

·封面文章·

超材料中精确的空间啁啾暗孤子解及其传输特性

高斐, 杨荣草*, 贾鹤萍, 田晋平

山西大学物理电子工程学院, 山西 太原 030006

摘要 采用 Hirota 方法研究了描述超材料中电磁波传输的非线性薛定谔方程, 解析得到了线性增益和非线性吸收平衡下两个精确的空间啁啾暗孤子解: 暗孤子 I (DSI) 和暗孤子 II (DSII)。基于 Drude 模型, 研究了 DSI 和 DSII 在不同电/或磁极化非线性超材料中的形成条件、存在区域和传输特性, 并进行了数值验证。研究发现: 存在于负折射区的 DSI, 传输过程中速度逐渐增加, 而存在于正折射区的 DSII, 传输过程中速度逐渐减慢; DSI 具有正的啁啾, 而 DSII 具有负啁啾; DSII 的波束宽度远小于 DSI 的波束宽度; DSI 和 DSII 的背景幅度和半峰全宽由其系统模型的参数决定, 因此与入射波的频率直接相关, 在每种非线性情况下 DSI 和 DSII 的传输特性都不同。这些研究结果表明, 通过选择不同的非线性超材料和入射电磁波频率可以控制啁啾暗孤子的传输特性。

关键词 非线性光学; 超材料; 啁啾暗孤子; Hirota 方法; 增益; 非线性吸收

中图分类号 O437

文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201939.0219001

Exact Solution of Spatial Chirped Dark Soliton in Metamaterials and Its Propagation Characteristics

Gao Fei, Yang Rongcao*, Jia Heping, Tian Jinping

College of Physics & Electronic Engineering, Shanxi University, Taiyuan, Shanxi 030006, China

Abstract The nonlinear Schrödinger equation, which describes the propagation of electromagnetic waves in metamaterials (MMs), are studied by the Hirota method, and two exact spatially-chirped dark solitons, called Dark Soliton I (DSI) and Dark Soliton II (DSII), are obtained under the balance of linear gain and nonlinear absorption. Based on the Drude model, the formation conditions, the existence regions and the transmission characteristics of DSI and DSII in the nonlinear MMs with different electric and/or magnetic polarizations are investigated, and the analytical results are numerically verified as well. It is found that the speed of DSI existing in the negative refraction region gradually increases while the speed of DSII existing in the positive refraction region gradually decreases during the transmission. DSI has a positive chirp, while DSII has a negative chirp. In addition, the beam width of DSII is much smaller than that of DSI. Their background amplitudes and full widths at half maximum are determined by the model parameters, related to the incident wave frequency. Moreover, the transmission characteristics of DSI and DSII are quite different when the MMs are with different nonlinear polarizations. The obtained results indicate that the transmission properties of the chirped dark solitons can be controlled by selecting different nonlinear MMs or different incident wave frequencies.

Key words nonlinear optics; metamaterials; chirped dark soliton; Hirota method; gain; nonlinear absorption

OCIS codes 190.5530; 190.4370; 060.2230

1 引 言

近年来,超材料、石墨烯及一些新型的非碳材料因在材料科学、纳米技术和光通信等领域具有重要应用而得到了迅速发展^[1-6]。超材料因具有许多独特的电磁特性,如负折射率、电磁隐身、强旋光性等,引起了国内外学者的广泛关注^[1-3]。超材料通常由

金属-电介质组成的共振单元周期排列而成^[1],这种共振结构具有较高损耗,会导致其中传输的电磁波产生明显的衰减和失真。因此,损耗成为限制超材料实际应用的主要因素^[3]。目前,研究人员已经提出多种方法来克服或补偿超材料中的损耗。Popov 等^[7]采用辅助电磁场调控的光学参量放大来补偿损耗,使得强吸收的负折射材料具有放大特性;

收稿日期: 2018-07-13; 修回日期: 2018-09-21; 录用日期: 2018-10-08

基金项目: 国家自然科学基金(61775126)、山西省自然科学基金(201601D011038)

* E-mail: sxdxyrc@sxu.edu.cn

Wuestner 等^[8]将增益介质嵌入负折射材料中来补偿损耗甚至提供增益; Boardman 等^[9]通过在超材料结构中引入负动态电阻的线性二极管阵列获得了稳定的增益。这些研究为超材料中电磁波的无衰减传输提供了基础。

另一方面,非线性超材料的发展激发了人们对超材料中电磁波传输的兴趣^[10-11]。基于描述非线性超材料中电磁波传输的理论模型^[12-15],人们对非线性超材料中的调制不稳定性^[16-19]及各种时间和空间孤子进行了深入研究^[15,20-26]。最近, Dontsop 等^[27]研究了左/右手超材料传输线中 Akhmediev-Peregrine 怪波的产生, Shen 等^[28]研究了超材料中孤子到怪波的演变, Biswas 等^[29]研究了反三阶非线性超材料中的孤子。这些研究表明,超材料由于电磁参数的可调节特性存在着丰富的孤立波。值得注意的是,这些研究几乎都没有考虑超材料的增益或损耗。然而,从推导超材料中电磁脉冲传输的理论模型的过程可知^[15,30],超材料中包含增益或损耗的理论模型远不同于不含增益和损耗的理论模型,这是因为反映超材料损耗或增益的有效介电常数和磁导率的虚部对模型的线性和非线性的系数都有直接的影响,由此引起对电磁波传输的非线性吸收,这意味着线性增益/损耗和非线性吸收会直接影响超材料中孤子的形成和传输。

本文采用 Hirota 方法解析求解了带有增益/损耗的超材料中电磁波传输的非线性薛定谔方程,发现当非线性吸收和线性增益相互平衡时,不同电和/或磁极化的非线性超材料中都可以存在精确的空间啁啾暗孤子解。采用 Hirota 方法得到精确的啁啾暗孤子解,并分析该啁啾暗孤子在自聚焦和/或自散焦非线性超材料中的形成条件和存在区域;详细研究啁啾暗孤子在各存在区域的传输特性,分析不同非线性极化的超材料中暗孤子的背景幅度、半峰全宽和空间啁啾等传输特性。

2 啁啾暗孤子解及其存在条件

通常情况下,超材料单元结构的尺寸远小于入射电磁波波长,因此根据有效媒质理论其介电常数和磁导率常用 $\epsilon = \epsilon_0(\epsilon_{rr} + i\epsilon_{ri})$ 和 $\mu = \mu_0(\mu_{rr} + i\mu_{ri})$ 来描述^[4],式中, ϵ_0 和 μ_0 分别为真空中的介电常数和磁导率, ϵ_{rr} 和 μ_{rr} 、 ϵ_{ri} 和 μ_{ri} 分别为 ϵ 和 μ 的实部和虚部, $\epsilon_{ri} > 0$ 和 $\mu_{ri} > 0$ 时表示损耗, $\epsilon_{ri} < 0$ 和 $\mu_{ri} < 0$ 时表示增益。材料的折射率可表示为 $n = \pm \sqrt{\epsilon_{rr}\mu_{rr}}$ 。在克尔型非线性超材料中,电极化强度和磁极化强度

