$2ik \frac{\partial u}{\partial z} + \nabla_{\perp}^2 u + 2k^2 n_1 u = 0, \quad (4)$$

式中: u 为光场; $k = 2\pi/\lambda$ 为光束在自由空间中的波数; $n_1 = n_0 - 1$ 为大气中变化的折射率, n_0 为空气折射率; $\nabla_{\perp}^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ 。采用多层相位屏法对大气湍流中光场的传播进行数值模拟,光束传播示意图如图 2 所示。

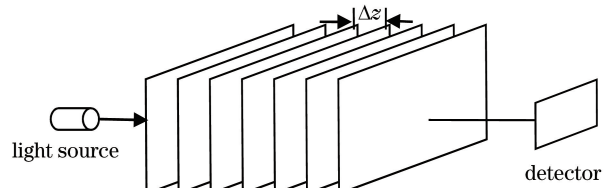


图 2 数值模拟光束传播示意图

Fig. 2 Numerical simulation of beam propagation

光束在大气湍流中传播的过程可以分解为两个过程:自由空间中的传播与大气湍流对光场波前产生的相位扰动。重复这两个过程直至光束到达接收端。其中,两个前后相邻的相位屏处的光场可表示为

$$u(\mathbf{r}, z_{j+1}) = f^{-1} \left\{ f[u(\mathbf{r}, z_j) \exp[i\psi(x, y)]] \times \exp\left[-i \frac{\kappa_x^2 + \kappa_y^2}{2k} \Delta z_{j+1}\right] \right\}, \quad (5)$$

式中: $\psi(x, y)$ 为大气湍流产生的相位扰动; z_j 为传播过程中第 j 个相位屏所处的位置; Δz_{j+1} 为第 j 个与 $j+1$ 个相位屏间的距离; f 与 f^{-1} 分别为傅里叶变换与傅里叶逆变换。数值模拟相位屏的方法有功率谱反演法^[8]、Zernike 多项式法^[9]和分形法^[10]等,这里采用功率谱反演法。

3 仿真结果

3.1 仿真参数选取

考虑到实际的应用背景,选择表 1 中的仿真参数。

表 1 数值仿真参数

Table 1 Parameters for numerical simulation

Parameter	Value	Parameter	Value
Wavelength $\lambda / \mu\text{m}$	1.55	Beam waist w_0 / mm	10-30
Number of radial beams N_0	6	Distance between sub-beam and center r_0	$6 \times w_0$
Topological charge l	1-3	Number of samples	512×512
Grid size of phase screen / mm	2	Turbulence intensity $C_n^2 / \text{m}^{-2/3}$	$1 \times 10^{-16} - 1 \times 10^{-13}$
Inner scale l_0 / mm	3-10	Outer scale L_0 / m	1-10

3.2 光束传输与光场演化

分析真空中阵列涡旋光束的传输特性, 根据(2)式及表 1, 计算出源平面处及传输 500 m 处的光强与相位分布, 如图 3 所示, 其中子光束的拓扑荷数为 3。

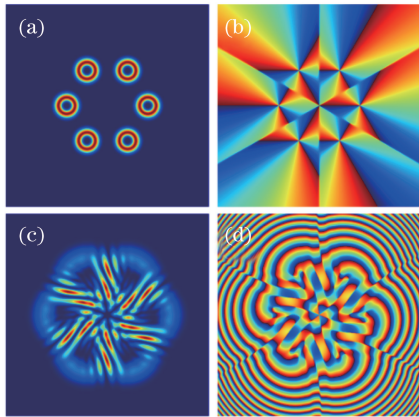


图 3 真空中不同距离处径向阵列涡旋光束的光场分布。
(a) $z = 0 \text{ m}$, 光强; (b) $z = 0 \text{ m}$, 相位; (c) $z = 500 \text{ m}$, 光强; (d) $z = 500 \text{ m}$, 相位

Fig. 3 Light field distributions of radial vortex beam array at different propagation distances in free space.
(a) $z = 0 \text{ m}$, intensity; (b) $z = 0 \text{ m}$, phase; (c) $z = 500 \text{ m}$, intensity; (d) $z = 500 \text{ m}$, phase

