

莫尔放大器的高阶莫尔成像特征分析

欧阳春宝, 王艺, 熊瑛, 刘刚*, 田扬超

中国科学技术大学国家同步辐射实验室, 安徽 合肥 230026

摘要 分析了高阶莫尔成像的放大叠合原理, 并在一阶几何变换莫尔方法的基础上, 通过将莫尔单元放大与周期放大过程分离, 提出了一种改进的莫尔放大器设计分析方法。基于该方法, 采用 MATLAB 对高阶莫尔成像进行模拟分析, 并设计制作了多种阶次的高阶莫尔放大器, 对高阶莫尔成像进行实验分析, 结果体现了高阶莫尔成像的放大叠合效果, 验证了所提方法的有效性。

关键词 光学器件; 莫尔放大器; 高阶莫尔成像特征; 莫尔方法; 放大叠合

中图分类号 TH74

文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201939.1223006

Analysis of High-Order Moiré-Imaging Features of Moiré Magnifier

Ouyang Chunbao, Wang Yi, Xiong Ying, Liu Gang*, Tian Yangchao

National Synchrotron Radiation Laboratory, University of Science and Technology of China,
Hefei, Anhui 230026, China

Abstract In this work, the amplification-superposition principle of high-order moiré imaging is analyzed. Based on the first-order geometric-transformation-moiré method, an improved design and analysis method for moiré magnifiers by distinguishing the unit amplification and periodic amplification from the moiré imaging is proposed. Our method is used to simulate high-order moiré imaging in MATLAB. By designing and fabricating various high-order moiré magnifiers, an experimental analysis of high-order moiré imaging is also carried out. The results embody the amplification-composition effect of high-order moiré imaging, thereby validating our method.

Key words optical devices; moiré magnifier; high-order moiré imaging features; moiré method; amplification and composition

OCIS codes 230.3990; 120.4120; 350.3950

1 引 言

Hutley 等^[1]通过分析微透镜阵列的莫尔放大特征提出了莫尔放大器的概念。莫尔放大器一般是由具有周期结构的微透镜阵列及微图形阵列组成的光学成像装置, 透过该装置可观察到莫尔放大图案。基于微透镜阵列的莫尔成像有别于光栅形成的莫尔条纹, 每个透镜单元本身都具有个体成像功能, 当微透镜阵列与微图形阵列周期接近(或微小失配)时, 将产生放大倍率很大的莫尔图案^[1-2]。若该图案处于人眼分辨极限下(200~500 μm), 则裸眼可以直接观察莫尔图案, 并可以观察到迷人的立体动态效果^[3-5]。因此, 莫尔放大器被广泛应用于立体显示^[4]、姿态估计^[5-8]、防伪^[9-11]及传感测量^[12]等领域。

一般的光学莫尔效应不仅包含 1 阶莫尔现象, 还包含高阶莫尔现象, 并且高阶莫尔现象与结构的高次谐波有关^[13]。由于莫尔放大器的成像是基于光学莫尔效应的, 因此, 高阶莫尔是莫尔放大器的重要成像特征。然而, 目前相关的研究主要关注于莫尔放大器的 1 阶莫尔成像, 缺乏对其高阶莫尔成像特征的分析。

目前发展了多种莫尔方法用于莫尔放大器的分析与设计, 如序数方程方法^[14]、频率谱方法^[15]及几何变换方法^[16]等。序数方程方法简单直接, 但一般用来分析栅条形成的莫尔条纹^[14]。频率谱方法是基于傅里叶变换的频率域分析方法, 该方法便于引入可视圆分析物结构及各阶次莫尔的可见性, 被广泛应用于数字显示、打印等产品的优化设计中^[3]。

收稿日期: 2019-07-05; **修回日期:** 2019-08-05; **录用日期:** 2019-08-14

基金项目: 国家重点研发计划(2016YFA0400902)

* **E-mail:** liugang@ustc.edu.cn

然而,该方法完全基于频率域进行操作,不能形象直接地反映莫尔图案和物图形阵列之间的变换关系。几何变换方法可以形象地反映莫尔图案与物阵列之间的相似变换关系,对于基于微透镜阵列的莫尔放大器的分析与设计,显得非常直观便捷。该方法目前主要有两种思路:一种是基于空间域,采用几何分析来获得莫尔放大器成像几何变换关系^[2];另一种是基于频率域,通过频率矢量 f 与周期矢量 T 之间的共轭关系,计算求得相应的莫尔成像变换关系^[16]。然而以上的几何变换莫尔方法,并没有考虑莫尔阶次的影响,因此,有必要发展一种改进的方法实现对高阶莫尔成像特征的讨论与分析。

本文在莫尔成像 2D 几何变换的基础上,通过将莫尔成像图形单元放大与周期放大过程分离,提出了一种改进的适用于高阶莫尔的莫尔分析方法。基于该方法,通过设计制作多种阶次的莫尔放大器,并对其进行成像模拟和实验分析,以验证本文所提高阶莫尔分析方法的有效性。

