基于对偶四元数构建的直线基元点云拼接方法

柴双武*, 杨晓琴**
太原理工大学矿业工程学院, 山西 太原 030024

摘要 当不同测站采集的点云数据存在遮挡时,无法获取完全对应的同名点特征,导致基于点特征的点云拼接方法失效。鉴于此,以同名直线特征为拼接基元,利用对偶四元数统一表示旋转参数和平移参数,依据基准测站和待拼接测站的平面法向量相等建立一种点云拼接平差模型来迭代求解平移向量和旋转矩阵;然后根据解析几何理论求解缩放系数,并将拼接后同名直线之间的单位方向向量和矩向量偏差中误差作为评价点云拼接精度的指标。实验结果表明,该平差模型能够实现存在遮挡问题的点云拼接,且拼接后同名直线矩向量偏差中误差可降低至 0.0247 m。此外,该模型不仅能保留对偶四元数不依赖参数初值、收敛速度快的优点,又能解除对直线段两端点为同名点的限制。

关键词 遥感; 对偶四元数; 直线基元; 法向量; 缩放系数; 点云拼接
中图分类号 P23 **文献标识码** A **doi**: 10.3788/AOS201939.1228006

Line Primitive Point Cloud Registration Method Based on Dual Quaternion

Chai Shuangwu*, Yang Xiaoqin**
College of Mining Engineering, Taiyuan University of Technology, Taiyuan, Shanxi 030024, *China*

Abstract The point cloud registration method that uses point features may fail owing to its inability to obtain corresponding points when the point cloud data collected by different stations has the occlusion problem. Therefore, a registration adjustment model is established in this study to iteratively calculate the translation vector and rotation matrix based on the equivalence of the plane normal vectors between the reference and unregistered stations; subsequently, the scale factor is evaluated based on the analytic geometry theory, and the medium errors with respect to the unit direction vector and moment vector deviations of the homonymous lines after registration are considered to be the indexes for evaluating the point cloud registration accuracy. The experimental results denote that the registration adjustment model can realize point cloud registration under the occlusion condition. Furthermore, the results denote that the medium errors of the moment vector deviations of the homonymous lines can be reduced to 0.0247 m after registration. This model not only retains the advantages of the dual quaternion regardless of the initial values of the parameters and the fast convergence rate, but also eliminates the restriction that the two endpoints of the lines need to be corresponding points.

Key words remote sensing; dual quaternion; straight line; normal vector; scale factor; point cloud registration
OCIS codes 280.3640; 280.4788; 280.5600

1 引 言

随着激光雷达(LiDAR)技术的发展以及广泛应用,围绕 LiDAR 点云数据处理算法的相关研究引起了许多学者的关注,其中点云拼接是 LiDAR 点云数据处理中比较关键的一步。常用的点云拼接方法主要有迭代最近点算法[1]及其改进方法[2-5]、四元数法[6]、七参数法[7]等,但它们大多是基于同名点特征[8]的拼接方法。当点云数据中存在遮挡情况时,由于很难获取精确对应的同名点,故这些方法的拼接效果可能会变差,相对于同名点,利用直线特征实现点云拼接可以克服这一缺点,能够提高拼接结果的可靠性。因此,有关学者尝试将直线作为拼接基元来解决该问题。Habib 等[9]提出一种能够解决

收稿日期: 2019-07-12; **修回日期**: 2019-08-12; **录用日期**: 2019-09-02
基金项目: 国家自然科学基金(51504159)
* **E-mail**: 2964633881@qq.com; ** **E-mail**: yangxiaoqin@tyut.edu.cn

摄影测量数据和点云数据直线特征配准问题的数学模型，该模型通过两对平行直线来求取旋转参数，两对不共面直线来确定缩放系数和平移参数，但其本质上仍采用欧拉角描述旋转矩阵，对于较大的旋转参数，若不能提供较为准确的初值，则易出现迭代不收敛现象，且该方法求解的平移参数会受旋转参数的影响。Guan 等[10]提出一种直线特征拼接方法，该方法要求直线两端点为同名点，且未考虑缩放系数，不能实现不同尺度的点云拼接。王永波等[11]对直线特征拼接方法进行改进，采用四元数表示旋转矩阵，但它存在将旋转参数和平移参数分开求解的问题。王永波等[12]利用 Plücker 直线坐标表示空间直线，以点到空间直线的距离等于 0 为理论依据，提出一种单位四元数点云拼接算法，但该算法仅用单位四元数表示旋转矩阵，使得旋转矩阵和平移向量之间存在一定程度的耦合误差。

为了弥补欧拉角及单位四元数的缺点，Walker 等[13]将对偶四元数引入点特征点云拼接中，从而实现刚体平移旋转运动的统一表示，随后，有学者[14-15]在其基础上考虑了尺度因子，使其适用性更广。在直线特征方面，盛庆红等[16]利用对偶四元数表征旋转平移参数，从 Plücker 直线坐标转换角度建立点云拼接模型，较好地发挥了直线的几何拓扑性，但它仅能应用于刚体变换领域，存在一定的局限性。袁志聪等[17]将对偶四元数法与单位四元数法、奇异值分解法、正交分解法进行对比分析，得出在估计点云刚体运动参数时可优先考虑对偶四元数法的结论。王永波等[18]以对偶四元数为基础，提出一种 Plücker 直线点云拼接非迭代解法，从而避免对函数线性化，但它仍未顾及缩放系数，因此不能直接应用于空间相似变换领域。

基于此，本文利用对偶四元数实现旋转平移参数的直接表征，提出一种顾及缩放系数的直线特征点云拼接模型，从一定程度上丰富了点云拼接模型。该模型可实现更高精度不同测站点云坐标的统一，且能直接应用于摄影测量和三维相似变换领域，具有重要的理论与现实意义。

2 点云拼接方法描述

2.1 对偶四元数的理论基础

对偶四元数是由四元数和几何代数发展而来，形式为[19]

$$\hat{\boldsymbol{p}}=\boldsymbol{k}+\varepsilon\boldsymbol{r}=[k_0\quad k_1\quad k_2\quad k_3]^{\mathrm{T}}+\varepsilon[r_0\quad r_1\quad r_2\quad r_3]^{\mathrm{T}},\tag{1}$$

