

# 基于波导理论的针孔点衍射波前分析方法

陈元恺, 李瑶, 王晨, 白剑, 杨甬英\*

浙江大学光电科学与工程学院, 浙江 杭州 310027

**摘要** 提出一种基于波导理论的针孔点衍射波前分析方法。该方法将针孔作为圆形波导, 采用解析法求解波导的模式进而得到针孔后端面电场分布; 根据矢量衍射理论推导出衍射波前的远场分布, 最后详细分析了针孔透光率、衍射波前的强度与相位。结果表明, 波导边界条件使针孔后端面各电场分量旋转不对称, 使像散成为衍射波前的主要像差。为使透光率大于 0, 针孔直径必须大于  $0.6\lambda$  ( $\lambda$  为波长), 以保证针孔中存在满足波导传输条件的模式。衍射波前两电场分量振幅分布的不同使衍射波前强度分布不具有旋转对称性, 两者的相位差使衍射波前成为椭圆偏振光。该仿真结果为点衍射干涉仪中针孔结构的设计提供了重要的参考。

**关键词** 测量; 点衍射波前; 电磁光学; 光学仪器

中图分类号 O436.1

文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201939.1112001

## Wavefront Analysis Method of Pinhole Point-Diffraction Based on Waveguide Theory

Chen Yuankai, Li Yao, Wang Chen, Bai Jian, Yang Yongying\*

College of Optical Science and Engineering, Zhejiang University, Hangzhou, Zhejiang 310027, China

**Abstract** A wavefront analysis method of pinhole point-diffraction based on waveguide theory is proposed in this paper. In this method, the pinhole is treated as a circular waveguide and the modes in the waveguide are calculated by analytical method to acquire the electric field distribution at the back surface of the pinhole. Next, diffraction wavefront in the far field is derived by the vector diffraction theory. Finally, the pinhole transmittance, the intensity and the phase of the diffraction wavefront are analyzed in detail. Results show that the boundary conditions of the waveguide cause the rotation asymmetry of the electric field components at the back surface of the pinhole, and then introduce the astigmatism aberration into the diffraction wavefront. In order to make the transmittance larger than zero, the pinhole diameter must be greater than  $0.6\lambda$  to ensure that the modes in the pinhole meet the waveguide transmission conditions. The difference of the amplitude distribution between two electric field components in diffraction wavefront leads to rotational asymmetry of the intensity of the diffraction wavefront, while the difference of the phase distribution makes the diffraction wavefront elliptically polarized. Simulation results obtained in this method provide vital reference for the design of the pinhole structure in the point-diffraction interferometer.

**Key words** measurement; point diffraction wavefront; electromagnetic optics; optical instruments

**OCIS codes** 120.3180; 050.1960; 120.4640

## 1 引 言

随着光学加工技术的日益发展, 光学元件加工精度不断提高, 对相应的检测精度提出了更高的要求。以极紫外光刻系统中的光刻投影物镜为例, 所需的检测精度已经达到了纳米甚至亚纳米量级<sup>[1]</sup>。泰曼-格林干涉仪等传统干涉仪的参考波前受标准参考镜加工精度的限制, 其最大检测精度仅能达到

$\lambda/40$  ( $\lambda$  为波长), 无法满足如此高精度的检测要求<sup>[2]</sup>。针孔点衍射干涉仪<sup>[2-13]</sup>, 借助尺寸与工作波长相当的圆形针孔衍射产生的近乎理想的球面波前作为参考波前, 克服了传统干涉仪的弊端, 成为高精度光学检测领域中极具发展潜力的技术仪器。

衍射波前是决定针孔点衍射干涉仪检测精度的核心因素, 因此, 国内外众多学者提出各种方法来研究其性质。这些研究方法主要分为标量衍射理论与

收稿日期: 2019-04-16; 修回日期: 2019-06-18; 录用日期: 2019-06-25

基金项目: 国家自然科学基金重大科研仪器研制项目(61627825)、国家自然科学基金面上项目(61875173)

\* E-mail: yyyang07@163.com

矢量衍射理论。标量衍射理论<sup>[3-6]</sup>,将产生衍射波前的圆形针孔作为光阑来处理,忽略了入射光与针孔相互作用对针孔后端面电场分布的影响。传统的矢量衍射理论<sup>[7-13]</sup>,采用时域有限差分(FDTD)等电磁场数值计算方法对入射光在针孔中的整个传播过程进行仿真计算,进而得到针孔后端面的电场分布(近场分布),然后根据惠更斯原理实现近场远推,得到衍射波前的远场分布。这类方法忽略了针孔起到的导行电磁波的作用。同时,大多数这类方法采用标量形式的近场远推公式<sup>[7-10]</sup>,忽略衍射波前各个电场分量对其强度与相位的影响。虽然少数该类方法采用矢量形式的近场远推公式<sup>[11-13]</sup>,但是依旧没有对此进行详细地分析。

为解决上述问题,本文提出一种基于波导理论的针孔点衍射波前分析方法。相比于传统的波前分析方法,提出的波前分析方法有3点优势。1)该方法从波导理论出发将针孔作为圆形波导来分析针孔衍射,充分考虑了波导边界条件、传输条件以及耦合效率对针孔透光率、衍射波前强度与相位的影响。2)该方法采用严格的矢量衍射理论计算衍射波前远场分布,在充分考虑衍射波前各个电场分量振幅与相位分布的基础上,分析衍射波前的强度与相位分

