

# 新研发光电产品的剩余寿命自适应预测方法

王玺<sup>1</sup>, 胡昌华<sup>1\*</sup>, 裴洪<sup>1</sup>, 庞哲楠<sup>1</sup>, 熊薇<sup>2</sup>

<sup>1</sup>火箭军工程大学导弹工程学院, 陕西 西安 710025;

<sup>2</sup>国防大学联合勤务学院, 北京 100858

**摘要** 针对新研发光电产品存在先验信息不足、缺乏历史数据等问题, 提出一种基于期望最大化(EM)算法的剩余寿命(RUL)自适应预测方法。然而, 现有大多数 RUL 预测方法中普遍存在两个方面问题: 在退化建模中存在一个潜在的假设, 即当前时刻估计的随机参数与上一时刻随机参数的后验估计完全相等; 在参数估计中假定存在多组同类型光电产品的历史退化数据, 用于离线确定模型初始参数, 致使 RUL 预测的精度受限于数据量。鉴于此, 在状态空间模型的框架下构造一个新的退化模型, 进一步推导出 RUL 分布的解析解; 提出一种基于 EM 算法的自适应参数估计方法, 以克服先验信息不足、缺乏历史数据等问题; 通过 GaAs 激光器和光纤陀螺的实际退化数据进行实验研究。结果表明本文方法不仅可以提高 RUL 预测的精度, 而且可以有效地应用于新研发的光电产品。

**关键词** 光学器件; 剩余寿命; 期望最大化; 退化模型; 激光器; 光纤陀螺

**中图分类号** TN15; TN248

**文献标识码** A

**doi:** 10.3788/AOS201939.1223003

## Adaptive Remaining Useful Life Prediction Method for Newly Developed Photoelectric Products

Wang Xi<sup>1</sup>, Hu Changhua<sup>1\*</sup>, Pei Hong<sup>1</sup>, Pang Zhenan<sup>1</sup>, Xiong Wei<sup>2</sup>

<sup>1</sup>College of Missile Engineering, Rocket Force University of Engineering,  
Xi'an, Shaanxi 710025, China;

<sup>2</sup>College of Joint Service, National Defense University of PLA, Beijing 100858, China

**Abstract** In this study, an adaptive remaining useful life (RUL) prediction method is developed based on the expectation maximization (EM) algorithm to solve the problems of insufficient prior information and lack of historical data with respect to the newly developed photoelectric products. Currently, two common problems are associated with majority of the existing RUL prediction methods. First, there is an underlying assumption in degradation modeling that a random parameter estimated at the current time is exactly equal to the posterior estimation of the random parameter at the previous time. Second, the historical degradation data are assumed to be available for parameter estimation based on which the initial model parameters can be determined for multiple photoelectric products of the same type. The RUL prediction accuracy is limited by data availability. Herein, we construct a novel degradation model under the state space model framework and derive the analytical form of the RUL distribution. Subsequently, we propose an adaptive parameter prediction method based on the EM algorithm to overcome the problems of insufficient prior information and lack of historical data. Finally, we conduct an experimental study with respect to the actual degradation data of a GaAs laser and fiber-optic gyroscope to denote that the proposed method improves the RUL prediction accuracy and can be effectively applied to the newly developed photoelectric products.

**Key words** optical devices; remaining useful life; expectation maximization; degradation model; laser; fiber-optic gyroscope

**OCIS codes** 230.2090; 230.1150; 230.0250; 140.5960

收稿日期: 2019-06-10; 修回日期: 2019-07-17; 录用日期: 2019-08-08

基金项目: 国家自然科学基金(61833016, 61773386, 61673311)

\* E-mail: hch\_reu@sina.com

## 1 引 言

随着光电技术的飞速发展,光电产品已被广泛应用于航空航天、军事装备等重要领域。在实际应用中,由于外部环境和内部因素的相互作用,光电产品的性能会逐渐下降,一旦性能演变为失效,则可能引发安全事故,造成财产损失。此外,光电技术的不断进步为研发新型光电产品提供了充足的动力,然而对于新研发的光电产品,普遍存在先验信息不足、缺乏历史数据等问题。因此,针对新研发的光电产品,准确预测其剩余寿命(RUL)、降低突发失效的风险是一项十分重要且有意义的研究。

光电产品剩余寿命预测方法主要分为两类,即基于失效数据的方法和基于性能退化数据的方法。由于光电技术的不断进步,光电产品逐渐表现出长寿命、高可靠性等特点,因此传统基于失效数据的方法不再适用。近年来,基于性能退化数据的方法已经成为剩余寿命预测领域研究的重点方向。为准确预测光电产品的寿命,张建平等<sup>[1]</sup>利用韦布尔函数拟合亮度衰减数据,建立了寿命预测模型,进一步提高了剩余寿命预测的精度。蓝栩砚等<sup>[2]</sup>研究电流和温度应力下发光二极管(LED)球泡灯的失效机理,并利用该实验得到老化数据,基于外推法预测了LED球泡灯的寿命。罗帅等<sup>[3]</sup>针对变形镜出现的疲劳累积损伤,利用有限元分析方法,结合 Miner 累积损伤理论计算出变形镜的疲劳寿命。闫书法等<sup>[4]</sup>基于 Wiener 过程建立了油液光谱的退化模型,并利用 Kalman 滤波技术实现退化状态的在线更新,进一步得到了剩余寿命的分布。蔡忠义等<sup>[5]</sup>利用多组同类型激光产品的退化数据,基于 Wiener 过程建立非线性退化模型,进而推导出剩余寿命的分布。晁代宏等<sup>[6]</sup>基于退化数据分析了卫星中使用的光纤陀螺在空间辐射环境下的失效机理,并用 Normal-Poisson 复合随机过程进行退化建模。在此基础上,唐圣金等<sup>[7]</sup>扩展了文献<sup>[6]</sup>中的工作,在基于 Wiener 过程建模时考虑个体之间的差异性,证明了考虑个体之间的差异性可以明显提高剩余寿命预测的精度。

然而,现有大多数剩余寿命预测方法在退化建模中存在一个潜在的假设,即当前时刻估计的随机参数与上一时刻随机参数的后验估计完全相等<sup>[5,8-9]</sup>;并且假定存在多组同类型光电产品的历史退化数据用于参数估计<sup>[4,7,10-12]</sup>。但由于新研发的光电产品普遍存在先验信息、历史数据不足的情况,

因此上述方法不再适用。

鉴于以上问题,本文针对新研发的光电产品提出一种剩余寿命自适应预测方法。通过建立退化模型,利用 Kalman 滤波技术,得到剩余寿命分布的解析解。此外,本文还提出一种基于期望最大化(EM)算法的自适应参数估计方法,实现了在获得新的退化数据后,模型参数可以在线更新的目的。最后,通过 GaAs 激光器和光纤陀螺的退化数据验证本文方法可以有效地应用于新研发的光电产品中。