2 方法与设计

2.1 高阶莫尔放大器结构

对于由两块光栅叠合产生的莫尔条纹现象,可以用基于频率域的可视圆非常方便地确定莫尔条纹的可见性。当一块光栅 G_1 的周期与另一块光栅 G_2 的周期的整数 k 倍微小失配时,在频率域中,位于可视圆内的莫尔基频矢量只有 $f_m = f_{G_2} - kf_{G_1}$ (f_{G_1} 和 f_{G_2} 分别为光栅 G_1 和 G_2 的基频矢量),对应可见的为 k 阶莫尔条纹,其他阶次的莫尔条纹均不可见^[3,15]。类似于莫尔条纹现象,对于一般的微透镜阵列与微图形阵列周期微小失配的莫尔放大器,可见的莫尔基频矢量与微透镜阵列基频矢量、微图形阵列基频矢量有关,即 1 阶莫尔图案的基频矢量位于可视圆内,而高阶莫尔图案的基频矢量位于可视圆之外,其结果表现为只有 1 阶莫尔图案可见,而看不出其他的高阶莫尔图案。在本文中,为了实现对莫尔放大器高阶莫尔成像的分析,必须设计特定的莫尔放大器结构,使高阶莫尔图案为人眼所见,并以该阶次莫尔图案为主,本文将这类莫尔放大器定义为高阶莫尔放大器。为了简化分析,本文主要考虑微图形阵列周期与微透镜阵列周期的整数倍微小失配的高阶莫尔放大器,比如,对于 m 阶莫尔放大器,其微图形阵列周期接近微透镜周期的 m 倍,显示出来的是 m 阶莫尔图案。对于其他类型的高阶莫尔放大器,可以采用与本

文类似的分析思路。

2.2 高阶莫尔分析方法

对于阵列,理论上一般可以分成几个相同的子阵列,如图 1 显示了将一块微透镜阵列分成 2×2 块相同的子阵列 A、B、C、D,他们的结构周期是微透镜阵列周期的两倍。若将该微透镜阵列与一块结构周期接近其两倍的微图形阵列叠合,组成一个二阶莫尔放大器,则其成像规律满足二阶莫尔成像。然而,通过观察可以发现,其子阵列 A、B、C、D 与微图形阵列组成的均是一阶莫尔放大器,这 4 个一阶莫尔放大器具有相同的结构,运用一阶莫尔变换方法,可以获得 4 个一阶莫尔图案,即整个莫尔图案的子图案 A' 、 B' 、 C' 、 D' 。由于透镜子阵列在位置上相对有所偏离,如图 1 所示,子阵列 B 相对 A 横向偏移了半个 A 阵列周期,子阵列 C 相对 A 纵向偏移了半个 A 阵列周期,子阵列 D 相对 A 横向和纵向都偏移了半个 A 阵列周期,使得 4 个子图案并不重合。通过分析容易知道,子图案 B' 相对 A' 将偏移半个 A' 莫尔周期,子图案 C' 相对 A' 纵向偏移半个 A' 莫尔周期,子图案 D' 相对 A' 横向和纵向都偏移半个 A' 莫尔周期。最后,这些一阶莫尔子图案相互叠合,就可构成二阶莫尔放大器成像图案,并且其周期是一阶莫尔子图案的 $1/2$ 。另外,由于每个子图案分走 $1/4$ 的光能量,从而导致二阶莫尔相对一阶莫尔可能具有较低的清晰度。以上对二阶莫尔放大器的分析思路和过程,实际上对于一阶或更高阶的莫尔成像依然适用,因此,莫尔成像在原理上可以看成是放大叠合的过程,而并非只是单纯的放大过程。

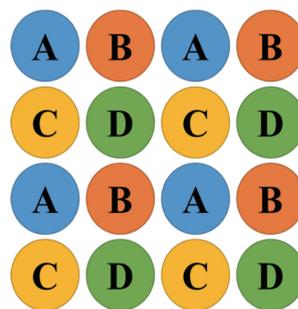


图 1 微透镜阵列的子阵列划分(分成 2×2 块相同的子阵列 A、B、C、D)

Fig. 1 Diagram of a microlens array divided into the same 2×2 subarrays A, B, C, and D

由于高阶莫尔成像具有叠合过程,莫尔单元放大率和莫尔周期放大率必然不相等,因此,为了从代数角度分析高阶莫尔成像,本文将莫尔成像单元放大和周期放大分离。

对于周期性阵列物体,傅里叶级数可表示为

$$p(\mathbf{x}) = \sum_{n,m} c_n c_m \exp(2\pi n \mathbf{f}_1 \cdot \mathbf{x}) \cdot \exp(2\pi m \mathbf{f}_2 \cdot \mathbf{x}), \quad (1)$$

式中: p 为物体的振幅函数; \mathbf{x} 代表空间位置; c_m 和 c_n 为傅里叶系数; m 、 n 分别为傅里叶级次; \mathbf{f}_1 、 \mathbf{f}_2 为周期性阵列的频率矢量。周期矢量与频率矢量满足

$$\mathbf{T}_1 \cdot \mathbf{f}_1 = 1, \mathbf{T}_1 \cdot \mathbf{f}_2 = 0, \quad (2)$$

$$\mathbf{T}_2 \cdot \mathbf{f}_2 = 1, \mathbf{T}_2 \cdot \mathbf{f}_1 = 0, \quad (3)$$

式中: \mathbf{T}_1 和 \mathbf{T}_2 分别为物阵列的周期矢量。微图形阵列、微透镜阵列及莫尔图案的基频矢量为

$$\mathbf{f}_1 = |\mathbf{f}_1| \exp(i\theta_{11}), \mathbf{f}_2 = |\mathbf{f}_2| \exp(i\theta_{12}), \quad (4)$$

$$\mathbf{f}_3 = |\mathbf{f}_3| \exp(i\theta_{21}), \mathbf{f}_4 = |\mathbf{f}_4| \exp(i\theta_{22}), \quad (5)$$

$$\mathbf{f}_{e1} = |\mathbf{f}_{e1}| \exp(i\phi_1), \mathbf{f}_{e2} = |\mathbf{f}_{e2}| \exp(i\phi_2), \quad (6)$$