布。3)该方法根据波导理论与矢量衍射理论得到的针孔后端面电场及衍射波前的解析解,物理意义明晰且易于分析,直观地揭示了针孔衍射的特性。因此,此波前分析方法是一种研究点衍射干涉仪中针孔衍射的有效手段。对于基于液晶<sup>[14]</sup>、半波片<sup>[15]</sup>、金属线栅<sup>[16]</sup>等针孔结构的点衍射干涉仪,本文提出的波前分析方法同样适用。考虑到这些针孔结构作为波导时有着较为复杂的折射率分布,可以采用本征模有限差分(FDE)算法<sup>[17]</sup>等电磁场数值计算方法代替解析法计算针孔中的模式。

## 2 基本原理

### 2.1 系统布局

针孔点衍射干涉仪原理图如图1所示,入射光通过显微物镜聚焦于针孔,并经针孔衍射后形成近乎理想的球面衍射波前。衍射波前被分成两部分,一部分作为参考波前 $W_1$ ,另一部分则作为测试波前 $W_2$ 。测试波前 $W_2$ 被待测球面反射后成为包含有待测面面型信息的测试波前 $W_3$ 。测试波前 $W_3$ 经针孔附近的金属膜层反射后,与参考波前 $W_1$ 相干叠加,经过准直透镜与成像透镜组成的成像系统后,最终在电荷耦合相机(CCD)上形成干涉条纹。

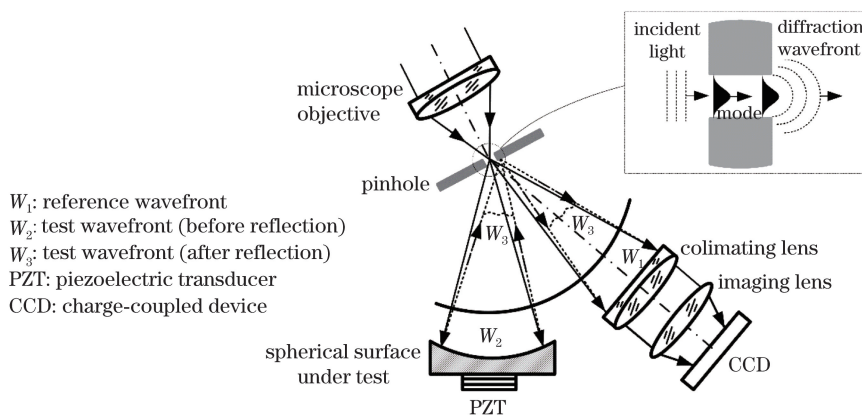


图1 针孔点衍射干涉仪原理图

Fig. 1 Principle of pinhole point diffraction interferometer

### 2.2 衍射波前形成的物理过程

衍射波前的形成过程如图1中放大部分所示,可以分为耦合、传输、衍射3步。第1步耦合,入射光经显微物镜进入针孔(波导)时将会转换为针孔(波导)中特定的模式。第2步传输,针孔中的电磁场会以特定的模式传输,然而仅有满足波导传输条件的模式将会传输至针孔后端面,其余模式则会在传输过程中以指数形式迅速衰减。针孔中满足传输条件的模式线性叠加组成针孔后端面的电场。第

3步衍射,针孔后端面的电场经尺寸为波长量级的针孔衍射后,形成近乎理想的球面衍射波前。

### 2.3 基于波导理论的针孔点衍射波前分析方法

通过对衍射波前形成的物理过程分析可知,衍射波前由针孔中能够传输至后端面的模式经衍射形成。基于波导理论的针孔点衍射波前分析方法整体流程如图2所示。第1步,采用解析法求解针孔中的模式;第2步,根据各个模式与入射光场的耦合效率以及在针孔中的传输效率,计算针孔后端面的电

场分布;第3步,根据矢量衍射理论,对针孔后端面电场(近场)进行矢量衍射积分,推导出衍射波前的

远场分布,实现近场远推;第4步,分析针孔透光率、衍射波前的强度分布及相位分布。

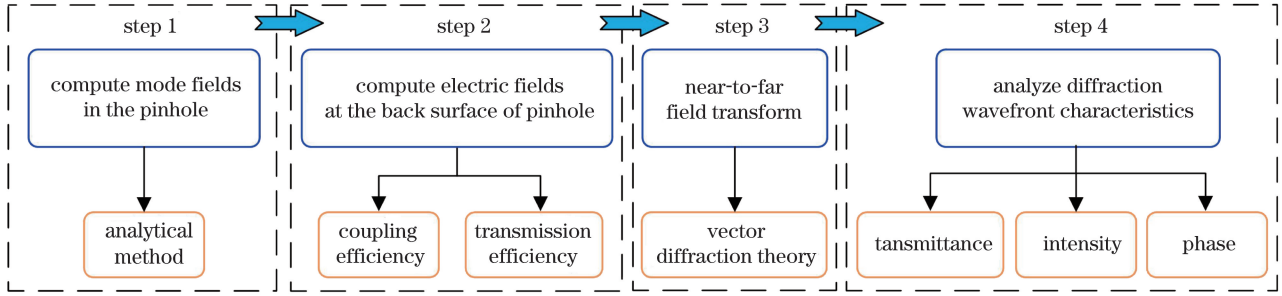


图 2 基于波导理论的针孔点衍射波前分析方法

Fig. 2 Wavefront analysis method of pinhole point-diffraction based on waveguide theory