由图 3 可以看出, 随着光束传输距离增大至 500 m, 子光束的光斑大小扩展导致彼此之间发生重叠, 子光束为相干光束, 因此产生明显的干涉条纹, 相位结构则较为复杂, 但围绕光轴呈对称分布。进一步增大传输距离, 不同传输距离处的光强和相位分布如图 4 所示, 随着传输距离的增大, 子光束之间产生明暗相间的干涉条纹, 传输距离继续增大后, 干涉条纹逐渐转变为栅格状分布的点阵。

从整体光强分布[图 4(a)~(c)]来看, 阵列光束逐渐融合成一个光束。光束模型阵元数目 N_0 选择为 6, 子光束中心与光轴的距离 $r_0 = 6 \times w_0$, 阵元数目较少, 阵元间距较宽, 因此光束中干涉条纹较明显。从相位分布[图 4(d)~(f)]可以看出, 合成的

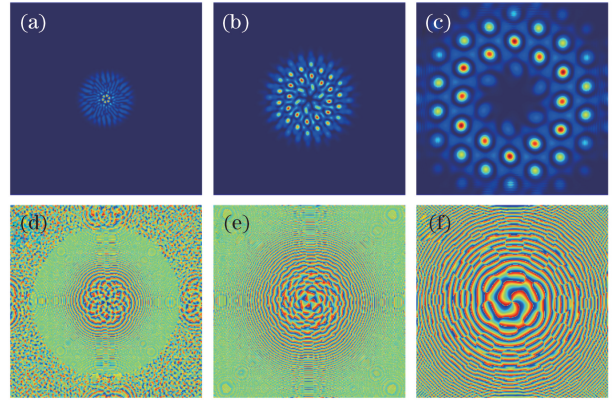


图 4 真空中不同距离处径向阵列涡旋光束的光场分布。
(a) $z = 1000 \text{ m}$, 光强; (b) $z = 2000 \text{ m}$, 光强;
(c) $z = 5000 \text{ m}$, 光强; (d) $z = 1000 \text{ m}$, 相位;
(e) $z = 2000 \text{ m}$, 相位; (f) $z = 5000 \text{ m}$, 相位

Fig. 4 Light field distributions of radial vortex beam array at different propagation distances in free space. (a) $z = 1000 \text{ m}$, intensity; (b) $z = 2000 \text{ m}$, intensity; (c) $z = 5000 \text{ m}$, intensity; (d) $z = 1000 \text{ m}$, phase; (e) $z = 2000 \text{ m}$, phase; (f) $z = 5000 \text{ m}$, phase

光束拓扑荷与子光束的拓扑荷相同。

针对湍流下径向阵列涡旋光束的传输, 利用(6)式和相位屏的数值方法进行研究。图 5 为阵列光束在强度 $C_n^2 = 1 \times 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$ 的湍流中传输时光场的演化情况, 图 5(a)~(c)为瞬时光强分布, 与图 4 相比, 光强均存在不同程度的畸变, 传输距离为 1000 m 及 2000 m 时, 光斑整体分布与真空中传输时相似, 但光斑中的干涉条纹发生畸变, 条纹分布失去对称性, 传输距离增大至 5000 m 时, 光斑已经破碎, 从光强上已经无法识别出涡旋特性。图 5(d)~(f)为长曝光情况(统计平均)下的光强分布, 与图 4 相比, 由于湍流的影响, 光强和干涉条纹分布更加均匀, 传输距离增大至 5000 m 时, 光斑逐渐变为空心圆环的形状。同时对比真空中的光斑[图 4(a)~(c)]与湍流中长曝光情况下的光斑可以看出, 湍流一定程度上增大了光束的扩展。