式中: \mathbf{f}_3 、 \mathbf{f}_4 为微透镜阵列的基频矢量; \mathbf{f}_{e1} 和 \mathbf{f}_{e2} 为莫尔图案的基频矢量; θ_{11} 、 θ_{12} 为微图形阵列相应的频率矢量方向角; θ_{21} 、 θ_{22} 为微透镜阵列相应的基频矢量方向角; ϕ_1 和 ϕ_2 为莫尔图案基频矢量方向角。根据 Amidror 的工作,莫尔图案的基频矢量为微图形阵列及微透镜阵列基频矢量的线性组合^[3]。对于 m 阶莫尔,莫尔图案基频矢量可以表示为

$$\mathbf{f}_{e1} = m\mathbf{f}_1 - \mathbf{f}_3, \mathbf{f}_{e2} = m\mathbf{f}_2 - \mathbf{f}_4, \quad (7)$$

引入放大率因子 $M_1 = \frac{|\mathbf{f}_{e1}|}{|m\mathbf{f}_1|}$, $M_2 = \frac{|\mathbf{f}_{e2}|}{|m\mathbf{f}_2|}$, 则可得莫尔图案频率矢量与微图形阵列频率矢量间的变换关系为

$$\mathbf{f} = \mathbf{e}_{m1} \cdot M_1 \cdot \left[\frac{\mathbf{e}_1 - (\mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{e}_2)\mathbf{e}_2}{1 - (\mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{e}_2)^2} \cdot \mathbf{f}_1 \right] + \mathbf{e}_{m2} \cdot M_2 \cdot \left[\frac{\mathbf{e}_2 - (\mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{e}_2)\mathbf{e}_1}{1 - (\mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{e}_2)^2} \cdot \mathbf{f}_2 \right], \quad (8)$$

$$\begin{pmatrix} u' \\ v' \end{pmatrix} = \mathbf{M} \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}, \quad (9)$$

式中: \mathbf{e}_1 、 \mathbf{e}_2 分别为 \mathbf{f}_1 、 \mathbf{f}_2 的单位方向矢量; \mathbf{e}_{m1} 和 \mathbf{e}_{m2} 分别为 \mathbf{f}_{e1} 、 \mathbf{f}_{e2} 的单位方向矢量。可求得频率域变换矩阵 \mathbf{M} 为

$$\mathbf{M} = \frac{1}{1 - \cos^2 \alpha} \begin{pmatrix} \cos \phi_1 & \cos \phi_2 \\ \sin \phi_1 & \sin \phi_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_1 & 0 \\ 0 & M_2 \end{pmatrix} \times \left[\begin{pmatrix} \cos \theta_{11} & \sin \theta_{11} \\ \cos \theta_{12} & \sin \theta_{12} \end{pmatrix} - \cos \alpha \begin{pmatrix} \cos \theta_{12} & \sin \theta_{12} \\ \cos \theta_{11} & \sin \theta_{11} \end{pmatrix} \right], \quad (10)$$

式中: $\alpha = \theta_{12} - \theta_{11}$ 。基于 2D 周期结构物体频率域基频矢量和空间域周期矢量间的相互关系,空间域变换矩阵 \mathbf{T} 是频率域变换矩阵 \mathbf{M} 的转置逆,即

$$\mathbf{T} = (\mathbf{M}^T)^{-1} = \mathbf{M}^{-T}, \quad (11)$$

则空间域莫尔图案单元与微图形单元间的几何变换关系满足

$$\begin{pmatrix} x' \\ y' \end{pmatrix} = \mathbf{T} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}, \quad (12)$$

莫尔图案的周期矢量 \mathbf{T}_{e1} 、 \mathbf{T}_{e2} 可表示为

$$\begin{bmatrix} \mathbf{T}_{e1} \\ \mathbf{T}_{e2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_{e1} \\ \mathbf{f}_{e2} \end{bmatrix}^{-T}. \quad (13)$$

由以上关系可以推知 m 阶莫尔成像单元放大率满足

$$b_{m1} = \frac{m |\mathbf{T}_{e1}|}{|\mathbf{T}_1|} = m s_{m1} = b_{11}, \quad (14)$$

$$b_{m2} = \frac{m |\mathbf{T}_{e2}|}{|\mathbf{T}_2|} = m s_{m2} = b_{12}, \quad (15)$$

式中: s_{m1} 、 s_{m2} 为 m 阶莫尔成像周期放大率; b_{11} 、 b_{12} 为一阶莫尔成像单元放大率,其表达式为

$$b_{11} = \frac{|\mathbf{T}_{e1}|}{|\mathbf{T}_1|}, b_{12} = \frac{|\mathbf{T}_{e2}|}{|\mathbf{T}_2|}. \quad (16)$$

莫尔图案周期矢量 \mathbf{T}_{e1} 、 \mathbf{T}_{e2} 的方向角可表示为

$$\phi_1 = \arg(\mathbf{T}_{e1}), \phi_2 = \arg(\mathbf{T}_{e2}). \quad (17)$$

为方便问题的讨论,本文引入复莫尔放大率的概念,对应莫尔图案周期矢量与微图形阵列周期矢量的放大关系,其定义为

$$\begin{aligned} \tilde{m}_1 &= m_1 \exp[i(\phi_1 - \theta_{11})], \\ \tilde{m}_2 &= m_2 \exp[i(\phi_2 - \theta_{12})], \end{aligned} \quad (18)$$