可表示为 $P_{NL} = \epsilon_0 \chi_p |E|^2 E$ 和 $M_{NL} = \mu_0 \chi_m |H|^2 H$, 式中 χ_p 和 χ_m 分别为三阶电极化率和磁极化率^[12]。考虑到有源超材料中与非线性磁极化密切相关的非线性吸收,文献^[30]从 Maxwell 方程组出发,推导了包含非线性吸收的增益超材料中电磁波传输的归一化非线性薛定谔方程:

$$i \frac{\partial \Psi}{\partial Z} + \frac{1}{2} \text{sgn}(n) \frac{\partial^2 \Psi}{\partial X^2} + \rho |\Psi|^2 \Psi + i\sigma |\Psi|^2 \Psi + i\delta \Psi = 0, \quad (1)$$

式中: $\Psi(Z, X)$ 表示慢变电场包络, $Z = z/L_D$ 和 $X = x/\omega_0$ 分别为无量纲的纵向传输距离和横向空间变量; $L_D = |nk_0| \omega_0^2$ 为衍射长度, $k_0 = \omega \sqrt{\epsilon_0 \mu_0}$ 为真空中的波数, ω_0 为入射电磁波的宽度; $\rho = \rho_e + \rho_m$ 和 $\sigma = \sigma_e + \sigma_m$ 分别为非线性系数和非线性吸收系数, $\rho_e = \text{sgn}(\chi_p) L_D / L_{ENL}$, $\rho_m = \text{sgn}(\chi_m) a L_D / L_{HNL}$, $\sigma_e = \text{sgn}(\chi_p) \mu_{ri} L_D / (\mu_{rr} L_{ENL})$, $\sigma_m = \text{sgn}(\chi_m) a (\epsilon_{ri} / \epsilon_{rr} - \mu_{ri} / \mu_{rr}) L_D / (2L_{HNL})$, $\delta = nk_0 L_D (\epsilon_{ri} / \epsilon_{rr} + \mu_{ri} / \mu_{rr}) / 2$ 为线性增益/损耗系数,这里 $a = 16 / [4 + (\mu_{ri} / \mu_{rr} - \epsilon_{ri} / \epsilon_{rr})^2]$; $L_{ENL} = |2n / (k_0 \mu_{rr} \chi_p E_0^2)|$ 和 $L_{HNL} = |2n / (k_0 \epsilon_{rr} \chi_m H_0^2)|$ 分别为电非线性长度和磁非线性长度, E_0 和 H_0 分别为电场和磁场的幅度。根据 Drude 模型^[13,30], $\mu_{rr}(\bar{\omega}) = 1 - \bar{\omega}_p^2 / (\bar{\omega}^2 + \bar{\gamma}_m^2)$, $\epsilon_{rr}(\bar{\omega}) = 1 - 1 / (\bar{\omega}^2 + \bar{\gamma}_e^2)$, $\mu_{ri}(\bar{\omega}) = \bar{\gamma}_m \bar{\omega}_p^2 / [\bar{\omega}(\bar{\omega}^2 + \bar{\gamma}_m^2)]$, $\epsilon_{ri}(\bar{\omega}) = \bar{\gamma}_e / [\bar{\omega}(\bar{\omega}^2 + \bar{\gamma}_e^2)]$, 式中 $\bar{\omega} = \omega / \omega_{pe}$, $\bar{\omega}_p = \omega_{pm} / \omega_{pe}$, $\bar{\gamma}_e = \gamma_e / \omega_{pe}$ 和 $\bar{\gamma}_m = \gamma_m / \omega_{pe}$, ω_{pe} 和 ω_{pm} 分别为电等离子体频率和磁等离子体频率, γ_e 和 γ_m 分别为电损耗/增益系数和磁损耗/增益系数。为了简化后面的分析,取 $L_D = 10 \bar{\omega}^2 \mu_{rr} L_{ENL} = 10 \bar{\omega}^2 \epsilon_{rr} L_{HNL}$, $\omega_{pe}^2 k_0^2 \approx 1$ ^[30]。当超材料中的损耗可以被忽略或完全补偿时, μ_{ri} 和 ϵ_{ri} 为 0, 此时(1)式中的 σ, δ 消失, (1)式可简化为无增益/损耗的非线性薛定谔方程。不包含 σ 和 δ 项的简化非线性薛定谔方程的精确亮暗孤子解已被详细研究^[20,22]。当含有 σ 和 δ 项时, Xiang 等^[30]研究了线性损耗和磁导率引起的非线性吸收, Li 等^[25]采用拟解法研究了(1)式精确的亮暗孤子解及其特性。本研究拟通过 Hirota 方法^[31]求解(1)式中的精确的啁啾暗孤子解,并探索它在不同非线性超材料中的传输特性。

假设

$$\Psi(Z, X) = \frac{G(Z, X) \exp[i(KX - \Omega Z)]}{F(Z, X)^{1+\alpha}}, \quad (2)$$

式中, $G(Z, X)$ 为复可微函数, $F(Z, X)$ 为实函数, K, Ω 和 λ 为实常数。将(2)式代入(1)式中,可得(1)式的双线性形式:

$$\frac{F}{(\rho + i\sigma)G} \left[\Omega - \frac{1}{2} \text{sgn}(n) K^2 + iD_{\lambda,z} + i \text{sgn}(n) K D_{\lambda,x} + \frac{1}{2} \text{sgn}(n) D_{\lambda,x}^2 \right] (G \cdot F) = \frac{1}{4} \frac{\text{sgn}(n)(1+i\lambda)(2+i\lambda)}{\rho + i\sigma} D_{0,x}^2 F \cdot F - |G|^2, \quad (3)$$

式中 $D_{\lambda,x}$ 为 Hirota 双线性算符, 表达式为

$$D_{\lambda,x}(G \cdot F) = \left[\frac{\partial}{\partial X} - (1+i\lambda) \frac{\partial}{\partial X'} \right] G(X)F(X') \Big|_{X'=X}. \quad (4)$$

为了获得解析的孤子解, 将 $F(Z, X)$ 和 $G(Z, X)$ 进行泰勒级数展开:

$$\begin{cases} F(Z, X) = 1 + \nu f_1(Z, X) + \nu^2 f_2(Z, X) + \nu^3 f_3(Z, X) + \dots \\ G(Z, X) = 1 + \nu g_1(Z, X) + \nu^2 g_2(Z, X) + \nu^3 g_3(Z, X) + \dots \end{cases}, \quad (5)$$

式中, ν 为泰勒级数展开参数, 可取 $\nu=1$ 。将(5)式代入(3)式中, 并令 ν 的各次幂项的系数为 0, 经过一系列计算简化, 可得到(1)式中的精确孤子解:

$$\Psi(Z, X) = \frac{g[1 - \exp(\eta X - \kappa Z)]}{[1 + \exp(\eta X - \kappa Z)]^{1+i\lambda}} \times \exp[i(KX - \Omega Z)], \quad (6)$$

式中

$$\lambda = \frac{-3\rho \pm \sqrt{9\rho^2 + 8\sigma^2}}{2\sigma}, \quad (7)$$

$$\eta^2 = \frac{8\delta}{3\lambda \text{sgn}(n)}, \quad (8)$$

$$\kappa = \eta K \text{sgn}(n) - \frac{4\delta}{3}, \quad (9)$$

$$\Omega = \frac{1}{2} \text{sgn}(n) K^2 - \rho |g|^2, \quad (10)$$

$$|g|^2 = -\frac{\delta}{\sigma}, \quad (11)$$

式中, g 为复参数, K 为自由实常数, 为了简单起见, 本研究取 $K=1$ 。由孤子解的表达式可求出其强度

$$|\Psi|^2 = |g|^2 \left[\frac{1 - \exp(\eta X - \kappa Z)}{1 + \exp(\eta X - \kappa Z)} \right]^2 \quad (12)$$