## 2.4 波导的模式

采用的针孔是通过在金属材料(例如,铬)表面刻蚀出波长量级的圆孔制作而成,其金属材料具有极高的吸收系数,并且金属膜层足够厚使得入射并进入到膜层内的光完全衰减。在针孔的实际制作过程中,为避免入射光穿透金属膜层,针孔的长度通常大于 300 nm<sup>[11]</sup>。由上述分析可知,可将针孔视为理想圆形金属波导,考虑到圆形金属波导的对称性,可用如图 3 所示的柱坐标系来描述针孔中的模式。针孔中的模式均应满足亥姆霍兹方程及由针孔结构引入的特定的边界条件。在理想圆形金属波导中,边界附近电场的切向分量与磁场的法向分量均为零。针孔中的模式可以分为 TM 模与 TE 模,每种模式均包含两种解的形式且能够通过因子  $m$  与  $n$  来描述。假设针孔半径为  $a$ ,入射光频率为  $\omega$ ,各个模式沿  $z$  轴方向传输,那么 TM 模的电场<sup>[18]</sup>可以描述为

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{mn}^{(\text{TM})}(\mathbf{r}) = & \left\{ E_0 J_m(k_c r) \begin{bmatrix} \cos(m\varphi) \\ \sin(m\varphi) \end{bmatrix} \mathbf{z}_0 - \right. \\ & E_0 \frac{i\beta}{k_c} J'_m(k_c r) \begin{bmatrix} \cos(m\varphi) \\ \sin(m\varphi) \end{bmatrix} \mathbf{r}_0 + \\ & \left. E_0 \frac{i\beta m}{k_c^2 r} J_m(k_c r) \begin{bmatrix} \sin(m\varphi) \\ -\cos(m\varphi) \end{bmatrix} \boldsymbol{\varphi}_0 \right\} \times \\ & \exp[i(\omega t - \beta z)], \end{aligned} \quad (1)$$

式中: $\varphi$  与  $r$  为针孔横截面上柱坐标下的变量, $t$  为时间变量, $\omega$  为角频率,矢量  $\mathbf{r}$  为针孔横截面上任意一点; $E_0$  为常数,其大小取决于入射光; $J_m$  为  $m$  阶贝塞尔函数, $J'_m$  为  $J_m$  关于  $r$  的一阶导数; $k_c$  为 TM 模的电场中的截止波数, $k_c = u_{mn}/a$ ,  $u_{mn}$  为 TM 模的电场中的第  $m$  阶贝塞尔函数的第  $n$  个根; $\beta$  为传播常数, $\beta = \sqrt{\omega^2 \mu \epsilon - k_c^2}$ ,  $\epsilon$  为针孔内的介电常数, $\mu$  为针孔内的磁导率; $\mathbf{z}_0, \mathbf{r}_0, \boldsymbol{\varphi}_0$  为柱坐标系下两两相

互垂直的单位矢量。同理,TE 模的电场可以描述为

$$\begin{aligned} \mathbf{E}_{mn}^{(\text{TE})}(\mathbf{r}) = & \left\{ H_0 \frac{i\omega\mu m}{k_c'^2 r} J_m(k_c' r) \begin{bmatrix} \sin(m\varphi) \\ -\cos(m\varphi) \end{bmatrix} \mathbf{r}_0 + \right. \\ & \left. H_0 \frac{i\omega\mu}{k_c} J'_m(k_c' r) \begin{bmatrix} \cos(m\varphi) \\ \sin(m\varphi) \end{bmatrix} \boldsymbol{\varphi}_0 \right\} \times \\ & \exp[i(\omega t - \beta z)], \end{aligned} \quad (2)$$

式中: $H_0$  为常数,其大小取决于入射光; $k_c'$  为 TE 模的电场中的截止波数, $k_c' = u'_{mn}/a$ ;  $u'_{mn}$  为 TE 模的电场中的第  $m$  阶贝塞尔函数一阶导数的第  $n$  个根。

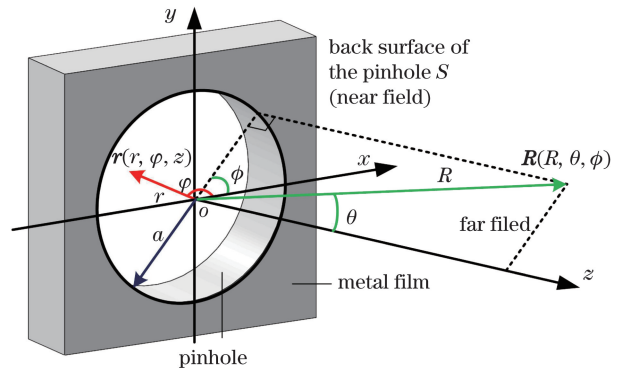


图 3 针孔衍射坐标系

Fig. 3 Coordinate system of pinhole diffraction

## 2.5 针孔后端面电场分布

针孔中唯有与入射光场相匹配并且满足传输条件的模式才能够传输至针孔后端面。针孔中每个模式的场分布与入射光场的匹配程度,可反映入射光提供给每个模式的功率大小。匹配程度越高,该模式的功率也就越大。模场与入射光场的匹配程度可以用两者的重叠积分来计算,即

$$\begin{aligned} \eta^{(e)} = & \left| \iint E_i(r, \varphi) E_j^*(r, \varphi) dA \right|^2 / \\ & \left( \iint E_i(r, \varphi) E_i^*(r, \varphi) dA \right) \times \\ & \left( \iint E_j(r, \varphi) E_j^*(r, \varphi) dA \right), \end{aligned} \quad (3)$$

式中,  $dA$  为面积积分,  $\eta^{(c)}$  为耦合效率,  $E_i$  为入射光场振幅分布,  $E_j$  为第  $j$  个模场的振幅分布,  $*$  为共轭复数。针孔中模式的传输条件为

$$\lambda < \lambda_{mn}^{(TM)} = 2\pi a / u_{mn}, \lambda < \lambda_{mn}^{(TE)} = 2\pi a / u'_{mn}, \quad (4)$$