式中：$\boldsymbol{k}$ 为对偶四元数 $\hat{\boldsymbol{p}}$ 的实部；$\boldsymbol{r}$ 为对偶四元数 $\hat{\boldsymbol{p}}$ 的对偶部；ε 为对偶运算符；k_0 和 k_1、k_2、k_3 分别为 $\boldsymbol{k}$ 的实部和虚部；r_0 和 r_1、r_2、r_3 分别为 $\boldsymbol{r}$ 的实部和虚部。

对偶四元数的实部和对偶部满足

$$\begin{cases}\boldsymbol{k}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{r}=0\\ \boldsymbol{k}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{k}=1\end{cases}。\tag{2}$$

根据对偶四元数的运算法则及性质，平移向量 $\boldsymbol{T}$ 和旋转矩阵 $\boldsymbol{R}$ 可表示为

$$\boldsymbol{T}=\begin{bmatrix}X_0\\ Y_0\\ Z_0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2k_0r_1-2k_1r_0+2k_2r_3-2k_3r_2\\ 2k_0r_2-2k_1r_3-2k_2r_0+2k_3r_1\\ 2k_0r_3+2k_1r_2-2k_2r_1-2k_3r_0\end{bmatrix},\tag{3}$$

$$\boldsymbol{R}=\begin{bmatrix}a_1&a_2&a_3\\ b_1&b_2&b_3\\ c_1&c_2&c_3\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}k_0^2+k_1^2-k_2^2-k_3^2 & 2k_1k_2-2k_0k_3 & 2k_1k_3+2k_0k_2\\ 2k_1k_2+2k_0k_3 & k_0^2-k_1^2+k_2^2-k_3^2 & 2k_2k_3-2k_0k_1\\ 2k_1k_3-2k_0k_2 & 2k_2k_3+2k_0k_1 & k_0^2-k_1^2-k_2^2+k_3^2\end{bmatrix},\tag{4}$$

式中：矩阵元素 a_1、a_2、a_3，b_1、b_2、b_3，c_1、c_2、c_3 为旋转角 φ，ω，κ 构成的方向余弦；X_0，Y_0，Z_0 为平移参数。

2.2 对偶四元数表征的直线基元点云拼接数学模型

如图 1 所示，设 CD 为待拼接测站 G 上的一条直线，而 AB 为基准测站 Q 上对应的同名直线，但直线 CD 和 AB 中的两端点并不一定为同名点。设待拼接测站点云缩放 λ 倍才能与基准测站点云的比例尺保持一致。线段 CD 的两端点记为 C（X_{GC}，Y_{GC}，Z_{GC}）和 D（X_{GD}，Y_{GD}，Z_{GD}），线段 AB 的两端点为 A（X_{QA}，Y_{QA}，Z_{QA}）和 B（X_{QB}，Y_{QB}，Z_{QB}），分别延长线段 GC 和 GD 交直线 AB 于 C'和 D'。由坐标系 G 转换到 Q 的旋转矩阵记为 $\boldsymbol{R}$，平移参数记为 X_0、Y_0、Z_0。

当待拼接测站 G 与基准测站 Q 上的点云完成拼接时，平面 GCD 的法向量 $\boldsymbol{N}_G$ 与平面 GAB 的法

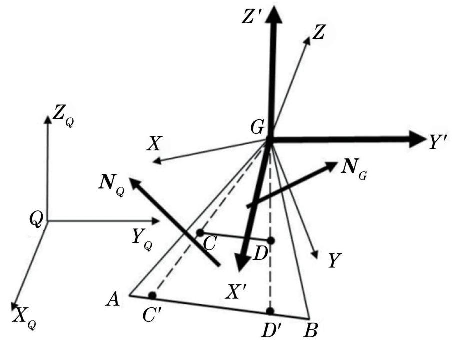

图 1　点云拼接示意图

Fig. 1　Diagram of point cloud registration

向量 $\boldsymbol{N}_Q$ 应相等[20]。若将 $Q\text{-}X_QY_QZ_Q$ 平移到新的坐标系 $G\text{-}X'Y'Z'$（其坐标系原点为 G，坐标轴与 $Q\text{-}X_QY_QZ_Q$ 坐标轴平行），则点 A 和点 B 在坐标系 $G\text{-}X'Y'Z'$ 下的坐标可分别表示为（$X_{QA}-X_0$，$Y_{QA}-Y_0$，$Z_{QA}-Z_0$）和（$X_{QB}-X_0$，$Y_{QB}-Y_0$，$Z_{QB}-Z_0$）。

此时，平面 GCD 与平面 GAB 的法向量 $\boldsymbol{N}_G$（N_{GX}，N_{GY}，N_{GZ}）和 $\boldsymbol{N}_Q$（N_{QX}，N_{QY}，N_{QZ}）为

$$\begin{cases}\boldsymbol{N}_G=\boldsymbol{G}_{GC}\times\boldsymbol{G}_{GD}\\ \boldsymbol{N}_Q=\boldsymbol{Q}_{GA}\times\boldsymbol{Q}_{AB}\end{cases},\tag{5}$$

式中：$\boldsymbol{G}_{GC}$，$\boldsymbol{G}_{GD}$，$\boldsymbol{Q}_{GA}$ 和 $\boldsymbol{Q}_{AB}$ 为向量；× 为向量叉乘；N_{GX}，N_{GY}，N_{GZ} 分别为向量 $\boldsymbol{N}_G$ 的 X，Y，Z 坐标；N_{QX}，N_{QY}，N_{QZ} 分别为向量 $\boldsymbol{N}_Q$ 的 X，Y，Z 坐标；$N_{GX}=Y_{GC}Z_{GD}-Y_{GD}Z_{GC}$，$N_{GY}=X_{GD}Z_{GC}-X_{GC}Z_{GD}$，$N_{GZ}=X_{GC}Y_{GD}-X_{GD}Y_{GC}$，$N_{QX}=(Y_{QA}-Y_0)(Z_{QB}-Z_{QA})-(Y_{QB}-Y_{QA})(Z_{QA}-Z_0)$，$N_{QY}=(X_{QB}-X_{QA})(Z_{QA}-Z_0)-(X_{QA}-X_0)(Z_{QB}-Z_{QA})$，$N_{QZ}=(X_{QA}-X_0)(Y_{QB}-Y_{QA})-(X_{QB}-X_{QA})(Y_{QA}-Y_0)$。