## 2 退化建模及剩余寿命自适应预测

Wiener 过程由于具有良好的数学特性,适合描述具有非单调的退化趋势,目前已经被广泛地应用于半导体激光器<sup>[5]</sup>、光纤陀螺<sup>[6-7]</sup>、液晶显示器<sup>[10]</sup>等产品的退化建模中。因此,本文采用 Wiener 过程来对光电产品的随机退化过程 $\{X(t), t \geq 0\}$ 建模,具体表示为

$$X(t) = X(0) + \lambda t + \sigma_B B(t), \quad (1)$$

式中: $t$ 为运行时间; $\lambda$ 和 $\sigma_B$ 分别为漂移系数和扩散系数; $X(t)$ 由标准 Brown 运动 $B(t)$ 驱动,且有 $\sigma_B B(t) \sim \mathcal{N}(0, \sigma_B^2 t)$ ,用于刻画退化过程中动态随机性和时间不确定性,其中 $\sim \mathcal{N}(\cdot)$ 表示服从于正态分布。不失一般性,假设初始状态 $X(0) = 0$ 。

在工程实际中,光电产品可能会经历不同的工作条件,如太阳能电池的充放电和阻抗条件。因此,同类产品中的不同个体在运行过程中的退化路径会呈现出不同的退化速率,所以有必要在退化建模中,考虑个体之间的差异性。本研究将漂移系数 $\lambda$ 作为随机参数来描述个体差异性,而将 $\sigma_B$ 作为固定参数来描述退化系统的共性特征。进一步假设 $\lambda \sim \mathcal{N}(\mu_\lambda, \sigma_\lambda^2)$ ,其中, $\mu_\lambda$ 和 $\sigma_\lambda$ 分别为漂移系数 $\lambda$ 的期望和标准差,且与 $\{B(t), t > 0\}$ 独立。以上所有假设被广泛地应用于产品的退化建模和剩余寿命预测中<sup>[5,9,11]</sup>。

为准确预测产品的剩余寿命,首先需根据首达时间的概念来定义产品的寿命,即表征产品健康状态的退化过程 $\{X(t), t \geq 0\}$ 首次达到预先设定的失效阈值 $\omega$ 时(该阈值一般由工业标准确定,如激光器的阈值电流等),认为产品失效。因此,基于首达时间的概念<sup>[4]</sup>,产品的寿命 $T$ 可以定义为

$$T = \inf\{t: X(t) \geq \omega \mid X(0) < \omega\}, \quad (2)$$

式中: $\inf\{\cdot\}$ 为求集合的下确界,即首达时间。

在以上的框架下,本文主要目标是为解决大多数相关文献中存在的潜在假设和新研发的光电产品中缺乏历史数据等问题,充分利用实时监测的退化数据来预测新研发产品的剩余寿命,并且可以在获得新的退化数据后实现剩余寿命的在线更新。具体地,假设在离散监测时间点满足  $0 = t_0 < t_1 < \dots < t_k$  ( $k$  为监测的次数)时获取退化数据,令  $x_k = X(t_k)$  表示在  $t_k$  时刻的退化数据,因此到  $t_k$  时刻的所有退化数据的集合可以表示为  $X_{0:k} = \{x_0, x_1, \dots, x_k\}$ 。基于首达时间的概念,产品在  $t_k$  时刻的剩余寿命  $L_k$  可以定义为

$$L_k = \inf\{l_k > 0; X(l_k + t_k) \geq \omega\}, \quad (3)$$

式中: $l_k$  为剩余寿命  $L_k$  的具体实现值;剩余寿命  $L_k$  的概率密度函数(PDF)为  $f_{L_k | X_{0:k}}(l_k | X_{0:k})$ 。因此,预测产品剩余寿命的关键是基于监测的退化数据  $X_{0:k}$ ,求解  $f_{L_k | X_{0:k}}(l_k | X_{0:k})$ ,并使其随退化数据的积累不断更新。

为融入个体差异性,建立随机参数  $\lambda$  随监测时间的更新机制为  $\lambda_k = \lambda_{k-1} + \eta$ ,其中  $\eta$  为随机游走项,且  $\eta \sim \mathcal{N}(0, Q)$  ( $Q$  为随机游走项的方差),初始随机参数  $\lambda_0 \sim \mathcal{N}(\mu_\lambda, \sigma_\lambda^2)$ 。这里,现有大多数文献在退化建模中存在一个潜在假设,即在  $t_k$  时刻估计的随机参数  $\lambda_k$  与  $t_{k-1}$  时刻随机参数的后验估计  $\lambda_{k-1}$  完全相等,但这会导致与随机参数的更新机制  $\lambda_k = \lambda_{k-1} + \eta$  相矛盾<sup>[5,8-9,12-13]</sup>。因此,为避免这种潜在的假设,在状态空间模型的框架下建立一个新的退化模型为

$$\begin{cases} \lambda_k = \lambda_{k-1} + \eta \\ x_k = x_{k-1} + \lambda_k t_k - \lambda_{k-1} t_{k-1} + \zeta_{k-1} \end{cases}, \quad (4)$$

式中: $\zeta_{k-1} = \sigma_B[B(t_k) - B(t_{k-1})]$ ,根据标准 Brown 运动的性质,进一步有  $\zeta_{k-1} \sim \mathcal{N}[0, \sigma_B^2(t_k - t_{k-1})]$ 。为进一步推导,将(4)式改写为

$$\begin{cases} \lambda_k = \lambda_{k-1} + \eta \\ x_k = x_{k-1} + \lambda_{k-1}(t_k - t_{k-1}) + \beta_{k-1} \end{cases}, \quad (5)$$

式中: $\beta_{k-1} = \eta t_k + \zeta_{k-1}$ ,根据正态分布的性质,有  $\beta_{k-1} \sim \mathcal{N}(0, R_{k-1})$ ,  $R_{k-1} = t_k^2 Q + \sigma_B^2(t_k - t_{k-1})$ 。

根据(5)式,可以将漂移系数  $\lambda_k$  视作“隐含”状态,因此对基于实时监测的退化数据  $X_{0:k}$ ,可以利用 Kalman 滤波进行估计。首先,定义  $\lambda_k$  的期望和方差分别为  $\hat{\lambda}_k | k = E(\lambda_k | X_{0:k})$  和  $P_k | k = \text{var}(\lambda_k | X_{0:k})$ ,其中  $E(\cdot)$  为期望算子,  $\text{var}(\cdot)$  为方差算子。其次,为避免潜在的假设,(5)式中的误差项  $\eta$  和  $\beta_{k-1}$  应相关,即

$$\begin{bmatrix} \eta \\ \beta_{k-1} \end{bmatrix} \sim \mathcal{N}\left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} Q & S_{k-1} \\ S_{k-1} & R_{k-1} \end{bmatrix}\right), \quad (6)$$