式中:  $\lambda_{mn}^{(TM)}$  为  $TM_{mn}$  模的截止波长;  $TM_{mn}$  模为针孔中磁场纵向分量为零的传播模式, 其序号为  $m, n$ ;  $\lambda_{mn}^{(TE)}$  为  $TE_{mn}$  模的截止波长,  $TE_{mn}$  模为针孔中电场纵向分量为零的传播模式, 其序号为  $m, n$ 。当入射波波长不变时, 随着针孔半径的增大, 模式的截止波长不断增大, 针孔中能够传输的模式也越来越多。在不考虑针孔壁吸收损耗的前提下<sup>[11]</sup>, 针孔中满足传输条件的模式的传输效率  $\eta^{(t)}$  为 1, 否则为 0。成功传输至波导后端面的模式通过线性叠加构成的针孔后端面的电场为

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \sum \omega_j \mathbf{E}_j^{(p)}, \quad (5)$$

式中:  $j$  为模式序号;  $\mathbf{E}_j^{(p)}$  为传输至波导后端面的模式;  $\omega_j$  为每个模式在电场中所占比重, 其大小取决于各自耦合时的透光率  $\eta_j^{(c)}$  及传输时的透光率  $\eta_j^{(t)}$ 。每个模式透光率的累加则构成入射光传输至针孔后端面的总透光率, 即针孔透光率, 可表示为

$$T = \sum \eta_j^{(c)} \eta_j^{(t)}. \quad (6)$$

## 2.6 近场远推

衍射波前的远场分布可用如图 3 所示的球坐标系来描述, 假设针孔后端面为  $x$ - $y$  平面, 坐标原点  $o$  位于孔的中心。根据矢量衍射理论, 远场处任一点的电场  $\mathbf{E}(\mathbf{R})$  能够完全由针孔后端面上的电场  $\mathbf{E}(\mathbf{r})$  决定<sup>[18]</sup>, 即

$$\mathbf{E}(\mathbf{R}) = \frac{1}{2\pi} i\mathbf{k} \times \oint_S [-\mathbf{z} \times \mathbf{E}(\mathbf{r})] \times \exp(-ik|\mathbf{R}-\mathbf{r}|) / (|\mathbf{R}-\mathbf{r}|) dA, \quad (7)$$

式中: 矢量  $\mathbf{z}$  为  $z$  方向上的单位矢量; 矢量  $\mathbf{r}$  为针孔后端面  $S$  上任意一点; 矢量  $\mathbf{R}$  为衍射波前上任意一点;  $\mathbf{k}$  为衍射波前传播方向的波矢, 其大小为波数  $k$ 。

在分析远场的衍射波前时, 电场分量方向始终垂直于传播方向。因而, 在球坐标下电场径向分量

$E_R^{(far)}$  始终为零, 只需求解非径向分量  $E_\theta^{(far)}$  与  $E_\phi^{(far)}$  即可。同时, 针孔后端面的电场由不同的模式叠加而成, 如(5)式所示, 这些模式互不影响。因而, 当针孔中存在多个模式时, 可先计算出单个模式的衍射波前远场分布, 然后将这些远场分布线性叠加。

将(2)式代入(7)式可得  $TE_{mn}$  模的衍射波前远场分布, 即

$$E_\theta^{(far)}(R, \theta, \phi) = B \sin(m\phi) \cdot F_{mn}^{(1)}(R, \theta), \quad (8)$$

$$E_\phi^{(far)}(R, \theta, \phi) = B \cos(m\phi) \cdot F_{mn}^{(2)}(R, \theta), \quad (9)$$

$$F_{mn}^{(1)}(R, \theta) = \iint \{J_{m-1}(k_c r) \cos[(m-1)\varphi] + J_{m+1}(k_c r) \cos[(m+1)\varphi]\} \exp(-ikl) / l \cdot r dr d\varphi, \quad (10)$$

$$F_{mn}^{(2)}(R, \theta) = \cos \theta \iint \{J_{m-1}(k_c r) \cos[(m-1)\varphi] - J_{m+1}(k_c r) \cos[(m+1)\varphi]\} \exp(-ikl) / l \cdot r dr d\varphi, \quad (11)$$

式中:  $B = -k\omega\mu / (4\pi k_c) \cdot H_0$ ;  $l = \sqrt{R^2 + r^2 - 2Rr \sin \theta \cos \phi}$ ;  $R, \theta, \phi$  为球坐标系下的三个变量, 分别为半径, 孔径角与方位角。不难看出, 衍射波前的电场分量  $E_\theta^{(far)}$  与  $E_\phi^{(far)}$  的振幅受方位角  $\phi$  调制, 而相位却与方位角无关。换言之, 单个电场分量的相位具有旋转对称性, 而振幅则没有。 $TE_{mn}$  模的衍射波前远场分布也可以用同样的方式求得。

## 3 仿真结果与分析

### 3.1 针孔后端面电场分布

针孔直径为  $0.6 \mu\text{m}$  时, 针孔中仅  $TE_{11}$  模满足传输条件。此时, 由解析法计算出的  $TE_{11}$  模的电场振幅分布如图 4 所示,  $E_x$  与  $E_y$  为直角坐标系下  $x$  与  $y$  方向上的电场分量,  $E_r$  与  $E_\varphi$  为直角坐标系下  $r$  与  $\varphi$  方向上的电场分量。由 FDTD 算法计算出的针孔后端面电场振幅分布如图 5 所示。两者各电场分量的振幅分布基本一致, 仅在针孔边缘位置略有区别, 这源于在折射率突变的针孔边缘, FDTD 算法