和空间频率啁啾

$$\delta\omega = \eta\lambda \frac{\exp(\eta X - \kappa Z)}{1 + \exp(\eta X - \kappa Z)}. \quad (13)$$

从(12)式和(13)式容易推知, 孤子解(6)式是一个具有非线性空间频率啁啾的暗孤子解。为了保证啁啾暗孤子解的存在, 从其参数表达式(7)~(11)式可知, 三阶非线性系数 ρ , 线性增益 δ 和非线性吸收 σ 应该满足两个条件:

$$\begin{cases} C_1 = \sigma\delta < 0 \\ C_2 = (-3\rho \pm \sqrt{9\rho^2 + 8\sigma^2}) \text{sgn}(n) < 0 \end{cases}. \quad (14)$$

(1)式的模型参数与超材料的非线性电极化率和磁极化率、介电常数和磁导率直接相关, 因此啁啾暗孤子解的存在条件与非线性电和/或磁极化率及入射电磁波频率密切相关。

图 1 给出了当 $\omega_{pm}/\omega_{pe} = 0.8$ 时存在条件 $C_1 = \sigma\delta$ 和 $C_2 = (-3\rho \pm \sqrt{9\rho^2 + 8\sigma^2}) \text{sgn}(n)$ 在不同非线性极化超材料中随 $\bar{\omega}$ 变化的曲线。值得注意的是, $\bar{\omega}$ 为归一化的频率, 当光频超材料中电等离子体频率 ω_{pe} 取 1.37×10^{16} rad/s 时^[30], $\omega < 1.10 \times 10^{16}$ rad/s, 1.10×10^{16} rad/s $< \omega < 1.37 \times 10^{16}$ rad/s 和 $\omega > 1.37 \times 10^{16}$ rad/s 分别对应负折射区、禁带和正折射区。从图 1 中可以看出, 在不同的非线性电和/或磁极化情况下, 存在不同的区域可以满足条件 $C_1 < 0$ 和 $C_2 < 0$ 。综合分析图 1, 同时满足存在条件 $C_1 < 0$ 和 $C_2 < 0$ 时该暗孤子解存在的区域如表 1 所示。其中 (χ_p, χ_m) 代表电极化率和磁极化率的组合, $\chi_p = \pm 1$ 表示自聚焦/自散焦的电非线性极化, $\chi_m = \pm 1$ 表示自聚焦/自散焦的磁非线性极化。注意到暗孤子解的参数表达式(7)式和存在条件中可取“+”或“-”, 为了方便起见, 取“+”和“-”时对应的暗孤子分别命名为 DSI 和 DSII。由表 1 可知, DSI 存在于 5 种非线性组合 (χ_p, χ_m) 的负折射区, DSII 存在于 4 种非线性组合的超材料的正折射区。下面详细研究在不同电和磁非线性超材料中暗孤子的传输特性。

3 超材料中啁啾暗孤子的特性

根据(6)式, 可求出暗孤子的背景幅度

$$|\Psi(Z, X)|_{\max} = \sqrt{-\delta/\sigma} \quad (15)$$

和其半峰全宽

$$\omega_{1/2} = \frac{1}{4} \sqrt{6\lambda \text{sgn}(n)/\delta} \ln(17 + 12\sqrt{2}), \quad (16)$$

结合孤子参数和理论模型参数的表达式, 从(13)式,

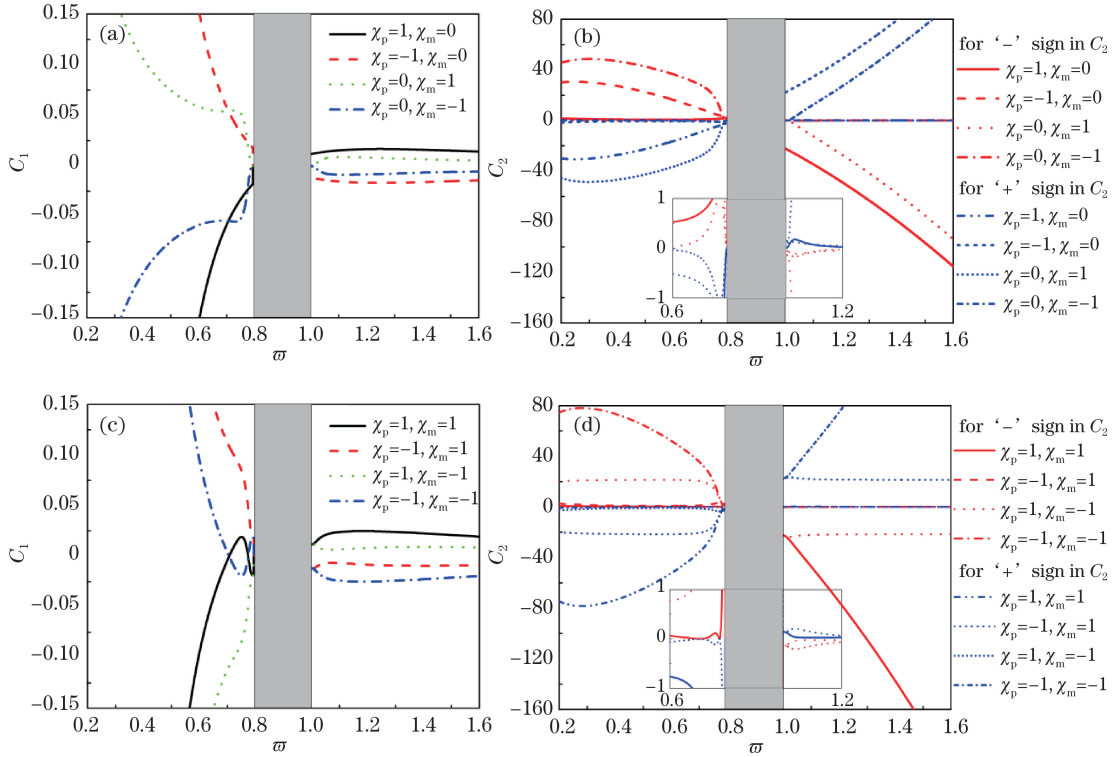


图 1 $\omega_{pm}/\omega_{pe}=0.8$ 时, C_1 和 C_2 与归一化频率 $\tilde{\omega}$ 的变化曲线。(a) (b) $\chi_p=0$ 或 $\chi_m=0$; (c) (d) $\chi_p \neq 0$ 和 $\chi_m \neq 0$

Fig. 1 C_1 and C_2 versus normalized frequency $\tilde{\omega}$ at $\omega_{pm}/\omega_{pe}=0.8$. (a) (b) $\chi_p=0$ or $\chi_m=0$; (c) (d) $\chi_p \neq 0$ and $\chi_m \neq 0$

表 1 不同电和/或磁非线性超材料中 DSI 和 DSII 的存在区域

Table 1 Existence regions of DSI and DSII in electronic and/or magnetic nonlinear metamaterials