而平面 GCD 的法向量 $\boldsymbol{N}_G$ 与平面 GAB 的法向量 $\boldsymbol{N}_Q$ 的关系可描述为

$$\boldsymbol{N}_Q=m\boldsymbol{N}_G\boldsymbol{R}^{\mathrm{T}},\tag{6}$$

式中：m 为比例因子，$m=|\boldsymbol{N}_Q|/|\boldsymbol{N}_G|$。

展开(6)式，可得

$$\begin{cases}N_{QX}=maN\\ N_{QY}=mbN\\ N_{QZ}=mcN\end{cases},\tag{7}$$

式中：$aN=a_1N_{GX}+a_2N_{GY}+a_3N_{GZ}$；$bN=b_1N_{GX}+b_2N_{GY}+b_3N_{GZ}$；$cN=c_1N_{GX}+c_2N_{GY}+c_3N_{GZ}$。

将(7)式的第 1 个式子除以第 2 个式子、第 1 个式子除以第 3 个式子、第 2 个式子除以第 3 个式子，以消除比例因子 m，然后移项整理得

$$\begin{cases}N_{QX}bN-N_{QY}aN=0\\ N_{QX}cN-N_{QZ}aN=0\\ N_{QY}cN-N_{QZ}bN=0\end{cases}。\tag{8}$$

对(8)式按照 Taylor 公式展开，略去二次项以上的微小项，得误差方程为

$$\begin{cases}v_X=B_{11}dk_0+B_{12}dk_1+B_{13}dk_2+B_{14}dk_3+B_{15}dr_0+B_{16}dr_1+B_{17}dr_2+B_{18}dr_3-l_X\\ v_Y=B_{21}dk_0+B_{22}dk_1+B_{23}dk_2+B_{24}dk_3+B_{25}dr_0+B_{26}dr_1+B_{27}dr_2+B_{28}dr_3-l_Y\\ v_Z=B_{31}dk_0+B_{32}dk_1+B_{33}dk_2+B_{34}dk_3+B_{35}dr_0+B_{36}dr_1+B_{37}dr_2+B_{38}dr_3-l_Z\end{cases},\tag{9}$$

式中：v_X，v_Y，v_Z 为(8)式在 X 方向、Y 方向、Z 方向的误差；B_{1i}，B_{2i}，B_{3i}（$i=1,2,3,4$）分别为(8)式中的 3 个等式对 k_0，k_1，k_2，k_3 的偏导数；B_{1j}，B_{2j}，B_{3j}（$j=5,6,7,8$）分别为(8)式中的 3 个等式对 r_0，r_1，r_2，r_3 的偏导数；l_X，l_Y，l_Z 为常数项。

$$B_{1i}=\frac{\partial N_{QX}}{\partial k_{i-1}}bN+\frac{\partial bN}{\partial k_{i-1}}N_{QX}-\frac{\partial N_{QY}}{\partial k_{i-1}}aN-\frac{\partial aN}{\partial k_{i-1}}N_{QY},\tag{10}$$

$$B_{2i}=\frac{\partial N_{QX}}{\partial k_{i-1}}cN+\frac{\partial cN}{\partial k_{i-1}}N_{QX}-\frac{\partial N_{QZ}}{\partial k_{i-1}}aN-\frac{\partial aN}{\partial k_{i-1}}N_{QZ},\tag{11}$$

$$B_{3i}=\frac{\partial N_{QY}}{\partial k_{i-1}}cN+\frac{\partial cN}{\partial k_{i-1}}N_{QY}-\frac{\partial N_{QZ}}{\partial k_{i-1}}bN-\frac{\partial bN}{\partial k_{i-1}}N_{QZ},\tag{12}$$

$$B_{1j}=\frac{\partial N_{QX}}{\partial r_{j-5}}bN-\frac{\partial N_{QY}}{\partial r_{j-5}}aN;\ B_{2j}=\frac{\partial N_{QX}}{\partial r_{j-5}}cN-\frac{\partial N_{QZ}}{\partial r_{j-5}}aN;\ B_{3j}=\frac{\partial N_{QY}}{\partial r_{j-5}}cN-\frac{\partial N_{QZ}}{\partial r_{j-5}}bN。\tag{13}$$

$$l_X=N_{QZ}aN-N_{QX}bN;\ l_Y=N_{QZ}aN-N_{QX}cN;\ l_Z=N_{QZ}bN-N_{QY}cN,\tag{14}$$

将(9)式表示为矩阵形式，即

$$\boldsymbol{V}_d=\boldsymbol{B}_d\hat{\boldsymbol{X}}-\boldsymbol{L}_d,\tag{15}$$

式中:d 为第 d 对同名直线段;$\boldsymbol{V}_d$ 为 3×1 的残差向量,$\boldsymbol{V}_d=\begin{bmatrix}v_X\\v_Y\\v_Z\end{bmatrix}_d$;$\boldsymbol{B}_d$ 为 3×8 的系数矩阵,$\boldsymbol{B}_d=\begin{bmatrix}B_{11}&B_{12}&B_{13}&B_{14}&B_{15}&B_{16}&B_{17}&B_{18}\\B_{21}&B_{22}&B_{23}&B_{24}&B_{25}&B_{26}&B_{27}&B_{28}\\B_{31}&B_{32}&B_{33}&B_{34}&B_{35}&B_{36}&B_{37}&B_{38}\end{bmatrix}_d$;$\boldsymbol{L}_d$ 为 3×1 常数项,$\boldsymbol{L}_d=\begin{bmatrix}l_X\\l_Y\\l_Z\end{bmatrix}_d$;$\hat{\boldsymbol{X}}$ 为参数改正数,$\hat{\boldsymbol{X}}=[dk_0\ \ dk_1\ \ dk_2\ \ dk_3\ \ dr_0\ \ dr_1\ \ dr_2\ \ dr_3]^{\mathrm{T}}$。

设点云拼接过程中共选择 n 对同名直线段作为拼接基元,则总误差方程可表示为

$$\boldsymbol{V}=\boldsymbol{B}\hat{\boldsymbol{X}}-\boldsymbol{L},\tag{16}$$

式中:$\boldsymbol{V}$ 为 $3n\times1$ 的残差向量,$\boldsymbol{V}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{V}_1\\\vdots\\\boldsymbol{V}_n\end{bmatrix}$;$\boldsymbol{B}$ 为 $3n\times8$ 系数矩阵,$\boldsymbol{B}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{B}_1\\\vdots\\\boldsymbol{B}_n\end{bmatrix}$;$\boldsymbol{L}$ 为 $3n\times1$ 的常数项,$\boldsymbol{L}=\begin{bmatrix}\boldsymbol{L}_1\\\vdots\\\boldsymbol{L}_n\end{bmatrix}$。