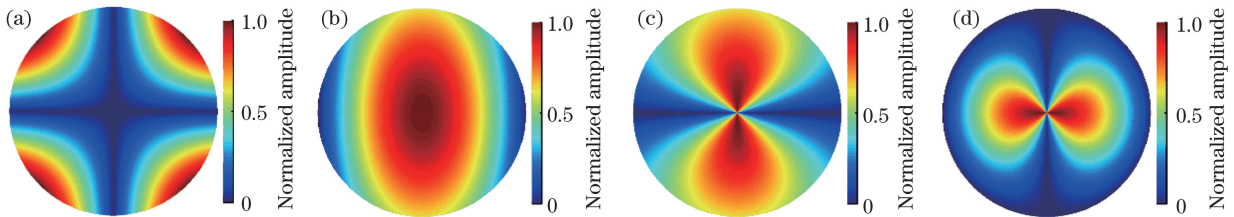


图 4 解析法求得  $TE_{11}$  模电场振幅分布。(a)  $E_x$ ; (b)  $E_y$ ; (c)  $E_r$ ; (d)  $E_\varphi$

Fig. 4 Electric field amplitude distribution of  $TE_{11}$  mode derived by analytical method. (a)  $E_x$ ; (b)  $E_y$ ; (c)  $E_r$ ; (d)  $E_\varphi$

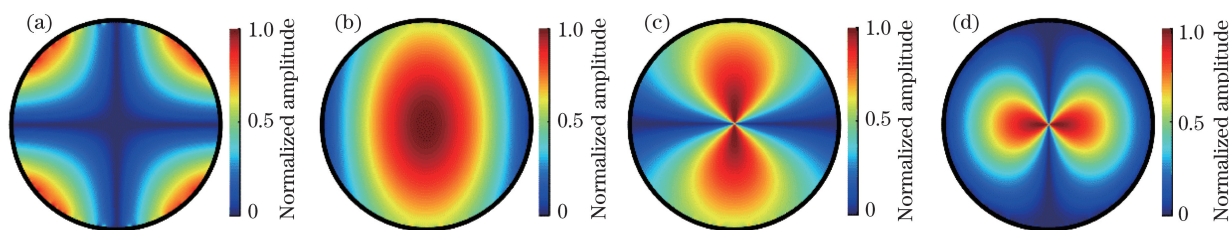


图 5 FDTD 算法求得针孔后端面电场分布。(a)  $E_x$ ; (b)  $E_y$ ; (c)  $E_r$ ; (d)  $E_\phi$

Fig. 5 Electric field amplitude distribution at the back surface of pinhole derived by FDTD algorithm.

(a)  $E_x$ ; (b)  $E_y$ ; (c)  $E_r$ ; (d)  $E_\phi$

中离散网格的精度不够。两者的一致性充分说明针孔后端面的电场即为针孔中的模式,验证本文波前分析方法的可靠性。

由图 4 与图 5 可知,针孔后端面的电场分量  $E_r$  与  $E_\phi$  两者间是旋转不对称的,这种不对称性源于波导的边界条件。考虑到电磁场的边界条件,在边界处垂直于波导壁的法向分量  $E_r$  不连续,而平行于波导壁的切向分量  $E_\phi$  连续,且理想圆形金属波导内部电场为零。所以,  $E_\phi$  分量在针孔边缘必须为零而  $E_r$  分量则没有这个限制。

### 3.2 针孔透光率

当入射光为线偏振的高斯光束时,针孔透光率随针孔直径的变化关系如图 6 所示。当针孔直径不

大于  $0.5\lambda$  时,针孔的透光率几乎为零,这是因为当针孔直径较小时,针孔中没有模式满足波导传输条件。如图 7 所示,随着针孔直径的增大,针孔中的模式也逐渐增多,针孔的透光率不断上升。当针孔直径在  $0.6\lambda$  与  $1.1\lambda$  之间时,针孔透光率呈现线性增长的形式,此时,针孔的透光率仅取决于  $TE_{11}$  模。虽然,在这段针孔直径范围内  $TM_{01}$  模与  $TE_{21}$  模同样满足传输条件,但是,如图 8(b)、(c)所示的这两种模式的场分布并未呈现出由中心向两端不断衰减的高斯分布形式,与入射高斯光束的场分布相差甚远,因而耦合效率趋向于 0。当针孔直径大于  $1.1\lambda$  时,越来越多的模式能够传输至波导后端面,这也使针孔透光率随针孔直径的变化关系显得更为复杂。