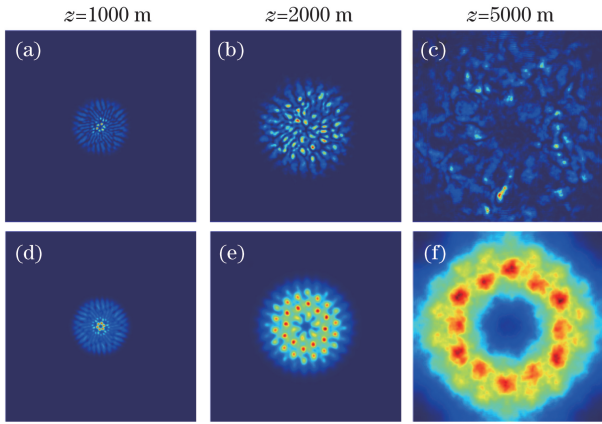


图 5 湍流中不同传输距离处径向阵列涡旋光束的光强分布 ($C_n^2=1 \times 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$)。 (a)~(c) 瞬时; (d)~(f) 长曝光

Fig. 5 Light field distributions of radial vortex beam array at different propagation distances in turbulence ($C_n^2=1 \times 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$). (a)-(c) Instantaneous; (d)-(f) long exposure

3.3 光束束宽

均方根束宽的定义式为

$$w(z) = \sqrt{\frac{\iint r^2 I(r, z) d^2 r}{\iint I(r, z) d^2 r}}, \quad (6)$$

式中: $I(r, z)$ 为平均光强; r 为光场的平面坐标。为了更加直观地体现湍流对光束扩展的影响, 采用相对束宽进行描述, 即

$$w_r = \frac{w_{\text{turb}}}{w_{\text{free}}}, \quad (7)$$

式中: w_{turb} 为光在湍流中传输时的束宽; w_{free} 为光在真空中传输时的束宽。

分析不同束腰宽度、拓扑荷、湍流强度、外尺度、内尺度对径向阵列涡旋光束扩展的影响。为了方便对比, 计算了单涡旋光束相对束宽的变化。仿真中选用的参数见表 1。

1) 不同束腰宽度

选择子光束初始束腰半径 w_0 分别为 10, 20, 30 mm, 光束相对束宽随传输距离的变化情况如图 6 所示。由图 6 可以看出, 无论单涡旋光束还是阵列涡旋光束, $w_0=20$ mm 时的相对束宽比其他两种情况大。原因在于: 真空中远场观察面上的光斑尺寸与出射光束束腰 w_0 有关。当 w_0 较小时, 光束的衍射效应明显; 当 w_0 较大时, 衍射效应不明显, 光束传输近似为几何发散过程。这两种情况下远场光斑都较大, 因此在 w_0 逐渐增大的过程中, 必然存

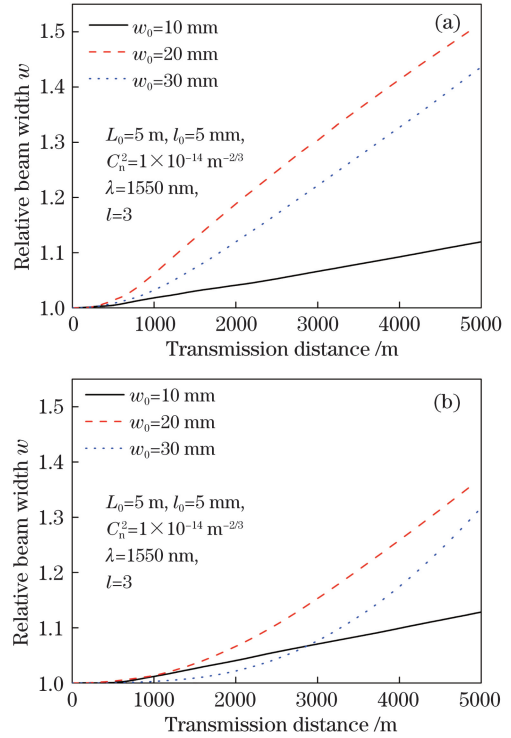


图 6 不同束腰宽度下相对束宽与传输距离的关系曲线。

(a) 单涡旋光束; (b) 阵列涡旋光束

Fig. 6 Relative beam width versus transmission distance under different waist widths. (a) Single vortex beam; (b) vortex beam array

在一个初始束腰 w_0 使得远场光斑最小, 同时湍流介质对光束长期扩展的影响主要是由光束漂移导致的, 与光斑本身大小无关。因此, 必然存在一个 w_0 使得光束相对束宽取得极大值, 且该极值点的位置只与光束本身的参数有关, 与湍流参数无关。在本例选取的条件下, 极值点应位于 20 mm 附近。