Soliton type	Region of n	Range of $\tilde{\omega}$	(χ_p, χ_m)
DSI	$n < 0$	$\tilde{\omega} < 0.8$	$(1, 0)$
	$n < 0$	$\tilde{\omega} < 0.8$	$(0, -1)$
	$n < 0$	$\tilde{\omega} < 0.706$ or $\tilde{\omega} > 0.774$	$(1, 1)$
	$n < 0$	$\tilde{\omega} < 0.8$	$(1, -1)$
	$n < 0$	$0.706 < \tilde{\omega} < 0.774$	$(-1, -1)$
DSII	$n > 0$	$\tilde{\omega} > 1.0$	$(-1, 0)$
	$n > 0$	$\tilde{\omega} > 1.0$	$(0, -1)$
	$n > 0$	$\tilde{\omega} > 1.0$	$(-1, 1)$
	$n > 0$	$\tilde{\omega} > 1.0$	$(-1, -1)$

(15)式和(16)式容易推知,该啁啾暗孤子的背景幅度、半峰全宽和空间啁啾取决于由 χ_p, χ_m 和入射电磁波归一化频率 $\tilde{\omega}$ 决定的模型系数 ρ, δ 和 σ 。这表明,当满足存在条件即非线性吸收和线性增益平衡时,可以通过选择不同入射电磁波频率和不同非线性的超材料来控制啁啾暗孤子的背景幅度、半峰全宽和啁啾特性。

3.1 电或磁单非线性极化 ($\chi_p=0$ 或 $\chi_m=0$)

根据表 1, DSI 存在于自聚焦非线性电极化

(χ_p, χ_m) = (1, 0) 超材料的负折射区和自散焦非线性磁极化 (χ_p, χ_m) = (0, -1) 超材料的负折射区, DSI 在这两个区域中的传输特性如图 2 所示。图 2(a₁)和 2(b₁)为 $\tilde{\omega}=0.7$ 时 DSI 的初始分布和传输了 50 个衍射长度的精确分布和数值模拟分布。从图中清楚看到,在传输 50 个长度后,数值模拟结果和精确解可以很好地吻合,证实了啁啾暗孤子 DSI 在这两种非线性超材料中的存在。对比图 2(a₁)和 2(b₁)可知,在相同归一化频率 $\tilde{\omega}$ 下, (χ_p, χ_m) = (1, 0) 的超材料中 DSI 传输速度明显要快,而且波束宽度也窄得多。其背景幅度和半峰全宽随归一化频率 $\tilde{\omega}$ 变化的曲线如图 2(a₂)和 2(b₂)所示。在 (χ_p, χ_m) = (1, 0) 的超材料中, DSI 的背景幅度随归一化频率 $\tilde{\omega}$ 的增加缓慢减小,而半峰全宽随着归一化频率 $\tilde{\omega}$ 的增加迅速增大;而在 (χ_p, χ_m) = (0, -1) 的超材料中, DSI 的背景幅度随归一化频率的增加而递减,而半峰全宽随归一化频率的增加先增加后减小。图 2(a₃)和 2(b₃)所示为对应的空间啁啾在不同归一化频率下的变化曲线。在 (χ_p, χ_m) = (1, 0) 和 (χ_p, χ_m) = (0, -1) 这两种非线性超材料中, DSI 的非线性空间啁啾在波束中心位置附近从零开始线性增加,然后趋于一恒定的正值,且在这两种情况下,归一化频率越小,啁啾幅度增加越快。

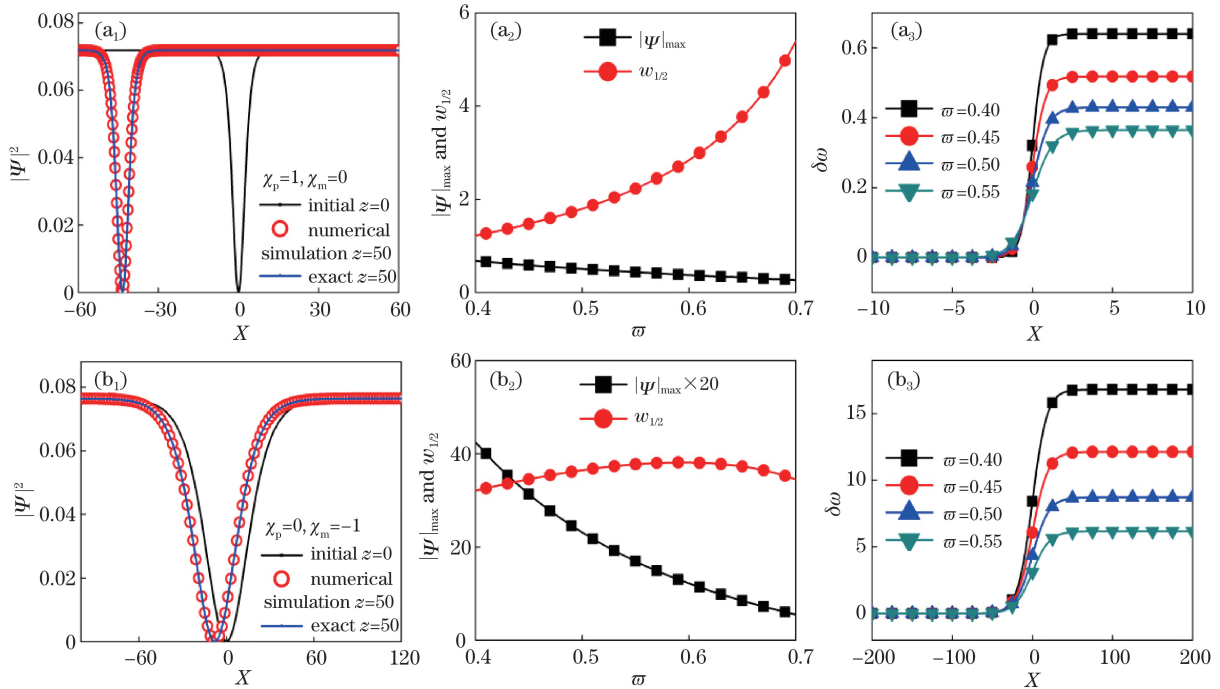


图 2 电或磁单非线性极化时 DSI 的传输特性图。(a₁) (χ_p, χ_m) = (1, 0)、 $\bar{\omega} = 0.7$ 时 DSI 的初始分布和传输 50 个衍射长度的分布;(a₂) (χ_p, χ_m) = (1, 0) 时 DSI 的背景幅度和半峰全宽与归一化频率的关系曲线,(a₃) (χ_p, χ_m) = (1, 0) 时 DSI 的空间啁啾曲线;(b₁) (χ_p, χ_m) = (0, -1)、 $\bar{\omega} = 0.7$ 时 DSI 的初始分布和传输 50 个衍射长度的分布;(b₂) (χ_p, χ_m) = (0, -1) 时 DSI 的背景幅度和半峰全宽随频率的变化曲线;(b₃) (χ_p, χ_m) = (0, -1) 时 DSI 的空间啁啾曲线

Fig. 2 Transmission characteristics of DSI for electrical or magnetic single nonlinear polarization. (a₁) Initial profile and distribution of DSI after propagating 50 diffraction lengths when (χ_p, χ_m) = (1, 0) and $\bar{\omega} = 0.7$; (a₂) background amplitude and full width at half maximum of DSI versus normalized frequency when (χ_p, χ_m) = (1, 0); (a₃) spatial chirp when (χ_p, χ_m) = (1, 0); (b₁) initial profile and distribution of DSI after propagating 50 diffraction lengths when (χ_p, χ_m) = (0, -1) and $\bar{\omega} = 0.7$; (b₂) background amplitude and full width at half maximum of DSI versus normalized frequency when (χ_p, χ_m) = (0, -1); (b₃) spatial chirp when (χ_p, χ_m) = (0, -1)