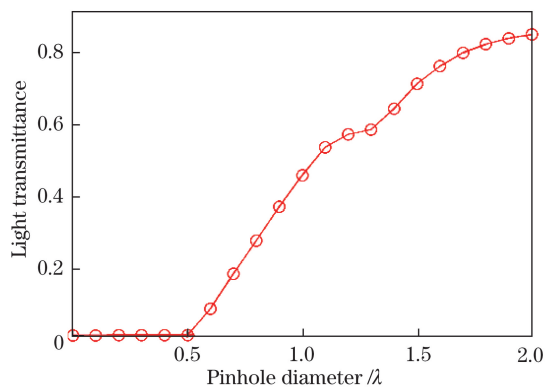


图 6 不同直径针孔的透光率

Fig. 6 Light transmittance of pinhole with different diameter

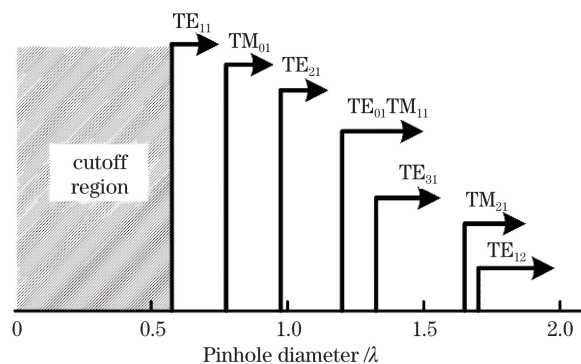


图 7 针孔的模式谱

Fig. 7 Mode spectrum for pinhole

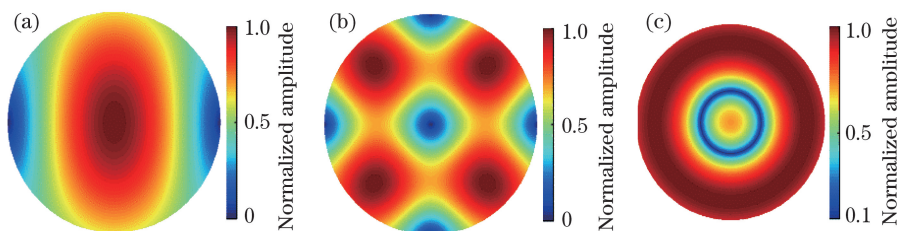


图 8 针孔中的模场振幅分布。(a)  $TE_{11}$ ; (b)  $TE_{21}$ ; (c)  $TM_{01}$

Fig. 8 Electric field amplitude distribution of mode in the pinhole. (a)  $TE_{11}$ ; (b)  $TE_{21}$ ; (c)  $TM_{01}$

### 3.3 衍射波前远场分布

#### 3.3.1 强度分布

针孔中  $TE_{11}$  模的衍射波前强度分布如图 9 所示,衍射远场位于距离针孔  $R = 10^5 \lambda$  的球面上。图 9(a)~(c)为不同针孔直径下的衍射波前强度分布,该分布似乎具有很好的圆对称性,尤其是针孔直径为  $D = \lambda$  时。然而,沿不同方位角  $\phi$  (图 9(a)中虚线)处的强度分布实际上并不相同,如图 9(d)所示。由衍射波前远场分布的解析解(8)式与(9)式可知,电场分量  $E_{\theta}^{(\text{far})}$  的强度受到

$\sin \phi$  项的调制,电场分量  $E_{\phi}^{(\text{far})}$  的强度则受到  $\cos \phi$  项的调制。因而,方位角  $\phi = 0^\circ$  处的电场强度仅取决于  $E_{\phi}^{(\text{far})}$  分量,方位角  $\phi = 90^\circ$  处的电场强度仅取决于  $E_{\theta}^{(\text{far})}$  分量,而其余方位角处的电场强度则由两个分量共同决定,这也是衍射波前强度分布不具有旋转对称性的根本原因。此外,当针孔直径与波长相同时,衍射波前强度分布类似于圆形,随着针孔直径的增大或减小,衍射波前强度分布的旋转对称性变差,因而使衍射波前强度分布趋向于椭圆形。

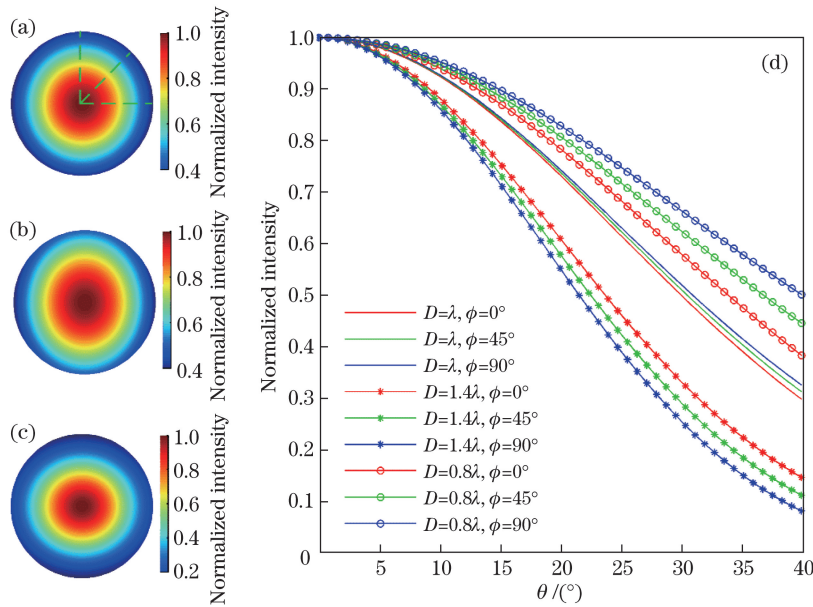


图 9 衍射波前强度分布。(a)针孔直径  $D = \lambda$ ; (b)针孔直径  $D = 0.8\lambda$ ; (c)针孔直径  $D = 1.4\lambda$ ; (d)沿不同方位角  $\phi$  的强度截面

Fig. 9 Intensity distribution of diffraction wavefront. (a) Pinhole diameter  $D = \lambda$ ; (b) pinhole diameter  $D = 0.8\lambda$ ; (c) pinhole diameter  $D = 1.4\lambda$ ; (d) cross section of intensity along different direction angle  $\phi$

衍射波前强度的均匀性可用固定的孔径角内波前强度的最大值与最小值之比来描述<sup>[7]</sup>。由图 9(d)可知,当针孔直径  $D = 0.8\lambda$  时,衍射波前在孔径角  $\theta = 40^\circ$  处的归一化强度仍然大于 0.5,而当针孔直径  $D = 1.4\lambda$  时,归一化强度却小于 0.2。不难看出,在固定的孔径角内,衍射波前强度的均匀性随针孔直径的增大而减小,这与采用传统波前分析方法所得出的结论一致<sup>[7,19]</sup>。