阵列涡旋光束的相对束宽小于单涡旋光束。当 $w_0=20$ mm 且光束传输至 5000 m 时, 单涡旋光束和阵列涡旋光束的相对束宽分别为 1.50 和 1.35; 当 $w_0=30$ mm 且光束传输至 5000 m 时, 单涡旋光束的相对束宽约为 1.40, 而阵列涡旋光束的相对束宽不足 1.30; 当 $w_0=10$ mm 时, 单涡旋光束和阵列涡旋光束的相对束宽差别不大。由此可见, 子光束束宽对阵列涡旋光束相对束宽的影响相对较小。

2) 不同拓扑荷

选择子光束拓扑荷分别为 1, 2, 3, 光束相对束宽随传输距离的变化情况如图 7 所示。由图 7 可知, 子光束的拓扑荷越小, 光束的相对束宽越大, 表明光束扩展受湍流的影响越严重。对比图 7(a)、(b) 可知, 阵列涡旋光束的相对束宽小一些, 但二者区别不大。

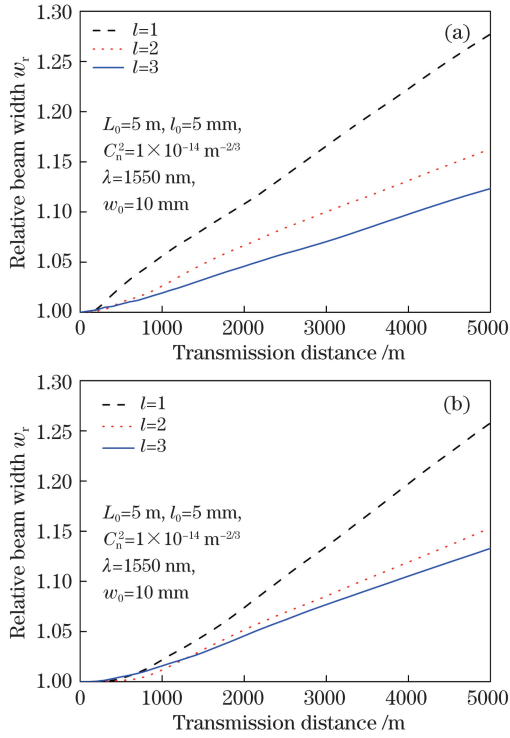


图 7 不同拓扑荷下相对束宽与传输距离的关系曲线。

(a)单涡旋光束; (b)阵列涡旋光束

Fig. 7 Relative beam width versus transmission distance under different topological charges. (a) Single vortex beam; (b) vortex beam array

3) 不同湍流强度

选择湍流强度 $C_n^2 = 1 \times 10^{-13}, 1 \times 10^{-14}, 1 \times 10^{-15}, 1 \times 10^{-16} \text{ m}^{-2/3}$, 光束相对束宽随传输距离的变化情况如图 8 所示。由图 8 可知, 湍流对阵列涡旋光束扩展的影响相对较小, 且在弱、中等强度 ($C_n^2 = 1 \times 10^{-15} \text{ m}^{-2/3}$) 湍流下, 湍流对光束相对束宽的影响很小, 随着湍流强度的增大, 湍流对相对束宽的影响急剧增大。当湍流强度 $C_n^2 = 1 \times 10^{-13} \text{ m}^{-2/3}$, 传输距离增至 5000 m 时, 单涡旋光束的相对束宽已经超过 2.0, 阵列涡旋光束的相对束宽约为 1.9, 它们均远高于 $C_n^2 = 1 \times 10^{-14} \text{ m}^{-2/3}$ 的情况。

4) 不同外尺度

选择湍流外尺度 $L_0 = 1, 5, 10 \text{ m}$ 时, 光束相对束宽随传输距离的变化情况如图 9 所示。由图 9 可知, 外尺度越大, 光束的相对束宽越大, 原因在于: 随着外尺度的增大, 湍流中含有的能量也增大, 其对光斑扩展的影响增大。

5) 不同内尺度

选择湍流内尺度 $l_0 = 1, 5, 10 \text{ mm}$ 时, 光束相对束宽随传输距离的变化情况如图 10 所示。由图 10 可知, 内尺度越大, 光束的相对束宽越小, 原因在于:

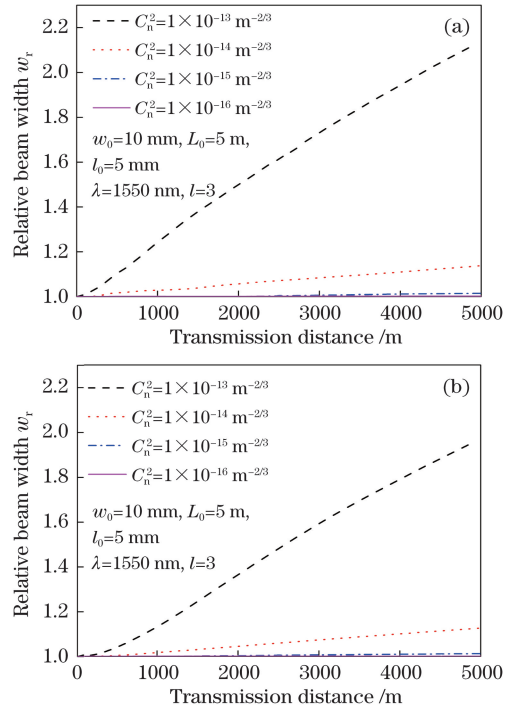


图 8 不同湍流强度下相对束宽与传输距离的关系曲线。

(a)单涡旋光束; (b)阵列涡旋光束

Fig. 8 Relative beam width versus transmission distance under different turbulence intensities. (a) Single vortex beam; (b) vortex beam array

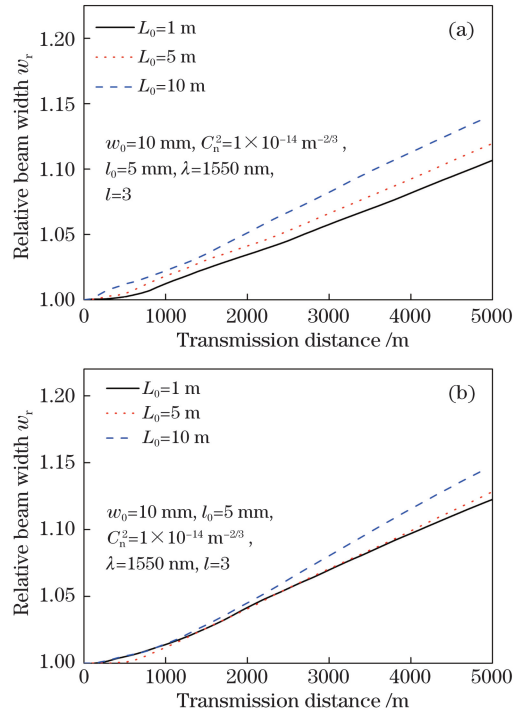


图 9 不同湍流外尺度下相对束宽与传输距离的关系曲线。

(a)单涡旋光束; (b)阵列涡旋光束

Fig. 9 Relative beam width versus transmission distance under different turbulence outer scales. (a) Single vortex beam; (b) vortex beam array

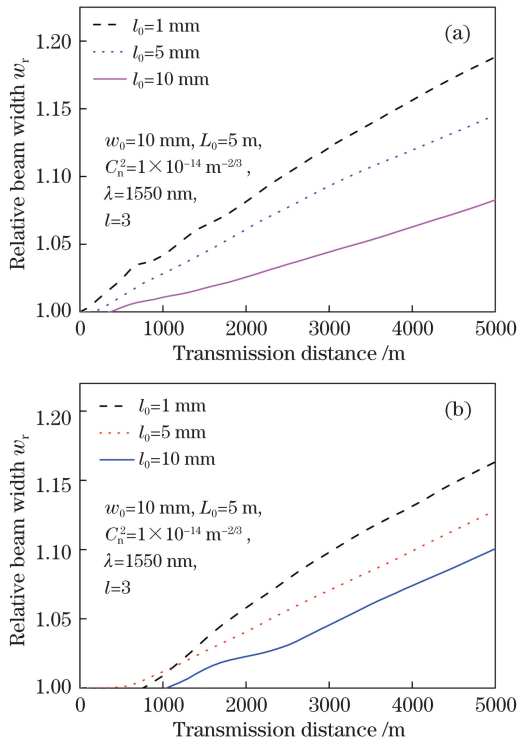


图 10 不同湍流内尺度下相对束宽与传输距离的关系曲线。

(a)单涡旋光束；(b)阵列涡旋光束

Fig. 10 Relative beam width versus transmission distance under different turbulence inner scales. (a) Single vortex beam; (b) vortex beam array