对(2)式中对偶四元数的两个约束条件线性化,并表示为矩阵形式,有

$$\boldsymbol{C}\hat{\boldsymbol{X}}+\boldsymbol{W}_1=\boldsymbol{0},\tag{17}$$

式中:$\boldsymbol{C}$ 为约束条件方程的系数矩阵,$\boldsymbol{C}=\begin{bmatrix}r_0&r_1&r_2&r_3&k_0&k_1&k_2&k_3\\2k_0&2k_1&2k_2&2k_3&0&0&0&0\end{bmatrix}$;$\boldsymbol{W}_1$ 为约束条件方程的近似值,$\boldsymbol{W}_1=\begin{bmatrix}k_0r_0+k_1r_1+k_2r_2+k_3r_3\\k_0^2+k_1^2+k_2^2+k_3^2-1\end{bmatrix}$。

联立(16)式和(17)式,按照附有限制条件的间接平差方法求解,得

$$\hat{\boldsymbol{X}}=(\boldsymbol{N}_{bb}^{-1}-\boldsymbol{N}_{bb}^{-1}\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{N}_{cc}^{-1}\boldsymbol{C}\boldsymbol{N}_{bb}^{-1})\boldsymbol{W}-\boldsymbol{N}_{bb}^{-1}\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{N}_{cc}^{-1}\boldsymbol{W}_1,\tag{18}$$

式中:$\boldsymbol{N}_{bb}$ 为法方程系数矩阵,$\boldsymbol{N}_{bb}=\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}$;$\boldsymbol{W}$ 为法方程常数项,$\boldsymbol{W}=\boldsymbol{B}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{L}$;$\boldsymbol{N}_{cc}=\boldsymbol{C}\boldsymbol{N}_{bb}^{-1}\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}$。

2.3　拼接参数的确定

当有 $n>3$ 对直线不能同时与原点 G 共面时,才能正确求解平移和旋转参数。将对偶四元数的值代入(3)式和(4)式求出平移向量 $\boldsymbol{T}$ 和旋转矩阵 $\boldsymbol{R}$,并探讨如何确定缩放系数 λ。

如图 2 所示,点 G 为图 1 中坐标系 G-XYZ 的原点,过点 G 作直线 CD 的垂线,垂足为 M,其延长线交 AB 于 N,且记 $GM=H_G$,$GN=H_Q$。由 2.2 节知,当恢复平移旋转参数时,平面 GCD 与平面 GAB 共面。由于存在缩放系数 λ,故直线 CD 应平行于直线 AB,当 $\lambda=1$ 时,两直线重合。

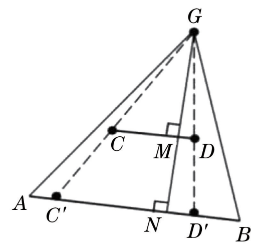

图 2　点云拼接简化示意图

Fig. 2　Simplified diagram of point cloud registration

在图 2 中,$\triangle GCD$ 的三个内角与 $\triangle GC'D'$ 的三个内角对应相等,故 $\triangle GCD\backsim\triangle GC'D'$,且 $\triangle GCD$ 的高与 $\triangle GC'D'$ 的高对应成比例,即 $H_Q=\lambda H_G$。而 H_Q 为 $\triangle GAB$ 和 $\triangle GC'D'$ 的高,故 H_Q 为

$$H_Q=\frac{|\boldsymbol{G}'_{GA}\times\boldsymbol{G}'_{GB}|}{|\boldsymbol{G}'_{AB}|},\tag{19}$$

式中:向量 $\boldsymbol{G}'_{GA}$,$\boldsymbol{G}'_{GB}$,$\boldsymbol{G}'_{AB}$ 统一用坐标系 G-$X'Y'Z'$ 表示,即 $\boldsymbol{G}'_{GA}=(X_{QA}-X_0,\ Y_{QA}-Y_0,\ Z_{QA}-Z_0)$,$\boldsymbol{G}'_{GB}=(X_{QB}-X_0,\ Y_{QB}-Y_0,\ Z_{QB}-Z_0)$,$\boldsymbol{G}'_{AB}=(X_{QB}-X_{QA},\ Y_{QB}-Y_{QA},\ Z_{QB}-Z_{QA})$。

$$H_G=\frac{|\boldsymbol{G}'_{GC}\times\boldsymbol{G}'_{GD}|}{|\boldsymbol{G}'_{CD}|},\tag{20}$$

式中:向量 $\boldsymbol{G}'_{GC}$,$\boldsymbol{G}'_{GD}$,$\boldsymbol{G}'_{CD}$ 统一用坐标系 G-$X'Y'Z'$ 表示,即 $\boldsymbol{G}'_{GC}=(X_{GC},\ Y_{GC},\ Z_{GC})\boldsymbol{R}^{\mathrm{T}}$,$\boldsymbol{G}'_{GD}=(X_{GD},\ Y_{GD},\ Z_{GD})\boldsymbol{R}^{\mathrm{T}}$,$\boldsymbol{G}'_{CD}=(X_{GD}-X_{GC},\ Y_{GD}-Y_{GC},\ Z_{GD}-Z_{GC})\boldsymbol{R}^{\mathrm{T}}$。

则缩放系数 λ 的计算公式为

$$\lambda=\frac{H_Q}{H_G}。\tag{21}$$

2.4　点云拼接精度评价

空间直线 L 的直线坐标可由单位方向向量 $\boldsymbol{l}$ 和矩向量 $\boldsymbol{s}$ 表示,它们可通过直线两端点的坐标向量确定 $\boldsymbol{P}_C$、$\boldsymbol{P}_D$[12],即

$$\begin{cases}\boldsymbol{l}=(\boldsymbol{P}_D-\boldsymbol{P}_C)/|\boldsymbol{P}_D-\boldsymbol{P}_C|\\\boldsymbol{s}=\boldsymbol{P}_C\times\boldsymbol{l}\end{cases}。\tag{22}$$