式中: m_1 和 m_2 分别为莫尔成像周期放大率。

由以上分析可知,莫尔图案基频矢量决定了莫尔成像周期放大率,莫尔图案基频矢量与微图形阵列基频矢量的相互关系决定了变换矩阵中的放大率因子。

2.3 高阶莫尔放大器结构设计

高阶莫尔放大器成像的理论分析表明,高阶莫尔图案可以看成是相应子部分的一阶莫尔图案叠合组成。实际上,该叠合过程会导致高阶莫尔图案单元与微图形阵列单元相应子部分叠合组成的图形放大结果一致。因此,为了说明高阶莫尔成像特征,本文在高阶莫尔放大器设计过程中,基于期望显示的高阶莫尔图案单元进行了相应的拆解,获得相应的高阶莫尔放大器的微图形单元。图 2 给出了这种基于高阶莫尔图案拆解的高阶莫尔放大器微图形阵列设计思路。图 2(a)为内外两个圆组成的高阶莫尔图案单元以及通过拆解获得的由半圆组成的二阶和三阶莫尔放大器微图形单元。图 2(b)为一个风扇型的高阶莫尔图案单元,通过

拆解可以获得不同排布的由镜像“S”组成的二阶莫尔放大器微图形单元。上述微图形单元子部分并非互不相同,实际上,可以将高阶莫尔放大器微图形单元的子部分设计成各不相同。图3所示为

这种微图形单元子部分叠合而成的莫尔成像放大单元的示意图,图中给出了微图形单元子部分“1”、“3”、“5”、“7”,以及叠合后形成的笔画有深有浅的图形“9”。

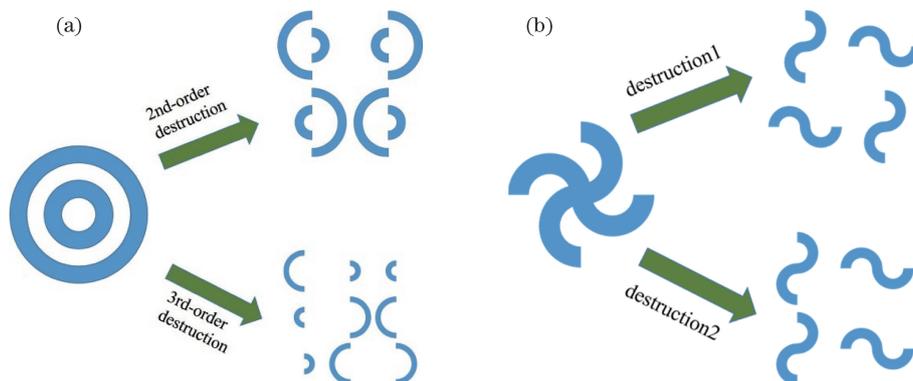


图2 基于高阶莫尔图案拆解的高阶莫尔放大器微图形阵列设计示意图。(a)高阶莫尔图案单元按不同阶次拆解;
(b)高阶莫尔图案单元按不同排布拆解

Fig. 2 Diagram of design of micrographic array of high-order moiré magnifier based on destruction of high-order moiré pattern. (a) Destruction of high-order moiré pattern unit according to different orders; (b) destruction of high-order moiré pattern unit according to different arrangement

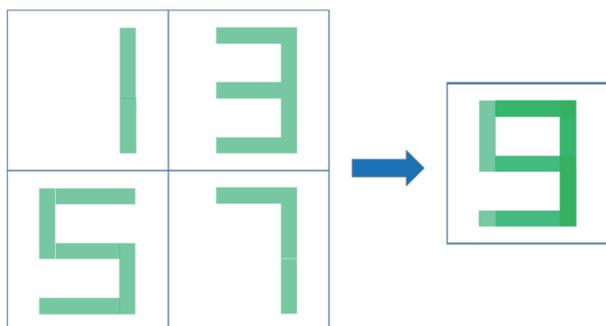


图3 微图形单元子部分“1”、“3”、“5”、“7”相叠合形成莫尔图案单元“9”

Fig. 3 Diagram of moiré pattern unit "9" composited by the sub-sections "1", "3", "5", and "7" of micropattern unit

2.4 高阶莫尔放大器制作

高阶莫尔放大器与简单莫尔放大器具有结构上

的一致性,主要部件是微透镜阵列和微图形阵列。采用本文提出的分析设计方法对高阶莫尔进行一定的设计,然后分别对微图形阵列和微透镜阵列进行加工制造,可以实现对高阶莫尔放大器的制作。本文基于热膨胀微复制工艺^[17-18],采用SU-8负性光刻胶制作模板微透镜阵列,并将聚二甲硅氧烷(PDMS)材料作为微透镜阵列成型材料,制作了结构周期为160 μm的PDMS微透镜阵列;对于微图形阵列,本文采用设计加工的菲林版,基于以上设计思路设计了6组不同的微图形阵列,每一组尺寸为1.5 cm×1.5 cm。将微透镜阵列与微图形阵列叠合放置,便可以获得莫尔放大器结构装置,图4为微透镜阵列与物阵列叠合放置构成的莫尔放大器的示意图,通过该装置可以观察到由微图形子部分叠加放大的高阶莫尔图案。