同样地,由表 1 可知,自散焦非线性电极化 (χ_p, χ_m) = (-1, 0) 超材料的正折射区和自散焦非线性磁极化 (χ_p, χ_m) = (0, -1) 超材料的正折射区可以存在 DSII, 其相关特性如图 3 所示。从图 3(a₁)和 3(b₁)可以看出,DSII 在传输 50 个衍射长度后,孤子的精确分布和数值模拟结果同样可以很好地吻合;而且在这两种非线性超材料中,当归一化频率 $\bar{\omega} = 1.4$ 时,DSII 具有大致相同宽度,其背景幅度也差别不大,速度都随着传输距离的增加而减慢。从图 3(a₂)和 3(b₂)可以看出,在两种非线性超材料中,DSII 的背景幅度几乎不随归一化频率的变化而变化,而半峰全宽变化明显,入射电磁波的频率越高,DSII 的宽度越窄。DSII 的空间啁啾曲线如图 3(a₃)和 3(b₃)所示,在 (χ_p, χ_m) = (-1, 0) 和 (χ_p, χ_m) = (0, -1) 这两种非线性超材料中,DSII 的啁啾变化规律也基本相同,在波束中心位置的两侧从零啁啾线性减小为负啁啾,然后趋于一恒定的负

值,且归一化频率越大,啁啾的绝对值越小。

对比在电或磁的非线性超材料中 DSII 和 DSI 的背景幅度、半峰全宽和啁啾等特性可发现,二者具有很大的不同。DSII 和 DSI 的背景幅度和半峰全宽完全由其模型的参数决定,与传统孤子的强度和波束宽度成反比的关系完全不同,因此该暗孤子实质上是一种暗自孤子。DSII 存在于正折射区,在传输过程中速度逐渐减慢,而 DSI 存在于负折射区,传输过程中速度逐渐增加;DSII 的波束宽度远小于 DSI 的波束宽度,DSII 具有负啁啾,而 DSI 具有正的啁啾。

3.2 电和磁双非线性极化 ($\chi_p \neq 0$ 和 $\chi_m \neq 0$)

对于电和磁双非线性极化超材料,DSI 可以存在于 (χ_p, χ_m) = (1, -1) 的超材料的全部负折射区域,但仅存在于 (χ_p, χ_m) = (1, 1) 和 (-1, -1) 的部分负折射区域,如表 1 所示。图 4(a₁), 4(b₁) 和 4(c₁) 给出了在对应的三种双非线性情况下 $\bar{\omega}$ 分别

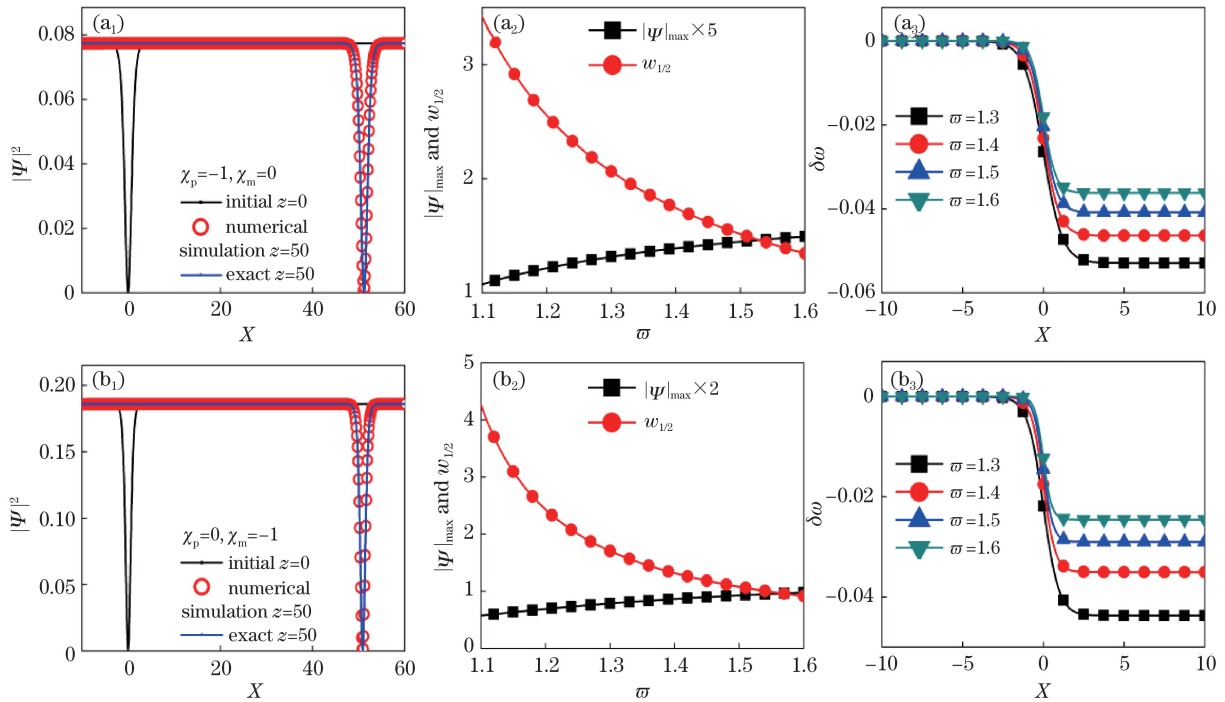


图 3 电或磁单非线性极化时 DSII 的传输特性图。(a₁) (χ_p, χ_m) = (-1, 0), $\bar{\omega} = 1.4$ 时 DSII 的初始分布和传输 50 个衍射长度的分布;(a₂) (χ_p, χ_m) = (-1, 0) 时 DSII 的背景幅度和半峰全宽与归一化频率的关系曲线;(a₃) (χ_p, χ_m) = (-1, 0) 时 DSII 的空间啁啾曲线;(b₁) (χ_p, χ_m) = (0, -1), $\bar{\omega} = 1.4$ 时 DSII 的初始分布和传输 50 个衍射长度的分布;(b₂) (χ_p, χ_m) = (0, -1) 时 DSII 的背景幅度和半峰全宽随频率的变化曲线;(b₃) (χ_p, χ_m) = (0, -1) 时 DSII 的空间啁啾曲线

Fig. 3 Transmission characteristics of DSII for electrical or magnetic single nonlinear polarization. (a₁) Initial profile and distribution of DSII after propagating 50 diffraction lengths when (χ_p, χ_m) = (-1, 0) and $\bar{\omega} = 1.4$; (a₂) background amplitude and full width at half maximum of DSII versus normalized frequency when (χ_p, χ_m) = (-1, 0); (a₃) spatial chirp when (χ_p, χ_m) = (-1, 0); (b₁) initial profile and distribution of DSII after propagating 50 diffraction lengths when (χ_p, χ_m) = (0, -1) and $\bar{\omega} = 1.4$; (b₂) background amplitude and full width at half maximum of DSII versus normalized frequency when (χ_p, χ_m) = (0, -1); (b₃) spatial chirp when (χ_p, χ_m) = (0, -1)