式中: $S_{k-1}$  为  $\eta$  和  $\beta_{k-1}$  的协方差,并且通过协方差公式可以得到  $S_{k-1} = t_k Q$ 。因此,为应用 Kalman 滤波,需要将(5)式进一步改写成<sup>[14]</sup>

$$\begin{cases} \lambda_k = \bar{A}_{k-1} \lambda_{k-1} + S_{k-1} R_{k-1}^{-1} (x_k - x_{k-1}) + \bar{\eta}_{k-1} \\ x_k = x_{k-1} + \lambda_{k-1} (t_k - t_{k-1}) + \beta_{k-1} \end{cases}, \quad (7)$$

式中: $\bar{A}_{k-1} = 1 - S_{k-1} R_{k-1}^{-1} (t_k - t_{k-1})$ ,  $\bar{\eta}_{k-1} = \eta - S_{k-1} R_{k-1}^{-1} \beta_{k-1}$ 。进一步,令  $\bar{Q}_{k-1} = Q - S_{k-1}^2 R_{k-1}^{-1}$ , 得到

$$\begin{bmatrix} \bar{\eta}_{k-1} \\ \beta_{k-1} \end{bmatrix} \sim \mathcal{N}\left(\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \bar{Q}_{k-1} & 0 \\ 0 & R_{k-1} \end{bmatrix}\right). \quad (8)$$

因此,将基于 Kalman 滤波算法的估计和更新过程记为算法 1。

#### 算法 1 (Kalman 滤波算法)

- 1) 初始化  $\hat{\lambda}_{0|0} = \mu_\lambda, P_{0|0} = \sigma_\lambda^2$ ;
- 2) 状态估计

$$\begin{cases} \hat{\lambda}_k | k-1 = \bar{A}_{k-1} \hat{\lambda}_{k-1} | k-1 + S_{k-1} R_{k-1}^{-1} (x_k - x_{k-1}) \\ \hat{\lambda}_k | k = \hat{\lambda}_k | k-1 + K_k [x_k - x_{k-1} - \hat{\lambda}_k | k-1 (t_k - t_{k-1})] \\ K_k = P_k | k-1 (t_k - t_{k-1}) [(t_k - t_{k-1})^2 P_k | k-1 + R_{k-1}]^{-1} \\ P_k | k-1 = \bar{A}_{k-1}^2 P_{k-1} | k-1 + \bar{Q}_{k-1} \end{cases}, \quad (9)$$

式中: $K_k$  为  $t_k$  时刻的 Kalman 滤波增益;

- 3) 协方差更新

$$P_k | k = P_k | k-1 - K_k P_k | k-1 (t_k - t_{k-1}). \quad (10)$$

应用 Kalman 滤波算法,可以得到  $\lambda_k \sim \mathcal{N}(\hat{\lambda}_k | k, P_k | k)$ 。对于(1)式的退化过程和(3)式中定义的剩余寿命,基于到当前时刻  $t_k$  的所有退化数据  $X_{0:k}$ ,剩余寿命的 PDF 可表示为

$$f_{L_k | X_{0:k}}(l_k | X_{0:k}) = \frac{\omega - x_k}{\sqrt{2\pi l_k^3 (P_k | k l_k + \sigma_B^2)}} \times \exp\left[-\frac{(\omega - x_k - \hat{\lambda}_k | k l_k)^2}{2 l_k (P_k | k l_k + \sigma_B^2)}\right]. \quad (11)$$

关于(11)式的详细证明可以在文献[9]中找到,因此在这里省略。当状态空间模型(4)式用于实时预测时,模型参数  $\mu_\lambda, \sigma_\lambda^2, Q$  和  $\sigma_B^2$  均未知。而针对新研发的光电产品,由于缺乏历史退化数据和先验信息,需要利用实时监测的退化数据不断地更新模型参数,使得预测的剩余寿命能够更好地反映产品当前的健康状态。因此,第 3 节将主要讨论基于 EM 算法,利用产品运行到当前时刻的退化数据

$X_{0:k}$  来实现参数的自适应估计。

### 3 基于 EM 算法的自适应参数估计

首先,令  $\boldsymbol{\theta} = [\mu_\lambda, \sigma_\lambda^2, Q, \sigma_B^2]^T$  表示未知参数向量,那么在  $t_k$  时刻退化数据  $X_{0:k}$  关于未知参数向量  $\boldsymbol{\theta}$  的对数似然函数  $\mathcal{L}_k(\boldsymbol{\theta})$  为

$$\mathcal{L}_k(\boldsymbol{\theta}) = \ln p(X_{0:k} | \boldsymbol{\theta}), \quad (12)$$

式中:  $p(X_{0:k} | \boldsymbol{\theta})$  为退化数据  $X_{0:k}$  的联合 PDF。基于退化数据  $X_{0:k}$  的对数似然函数,  $\boldsymbol{\theta}$  的极大似然估计值  $\hat{\boldsymbol{\theta}}_k$  可以通过最大化对数似然函数得到,即

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_k = \arg \max_{\boldsymbol{\theta}} \mathcal{L}_k(\boldsymbol{\theta}). \quad (13)$$

由于本文将漂移系数  $\lambda_k$  视作“隐含”状态,因此无法直接使(13)式最大化。然而,EM 算法为解决这一问题提供了可行的方案,其基本原理是通过最大化联合似然函数  $p(\lambda_k, X_{0:k} | \boldsymbol{\theta})$  来逼近参数的极大似然估计,使得估计的  $\boldsymbol{\theta}$  可以通过迭代 E-Step 和 M-Step 实现。

#### 1) E-Step

$$\ell(\boldsymbol{\theta} | \hat{\boldsymbol{\theta}}_k^{(i)}) = E_{\lambda_k | X_{0:k}, \hat{\boldsymbol{\theta}}_k^{(i)}} [\ln p(\lambda_k, X_{0:k} | \boldsymbol{\theta})], \quad (14)$$

式中:  $\ell(\cdot)$  表示联合对数似然函数的期望;  $\hat{\boldsymbol{\theta}}_k^{(i)} = [(\mu_\lambda)_k^{(i)}, (\sigma_\lambda^2)_k^{(i)}, (Q)_k^{(i)}, (\sigma_B^2)_k^{(i)}]^T$  表示基于退化数据  $X_{0:k}$  进行第  $i$  次迭代结果;  $E_{\lambda_k | X_{0:k}, \hat{\boldsymbol{\theta}}_k^{(i)}}[\cdot]$  表示在给定退化数据  $X_{0:k}$  和第  $i$  次迭代的参数向量  $\hat{\boldsymbol{\theta}}_k^{(i)}$  时,关于漂移系数  $\lambda_k$  的条件期望算子。