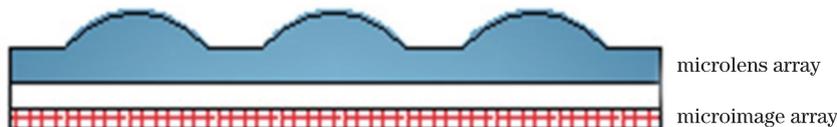


图4 将微透镜阵列与微图形阵列叠合获得的莫尔放大器装置

Fig. 4 Moiré amplifier device obtained by superimposing a microlens array and a microimage array

3 结果与讨论

3.1 高阶莫尔成像模拟分析

根据本文提出的莫尔分析方法可知,高阶莫尔成像结果与阵列周期、阵列叠合关系等结构参数有

关。由莫尔成像的特点可知,莫尔图案周期长度及排布方向是其重要参数,因此,为了研究高阶莫尔放大器成像,必须对莫尔成像放大率及周期矢量方向进行分析。

考虑阵列两周期矢量垂直相等的简单情况。微

透镜阵列周期长度设为 $160\ \mu\text{m}$, 微图形阵列周期长度分别为 $160, 320, 480\ \mu\text{m}$, 应用 MATLAB 进行分析, 可以获得一阶、二阶、三阶莫尔成像的周期放大特征。图 5 给出了莫尔图案周期放大率 $s = \frac{|T_{e1}|}{|T_1|}$

及方向角 ϕ 随阵列交叉角 β 的变化, 其中 $\beta = \arg(T_1) - \arg(T_2)$, 图中圆点和圆圈代表方向角的变化曲线, 星线代表一阶莫尔周期放大率的变化结果, 方线代表二阶莫尔周期放大率的变化结果, 叉线代表三阶莫尔周期放大率的变化结果, 该结果表明周期放大率与莫尔阶次有关。在复平面中, 随着交叉角 β 逐渐变大, 复莫尔周期放率先远离极坐标原点至无穷远, 再从另一边于无穷远处接近极坐标原点, 如图 6 所示, 其中叉点代表一阶莫尔复周期放大率的变化, 方点代表二阶莫尔复周期放大率的变化, 圆圈代表三阶莫尔复周期放大率的变化, 箭头显示了其变化的方向。该结果显示, 复周期放大率在一条方向接近 90° 的直线上, 表明随着交叉角 β 的变化, 莫尔图案除了在 $\beta=0^\circ$ 发生 180° 跳变外, 在其他情形下, 只发生大小的变化, 不会发生明显的方向旋转。对比高阶莫尔与一阶莫尔成像模拟结果可知, 高阶莫尔与一阶莫尔具有类似的变化趋势, 表明高阶莫尔图案与一阶莫尔图案在动态规律上具有相似性。

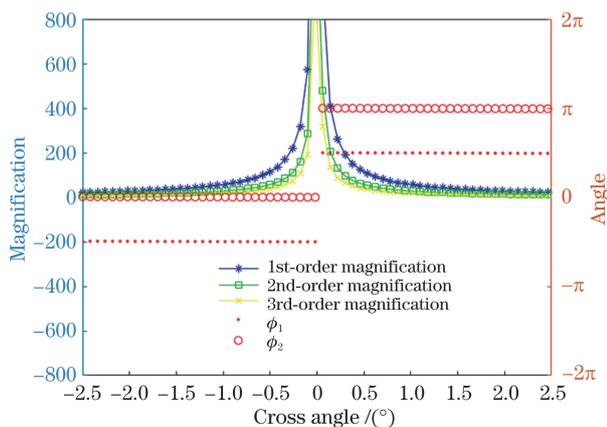


图 5 高阶莫尔成像的莫尔图案周期放大率 s (星线、方线及叉线) 及方向角 ϕ (圆点及圆圈) 随阵列交叉角 β 的变化

Fig. 5 Periodic magnification s (star, square, and cross lines) and direction angle ϕ (red dot and circle) of moiré pattern in high-order moiré imaging as functions of cross angle β

3.2 高阶莫尔成像实验分析

本文的微透镜阵列具有良好的 consistency, 图 7 为本实验室制作的周期为 $160\ \mu\text{m}$ 的 PDMS 微透镜阵

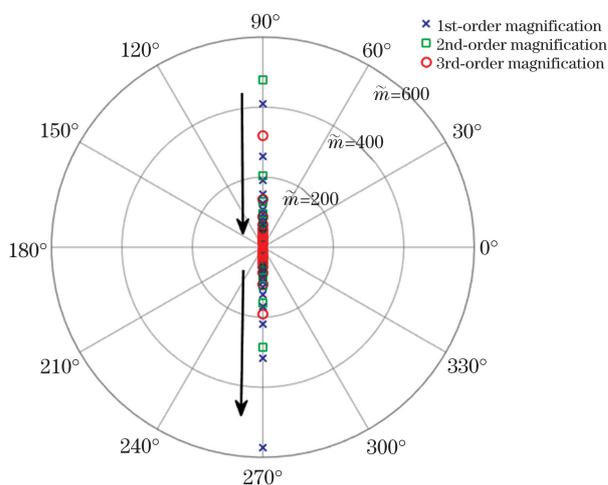


图 6 高阶莫尔成像复莫尔周期放大率 \tilde{m} 随交叉角 β 的变化

Fig. 6 Moiré complex periodic magnification \tilde{m} in high-order moiré imaging as a function of cross angle β