设基准测站提取的直线 AB 的单位方向向量为 $\boldsymbol{l}_Q$,矩向量为 $\boldsymbol{s}_Q$,待拼接测站提取的直线 CD 的单位方向向量为 $\boldsymbol{l}_G$,矩向量为 $\boldsymbol{s}_G$,直线 CD 在基准测站下的单位方向向量记为 $\boldsymbol{l}'_Q$,矩向量记为 $\boldsymbol{s}'_Q$,则

$$
\begin{cases}
\boldsymbol{l}'_Q = \dfrac{1}{|\boldsymbol{l}_{QCD}|}(X_{QD} - X_{QC}, Y_{QD} - Y_{QC}, Z_{QD} - Z_{QC}) \\
\boldsymbol{s}'_Q = \dfrac{1}{|\boldsymbol{l}_{QCD}|}(s'_{QX}, s'_{QY}, s'_{QZ})
\end{cases},
\tag{23}
$$

式中：$|\boldsymbol{l}_{QCD}|$表示直线 CD 在基准测站下的方向向量 $\boldsymbol{l}_{QCD}$ 的模；$s'_{QX} = Y_{QC}Z_{QD} - Y_{QD}Z_{QC}$，$s'_{QY} = X_{QD} \cdot Z_{QC} - X_{QC}Z_{QD}$，$s'_{QZ} = X_{QC}Y_{QD} - X_{QD}Y_{QC}$；$(X_{QD}, Y_{QD}, Z_{QD})$和$(X_{QC}, Y_{QC}, Z_{QC})$为点 C 和 D 根据拼接参数计算的基准测站下的坐标。

理论上，实现点云拼接后，直线 AB 与直线 CD 应该重合，即 $\boldsymbol{l}_Q = \boldsymbol{l}'_Q$，$\boldsymbol{s}_Q = \boldsymbol{s}'_Q$。由于不可避免地存在拼接误差，故第 d 对同名直线的单位方向向量偏差 $\Delta\boldsymbol{l}_d = (\Delta l_{Xd}, \Delta l_{Yd}, \Delta l_{Zd})$ 和矩向量偏差 $\Delta\boldsymbol{s}_d = (\Delta s_{Xd}, \Delta s_{Yd}, \Delta s_{Zd})$为

$$
\begin{cases}
\Delta\boldsymbol{l}_d = \boldsymbol{l}_{Qd} - \boldsymbol{l}'_{Qd} \\
\Delta\boldsymbol{s}_d = \boldsymbol{s}_{Qd} - \boldsymbol{s}'_{Qd}
\end{cases},
\tag{24}
$$

式中：$\boldsymbol{l}_{Qd}$，$\boldsymbol{l}'_{Qd}$ 分别为第 d 对同名直线在基准测站 Q 下的单位方向向量；$\boldsymbol{s}_{Qd}$ 和 $\boldsymbol{s}'_{Qd}$ 分别为第 d 对同名直线在基准测站 Q 下的矩向量。

由于共有 n 对同名直线参与点云拼接，故结合(24)式可知，同名直线的单位方向向量偏差中误差 $m_{\Delta l}$ 和矩向量偏差中误差 $m_{\Delta s}$ 分别为

$$
\begin{cases}
m_{\Delta l} = \left(\sum\limits_{d=1}^{n}\sqrt{\Delta l_{QXd}^2 + \Delta l_{QYd}^2 + \Delta l_{QZd}^2}\right)/n \\
m_{\Delta s} = \left(\sum\limits_{d=1}^{n}\sqrt{\Delta s_{QXd}^2 + \Delta s_{QYd}^2 + \Delta s_{QZd}^2}\right)/n
\end{cases},
\tag{25}
$$

式中：$\Delta\boldsymbol{l}$，$\Delta\boldsymbol{s}$ 分别为 n 对直线的同名直线单位方向向量偏差和矩向量偏差；Δl_{QXd}，Δl_{QYd}，Δl_{QZd} 分别为第 d 对同名直线单位方向向量偏差值的 X，Y，Z 坐标；Δs_{QXd}，Δs_{QYd}，Δs_{QZd} 分别为第 d 对同名直线矩向量偏差值的 X，Y，Z 坐标。

2.5　点云拼接方法的整体框架及具体流程

本文拼接方法的整体框架包括 6 部分，分别为：1)建立基于对偶四元数表征的直线基元点云拼接数学模型；2)依据平差理论对数学模型进行线性化处理；3)列出立误差方程；4)确定拼接参数；5)依据拼接参数实现待拼接测站与基准测站的点云拼接；6)对拼接精度进行评价。

在点云拼接的过程中，采用迭代方法求出参数的最优估计。算法具体流程为

1) 给定迭代初值：$\boldsymbol{k} = [1\ 0\ 0\ 0]$，$\boldsymbol{r} = [0\ 0\ 0\ 0]$。

2) 根据(16)式计算矩阵 $\boldsymbol{B}$ 和 $\boldsymbol{L}$，根据(17)式计算矩阵 $\boldsymbol{C}$ 和 $\boldsymbol{W}_1$。

3) 根据(18)式计算参数改正数 $\hat{\boldsymbol{X}}$，判断是否满足收敛条件，即 $\max\{dk_0, dk_1, dk_2, dk_3, dr_0, dr_1, dr_2, dr_3\} < 10^{-6}$。若不满足，则更新对偶四元数的值 $\boldsymbol{k} = \boldsymbol{k} + d\boldsymbol{k}$，$\boldsymbol{r} = \boldsymbol{r} + d\boldsymbol{r}$，并重复步骤 2)和 3)，直至满足收敛条件。

4) 若满足，则迭代终止。将对偶四元数的值代入(3)式和(4)式求出平移向量 $\boldsymbol{T}$ 和旋转矩阵 $\boldsymbol{R}$。根据(21)式计算缩放系数 λ。

5) 对点云拼接精度进行评价。根据(24)式计算同名直线单位方向向量偏差 $\Delta\boldsymbol{l}$ 和矩向量偏差 $\Delta\boldsymbol{s}$，再根据(25)式计算单位方向向量偏差中误差 $m_{\Delta l}$ 和矩向量偏差中误差 $m_{\Delta s}$。