#### 3.3.2 相位分布

由衍射波前远场分布的解析解(8)式与(9)式可知,电场分量  $E_{\phi}^{(\text{far})}$  和  $E_{\theta}^{(\text{far})}$  的相位与方位角  $\phi$  无关,如图 10(a)、(b)所示。因而,仅需截取任意方位角上的相位截面即可比较两电场分量间的相位差。由图 10(c)可知,相互垂直的电场分量  $E_{\phi}^{(\text{far})}$  和  $E_{\theta}^{(\text{far})}$  之间存在一定的相位差,当针孔直径  $D$  与孔径角  $\theta$  较小时,两电场分量间的相位相差不大。

然而,随着针孔直径与孔径角的增大,两电场分量间的相位差逐渐增大,衍射波前的偏振状态由线偏振光逐渐趋向于椭圆偏振光。

考虑到衍射波前的椭圆偏振特性以及  $E_{\phi}^{(\text{far})}$  和  $E_{\theta}^{(\text{far})}$  之间相位差通常小于  $10^{-5}$ ,可将椭圆偏振光长轴方向电场分量的相位作为衍射波前的相位<sup>[20]</sup>。对衍射波前相位作泽尼克多项式拟合并去除平移、倾斜、离焦成分后的结果如图 11 所示。由图 11 可知,像散是衍射波前像差的主要成分,这与传统波前分析方法所得结果一致<sup>[7-9]</sup>。电场分量  $E_{\phi}^{(\text{far})}$  和  $E_{\theta}^{(\text{far})}$  完全一致时,衍射波前中不存在像散像差,因而衍射波前中的像散源于  $E_{\phi}^{(\text{far})}$  和  $E_{\theta}^{(\text{far})}$  的不同,这两者的不同又源于针孔后端面的电场分量  $E_r$  与  $E_{\phi}$  的不同。因此,波导特定的边界条件是衍射波前中存在像散的根本原因。

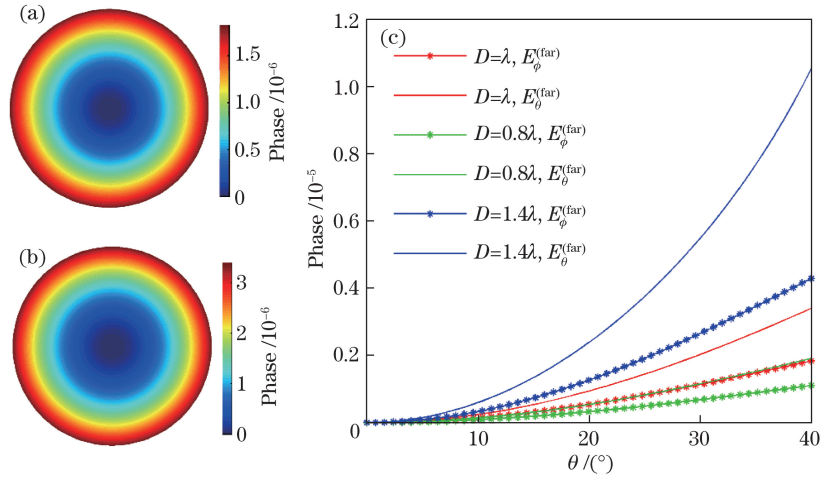


图 10 远场电场分量相位分布。(a)  $E_{\phi}^{(far)}$ ; (b)  $E_{\theta}^{(far)}$ ; (c) 沿任意方位角  $\phi$  的相位截面  
 Fig. 10 Phase distribution of electric field in the far field. (a)  $E_{\phi}^{(far)}$ ; (b)  $E_{\theta}^{(far)}$ ; (c) cross section of phase along arbitrary direction angle  $\phi$

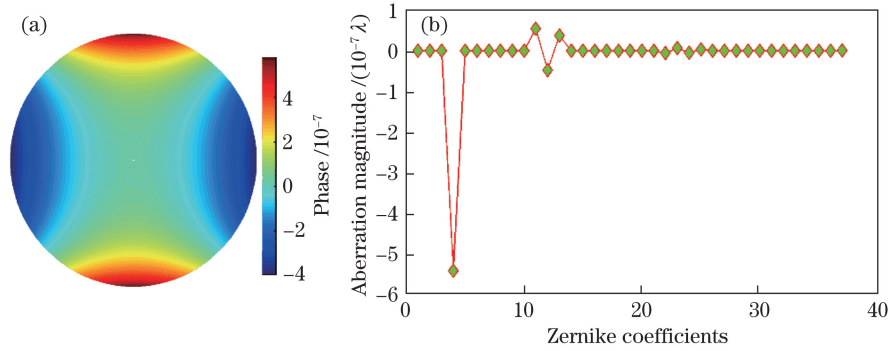


图 11 泽尼克多项式拟合结果。(a) 拟合后的衍射波前; (b) 泽尼克多项式系数  
 Fig. 11 Zernike polynomial fitting result. (a) Diffraction wavefront after fitting; (b) Zernike coefficients

## 4 结 论

介绍了基于波导理论的针孔点衍射波前分析方法,通过求解针孔中的模式获得针孔后端面电场分布的解析解,直观地揭示了针孔后端面电场各个分量的旋转不对称特性。采用矢量衍射理论计算衍射波前的远场分布,并充分考虑其矢量特性;衍射波前两电场分量振幅分布的不同导致衍射波前强度分布呈现明显的旋转不对称性,并且针孔直径与波长相差越大,强度分布越趋向于椭圆形;衍射波前的强度均匀性随针孔直径的增大而减小;衍射波前两电场分量之间的相位差使得衍射波前为椭圆偏振光,因而衍射波前的相位取决于椭圆偏振光长轴方向电场分量的相位,并且像散是衍射波前像差的主要成分。此外,还将针孔后端面电场分布、衍射波前强度分布和相位分布与传统波前分析方法所得结果相对比,以验证本文波前分析方法的可靠性。综上所述,本文波前分析方法是一种研究点衍射干涉仪中针孔衍射的有效手段。