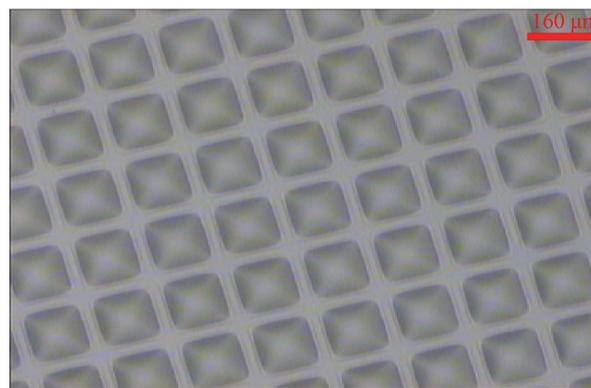


图 7 基于 SU-8 采用热膨胀微复制工艺制作的方形孔径 PDMS 微透镜阵列 (排布周期长度为 $160\ \mu\text{m}$)
Fig. 7 Square PDMS microlens array based on SU-8 and fabricated by using thermal expansion and micro-replication with the arrangement period of $160\ \mu\text{m}$

列。本文设计制作了 6 组微图形阵列, 通过叠合微透镜阵列形成莫尔放大器, 观察和比较了高阶与一阶莫尔图案, 可以对高阶莫尔成像特征实现一定的定性判断。图 8 为微图形阵列部分的显微图像, 图 9 为对应的莫尔成像的典型结果。图 8(a) 中微图形阵列周期与微透镜阵列周期长度相等, 其莫尔成像对应为一阶莫尔成像, 在阶莫尔成像实验中加入一阶莫尔放大器结构, 可以方便地将高阶莫尔成像与一阶莫尔成像进行对比。图 8(b)~(f) 中微图形阵列周期为微透镜阵列周期长度的 2 倍, 对应为二阶莫尔放大器。图 8(c) 中微图形阵列周期为微透镜阵列周期长度的 3 倍, 对应组成为三阶莫尔放大器结构。对比图 8(b)、(c) 可以看出阶次对莫尔成像的影响, 对比图 8(d)、(e) 可以看出微图形单

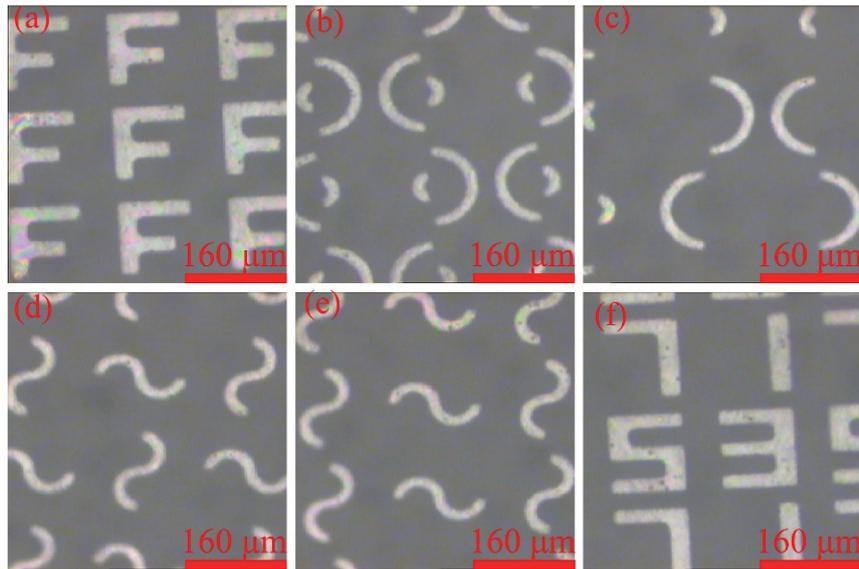


图 8 用于验证高阶莫尔放大叠合成像的多种微图形阵列结构。(a) 图形单元为“F”,排布周期为 $160\ \mu\text{m}$; (b) 图形单元由一些半圆弧组成,排布周期为 $320\ \mu\text{m}$; (c) 图形单元由一些半圆弧组成,排布周期为 $480\ \mu\text{m}$; (d) 图形单元由竖立和平躺的两种平面镜像“S”形图案组成,排布周期为 $320\ \mu\text{m}$; (e) 图形单元由竖立和平躺的两种平面镜像“S”形图案组成,排布周期为 $320\ \mu\text{m}$,与(d)的不同之处在于图形单元中竖立与平躺“S”的相对位置不同; (f) 图形单元由数字“1”、“7”、“3”、“5”组成,排布周期为 $320\ \mu\text{m}$

Fig. 8 Multiple micropattern arrays used for verifying high-order moiré magnification-composition imaging. (a) Unit micropattern “F” with arrangement period of $160\ \mu\text{m}$; (b) unit micropattern consists of some semi-circular arcs with arrangement period of $320\ \mu\text{m}$; (c) unit micropattern consists of some semi-circular arcs with arrangement period of $480\ \mu\text{m}$; (d) unit micropattern consists of erected and laid flat “S” patterns with arrangement period of $320\ \mu\text{m}$; (e) unit micropattern consists of erected and laid flat “S” patterns with arrangement period of $320\ \mu\text{m}$, which is different from Fig. 8(d) in the different arrangement of the erected and laid “S” patterns; (f) unit micropattern consists of “1”, “7”, “3”, and “5” with arrangement period of $320\ \mu\text{m}$