#### 2) M-Step

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_k^{(i+1)} = \arg \max_{\boldsymbol{\theta}} [\ell(\boldsymbol{\theta} | \hat{\boldsymbol{\theta}}_k^{(i)})]. \quad (15)$$

根据 EM 算法理论<sup>[15]</sup>,迭代过程应从当前第  $i$  步在极大似然意义下的估计值  $\hat{\boldsymbol{\theta}}_k^{(i)}$  出发,在第  $i+1$  步更新得到更好的估计值  $\hat{\boldsymbol{\theta}}_k^{(i+1)}$ ,即随着迭代次数的增加,得到的参数估计值越来越好。但在实际应用 EM 算法时,一般需要进行多次迭代,直到满足给定的某一收敛判据为止,由此得到估计的参数值。

下面利用 EM 算法对未知参数向量  $\boldsymbol{\theta}$  进行估计,为得到完整的联合似然函数  $p(\lambda_k, X_{0:k} | \boldsymbol{\theta})$ ,首先将状态空间模型(5)式改为

$$\begin{bmatrix} \lambda_k \\ x_k - x_{k-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ t_k - t_{k-1} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{k-1} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \eta \\ \beta_{k-1} \end{bmatrix}, \quad (16)$$

$$\text{并且,令 } \boldsymbol{z}_j = \begin{bmatrix} \lambda_j \\ x_j - x_{j-1} \end{bmatrix}, \boldsymbol{\Gamma}_j = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ t_j - t_{j-1} & 0 \end{bmatrix},$$

$$\boldsymbol{z}_{j-1} = \begin{bmatrix} \lambda_{j-1} \\ 0 \end{bmatrix}, \text{其中 } j \text{ 表示监测次数 } k \text{ 的索引值。}$$

因此,完整的联合似然函数的计算为

$$\begin{aligned} \ln p(\lambda_k, X_{0:k} | \boldsymbol{\theta}) &= \ln p(X_{0:k} | \lambda_k, \boldsymbol{\theta}) + \ln p(\lambda_k | \boldsymbol{\theta}) = \\ &= -\frac{1}{2} \ln \sigma_\lambda^2 - \frac{1}{2} \frac{(\lambda_0 - \mu_\lambda)^2}{\sigma_\lambda^2} - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^k [\ln |\boldsymbol{\mathfrak{S}}_{j-1}| + \\ & (\boldsymbol{z}_j - \boldsymbol{\Gamma}_j \boldsymbol{z}_{j-1})^T \boldsymbol{\mathfrak{S}}_{j-1}^{-1} (\boldsymbol{z}_j - \boldsymbol{\Gamma}_j \boldsymbol{z}_{j-1})], \end{aligned} \quad (17)$$

式中:  $\boldsymbol{\mathfrak{S}}_{j-1} = \begin{bmatrix} Q & S_{j-1} \\ S_{j-1} & R_{j-1} \end{bmatrix}$ ;  $\lambda_0$  为漂移系数的初始值。

与传统的 EM 算法不同<sup>[15-18]</sup>, (17) 式中的系数矩阵  $\boldsymbol{\Gamma}_j$  和协方差矩阵  $\boldsymbol{\mathfrak{S}}_{j-1}$  与监测时刻相关。因此,由 E-Step 计算(17)式可得

$$\begin{aligned} \ell(\boldsymbol{\theta} | \hat{\boldsymbol{\theta}}_k^{(i)}) &= E_{\lambda_k | X_{0:k}, \hat{\boldsymbol{\theta}}_k^{(i)}} [\ln p(\lambda_k, X_{0:k} | \boldsymbol{\theta})] = -\frac{1}{2} \ln \sigma_\lambda^2 - \\ & \frac{E_{\lambda_k | X_{0:k}, \hat{\boldsymbol{\theta}}_k^{(i)}} [(\lambda_0 - \mu_\lambda)^2]}{2\sigma_\lambda^2} - \frac{1}{2} \sum_{j=1}^k \{ \ln |\boldsymbol{\mathfrak{S}}_{j-1}| + \\ & \text{Tr}[\boldsymbol{\mathfrak{S}}_{j-1}^{-1} (\boldsymbol{\Phi} - \boldsymbol{\Psi} \boldsymbol{\Gamma}_j^T - \boldsymbol{\Gamma}_j \boldsymbol{\Psi}^T + \boldsymbol{\Gamma}_j \boldsymbol{\Omega} \boldsymbol{\Gamma}_j^T)] \}, \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{cases} \boldsymbol{\Phi} = E_{\lambda_k | X_{0:k}, \hat{\boldsymbol{\theta}}_k^{(i)}} (\boldsymbol{z}_j \boldsymbol{z}_j^T) \\ \boldsymbol{\Psi} = E_{\lambda_k | X_{0:k}, \hat{\boldsymbol{\theta}}_k^{(i)}} (\boldsymbol{z}_j \boldsymbol{z}_{j-1}^T) \\ \boldsymbol{\Omega} = E_{\lambda_k | X_{0:k}, \hat{\boldsymbol{\theta}}_k^{(i)}} (\boldsymbol{z}_{j-1} \boldsymbol{z}_{j-1}^T) \end{cases}, \quad (19)$$

式中:  $\text{Tr}(\cdot)$  表示矩阵的迹。

显然,若想计算(18)式,必须先得到条件期望  $\boldsymbol{\Phi}$ ,  $\boldsymbol{\Psi}$  和  $\boldsymbol{\Omega}$ 。在本文中,采用 Rauch-Tung-Striebel (RTS) 平滑滤波技术来实现,具体记为算法 2。

#### 算法 2 (RTS 平滑滤波算法)

##### 1) 后向迭代

$$\begin{cases} H_j = P_j | j \bar{A}_j P_{j+1}^{-1} | j \\ \hat{\lambda}_{j|k} = \hat{\lambda}_{j|j} + H_j (\hat{\lambda}_{j+1|k} - \hat{\lambda}_{j+1|j}) \\ P_{j|k} = P_{j|j} + H_j^2 (P_{j+1|k} - P_{j+1|j}) \end{cases}; \quad (20)$$

##### 2) 初始化

$$M_{k|k} = [1 - K_k(t_k - t_{k-1})] \bar{A}_{k-1} P_{k-1|k-1}; \quad (21)$$

##### 3) 协方差的后向迭代

$$M_{j|k} = P_j | j H_{j-1} + H_j (M_{j+1|k} - \bar{A}_j P_j | j) H_{j-1}, \quad (22)$$

式中:  $M_{j|k} = \text{cov}(\lambda_j, \lambda_{j-1} | X_{0:k})$ , 其中  $\text{cov}(\cdot)$  为协方差算子。  $\hat{\lambda}_{j|j}$ ,  $P_{j|j}$  和  $P_{j+1|j}$  可以通过算法 1 计算。因此,基于算法 2,根据文献[19]的结果可以计算出条件期望  $\boldsymbol{\Phi}$ ,  $\boldsymbol{\Psi}$  和  $\boldsymbol{\Omega}$ 。

