

# 余弦-高斯相关谢尔模型脉冲光束经随机介质 散射的相干特性

赵新亮<sup>1\*</sup>, 王海霞<sup>2</sup>, 张永涛<sup>2</sup>, 李同海<sup>1</sup>

<sup>1</sup> 凯迈(洛阳)测控有限公司, 河南 洛阳 471009;

<sup>2</sup> 洛阳师范学院物理与电子信息学院, 河南 洛阳 471934

**摘要** 研究余弦-高斯相关谢尔模型(CGSM)脉冲光束经准均匀介质散射的相干特性, 得到远场处散射场时间相干度的解析表达式。讨论脉冲参数和介质特性对散射场时间相干度的影响。数值计算结果表明, 余弦阶数对散射场时间相干度分布有着重要影响。对比研究高斯谢尔模型脉冲光束和CGSM脉冲光束的相干特性, 详细分析两者间的异同点。

**关键词** 相干光学; 散射; 余弦-高斯相关谢尔模型脉冲光束; 准均匀介质; 时间相干度

中图分类号 O435

文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201939.1103001

## Coherence Properties of Cosine-Gaussian-Correlated Schell-Model Pulse After Random Medium Scattering

Zhao Xinliang<sup>1\*</sup>, Wang Haixia<sup>2</sup>, Zhang Yongtao<sup>2</sup>, Li Tonghai<sup>1</sup>

<sup>1</sup> CAMA (Luoyang) Measurement & Control Equipments Co. Ltd.,  
Luoyang, Henan 471009, China;

<sup>2</sup> College of Physical & Electronic Information, Luoyang Normal University,  
Luoyang, Henan 471934, China

**Abstract** We investigate the coherence properties of a cosine-Gaussian-correlated Schell-model (CGSM) pulse scattered from a quasi-homogeneous random medium. Further, we derive an analytic expression to obtain the temporal coherent degree of the scattered field in the far-zone and investigate the influences of the pulse parameters and properties of the medium on the temporal coherent degree of the scattered field. The numerical calculations denote that the cosine order plays an important role in the distribution of temporal coherent degree of the scattered field. Furthermore, we compare the coherent characteristics, similarities, and differences between a CGSM pulse and a Gaussian Schell-model pulse.

**Key words** coherent optics; scattering; cosine-Gaussian-correlated Schell-model pulse; quasi-homogeneous medium; temporal coherent degree

**OCIS codes** 030.1670; 140.3538; 320.5550; 290.2558

## 1 引言

光散射技术是人们研究物质和认识世界的一个非常重要的手段, 光束经介质散射的研究在大气环境监测、生物医学检测、雷达遥感等领域有着广泛的应用<sup>[1]</sup>。例如: 利用散射光的相位延迟测量介质的厚度<sup>[2]</sup>; 通过测量散射场的光谱强度获

取晶体介质的散射势相关函数<sup>[3]</sup>; 通过入射场的相干性判断球形介质粒子的大小<sup>[4]</sup>; 利用散射光传感器确定地貌特点<sup>[5]</sup>; 通过散射场的偏振度变化判断烟雾颗粒的大小<sup>[6]</sup>等。然而, 这些研究成果主要集中在稳态光束经介质的散射上。近年来, 随着超短脉冲激光技术的迅速发展, 基于高斯谢尔模型脉冲光束, 人们对部分相干超短脉冲光

收稿日期: 2019-05-20; 修回日期: 2019-06-25; 录用日期: 2019-07-08

基金项目: 国家自然科学基金(11474143)、国家航空基金(20150172002)、河南省高等学校青年骨干教师培养计划(2016GGJS-116)