图 3 为具体的点云拼接流程图。

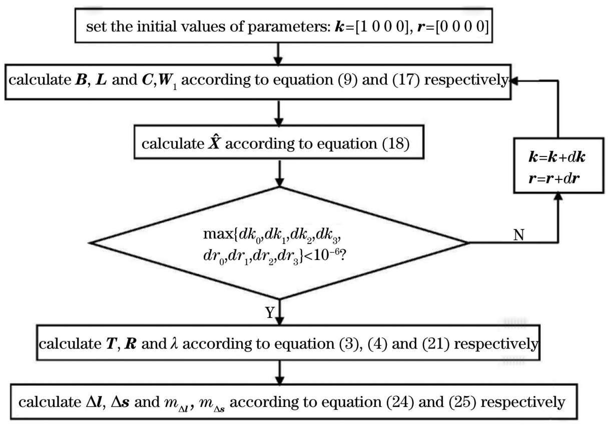

图 3　点云拼接算法流程图

Fig. 3　Flowchart of point cloud registration algorithm

3　结果与分析

本文算法利用 VC++2010.NET 和 VC# 2010.NET 编程，将文献[18]中 LMS-Z420i 系列设备采集的建筑物立面实测点云数据作为实验数据，来验证本文方法的可行性和有效性，并与文献[12]、文献[16]算法在计算结果、计算耗时及点云拼接精度方面进行比较分析。实验中共有 7 对从相邻测站提取的同名直线段数据，限于篇幅，本文不再列出。同名直线段的提取方法为：首先确定点云平面，然后通过面面相交提取相交直线[18]。图 4 为待拼接测和基准测站的建筑物立面点云数据，其中拼接前和拼接后直线的空间分布分别见图 5(a)和图 5(b)。待拼接测站和基准测站之间的缩放系数为 1。

由表 1 中 7 个转换参数的值可知，本文的拼接方法与另外两种方法的计算结果基本一致，且三种

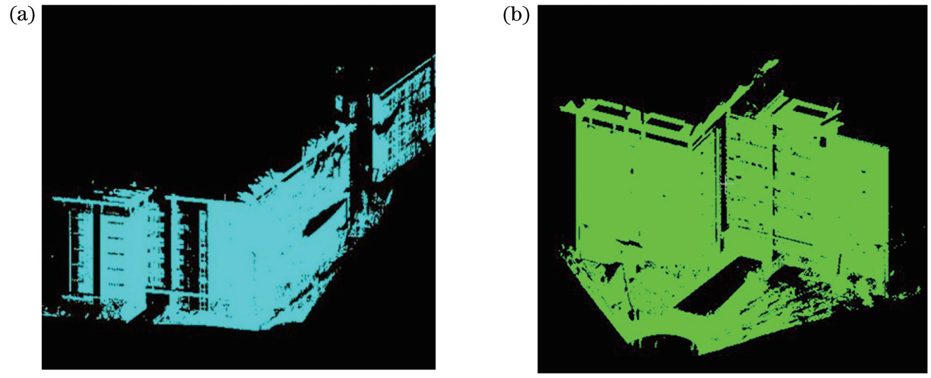

图 4　点云数据。(a)待拼接测站；(b)基准测站

Fig. 4　Point cloud data. (a) Unregistrated station; (b) reference station

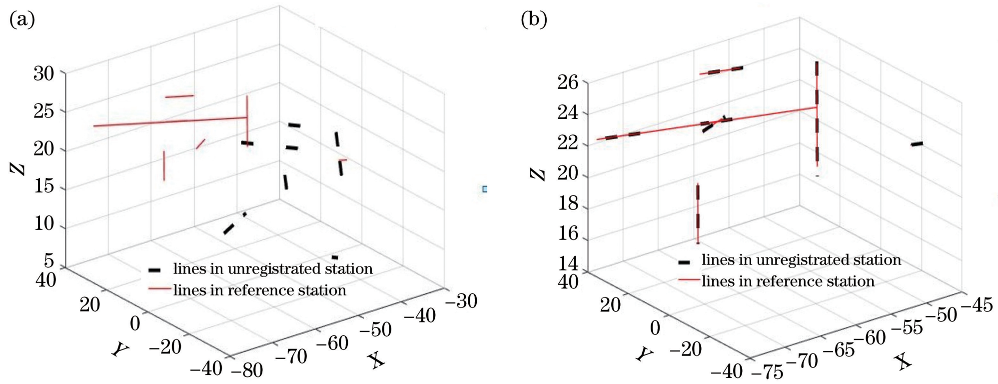

图 5　同名直线的空间分布。(a)拼接前；(b)拼接后

Fig. 5　Spatial distributions of homonymous lines. (a) Before registration; (b) after registration

方法计算的缩放系数均与 1 比较接近，故本文的拼接方法是可行的，且能为遮挡情况下的点云拼接问题提供一种解决方案。

表 1　不同方法的计算结果及耗时对比

Table 1　Comparison of results and time consumption of different methods

Method	Proposed method	Method in Ref. [12]	Method in Ref. [16]
λ	1.0009	0.9999	1.0005
φ /(°)	−10.4772	−10.4494	−10.4562
ω /(°)	−7.0829	−7.0653	−7.0710
κ /(°)	28.8969	28.8920	28.8998
X_0/m	−22.9648	−22.9776	−22.9683
Y_0/m	29.4204	29.4060	29.4138
Z_0/m	−2.3315	−2.2842	−2.2975
Time /s	0.1250	0.1460	0.1840

由表 1 知，本文方法耗时 0.125 s，文献[12]和文献[16]分别耗时 0.146 s 和 0.184 s，故本文方法相对于其他两种方法，具有较快的收敛速度。就计算精度方面而言，从表 2 可以看出，三种方法计算的同名直线单位方向向量偏差中误差均为0.0005 m，而本文方法、文献[12]及文献[16]计算的同名直线矩向量偏差中误差分别为 0.0247 m、0.0254 m及 0.0314 m。由此可见，本文方法在计算精度上优于文献[12]和文献[16]方法。而文献[12]和本文方法的矩向量偏差中误差仅相差 0.0007 m，这主要是因为本文方法借助对偶四元数统一表征旋转参数和平移参数，而文献[12]采用单位四元数描述旋转矩阵，但它并未同时顾及旋转参数和平移参数，使得它们之间存在一定的耦合误差，故本文方法优于文献[12]。文献[16]与本文方法计算出的矩向量偏差相差较大，这是因为它们之间旋转参数和平移参数的偏差对于矩向量具有较大的影响，从而导致出现较大的矩向量偏差。

从图 5(a)可以看出，在点云拼接前，细实线和粗虚线并不重合。而图 5(b)显示拼接后，同名直线能较好地重合。从图 6(a)可以看出，拼接前，待拼接测站和基准测站的点云数据存在较大的错位；由图 6(b)可知，拼接后，两测站的点云实现了正确拼接，套合程度较好。图7(a)和图7(b)分别给出文