到此,完成了 E-Step 的计算过程,下面令  $\partial \ell(\boldsymbol{\theta} | \hat{\boldsymbol{\theta}}_k^{(i)}) \partial \boldsymbol{\theta} = 0$ ,求得 M-Step 中第  $i+1$  步的参数估计值  $\hat{\boldsymbol{\theta}}_k^{(i+1)}$ 。但是,由于系数矩阵  $\boldsymbol{\Gamma}_j$  和协方差矩阵  $\boldsymbol{\mathfrak{S}}_{j-1}$  与监测时刻相关,因此导致(18)式无法直接对  $\boldsymbol{\mathfrak{S}}_{j-1}$  求偏导。为此,首先令

$$\mathbf{Y}_j = \boldsymbol{\Phi} - \boldsymbol{\Psi} \boldsymbol{\Gamma}_j^T - \boldsymbol{\Gamma}_j \boldsymbol{\Psi}^T + \boldsymbol{\Gamma}_j \boldsymbol{\Omega} \boldsymbol{\Gamma}_j^T = \begin{bmatrix} a_j & b_j \\ c_j & d_j \end{bmatrix}, \quad (23)$$

式中:  $a_j, b_j, c_j, d_j$  为矩阵  $\mathbf{Y}_j$  的元素值。

进一步地,将(18)式中的第 3 项改写成

$$\sum_{j=1}^k \{ \ln |\boldsymbol{\mathfrak{S}}_{j-1}| + \text{Tr}[\boldsymbol{\mathfrak{S}}_{j-1}^{-1}(\boldsymbol{\Phi} - \boldsymbol{\Psi} \boldsymbol{\Gamma}_j^T - \boldsymbol{\Gamma}_j \boldsymbol{\Psi}^T + \boldsymbol{\Gamma}_j \boldsymbol{\Omega} \boldsymbol{\Gamma}_j^T)] \} = \sum_{j=1}^k [ \ln |\boldsymbol{\mathfrak{S}}_{j-1}| + \text{Tr}(\boldsymbol{\mathfrak{S}}_{j-1}^{-1} \mathbf{Y}_j) ] = \sum_{j=1}^k \left\{ \ln[\sigma_B^2 Q(t_j - t_{j-1})] + \frac{t_j^2 a_j - t_j c_j - t_j b_j + d_j}{\sigma_B^2(t_j - t_{j-1})} + \frac{a_j}{Q} \right\}. \quad (24)$$

因此,结合(18)式和(24)式对未知参数向量  $\boldsymbol{\theta}$  求偏导,可得

$$\begin{cases} \frac{\partial \ell(\boldsymbol{\theta} | \hat{\boldsymbol{\theta}}_k^{(i)})}{\partial \mu_\lambda} = \frac{\hat{\lambda}_{0|k} - \mu_\lambda}{\sigma_\lambda^2} \\ \frac{\partial \ell(\boldsymbol{\theta} | \hat{\boldsymbol{\theta}}_k^{(i)})}{\partial \sigma_\lambda^2} = \frac{1}{2} \frac{P_{0|k} - \sigma_\lambda^2}{(\sigma_\lambda^2)^2} \\ \frac{\partial \ell(\boldsymbol{\theta} | \hat{\boldsymbol{\theta}}_k^{(i)})}{\partial Q} = -\frac{1}{2} \left[ \frac{k}{Q} - \frac{1}{Q^2} \sum_{j=1}^k (a_j) \right] \\ \frac{\partial \ell(\boldsymbol{\theta} | \hat{\boldsymbol{\theta}}_k^{(i)})}{\partial \sigma_B^2} = -\frac{1}{2} \left[ \frac{k}{\sigma_B^2} - \frac{1}{(\sigma_B^2)^2} \sum_{j=1}^k \left( \frac{t_j^2 a_j - t_j c_j - t_j b_j + d_j}{t_j - t_{j-1}} \right) \right] \end{cases}. \quad (25)$$

下一步,令  $\partial \ell(\boldsymbol{\theta} | \hat{\boldsymbol{\theta}}_k^{(i)}) \partial \boldsymbol{\theta} = 0$ ,可得第  $i+1$  步的参数估计值  $\hat{\boldsymbol{\theta}}_k^{(i+1)}$  分别为

$$\begin{cases} (\mu_\lambda)_k^{(i+1)} = \hat{\lambda}_{0|k} \\ (\sigma_\lambda^2)_k^{(i+1)} = P_{0|k} \\ (Q)_k^{(i+1)} = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k a_j \\ (\sigma_B^2)_k^{(i+1)} = \frac{1}{k} \sum_{j=1}^k \left( \frac{t_j^2 a_j - t_j c_j - t_j b_j + d_j}{t_j - t_{j-1}} \right) \end{cases}. \quad (26)$$

本文参数估计方法在获得一个新的退化数据后,可对模型参数进行自适应的估计和更新,以克服新研发的光电产品中缺乏先验信息和历史数据等问题,进而提高剩余寿命预测的准确性。本文新研发光电产品剩余寿命自适应预测方法的流程如图 1 所示。

图 1 中,为克服大多数现有方法存在的潜在假设,构造一个误差项相关的状态空间模型(5)式。进一步,为应用 Kalman 滤波和 EM 算法,将构造的状态空间模型改写成两种形式,即误差项不相关的

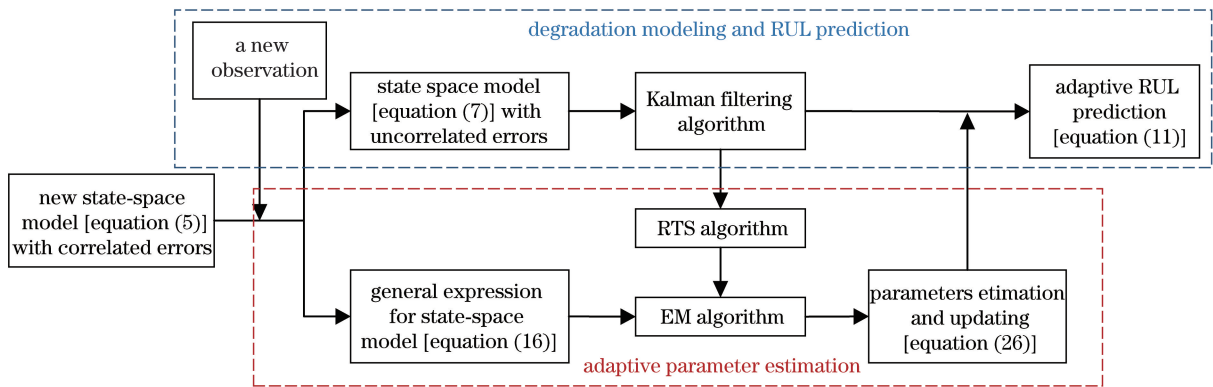


图 1 RUL 自适应预测方法的流程图

Fig. 1 Flowchart of adaptive RUL prediction method

(7)式和一般表达式的(16)式。因此,当一个新的退化数据可用时,随机参数可以通过 Kalman 滤波算法实现在线估计,并且由 RTS 算法和 EM 算法实现模型所有参数的自适应估计和更新。因此,基于更新后的模型参数(26)式,可以由(11)式计算出产品的剩余寿命。