\* E-mail: baishitou@hotmail.com

束的散射特性进行了深入研究,建立了完善的散射理论<sup>[7-11]</sup>。

最近的理论和实验研究发现,只要光场的相干度满足一定的条件,通过相干调控技术,即可实现平顶、中空、环形、方形等多种远场光强分布<sup>[12-16]</sup>的测试。具有特殊时间相干结构的部分相干超短脉冲光束的构建、传输、实现等相关研究引起了人们的极大兴趣,例如:Lajunen 等<sup>[17]</sup>提出时间域中的非均匀相干模型;Yao 等<sup>[18]</sup>提出多高斯谢尔模型脉冲光束;Ding 等<sup>[19]</sup>提出余弦-高斯相关谢尔模型脉冲光束;Torres-Company 等<sup>[20]</sup>实现了对部分相干脉冲光源时间相干性的调制。本文重点研究具有特殊时间相干结构的余弦-高斯相关谢尔模型(CGSM)脉冲光束经准均匀介质散射后相干特性的演化规律。

## 2 基本原理

在空间-时间域中,CGSM 脉冲光束的互相干函数表示式为<sup>[19]</sup>

$$\begin{aligned} \Gamma(t_1, t_2) = & \\ \Gamma_0 \exp \left[ -\frac{t_1^2 + t_2^2}{4T_0^2} - \frac{(t_1 - t_2)^2}{2T_c^2} + i\omega_0(t_1 - t_2) \right] \times & \\ \cos \left[ \frac{n\sqrt{2\pi}(t_1 - t_2)}{T_c} \right], & \end{aligned} \quad (1)$$

式中,  $T_0$  和  $T_c$  分别为脉冲宽度和时间相干长度,  $\omega_0$  为载波频率,  $t_1, t_2$  为任意两个可探测的时间点,  $n$  为余弦阶数,  $\Gamma_0$  为常数。对(1)式进行傅里叶变换, 得到频率域中 CGSM 脉冲光束的交叉谱密度函数, 表示为

$$\begin{aligned} W(\omega_1, \omega_2) = & \\ \frac{\Gamma_0 T_0}{\sqrt{2}\pi\Omega_0} \exp \left[ -\frac{(\omega_1 - \omega_0)^2 + (\omega_2 - \omega_0)^2}{2\Omega_0^2} \right] \times & \\ \exp \left[ -\frac{(\omega_1 - \omega_2)^2}{2\Omega_c^2} \right] \exp \left( -\frac{2\pi n^2}{\Omega_0^2 T_c^2} \right) \times & \\ \cosh \left[ \frac{n\sqrt{2\pi}}{\Omega_0^2 T_c} (\omega_1 + \omega_2 - 2\omega_0) \right], & \end{aligned} \quad (2)$$

其中

$$\Omega_0 = \sqrt{\frac{1}{2T_0^2} + \frac{2}{T_c^2}}, \quad (3)$$

$$\Omega_c = \frac{\sqrt{2}T_c}{2T_0}\Omega_0, \quad (4)$$

式中,  $\omega_1, \omega_2$  是脉冲频率元素,  $\Omega_0$  和  $\Omega_c$  分别是 CGSM 脉冲光束的光谱宽度和光谱相干宽度。

假设一脉冲光束沿单位矢量  $s_0$  描述的方向入

射到如图 1 所示的介质上, 经介质散射后分别沿单位矢量  $s_1$  和  $s_2$  方向传播,  $D$  为散射介质的空间体积,  $z$  为入射光的传播方向,  $r$  为观测点与介质间的距离。在介质表面处, CGSM 脉冲光束位于空间两点  $r'_1, r'_2$  处的光学特性可由相应的交叉谱密度函数表示为

$$\begin{aligned} W^{(i)}(r'_1, r'_2, \omega_1, \omega_2) = & \\ \frac{\Gamma_0 T_0}{\sqrt{2}\pi\Omega_0} \exp \left[ -\frac{(\omega_1 - \omega_0)^2 + (\omega_2 - \omega_0)^2}{2\Omega_0^2} \right] \times & \\ \exp \left[ -\frac{(\omega_1 - \omega_2)^2}{2\Omega_c^2} \right] \exp \left( -\frac{2\pi n^2}{\Omega_0^2 T_c^2} \right) \times & \\ \cosh \left[ \frac{n\sqrt{2\pi}}{\Omega_0^2 T_c} (\omega_1 + \omega_2 - 2\omega_0) \right] \times & \\ \exp [i(k_2 s_0 \cdot r'_2 - k_1 s_0 \cdot r'_1)], & \end{aligned} \quad (5)$$