为 0.78, 0.7 和 0.74 时 DSI 传输 50 个衍射长度的精确分布和数值分布, 数值模拟结果和解析结果也完全吻合。由于三种双非线性情况下 DSI 存在的归一化频率区间不同, 如图 4(a₁)、4(b₁) 和 4(c₁) 所示, 暗孤子具有不同的传输速度、波束宽度和背景强度。在 (χ_p, χ_m) = (-1, -1) 超材料中, 孤子的传输速度几乎不变, 而其他两种非线性情况下 DSI 在传输过程中速度会不同程度地增加; 而且 DSI 背景幅度和半峰全宽随归一化频率变化的趋势完全不同, 在图 4(a₂) 中, DSI 背景幅度和半峰全宽几乎不随入射频率的改变而改变, 在图 4(b₂) 中, DSI 背景幅度和半峰全宽随入射频率变化的趋势相反, 在图 4(c₂) 中, DSI 的背景幅度和半峰全宽随入射频率变化的趋势相同。另外, DSI 在三种双非线性极化下, 其啁啾随归一化频率变化的趋势相同, DSI 的啁啾在中心位置附近线性增加, 然后达到一

恒定的正值, 该恒定的值随着归一化频率的增加而减小。这与图 2 中 DSI 在单非线性超材料中啁啾特性类似。

如表 1 所示, DSII 存在于 (χ_p, χ_m) = (-1, 1) 和 (-1, -1) 两种双非线性超材料的正折射区, 其传输特性如图 5 所示。与前面几种情况相同, 首先对解析结果进行数值模拟验证, 如图 5(a₁) 和 5(b₁), 传输了 50 个长度后的数值模拟结果和精确解吻合地很好, 证实了这两种双非线性超材料中 DSII 的存在。比较图 5 和图 3 中对应各图可以发现, 在双非线性和单非线性超材料中, 虽然 DSII 的波束宽度、背景幅度和啁啾大小存在不同, 但其传输的速度都随着传输距离的增加逐渐减慢, 背景幅度随归一化频率的增加而增大, 波束宽度随归一化频率的增加而减小。在 (χ_p, χ_m) = (-1, 1) 非线性情况下, 空间频率啁啾的特性与图 3 中单非线性的情况也类似,

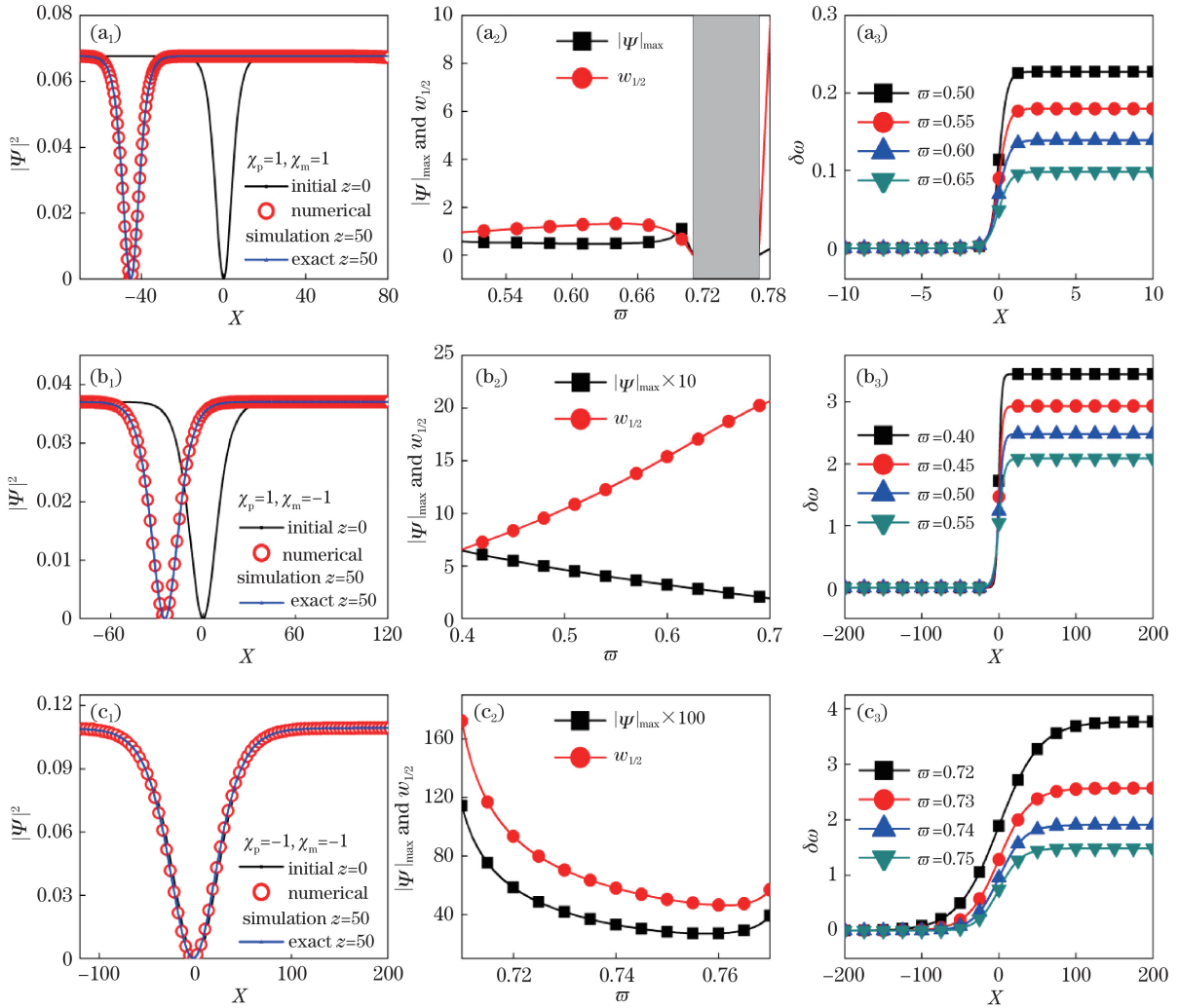


图 4 电和磁双非线性极化时 DSI 的传输特性图。(a₁) $(\chi_p, \chi_m) = (1, 1)$ 、 $\bar{\omega} = 0.78$ 时 DSI 的初始分布和传输 50 个衍射长度的分布;(a₂) $(\chi_p, \chi_m) = (1, 1)$ 时 DSI 的背景幅度和半峰全宽与归一化频率的关系曲线,(a₃) $(\chi_p, \chi_m) = (1, 1)$ 时 DSI 的空间啁啾曲线;(b₁) $(\chi_p, \chi_m) = (1, -1)$ 、 $\bar{\omega} = 0.7$ 时 DSI 的初始分布和传输 50 个衍射长度的分布;(b₂) $(\chi_p, \chi_m) = (1, -1)$ 时 DSI 的背景幅度和半峰全宽随频率的变化曲线;(b₃) $(\chi_p, \chi_m) = (1, -1)$ 时 DSI 的空间啁啾曲线;(c₁) $(\chi_p, \chi_m) = (-1, -1)$ 、 $\bar{\omega} = 0.74$ 时 DSI 的初始分布和传输 50 个衍射长度的分布;(c₂) $(\chi_p, \chi_m) = (-1, -1)$ 时 DSI 的背景幅度和半峰全宽随频率的变化曲线;(c₃) $(\chi_p, \chi_m) = (-1, -1)$ 时 DSI 的空间啁啾曲线