## 4 实验研究

### 4.1 GaAs 激光器的性能退化数据

GaAs 激光器是一类体积小、效率高的光电产品,目前在激光通信、激光陀螺、激光制导跟踪、激光雷达等领域发挥着举足轻重的作用。因此,准确预测其剩余寿命、降低突发失效的风险是十分重要的。这里,引用文献[20]中某型号 GaAs 激光器的性能退化数据,来验证本文方法的有效性。该数据包含了 15 个样本在 80 °C 下工作电流随时间变化的百分比,监测间隔为 250 h 至 4000 h 为止,失效阈值  $\omega = 10$  (即工作电流增加 10% 时,激光器失效),退化数

据如图 2 所示。

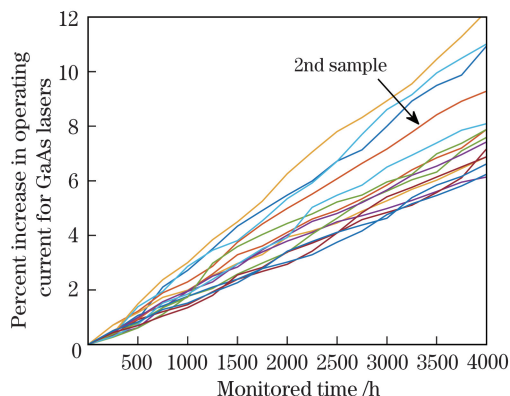


图 2 15 个 GaAs 激光器的退化数据

Fig. 2 Degradation data of 15 GaAs lasers

从图 2 中可以看出,15 个样本的退化趋势相似。因此,以其中第 2 个样本为例,来验证本文方法的有效性。下面利用提出的参数估计方法对模型参数向量  $\theta = [\mu_\lambda, \sigma_\lambda^2, Q, \sigma_B^2]^T$  进行自适应估计,在每个监测时刻的估计结果如图 3 所示。

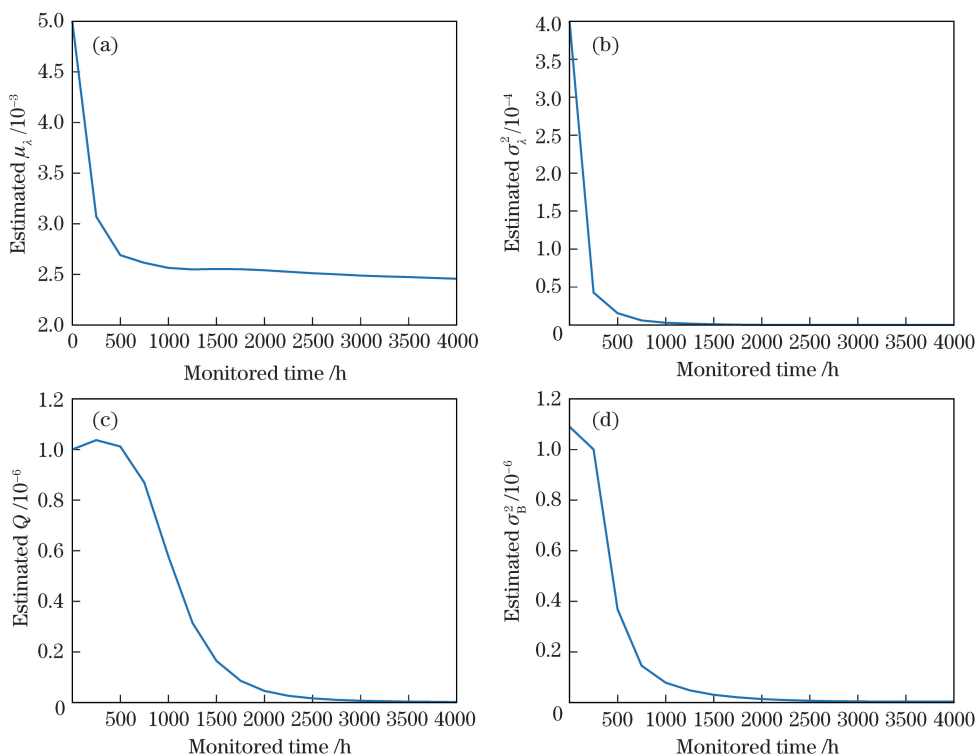


图 3 模型参数的自适应估计过程。(a)估计的  $\mu_\lambda$ ; (b)估计的  $\sigma_\lambda^2$ ; (c)估计的  $Q$ ; (d)估计的  $\sigma_B^2$

Fig. 3 Adaptive estimation processes of model parameters. (a) Estimated  $\mu_\lambda$ ; (b) estimated  $\sigma_\lambda^2$ ; (c) estimated  $Q$ ; (d) estimated  $\sigma_B^2$

图 3 的结果表明,随着退化数据的积累,模型参数可以很快地收敛。并且,在每个监测时刻,模型参数都可以得到更新,进而由(11)式计算出剩余寿命的 PDF。进一步地,将本文方法与文献[11]中的方

法进行对比,以证明本文方法在预测光电产品剩余寿命上的性能优势。这里,文献[11]中的方法需要假定存在多组同类型产品的退化数据来离线确定模型初始参数,并且这些参数一旦确定,就不再随着新

的退化数据进行更新。因此,在对比实验中本文方法采用随机的初始参数,而文献[11]中的方法采用合适的初始参数,图4为在最后5个监测点剩余寿命的PDF的对比结果。

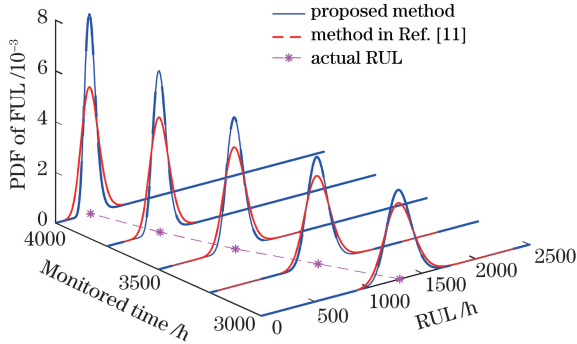


图4 最后5个监测点RUL的PDF的对比结果  
Fig. 4 Comparison of PDF of RUL at last five monitored points