式中,  $k_1 = \omega_1/c$  和  $k_2 = \omega_2/c$  为波数,  $c$  是真空中的光速。

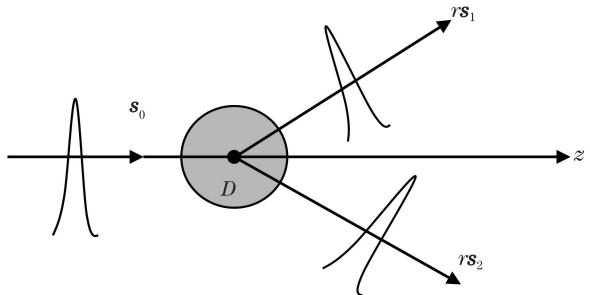


图 1 CGSM 脉冲光束经介质散射示意图

Fig. 1 Schematic of CGSM pulse scattered by medium

对随机介质而言,若散射过程满足一级波恩近似<sup>[21]</sup>, 散射体的性质就可用散射势相关函数  $C_F(r'_1, r'_2, \omega_0)$  来表示, 即

$$C_F(r'_1, r'_2, \omega) = \langle F^*(r'_1, \omega) F(r'_2, \omega) \rangle_m = \langle F^*(r'_1, \omega_0) F(r'_2, \omega_0) \rangle_m = C_F(r'_1, r'_2, \omega_0), \quad (6)$$

式中,  $F(r'_1, \omega)$  和  $F(r'_2, \omega)$  为不同位置处介质的散射势,  $*$  为复共轭,  $\langle \cdot \rangle_m$  为对随机介质的系综平均,  $\omega$  为脉冲频率,  $m$  为系综平均的取样数量。准均匀介质的散射势相关函数为<sup>[22-23]</sup>

$$C_F(r'_1, r'_2, \omega_0) = C_0 \exp \left( -\frac{|r'_1 + r'_2|^2}{8\sigma_R^2} \right) \exp \left( -\frac{|r'_1 - r'_2|^2}{2\sigma_r^2} \right), \quad (7)$$

式中,  $C_0$  为常数,  $\sigma_R$  和  $\sigma_r$  分别为介质的有效半径和空间相干长度(一般情况下满足  $\sigma_R \geq \sigma_r$ )。

脉冲经介质散射后, 散射光波的光学特性可由散射场的交叉谱密度函数表示。一级波恩近似条件下, 散射远场处, 位于空间两点  $rs_1, rs_2$  ( $s_1, s_2$  为单位矢量) 处的交叉谱密度函数为<sup>[1]</sup>

$$W^{(s)}(rs_1, rs_2, \omega_1, \omega_2) = \frac{\Gamma_0 T_0}{\sqrt{2} \pi \Omega_0} \exp \left[ -\frac{(\omega_1 - \omega_0)^2 + (\omega_2 - \omega_0)^2}{2\Omega_0^2} - \frac{(\omega_1 - \omega_2)^2}{2\Omega_c^2} \right] \exp \left( -\frac{2\pi n^2}{\Omega_0^2 T_c^2} \right) \times \\ \frac{\exp[i r(k_2 - k_1)]}{r^2} \times \cosh \left[ \frac{n \sqrt{2\pi}}{\Omega_0^2 T_c} (\omega_1 + \omega_2 - 2\omega_0) \right] \iint_{DD} C_F(r'_1, r'_2, \omega_0) \times \\ \exp[-i(K_1 \cdot r'_1 + K_2 \cdot r'_2)] d^3 r'_1 d^3 r'_2, \quad (8)$$

式中:  $W^{(s)}$  为散射场的交叉谱密度函数;  $K_1$  为沿  $s_1$  方向散射的转移矢动量之差,  $K_1 = -k_1(s_1 - s_0)$ ;  $K_2$  为沿  $s_2$  方向散射的转移矢动量之差,  $K_2 = k_2(s_2 - s_0)$ 。