表 2　点云拼接后不同方法计算的同名直线单位向量与矩向量偏差中误差对比

Table 2　Comparison of medium errors of unit vector and moment vector deviations of homonymous lines calculated by different methods after registration

Method	Δl_X	Δl_Y	Δl_Z	Mean square error $m_{\Delta l}$ /m	Δs_X	Δs_Y	Δs_Z	Mean square error $m_{\Delta s}$ /m
Proposed method	−0.0007	−0.0007	0.0002	0.0005	0.0064	−0.0126	−0.0077	0.0247
	0.0000	0.0000	−0.0007		−0.0100	−0.0337	0.0071	
	−0.0005	0.0001	0.0000		−0.0086	−0.0091	0.0028	
	0.0001	0.0001	−0.0001		−0.0056	−0.006	−0.0087	
	0.0000	0.0000	0.0004		0.0069	0.0183	−0.0002	
	−0.0001	−0.0003	0.0000		−0.0054	−0.0149	0.0204	
	−0.0003	−0.0003	0.0007		0.0255	0.0382	0.0221	
Method in Ref. [12]	0.0006	0.0005	0.0000	0.0005	−0.0142	0.012	−0.0097	0.0254
	−0.0001	0.0001	0.0000		−0.0018	0.0007	−0.0102	
	0.0000	−0.0004	0.0000		0.0139	−0.0004	0.0195	
	−0.0002	−0.0002	0.0002		0.0136	0.0141	0.0203	
	0.0000	−0.0001	−0.0002		−0.0009	−0.0129	0.0136	
	−0.0005	0.0000	0.0000		0.0000	−0.0100	0.0129	
	0.0001	0.0001	−0.0005		−0.0177	−0.0302	−0.0105	
Method in Ref. [16]	0.0007	0.0007	−0.0001	0.0005	−0.0154	0.0099	−0.0288	0.0314
	0.0000	0.0000	0.0003		0.0002	0.0172	−0.0140	
	0.0002	−0.0003	0.0000		0.0169	−0.0111	0.0120	
	−0.0001	−0.0001	0.0002		0.0067	0.0092	−0.0005	
	0.0000	0.0000	−0.0002		−0.0080	−0.0174	−0.0078	
	−0.0003	0.0001	0.0000		0.0019	−0.0182	0.0016	
	0.0002	0.0002	−0.0006		−0.0245	−0.0351	−0.0313	

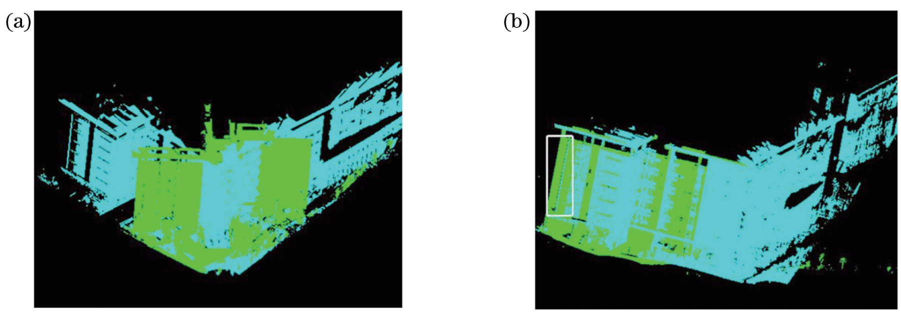

图 6　本文方法目视效果。(a)拼接前；(b)拼接后

Fig. 6　Visual effects of proposed method. (a) Before registration; (b) after registration

献[12]和文献[16]拼接后的目视效果。从图 6(b)、图 7(a)及图 7(b)可以看出，三种方法对两测站的整体拼接效果相差不大。但对于局部的拼接效果，尤其是矩形框区域，文献[12]拼接效果稍差于文献[16]，而本文方法拼接效果最好。因此，通过待拼接测站和基准测站的同名直线重合程度及点云数据的套合程度可以证明本文拼接方法是可行和有效的。

4　结　　论

针对点云数据存在遮挡的问题，提出一种基于

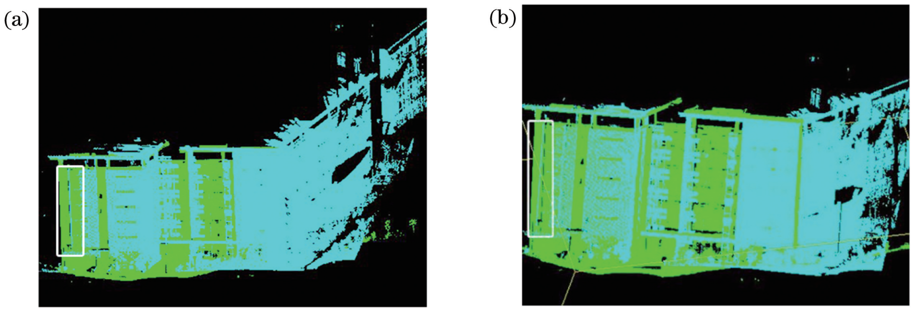

图 7　拼接后的目视效果。(a)文献[12];(b)文献[16]

Fig. 7　Visual effects after registration. (a) Method in Ref. [12]; (b) method in Ref. [16]

对偶四元数构建的直线基元点云拼接方法。本文方法考虑了缩放系数,故不仅能实现不同尺度的点云拼接,而且能对直线特征绝对定向以及点云与影像的配准问题具有借鉴意义。由于本文方法引入对偶四元数表示旋转参数和平移参数,因此与欧拉角表示法相比,本文方法避免了繁琐的三角函数计算,且无需提供较好的参数初值,加快了收敛速度。与单位四元数法相比,本文方法避免了将旋转和平移运动分开考虑的耦合误差,因而具有更高的计算精度。此外,本文将直线作为拼接基元,无需要求直线端点为同名点,充分利用直线的强几何约束性,且与几种已有的直线特征点云拼接迭代方法相比,本文方法可将同名直线的矩向量偏差中误差降低至 0.0247 m,从而实现高精度的点云拼接。

本文方法主要依靠同名直线来实现点云拼接,故其不能解决缺乏直线特征的点云拼接问题。因此,如何在本文的基础上进一步联合点、线、面多种特征实现高精度的点云拼接是未来需要研究的方向。

致谢　感谢中国矿业大学王永波老师提供的点云数据。

参　考　文　献

[1]　Besl P J, McKay N D. A method for registration of 3-D shapes [J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 1992, 14(2): 239-256.