从图4可以看出,两种方法预测的剩余寿命的PDF都包含了实际的剩余寿命。但是随着退化数据的积累,本文方法得到的PDF更加尖锐,这意味着本文方法预测的剩余寿命的不确定性更低,这对于准确掌握产品的健康状态尤为重要。为进一步量化对比结果,引入剩余寿命预测中常用的均方误差(MSE)指标  $\beta_{MSE,k}$ ,具体定义为

$$\beta_{MSE,k} = \int_0^{\infty} (l_k - \tilde{L}_k)^2 f_{L_k | X_{0:k}}(l_k | X_{0:k}) dl_k, \quad (27)$$

式中: $\tilde{L}_k$ 为 $t_k$ 时刻产品实际的剩余寿命。MSE的值越小,说明剩余寿命预测的精度越高,结果更加准确。图5为这两种方法在所有监测时刻的MSE对比结果。

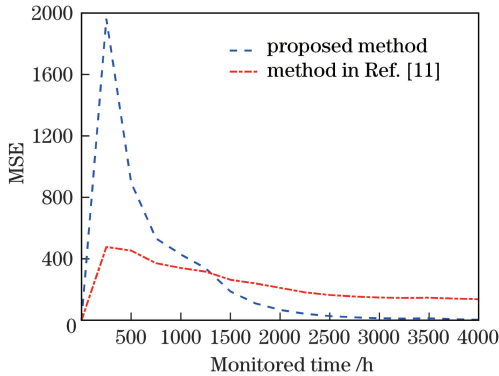


图5 所有监测时刻的MSE对比结果  
Fig. 5 Comparison of MSE of two different methods at all monitored time

图5的结果表明,由于本文方法采用随机的初始参数,因此在监测初期退化数据较少时,估计的模

型参数不准确,进而导致剩余寿命预测的MSE较大。但是,随着监测时间的推移,本文方法预测的剩余寿命的MSE明显低于文献[11]中的方法,这表明本文方法具有很好的剩余寿命预测性能,并且可以克服历史数据和先验信息不足的限制。下面,将利用文献[7]中光纤陀螺的性能退化数据来进一步验证本文方法的有效性和通用性。

#### 4.2 光纤陀螺的性能退化数据

光纤陀螺是一种基于光学 Sagnac 效应的新型“全固态”结构惯性器件,具有体积小、启动速度快、可靠性高等优点,已被广泛应用于宇航领域<sup>[6-7]</sup>。实际中,能够描述光纤陀螺性能的主要参数有零偏、零偏稳定性、标度因数等。根据文献[7],选定光纤陀螺中最关键的零偏作为性能退化的特征量,并设定其失效阈值为 $1^\circ/h$ ,监测间隔为100h,并在2000h时终止实验,收集的退化数据如图6所示。

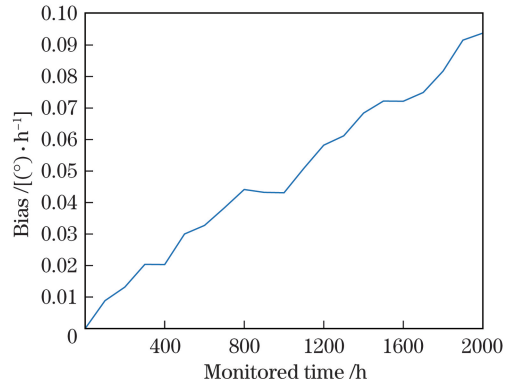


图6 光纤陀螺零偏的退化数据

Fig. 6 Bias degradation data for fiber-optic gyroscope

为进一步证明本文方法的优越性,在考虑与文献[11]对比的同时,增加对文献[12]的对比。这里,文献[12]中的方法不仅利用多组历史退化数据来离线地确定模型初始参数,而且在退化建模中存在由潜在假设所带来的矛盾。因此,采用与4.1节类似的实验方法,设定本文方法采用随机的初始参数,文献[11-12]中的方法采用合适的初始参数,图7为三种方法在剩余寿命预测性能上的对比结果。

显然,本文方法在剩余寿命预测的性能上具有明显的优势。为使结果更加直观,选择箱形图作进一步验证。箱形图中箱子的大小表征预测的剩余寿命的不确定性,箱子越大,不确定性越高。箱子中的实线表征预测的剩余寿命的期望,越接近实际的剩余寿命,说明预测的结果越准确。图8为三种方法在4个不同监测点的箱形图。

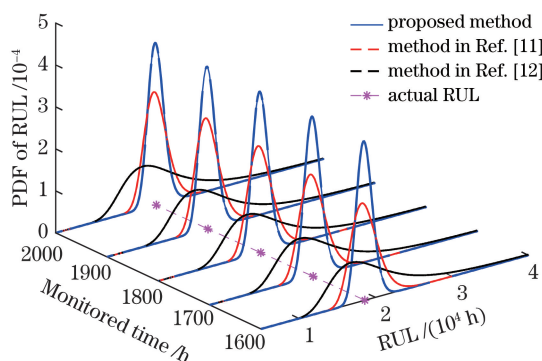


图 7 三种方法在 RUL 预测性能上的对比结果  
Fig. 7 Comparison of three methods in prediction performance of RUL

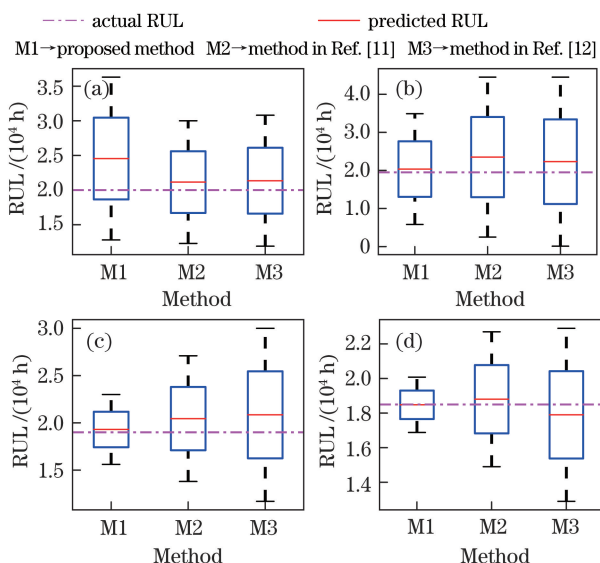


图 8 在 4 个不同监测点的箱形图。(a)第 5 个监测点；  
(b)第 10 个监测点；(c)第 15 个监测点；(d)第  
20 个监测点  
Fig. 8 Box-plots at four different monitoring points.  
(a) 5th point; (b) 10th point; (c) 15th point;  
(d) 20th point