Fig. 4 Transmission characteristics of DSI for electrical and magnetic double nonlinear polarization. (a₁) Initial profile and distribution of DSI after propagating 50 diffraction lengths when $(\chi_p, \chi_m) = (1, 1)$ and $\bar{\omega} = 0.78$; (a₂) background amplitude and full width at half maximum of DSI versus normalized frequency when $(\chi_p, \chi_m) = (1, 1)$; (a₃) spatial chirp when $(\chi_p, \chi_m) = (1, 1)$; (b₁) initial profile and distribution of DSI after propagating 50 diffraction lengths when $(\chi_p, \chi_m) = (1, -1)$ and $\bar{\omega} = 0.7$; (b₂) background amplitude and full width at half maximum of DSI versus normalized frequency when $(\chi_p, \chi_m) = (1, -1)$; (b₃) spatial chirp when $(\chi_p, \chi_m) = (1, -1)$; (c₁) initial profile and distribution of DSI after propagating 50 diffraction lengths when $(\chi_p, \chi_m) = (-1, -1)$ and $\bar{\omega} = 0.74$; (c₂) background amplitude and full width at half maximum of DSI versus normalized frequency when $(\chi_p, \chi_m) = (-1, -1)$; (c₃) spatial chirp when $(\chi_p, \chi_m) = (-1, -1)$

但在 $(\chi_p, \chi_m) = (-1, 1)$ 双非线性超材料中,空间频率啁啾几乎不随归一化频率的变化而变化。

综合比较图 3 和图 5 可以发现,不管是在仅具有电或磁极化的单非线性超材料中,还是在同时具

有电和磁极化的双非线性的超材料中,DSII 的速度都随传输距离的增加逐渐减慢,且总是具有负的空间频率啁啾,其背景强度和波束宽度也随入射波的归一化频率的变化而变化。这表明可以通过选择合

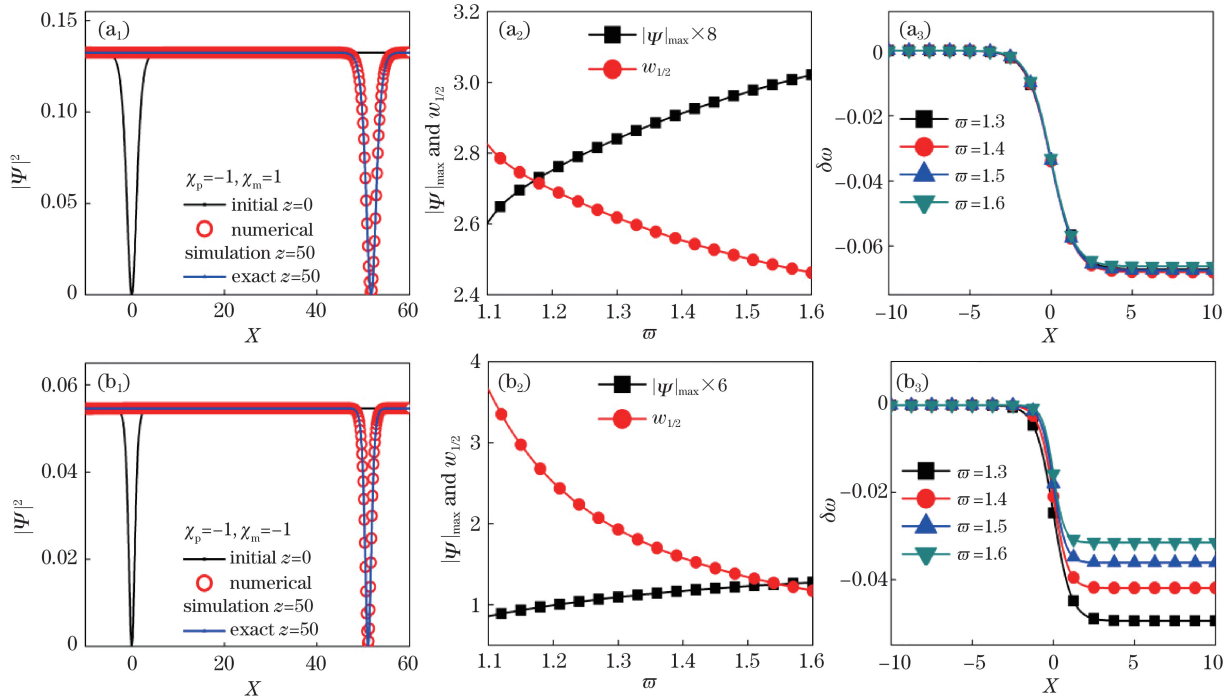


图 5 电和磁双非线性极化时 DSII 的传输特性图。(a₁) $(\chi_p, \chi_m) = (-1, 1)$ 、 $\bar{\omega} = 1.4$ 时 DSII 的初始分布和传输 50 个衍射长度的分布；(a₂) $(\chi_p, \chi_m) = (-1, 1)$ 时 DSII 的背景幅度和半峰全宽与归一化频率的关系曲线，(a₃) $(\chi_p, \chi_m) = (-1, 1)$ 时 DSII 的空间啁啾曲线；(b₁) $(\chi_p, \chi_m) = (-1, -1)$ 、 $\bar{\omega} = 1.4$ 时 DSII 的初始分布和传输 50 个衍射长度的分布；(b₂) $(\chi_p, \chi_m) = (-1, -1)$ 时 DSII 的背景幅度和半峰全宽随频率的变化曲线；(b₃) $(\chi_p, \chi_m) = (-1, -1)$ 时 DSII 的空间啁啾曲线

Fig. 5 Transmission characteristics of DSII for electrical and magnetic double nonlinear polarization. (a₁) Initial profile and distribution of DSII after propagating 50 diffraction lengths when $(\chi_p, \chi_m) = (-1, 1)$ and $\bar{\omega} = 0.78$; (a₂) background amplitude and full width at half maximum of DSII versus normalized frequency when $(\chi_p, \chi_m) = (-1, 1)$; (a₃) spatial chirp when $(\chi_p, \chi_m) = (-1, 1)$; (b₁) initial profile and distribution of DSII after propagating 50 diffraction lengths when $(\chi_p, \chi_m) = (-1, -1)$ and $\bar{\omega} = 1.4$; (b₂) background amplitude and full width at half maximum of DSII versus normalized frequency when $(\chi_p, \chi_m) = (-1, -1)$; (b₃) spatial chirp when $(\chi_p, \chi_m) = (-1, -1)$

适的非线性极化超材料和入射波频率来获得实际通信系统中利于传输的啁啾暗孤子。

4 结 论

研究了描述增益/损耗超材料中电磁波传输的非线性薛定谔方程,采用 Hirota 方法解析得到了非线性增益超材料中两个精确的空间啁啾暗孤子解。基于 Drude 模型,研究了该啁啾暗孤子 DSI 和 DSII 在不同电和/或磁极化非线性超材料中的存在条件、存在区域和传输特性,并进行了数值验证。研究发现,当线性增益和非线性吸收相互平衡时,DSI 存在于 5 种电和磁非线性组合超材料的负折射区,DSII 存在于 4 种电和磁非线性组合超材料的正折射区。在每一个存在区域,DSI 和 DSII 的传输特性都不同,其背景幅度和半峰全宽完全由其系统模型的参数决定,与传统孤子的强度和波束宽度成反比的关

系完全不同,因此该暗孤子实质上是一种自孤子。整体来说,存在于负折射区的 DSI,在传输过程中速度逐渐增加,而存在于正折射区的 DSII,在传输过程中速度逐渐减慢;DSII 的波束宽度远小于 DSI 的波束宽度;DSI 具有正的啁啾,而 DSII 具有负啁啾;DSI 和 DSII 的背景幅度、半峰全宽和空间啁啾都直接与其入射电磁波频率相关。这些研究结果表明,通过选择不同的非线性超材料和入射电磁波频率可以控制啁啾暗孤子的传输特性。本研究所获得的研究成果对于促进电磁波在非线性超材料中传输的理论和实验研究具有重要的意义。