把(7)式代入(8)式, 得到散射场的交叉谱密度函数

$$W^{(s)}(rs_1, rs_2, \omega_1, \omega_2) = \frac{\Gamma_0 T_0 C_0}{\sqrt{2} \pi \Omega_0} (2\pi\sigma_R\sigma_r)^3 \exp \left[ -\frac{(\omega_1 - \omega_0)^2 + (\omega_2 - \omega_0)^2}{2\Omega_0^2} - \frac{(\omega_1 - \omega_2)^2}{2\Omega_c^2} \right] \times \\ \exp \left( -\frac{2\pi n^2}{\Omega_0^2 T_c^2} \right) \cosh \left[ \frac{n \sqrt{2\pi}}{\Omega_0^2 T_c} (\omega_1 + \omega_2 - 2\omega_0) \right] \frac{\exp[i r(k_2 - k_1)]}{r^2} \times \\ \exp \left[ -\frac{1}{2}\sigma_R^2 (K_1 + K_2)^2 - \frac{1}{8}\sigma_r^2 (K_1 - K_2)^2 \right]. \quad (9)$$

对交叉谱密度函数进行傅里叶逆变换, 得到散射场的互相干函数:

$$\Gamma^{(s)}(rs_1, rs_2, t_1, t_2) = \iint_{-\infty}^{+\infty} W^{(s)}(rs_1, rs_2, \omega_1, \omega_2) \times \exp[i(\omega_1 t_1 - \omega_2 t_2)] d\omega_1 d\omega_2. \quad (10)$$

当散射场中的两方向互相重合时, 即  $s_2 = s_1 = s$ , 把(9)式代入(10)式, 散射场的互相干函数表示为

$$\Gamma^{(s)}(rs, rs, t_1, t_2) = \frac{\Gamma_0 T_0 C_0 (2\pi\sigma_R\sigma_r)^3}{2r^2 \pi \Omega_0 \sqrt{\left( T_0^2 + \frac{4\sigma_R^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}}{c^2} \right) \left[ 1 + \frac{\sigma_r^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} (T_c^2 + 4T_0^2)}{T_c^2 T_0^2 c^2} \right]}} \times \\ \exp \left[ -\frac{\left( t_1 - \frac{r}{c} \right)^2 + \left( t_2 - \frac{r}{c} \right)^2}{4 \left( T_0^2 + \frac{4\sigma_R^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}}{c^2} \right)} \right] \times \\ \exp \left\{ -\frac{\left[ \frac{2T_0^2}{T_c^2} + \frac{\sin^2 \frac{\theta}{2} (4\sigma_R^2 - \sigma_r^2) (T_c^2 + 4T_0^2)}{2T_c^2 T_0^2 c^2} \right] (t_1 - t_2)^2}{4 \left( T_0^2 + \frac{4\sigma_R^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}}{c^2} \right) \left[ 1 + \frac{\sigma_r^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} (T_c^2 + 4T_0^2)}{T_c^2 T_0^2 c^2} \right]} \right\} \times \\ \exp \left[ \frac{i\omega_0(t_1 - t_2)}{1 + \frac{\sigma_r^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} (T_c^2 + 4T_0^2)}{T_c^2 T_0^2 c^2}} \right] \exp \left[ -\frac{\frac{2\omega_0^2 \sigma_r^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}}{c^2} - \frac{4n^2 \pi T_0^2}{T_c^2 + 4T_0^2} - \frac{4\pi n^2 T_0^2}{T_c^2 + 4T_0^2}}{1 + \frac{\sigma_r^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} (T_c^2 + 4T_0^2)}{T_c^2 T_0^2 c^2}} \right] \times \\ \cosh \left\{ \frac{\frac{2\sqrt{2\pi} n T_0^2 T_c}{T_c^2 + 4T_0^2} \left[ \frac{2\omega_0 \sigma_r^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}}{c^2} - \frac{i}{2}(t_1 - t_2) \right]}{\frac{T_c^2 T_0^2}{T_c^2 + 4T_0^2} + \frac{\sigma_r^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}}{c^2}} \right\}, \quad (11)$$