从图 8(a)中可以看出,在退化数据较少时,由于本文方法采用随机的初始参数,预测的剩余寿命不确定性较高,结果不准确,但随着监测时间的推移,退化数据的积累,本文方法得到的箱子越来越小,且越来越接近实际的剩余寿命,如图 8(b)~(d)所示。这表明与其他方法相比,本文方法预测的剩余寿命不确定性更低,精度更高,在实际应用中具有更好的预测性能。

综上,通过 GaAs 激光器和光纤陀螺的实例研究,验证了本文方法可以显著地提高剩余寿命预测的精度,并且更加适用于缺乏历史数据和先验信息的新研发光电产品。

## 5 结 论

针对新研发的光电产品,提出一种自适应的剩余寿命预测方法。为克服现有研究中普遍存在的潜在假设,构造了一个新的状态空间模型,进而推导出剩余寿命分布的解析解;此外,为解决实际中缺乏先验信息和历史退化数据等问题,提出一种融合 RTS 和 EM 算法的自适应参数估计方法,使得估计的模型参数和预测的剩余寿命可以随着退化数据的积累不断地进行在线更新;最后,通过 GaAs 激光器和光纤陀螺的实际退化数据进行对比研究,证明了本文方法不依赖于模型的初始参数,并且预测的剩余寿命精度更高,稳健性更强,可以有效地应用于新研发的光电产品。

## 参 考 文 献

- [1] Zhang J P, Zong Y, Zhu W Q, *et al.* A novel model of life prediction for photoelectric products and its application[J]. *Acta Optica Sinica*, 2018, 38(2): 0223001.  
张建平, 宗雨, 朱文清, 等. 光电产品的新型寿命预测模型及其应用[J]. *光学学报*, 2018, 38(2): 0223001.
- [2] Lan X Y, Yang X, Su S C, *et al.* Effects of current and temperature stress on reliability of LED bulbs[J]. *Laser & Optoelectronics Progress*, 2019, 56(8): 082301.  
蓝翎砚, 杨欣, 宿世臣, 等. 电流和温度应力对 LED 球泡灯可靠性的影响[J]. *激光与光电子学进展*, 2019, 56(8): 082301.
- [3] Luo S, Chen L X, Zhang B. Influence of structural parameters of deformable mirror on its fatigue life [J]. *Acta Optica Sinica*, 2017, 37(10): 1001003.  
罗帅, 陈丽霞, 张彬. 变形镜的结构参数对其疲劳寿命的影响[J]. *光学学报*, 2017, 37(10): 1001003.
- [4] Yan S F, Ma B, Zheng C S, *et al.* Remaining useful life prediction of power-shift steering transmission based on uncertain oil spectral data[J]. *Spectroscopy and Spectral Analysis*, 2019, 39(2): 553-558.  
闫书法, 马彪, 郑长松, 等. 基于不确定油液光谱数据的综合传动装置剩余寿命预测[J]. *光谱学与光谱分析*, 2019, 39(2): 553-558.
- [5] Cai Z Y, Guo J S, Chen Y X, *et al.* Remaining lifetime online prediction based on step-stress accelerated degradation modeling [J]. *Systems Engineering and Electronics*, 2018, 40(11): 2605-2610.  
蔡忠义, 郭建胜, 陈云翔, 等. 基于步进加速退化建模的剩余寿命在线预测[J]. *系统工程与电子技术*,



- 2018, 40(11): 2605-2610.
- [6] Chao D H, Ma J, Chen S Y, *et al.* Reliability assessment of FOGs used for satellite from degradation data[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2011, 40(9): 1763-1767.  
晁代宏, 马静, 陈淑英, 等. 基于性能退化的卫星用光纤陀螺可靠性评估[J]. *红外与激光工程*, 2011, 40(9): 1763-1767.
- [7] Tang S J, Guo X S, Si X S, *et al.* Remaining useful life prediction of FOGs used for satellite based on Wiener process[J]. *Infrared and Laser Engineering*, 2013, 42(12): 3347-3352.  
唐圣金, 郭晓松, 司小胜, 等. 基于维纳过程的卫星用光纤陀螺剩余寿命预测[J]. *红外与激光工程*, 2013, 42(12): 3347-3352.
- [8] Chen Y C, He H F, Deng H X, *et al.* A system degradation modeling method based on Kalman filter and Wiener process [J]. *Electronics Optics & Control*, 2015, 22(7): 107-110.  
陈逸成, 何华锋, 邓会选, 等. 基于 Kalman 滤波和 Wiener 过程的系统性能退化数据建模方法[J]. *光电与控制*, 2015, 22(7): 107-110.
- [9] Si X S, Wang W B, Hu C H, *et al.* A Wiener-process-based degradation model with a recursive filter algorithm for remaining useful life estimation[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2013, 35(1/2): 219-237.
- [10] Yan W A, Song B W, Duan G L, *et al.* Real-time reliability evaluation of two-phase Wiener degradation process[J]. *Communications in Statistics-Theory and Methods*, 2016, 46(1): 176-188.
- [11] Zheng J F, Si X S, Hu C H, *et al.* A nonlinear prognostic model for degrading systems with three-source variability[J]. *IEEE Transactions on Reliability*, 2016, 65(2): 736-750.
- [12] Zhang H H, Hu C H, Fan H D, *et al.* A new remaining useful life prediction approach based on Wiener process with an adaptive drift[C]//2015 Chinese Automation Congress (CAC), November 27-29, 2015, Wuhan, China. New York: IEEE, 2015: 2052-2056.
- [13] Wang D, Tsui K L. Brownian motion with adaptive drift for remaining useful life prediction: revisited[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2018, 99: 691-701.
- [14] Chui C K, Chen G R. Limiting Kalman filter[M]// *Kalman filtering with real-time applications*. Springer series in information sciences. Berlin, Heidelberg: Springer, 1987, 17: 78-98.
- [15] Dempster A P, Laird N M, Rubin D B. Maximum likelihood from incomplete data via the EM algorithm [J]. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological)*, 1977, 39(1): 1-22.
- [16] Gibson S, Ninness B. Robust maximum-likelihood estimation of multivariable dynamic systems[J]. *Automatica*, 2005, 41(10): 1667-1682.
- [17] Kadiramanathan V, Anderson S R. Maximum-likelihood estimation of delta-domain model parameters from noisy output signals[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, 56(8): 3765-3770.
- [18] Wills A, Ninness B, Gibson S. Maximum likelihood estimation of state space models from frequency domain data[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2009, 54(1): 19-33.
- [19] Shumway R H, Stoffer D S. Time series analysis and its applications[M]. New York, NY: Springer, 2011: 326-344.
- [20] Meeker W Q, Escobar L A. Statistical methods for reliability data[M]. New York: John Wiley & Sons, 1998: 323-325.