## 参 考 文 献

- [1] Matsuyama T, Ohmura Y, Williamson D M. The lithographic lens: its history and evolution[J]. Proceedings of SPIE, 2006, 6154: 615403.
- [2] Chen X Y. Optimization and analysis of the point diffraction interferometer for the high precision testing of spherical surfaces[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2016: 1-2.  
陈晓钰. 高精度点衍射干涉仪球面面形检测系统优化及分析研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2016: 1-2.
- [3] Smartt R N, Steel W H. Theory and application of point-diffraction interferometers[J]. Japanese Journal of Applied Physics, 1975, 14(s14-1): 351-356.
- [4] Otaki K, Bonneau F, Ichihara Y. Absolute measurement of a spherical surface using a point diffraction interferometer[J]. Proceedings of SPIE, 1999, 3740: 602-605.
- [5] Otaki K, Ota K, Nishiyama I, et al. Development of the point diffraction interferometer for extreme

- ultraviolet lithography: design, fabrication, and evaluation[J]. *Journal of Vacuum Science & Technology B: Microelectronics and Nanometer Structures Processing, Measurement, and Phenomena*, 2002, 20(6): 2449-2458.
- [6] Ma Q, Liu W Q, Li X B, *et al.* Analysis of diffraction wavefront error in point diffraction interferometer[J]. *Acta Optica Sinica*, 2008, 28(12): 2321-2324.  
马强, 刘伟奇, 李香波, 等. 点衍射干涉仪中小孔衍射波面误差分析[J]. *光学学报*, 2008, 28(12): 2321-2324.
- [7] Lu Z X, Jin C S, Zhang L C, *et al.* Wave-front quality analysis of three-dimension pinhole vector diffractive in extreme ultraviolet region [J]. *Acta Optica Sinica*, 2010, 30(10): 2849-2854.  
卢增雄, 金春水, 张立超, 等. 极紫外三维小孔矢量衍射波面质量分析[J]. *光学学报*, 2010, 30(10): 2849-2854.
- [8] Lu Z X, Jin C S, Ma D M, *et al.* Analysis of effect of tiny pinhole deviation on far-field wave-front quality[J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, 31(8): 0812002.  
卢增雄, 金春水, 马冬梅, 等. 微小孔偏差对远场波前质量影响分析[J]. *光学学报*, 2011, 31(8): 0812002.
- [9] Xing T W, Xu J J, Xu F C. A 3D numerical study of pinhole diffraction in visible-light point diffraction interferometry[J]. *Proceedings of SPIE*, 2011, 8321: 83211O.
- [10] Xu J J, Xing T W. Analysis of two-dimensional pinhole vector diffraction in visible light[J]. *Acta Optica Sinica*, 2011, 31(12): 1205003.  
许嘉俊, 邢廷文. 可见光二维小孔矢量衍射分析[J]. *光学学报*, 2011, 31(12): 1205003.
- [11] Wang R L, Xing T W, Xie W M. Analysis of diffractive wave-front of 3-D pinhole under visible light[J]. *Laser Technology*, 2012, 36(3): 382-385.  
王瑞林, 邢廷文, 谢伟民. 可见光下 3 维针孔的衍射波面分析[J]. *激光技术*, 2012, 36(3): 382-385.
- [12] Wang D D, Wang F M, Zou H, *et al.* Analysis of diffraction wavefront in visible-light point-diffraction interferometer[J]. *Applied Optics*, 2013, 52(31): 7602-7608.
- [13] Wang R L, Zhang L X, Xing T W. Scalar and vector analysis of diffraction wave with different pinhole diameter[J]. *Electro-Optic Technology Application*, 2011, 26(6): 58-61.  
王瑞林, 张丽霞, 邢廷文. 不同针孔直径下衍射波面的标量和矢量分析[J]. *光电技术应用*, 2011, 26(6): 58-61.
- [14] Mercer C R, Creath K. Liquid-crystal point-diffraction interferometer[J]. *Optics Letters*, 1994, 19(12): 916-918.
- [15] Neal R M, Wyant J C. Polarization phase-shifting point-diffraction interferometer[J]. *Applied Optics*, 2006, 45(15): 3463-3476.
- [16] Yamamoto K, Matsuo T, Imada H, *et al.* Measurement of complex amplitude with a point-diffraction interferometer[J]. *Applied Optics*, 2015, 54(26): 7895-7903.
- [17] Zhu Z M, Brown T G. Full-vectorial finite-difference analysis of microstructured optical fibers[J]. *Optics Express*, 2002, 10(17): 853-864.
- [18] Orfanidis S J. *Electromagnetic waves and antennas [M/OL]*. (2016-08-01)[2019-06-18]. <http://www.ece.rutgers.edu/~orfanidi/ewa/>.
- [19] Shao W H, Yang Y Y, Chen X Y, *et al.* Optimization research on optical structural parameters of point diffraction interference system[J]. *High Power Laser and Particle Beams*, 2014, 26(5): 051001.  
邵卫红, 杨甬英, 陈晓钰, 等. 点衍射干涉系统光学结构参数优化研究[J]. *强激光与粒子束*, 2014, 26(5): 051001.
- [20] Yu D Y, Tan H Y. *Engineering optics[M]*. 3rd ed. Beijing: China Machine Press, 2011: 327-329.  
郁道银, 谈恒英. *工程光学[M]*. 3 版. 北京: 机械工业出版社, 2011: 327-329.