式中:  $\theta$  为散射角。散射场的时间相干度可以表示为<sup>[1,24]</sup>

$$\begin{aligned}
|\mu^{(s)}(rs, rs, t_1, t_2)| = & \left| \frac{\Gamma^{(s)}(rs, rs, t_1, t_2)}{\sqrt{\Gamma^{(s)}(rs, rs, t_1, t_1)\Gamma^{(s)}(rs, rs, t_2, t_2)}} \right| = \\
& \exp \left\{ - \frac{\left[ \frac{2T_0^2}{T_c^2} + \frac{\sin^2 \frac{\theta}{2} (4\sigma_R^2 - \sigma_r^2) (T_c^2 + 4T_0^2)}{2T_c^2 T_0^2 c^2} \right] (t_1 - t_2)^2}{4 \left( T_0^2 + \frac{4\sigma_R^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}}{c^2} \right) \left[ 1 + \frac{\sigma_r^2 \sin^2 \frac{\theta}{2} (T_c^2 + 4T_0^2)}{T_c^2 T_0^2 c^2} \right]} \times \right. \\
& \left. \cosh \left\{ \frac{2\sqrt{2\pi} n T_0^2 T_c}{T_c^2 + 4T_0^2} \left[ \frac{2\omega_0 \sigma_r^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}}{c^2} - \frac{i}{2} (t_1 - t_2) \right] \right\} \right\} \times \\
& \cosh \left\{ \frac{4\sqrt{2\pi} n T_0^2 T_c \omega_0 \sigma_r^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}}{c^2 (T_c^2 + 4T_0^2)} \right. \\
& \left. \left[ \frac{T_c^2 T_0^2}{T_c^2 + 4T_0^2} + \frac{\sigma_r^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}}{c^2} \right] \right\}. \quad (12)
\end{aligned}$$

由(12)式可知,散射场时间相干度分布与脉冲宽度、时间相干长度、介质有效半径和介质空间相干长度有关。

### 3 数值计算结果和分析

基于(12)式,对CGSM脉冲光束经准均匀介质散射的相干特性进行数值计算和分析,重点讨论脉冲参数和介质特性对散射场时间相干度的影响。图2为不同余弦参数n下,散射场时间相干度 $\mu(rs, rs, t_1, t_2)$ 随两点间的时间差 $t_d = t_1 - t_2$ 的变化规律。下列计算中,在没有特别说明的情况下, $T_0 = T_c = 5$  fs,  $\lambda_0 = 800$  nm,  $\sigma_R = r = 10\lambda_0$ ,  $\sigma_r = \lambda_0$ 。从图2中可以看出:当余弦参数 $n=0$ 时,CGSM脉冲光束变为高斯谢尔模型脉冲光束,此时,散射场时间相干度随时间差 $t_d$ 的变化呈高斯分布;当 $n=1, 2$ 和 $3$ 时,散射场时间相干度变化似sinc函数分布,并且随着 $n$ 的增加,散射场时间相干度分布振荡加剧。

图3为 $n=0, n=1$ 和 $n=3$ 时,入射光束的脉冲宽度对散射场时间相干度的影响。从图3可知:当入射脉冲宽度较小时,散射场时间相干度增加较快;当脉冲宽度增加到一定值后,散射场时间相干度增加缓慢。

图4为 $n=0, n=1$ 和 $n=3$ 时,入射光束的时间

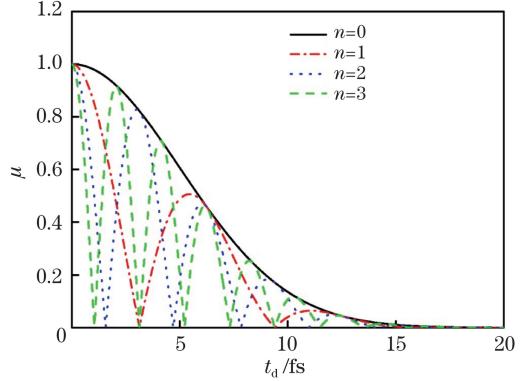


图2 不同余弦参数n下散射场时间相干度 $\mu(rs, rs, t_1, t_2)$ 随时间差 $t_d = t_1 - t_2$ 的变化

Fig. 2 Temporal coherent degree  $\mu(rs, rs, t_1, t_2)$  of scattered field versus time difference  $t_d = t_1 - t_2$  for different cosine parameters  $n$