随着内尺度的增大,湍流中含有的涡旋数量减小,其对光斑扩展的影响也减小。

4 结 论

利用数值方法分析了阵列涡旋光束的光场在自由空间中随传输距离的变化情况。从计算得到的光强分布情况可以看出:随着传输距离的增大,子光束在 500 m 处相互重叠且形成明显的干涉条纹,继续增大传输距离,光束形成对称的斑点状分布,且中心光强始终保持为零。相位分布情况表明:涡旋光束阵列最终融合为一个光束,且该光束的拓扑荷与子光束相同,光束在湍流中传输时的演化情况与真空中类似,但强度、相位均发生不同程度的畸变。同时,分析湍流参量及子光束束腰半径对阵列涡旋光束相对束宽的影响,结果表明:随着子光束拓扑荷的减小、湍流外尺度的增大、内尺度的减小、湍流强度的增大,湍流对光束相对束宽的影响随之增大,即加剧了光束的扩展。光束相对束宽随子光束束腰的变化较为特殊,随 w_0 的增大而增大,在达到峰值后,又随着 w_0 的增大而减小。融合后的光束质量(如 OAM 谱等)有待进

一步研究。

参 考 文 献

- [1] Allen L, Beijersbergen M W, Spreeuw R J C, *et al.* Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes[J]. Physical Review A, 1992, 45(11): 8185.
- [2] Gibson G, Courtial J, Padgett M J, *et al.* Free-space information transfer using light beams carrying orbital angular momentum[J]. Optics Express, 2004, 12(22): 5448-5456.
- [3] Wang J, Yang J Y, Fazal I M, *et al.* Terabit free-space data transmission employing orbital angular momentum multiplexing[J]. Nature Photonics, 2012, 6(7): 488-496.
- [4] Gbur G, Tyson R K. Vortex beam propagation through atmospheric turbulence and topological charge conservation[J]. Journal of the Optical Society of America A, 2008, 25(1): 225-230.
- [5] Lu F, Zhao D, Liu C B, *et al.* Influence of non-Kolmogorov atmospheric turbulence on scintillation of Gaussian array beams[J]. Infrared and Laser Engineering, 2016, 45(7): 0711001.
卢芳, 赵丹, 刘春波, 等. 非 Kolmogorov 大气湍流对高斯阵列光束光强闪烁的影响[J]. 红外与激光工程, 2016, 45(7): 0711001.
- [6] Liu H L, Lü Y F, Xia J, *et al.* Radial phased-locked partially coherent flat-topped vortex beam array in non-Kolmogorov medium[J]. Optics Express, 2016, 24(17): 19695-19712.
- [7] Andrews L C, Phillips R L. Laser beam propagation through random media[M]. 2nd ed. Bellingham, Washington, USA: SPIE Press, 2005.
- [8] Noll R J. Zernike polynomials and atmospheric turbulence[J]. Journal of the Optical Society of America, 1976, 66(3): 207-211.
- [9] Wu H L, Yan H X, Li X Y, *et al.* Generation of rectangular turbulence phase screens based on fractal characteristics of distorted wavefront[J]. Acta Optica Sinica, 2009, 29(1): 114-119.
吴晗玲, 严海星, 李新阳, 等. 基于畸变相位波前分形特征产生矩形湍流相屏 [J]. 光学学报, 2009, 29(1): 114-119.
- [10] Long M H. Transmission characteristics and correlated imaging with partially coherent light through turbulent atmosphere[D]. Xi'an: Xidian University, 2014: 25-27.
龙敏慧. 湍流大气中部分相干光传输特性与关联成像研究[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2014: 25-27.