元子部分排布对莫尔成像的影响。

通过观察图 9(b)~(f)所示的高阶莫尔成像结果可以发现,高阶莫尔图案单元是微图形单元的叠加放大,与图 9(a)中的一阶莫尔“F”图案相比较可以发现,不同阶次的莫尔图案具有相同的图案大小和周期长度,该结果说明莫尔成像对微图形单元及其各个子部分的放大率相同,即莫尔单元放大率与阶次无关。对比不同阶次莫尔放大器的周期长度可知, m 阶莫尔放大器周期长度是一阶莫尔放大器周期长度的 m 倍,因此 m 阶莫尔周期放大率是一阶莫尔周期放大率的 $1/m$,这与模拟结果相吻合。通过比较图 9(a)~(c)所示的莫尔图案显示效果可知,莫尔阶次越高,莫尔图案显示效果越差。对比图 9(d)~(e)可知,微图形单元中不同排布的子部分具有相同的莫尔成像结果,这表明高阶莫尔成像对微图形单元的各个子部分没有倾向性。由图 9(f)可知,莫尔图案“9”的笔画有深浅之别,其中右边的一竖相对较深,对应微图形单元“1”、“3”、

“5”、“7”中竖线部分叠加次数较多,表明微图形叠合成莫尔图案时次数越多,该部分图案的显示效果就越明显。这些实验结果可以充分证明本文放大叠合方法的有效性。

本文只给出了微图形阵列两个周期矢量垂直相等的方形排布例子,实际上对于各种排布(例如六角、长方等),高阶莫尔具有类似的成像特征,其成像规律依然可以由本文发展的方法进行很好的分析与模拟。本文主要分析了微图形阵列周期与微透镜阵列周期的整数倍微小失配的高阶莫尔放大器成像图案,即在本文中,实际考虑的 m 阶莫尔为 $(m, -1)$ 阶莫尔。实际上,对于 $(1, -n)$ 甚至是 $(m, -n)$ 阶莫尔,通过简单分析可知放大率因子与 n 无关,因此本文方法仍然可以用来进行很好的分析。此外,对于一阶莫尔,单元放大与周期放大重合,此时,高阶莫尔方法与一阶莫尔方法一致。事实上,当物阵列单元各子部分完全相同时,高阶莫尔成像与一阶莫尔成像结果一致,比如二阶莫尔放大器的微图形

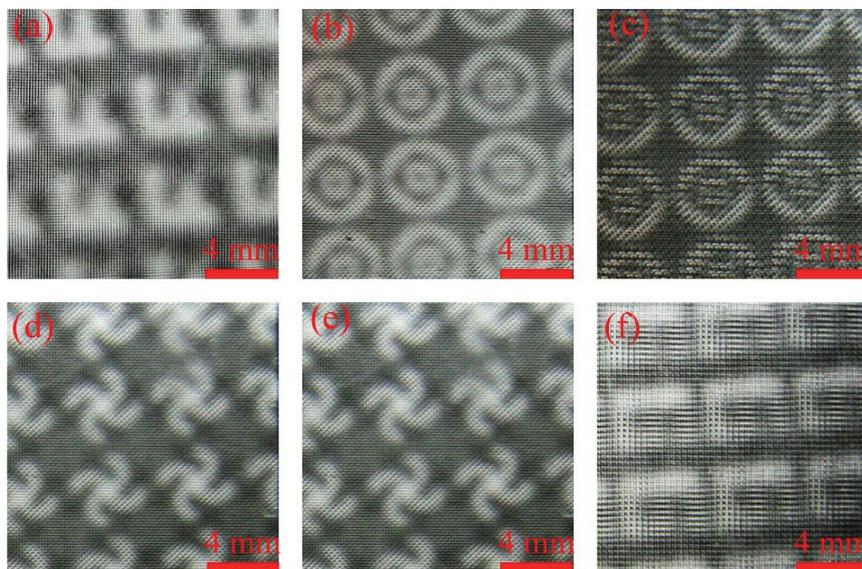


图9 对应图8的多个阶次的莫尔放大器成像实验结果。(a)对应图8(a)中微图形阵列的一阶莫尔成像结果,依然是“F”图案;(b)对应图8(b)中微图形阵列的二阶莫尔成像结果,形成了内外两个圆的单元图案;(c)对应图8(c)中微图形阵列的三阶莫尔成像结果,形成了内外两个圆的单元图案;(d)对应图8(d)中微图形阵列的二阶莫尔成像结果,形成了两种镜像“S”叠合的风扇型莫尔单元图案;(e)对应图8(e)中微图形阵列的二阶莫尔成像结果,形成了与(d)相同的两种镜像“S”叠合的单元图案;(f)对应图8(f)中微图形阵列的二阶莫尔成像结果,形成了笔画有深有浅的数字“9”

Fig. 9 Experimental results of multiple high-order moiré magnifiers corresponding to Fig. 8. (a) Result of 1st-order moiré imaging of micropattern array in Fig. 8(a), showing “F” patterns; (b) result of 2nd-order moiré imaging of micropattern array in Fig. 8(b), showing the unit pattern with inner and outer circles; (c) result of 3rd-order moiré imaging of micropattern array in Fig. 8(c), showing the unit pattern with inner and outer circles; (d) result of 2nd-order moiré imaging of micropattern array in Fig. 8(d), showing fan-type unit moiré pattern with superimposition of two mirror images “S”; (e) result of 2nd-order moiré imaging of micropattern array in Fig. 8(e), showing the fan-type unit moiré pattern similar to Fig. 8(d); (f) result of 2nd-order moiré imaging of micropattern array in Fig. 8(f), showing the unit moiré pattern “9” with strokes in different brightness

单元的4个子部分为完全相同的“F”图形时,实际对应的是一阶莫尔放大器,其莫尔成像结果显示的是一阶莫尔图案“F”。由此可见,本文提出的莫尔放大器设计分析方法是更为普遍的方法,可以用来对莫尔放大器的不同阶次的莫尔图案进行分析。