参 考 文 献

- [1] Smith D R, Padilla W J, Vier D C, *et al.* Composite medium with simultaneously negative permeability and permittivity[J]. Physical Review Letters, 2000,

- 84(18): 4184.
- [2] Liu Y M, Zhang X. Metamaterials: a new Frontier of science and technology[J]. Chemical Society Reviews, 2011, 40(5): 2494-2507.
- [3] Chen H T, Taylor A J, Yu N F. A review of metasurfaces: physics and applications[J]. Reports on Progress in Physics, 2016, 79(7): 076401.
- [4] Guo B. 2D noncarbon materials-based nonlinear optical devices for ultrafast photonics [Invited] [J]. Chinese Optics Letters, 2018, 16(2): 020004.
- [5] Ding J W, Liang B M, Jiang Q, *et al.* Phase characteristic of near zero refractive index material and its application[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2017, 54(3): 031603.
丁俊伟, 梁斌明, 蒋强, 等. 近零折射率材料相位特性及应用[J]. 激光与光电子学进展, 2017, 54(3): 031603.
- [6] Guo B, Ouyang Q Y, Li S, *et al.* Dual-wavelength soliton laser based on graphene ternary composite[J]. Chinese Journal of Lasers, 2017, 44(7): 0703012.
郭波, 欧阳秋云, 李施, 等. 基于石墨烯三元复合材料的双波长孤子激光器[J]. 中国激光, 2017, 44(7): 0703012.
- [7] Popov A K, Shalaev V M. Compensating losses in negative-index metamaterials by optical parametric amplification[J]. Optics Letters, 2006, 31(14): 2169-2171.
- [8] Wuestner S, Pusch A, Tsakmakidis K L, *et al.* Overcoming losses with gain in a negative refractive index metamaterial[J]. Physical Review Letters, 2010, 105(12): 127401.
- [9] Boardman A D, Rapoport Y G, King N, *et al.* Creating stable gain in active metamaterials[J]. Journal of the Optical Society of America B, 2007, 24(10): A53-A61.
- [10] Lapine M, Shadrivov I V, Kivshar Y S. Colloquium: nonlinear metamaterials[J]. Reviews of Modern Physics, 2014, 86(3): 1093.
- [11] Wen S C, Dai X Y, Xiang Y J. Research advances in nonlinear optics of metamaterials[J]. Chinese Journal of Lasers, 2008, 35(6): 803-810.
文双春, 戴小玉, 项元江. 超常介质非线性光学研究进展[J]. 中国激光, 2008, 35(6): 803-810.
- [12] Lazarides N, Tsironis G P. Coupled nonlinear Schrödinger field equations for electromagnetic wave propagation in nonlinear left-handed materials[J]. Physical Review E, 2005, 71(3): 036614.
- [13] Scalora M, Syrchin M S, Akozbek N, *et al.* Generalized nonlinear Schrödinger equation for dispersive susceptibility and permeability: application to negative index materials[J]. Physical Review Letters, 2005, 95(23): 013902.
- [14] Wen S C, Xiang Y J, Dai X Y, *et al.* Theoretical models for ultrashort electromagnetic pulse propagation in nonlinear metamaterials[J]. Physical Review a, 2007, 75(3): 033815.
- [15] Li P G, Yang R C, Xu Z Y. Gray solitary-wave solutions in nonlinear negative-index materials[J]. Physical Review E, 2010, 82(4): 046603.
- [16] Wen S C, Wang Y W, Su W H, *et al.* Modulation instability in nonlinear negative-index material [J]. Physical Review E, 2006, 73(3): 036617.
- [17] Zhong X Q, Cheng K, Chiang K S. Modulation instability with arbitrarily high perturbation frequencies in metamaterials with nonlinear dispersion and saturable nonlinearity[J]. Journal of the Optical Society of America B, 2014, 31(7): 1484-1493.
- [18] Yang R C, Min X M, Tian J P, *et al.* Tunable modulation instability in metamaterials with pseudo-quintic nonlinearity, self-steepening effect and delayed Raman response[J]. The European Physical Journal D, 2016, 70(2).
- [19] Yi P, Xiang Y J, Dai X Y, *et al.* Spatiotemporal instabilities in nonlinear asymmetric oppositely directional coupler with a negative-index metamaterial channel[J]. Acta Optica Sinica, 2012, 32(4): 0419001.
易鹏, 项元江, 戴小玉, 等. 含负折射介质的反向定向耦合器的时空不稳定性研究[J]. 光学学报, 2012, 32(4): 0419001.
- [20] Boardman A D, Mitchell-Thomas R C, King N J, *et al.* Bright spatial solitons in controlled negative phase metamaterials [J]. Optics Communications, 2010, 283(8): 1585-1597.
- [21] Xu W H, Yang Z Y, Liu C, *et al.* Localized optical waves in defocusing regime of negative-index materials [J]. Chinese Physics Letters, 2017, 34(10): 100501.
- [22] Yang R C, Zhang Y. Exact combined solitary wave solutions in nonlinear metamaterials[J]. Journal of the Optical Society of America B, 2011, 28(1): 123-127.
- [23] Min X M, Yang R C, Tian J P, *et al.* Exact dipole solitary wave solution in metamaterials with higher-order dispersion[J]. Journal of Modern Optics, 2016, 63(sup3): S44-S50.
- [24] Yang R C, Min X M, Tian J P, *et al.* New types of exact quasi-soliton solutions in metamaterials[J]. Physica Scripta, 2016, 91(2): 025201.
- [25] Li J J, Yang R C, Tian J P, *et al.* Studies on propagation of autosolitons in nonlinear metamaterials [J]. Acta Sinica Quantum Optica, 2016, 22(4): 369-378.
李金金, 杨荣草, 田晋平, 等. 非线性超材料中自孤子的传输特性研究 [J]. 量子光学学报, 2016,

- 22(4): 369-378.
- [26] Inc M, Aliyu A I, Yusuf A, *et al.* Dark and combined optical solitons, and modulation instability analysis in dispersive metamaterial[J]. *Optik*, 2018, 157: 484-491.
- [27] Dontsop P Y G, Essama B G O, Dongo J M, *et al.* Akhmediev-Peregrine rogue waves generation in a composite right/left-handed transmission line[J]. *Optical and Quantum Electronics*, 2016, 48: 59.
- [28] Shen Y N, Kevrekidis P G, Veldes G P, *et al.* From solitons to rogue waves in nonlinear left-handed metamaterials[J]. *Physical Review E*, 2017, 95(3): 032223.
- [29] Biswas A, Ekici M, Sonmezoglu A, *et al.* Solitons in optical metamaterials with anti-cubic nonlinearity[J]. *The European Physical Journal Plus*, 2018, 133(5): 204.
- [30] Xiang Y J, Dai X Y, Wen S C, *et al.* Nonlinear absorption due to linear loss and magnetic permeability in metamaterials[J]. *Physical Review E*, 2012, 85(6): 066604.
- [31] Hirota R. *Direct Methods in Soliton Theory*[M]// Bullough R K, Caudrey P J, eds. *Topics in Current Physics*. Berlin, Heidelberg: Springer, 1980: 157-176.