[2]　Zhao M B, He J, Luo X B, *et al*. Two-viewing angle ladar data registration based on improved iterative closest-point algorithm [J]. Acta Optica Sinica, 2012, 32(11): 1128007.
赵明波, 何峻, 罗小波, 等. 基于改进迭代最近点算法的两视角激光雷达数据配准[J]. 光学学报, 2012, 32(11): 1128007.

[3]　Zeng F X, Li L, Diao X P. Iterative closest point algorithm registration based on curvature features [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2017, 54(1): 011003.
曾繁轩, 李亮, 刁鑫鹏. 基于曲率特征的迭代最近点算法配准研究[J]. 激光与光电子学进展, 2017, 54(1): 011003.

[4]　Zhang Z, Xu H L, Yin H. A fast point cloud registration algorithm based on key point selection [J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2017, 54(12): 121002.
张哲, 许宏丽, 尹辉. 一种基于关键点选择的快速点云配准算法[J]. 激光与光电子学进展, 2017, 54(12): 121002.

[5]　Liu J, Bai D. 3D point cloud registration algorithm based on feature matching[J]. Acta Optica Sinica, 2018, 38(12): 1215005.
刘剑, 白迪. 基于特征匹配的三维点云配准算法[J]. 光学学报, 2018, 38(12): 1215005.

[6]　Yang X H, Wang H N. Application research of ICP algorithm in 3D point cloud alignment[J]. Computer Simulation, 2010, 27(8): 235-238.
杨现辉, 王惠南. ICP 算法在 3D 点云配准中的应用研究[J]. 计算机仿真, 2010, 27(8): 235-238.

[7]　Zhang B, Yao W Q, Chen P. Research on building scanning point cloud registration based on geometric feature constraint [J]. Journal of Geodesy and Geodynamics, 2015, 35(3): 416-419.
张步, 姚顽强, 陈鹏. 基于几何特征的建筑物点云配准方法[J]. 大地测量与地球动力学, 2015, 35(3): 416-419.

[8]　Wang C, Shu Q, Yang Y X, *et al*. Quick registration algorithm of point clouds using structure feature [J]. Acta Optica Sinica, 2018, 38(9): 0911005.
王畅, 舒勤, 杨赟秀, 等. 利用结构特征的点云快速配准算法[J]. 光学学报, 2018, 38(9): 0911005.

[9]　Habib A, Ghanma M, Morgan M, *et al*. Photogrammetric and lidar data registration using linear features[J]. Photogrammetric Engineering and Remote Sensing, 2005, 71(6): 699-707.

[10] Guan Y L, Zhang H J. Initial registration for point clouds based on linear features[C]//2011 Fourth International Symposium on Knowledge Acquisition and Modeling, October 8-9, 2011, Sanya, China. New York: IEEE, 2011: 12493373.

[11] Wang Y B, Yang H C, Liu Y H, *et al*. Linear-feature-constrained registration of LiDAR point cloud via quaternion[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2013, 38(9): 1057-1062.
王永波, 杨化超, 刘燕华, 等. 线状特征约束下基于四元数描述的 LiDAR 点云配准方法[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2013, 38(9): 1057-1062.

[12] Wang Y B, Wang Y J, Han X Z, *et al*. A unit quaternion based, point-linear feature constrained registration approach for terrestrial LiDAR point clouds[J]. Journal of China University of Mining & Technology, 2018, 47(3): 671-677.
王永波, 汪云甲, 韩新哲, 等. 点线特征约束下基于单位四元数描述的 LiDAR 点云配准算法[J]. 中国矿业大学学报, 2018, 47(3): 671-677.

[13] Walker M W, Shao L J, Volz R A. Estimating 3-D location parameters using dual number quaternions [J]. CVGIP: Image Understanding, 1991, 54(3): 358-367.

[14] Kong X L. LiDAR point cloud registration algorithm based on dual quaternion[J]. Journal of Geomatics, 2017, 42(6): 46-49.
孔祥丽. 基于对偶四元数描述的 LiDAR 点云解析配准算法[J]. 测绘地理信息, 2017, 42(6): 46-49.

[15] Wang Y B, Wang Y J, Wu K, *et al*. A dual quaternion-based, closed-form pairwise registration algorithm for point clouds[J]. ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing, 2014, 94: 63-69.

[16] Sheng Q H, Chen S W, Liu J F, *et al*. LiDAR point cloud registration based on Plücker line[J]. Acta Geodaetica et Cartographica Sinica, 2016, 45(1): 58-64.
盛庆红, 陈姝文, 柳建锋, 等. 基于 Plücker 直线的 LiDAR 点云配准法[J]. 测绘学报, 2016, 45(1): 58-64.

[17] Yuan Z C, Lu T D, Deng X Y. Comparison of parameter estimation methods for rigid motion of point cloud [J]. Engineering of Surveying and Mapping, 2018, 27(4): 34-40.
袁志聪, 鲁铁定, 邓小渊. 点云的刚体运动参数估计方法的比较[J]. 测绘工程, 2018, 27(4): 34-40.

[18] Wang Y B, Wang Y J, She W W, *et al*. A linear features-constrained, Plücker coordinates-based, closed-form registration approach to terrestrial LiDAR point clouds[J]. Geomatics and Information Science of Wuhan University, 2018, 43(9): 1376-1384.
王永波, 汪云甲, 佘雯雯, 等. 直线特征约束下利用 Plücker 坐标描述的 LiDAR 点云无初值配准方法[J]. 武汉大学学报(信息科学版), 2018, 43(9): 1376-1384.

[19] Ma T F, Lu X P, Lu F N. A direct solution of three-dimensional space coordinate transformation based on dual quaternion [J]. Journal of Geodesy and Geodynamics, 2017, 37(12): 1276-1280.
马涛峰, 卢小平, 禄丰年. 基于对偶四元数的三维空间坐标转换直接解法[J]. 大地测量与地球动力学, 2017, 37(12): 1276-1280.

[20] Tommaselli A M G, Tozzi C L. A recursive approach to space resection using straight lines [J]. Photogrammetric Engineering and Remote Sensing, 1996, 62(1): 57-66.