在安全防伪领域,莫尔放大器作为防伪标签具有立体的、动态的视觉效果,以及成本低、辨识性强、复制难度大等诸多优点,目前已有大量的研究工作者对莫尔防伪特征及拓展莫尔防伪特征进行了多角度的分析和讨论。由本文实验结果可知,高阶莫尔放大器可以获得与物阵列结构不一样的图案,将其应用于防伪领域,可以提高莫尔防伪结构的安全性,体现了高阶莫尔在防伪方面的应用潜力。

4 结 论

本文基于高阶莫尔放大叠合原理,通过将莫尔成像周期放大与单元放大分离,提出了一种适用于各阶次的莫尔放大器设计分析方法。基于该方法,

模拟分析了高阶莫尔成像特征,并通过设计制造多种莫尔放大器装置,对高阶莫尔成像进行了实验分析,实验结果体现了高阶莫尔的放大叠合显示效果,验证了本文分析方法的有效性。

本文提出的莫尔方法可以实现不同阶次莫尔放大器的快速设计与分析,但缺乏对莫尔图案成像质量的精确分析。在实际中,为了分析莫尔成像的效果,还需要对莫尔图案成像质量的相关影响因素进行细致的探讨和分析。本文结果表明,高阶莫尔的放大叠合成像效果可以获得与物阵列结构不一样的显示图案,可以提高莫尔防伪结构的安全性,体现了高阶莫尔应用于防伪方面的潜力。

参 考 文 献

- [1] Hutley C, Hunt R, Stevens F, *et al.* The moiré magnifier[J]. *Pure and Applied Optics: Journal of the European Optical Society Part A*, 1994, 3(2): 133-142.
- [2] Hersch R D, Chosson S. Band moiré images [J].

- ACM Transactions on Graphics, 2004, 23(3): 239-247.
- [3] Amidror I. The theory of the moiré phenomenon: volume I: periodic layers[M]. 2nd ed. London: Springer Science & Business Media, 2009: 9-75.
- [4] Yu X B, Sang X Z, Gao X, *et al.* Large viewing angle three-dimensional display with smooth motion parallax and accurate depth cues[J]. Optics Express, 2015, 23(20): 25950-25958.
- [5] Tanaka H, Sumi Y, Matsumoto Y. A high-accuracy visual marker based on a microlens array[C]//2012 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, October 7-12, 2012, Vilamoura-Algarve, Portugal. New York: IEEE, 2012: 4192-4197.
- [6] Suzuki S, Tanaka H, Narita S, *et al.* The first experiment of a high-accuracy 2D color marker in space[C]// Proceedings of the international Symposium on Artificial Intelligence, Robotics and Automation in Space (i-SAIRAS 2016), June 22-22, 2016, Beijing, China. [S.l.: s.n.], 2016.
- [7] Schillebeeckx I P. Geometric inference with microlens arrays[D]. Missouri: Washington University, 2016: 9-77.
- [8] Tanaka H, Sumi Y, Matsumoto Y. A solution to pose ambiguity of visual markers using moiré patterns [C] // 2014 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, September 14-18, 2014, Chicago, IL, USA. New York: IEEE, 2014: 3129-3134.
- [9] Cadarso V J, Chosson S, Sidler K, *et al.* High-resolution 1D moirés as counterfeit security features [J]. Light: Science & Applications, 2013, 2(7): e86.
- [10] Hu J M, Lou Y M, Wu F M, *et al.* Design and fabrication of ultrathin lighting responsive security device based on moiré imaging phenomenon[J]. Optics Communications, 2018, 424: 80-85.
- [11] Schilling A, Tompkin W R, Staub R, *et al.* Diffractive moiré features for optically variable devices[J]. Proceedings of SPIE, 2006, 6075: 60750V.
- [12] Zheng S C, Zhou S M, Huang G K, *et al.* Micro-angle measurement based on two-dimensional moiré fringes generated by square aperture micro-lens array [J]. Acta Optica Sinica, 2018, 38(2): 0205002. 郑三超, 周素梅, 黄高坤, 等. 基于方形孔径微透镜阵列二维叠栅条纹的微小角度测量 [J]. 光学学报, 2018, 38(2): 0205002.
- [13] Bryngdahl O. Moiré and higher grating harmonics [J]. Journal of the Optical Society of America, 1975, 65(6): 685-694.
- [14] Amidror I, Hersch R D. Mathematical moiré models and their limitations[J]. Journal of Modern Optics, 2010, 57(1): 23-36.
- [15] Amidror I, Hersch R D, Ostromoukhov V. Spectral analysis and minimization of moiré patterns in color separation[J]. Journal of Electronic Imaging, 1994, 3(3): 295-318.
- [16] Zheng W W, Shen S, Gao Y L, *et al.* Design methodology for moiré magnifier based on micro-focusing elements[J]. Optics Express, 2017, 25(25): 31746-31757.
- [17] Hu Y, Xiong Y, Chen X Y, *et al.* Controllable long focal length microlens based on thermal expansion [J]. Applied Optics, 2018, 57(15): 4277-4282.
- [18] Hu Y. The research of controllable long focal length microlens based on thermal expansion [D]. Hefei: University of Science and Technology of China, 2018: 21-32. 胡玥. 基于热膨胀的可控长焦距微透镜研究[D]. 合肥: 中国科学技术大学, 2018: 21-32.