相干长度对散射场时间相干度的影响。从图4(a)可知,当 $n=0$ 时,散射场时间相干度随脉冲时间相干长度的增大而增大。图4(b)显示:当 $n=1$ 时,随脉冲时间相干长度的增大,散射场时间相干度分布向更大的时间差方向移动;当 $T_c=2, 5, 10$  fs时,第一极大值对应的时间差分别是 $t_d = 2.20, 5.42, 10.64$  fs,第二极大值对应的时间差分别是 $t_d = 4.48, 11.06, 21.83$  fs。从图4(c)可以看出, $n$ 值越大,脉冲光束的时间相干长度对散射场时间相干度分布的影响越明显。

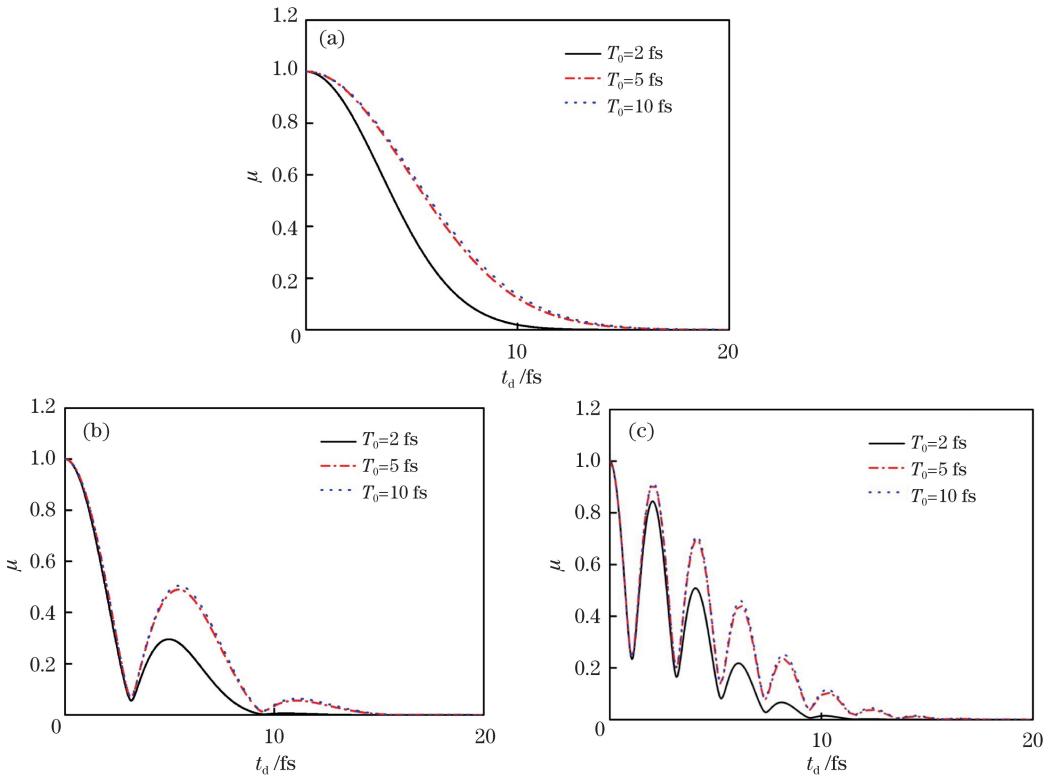


图3 不同脉冲宽度  $T_0$  下散射场时间相干度  $\mu(rs, rs, t_1, t_2)$  随时间差  $t_d$  的变化。(a)  $n=0$ ; (b)  $n=1$ ; (c)  $n=3$

Fig. 3 Temporal coherent degree  $\mu(rs, rs, t_1, t_2)$  of scattered field versus time difference  $t_d$  for different values of incident pulse duration  $T_0$ . (a)  $n=0$ ; (b)  $n=1$ ; (c)  $n=3$

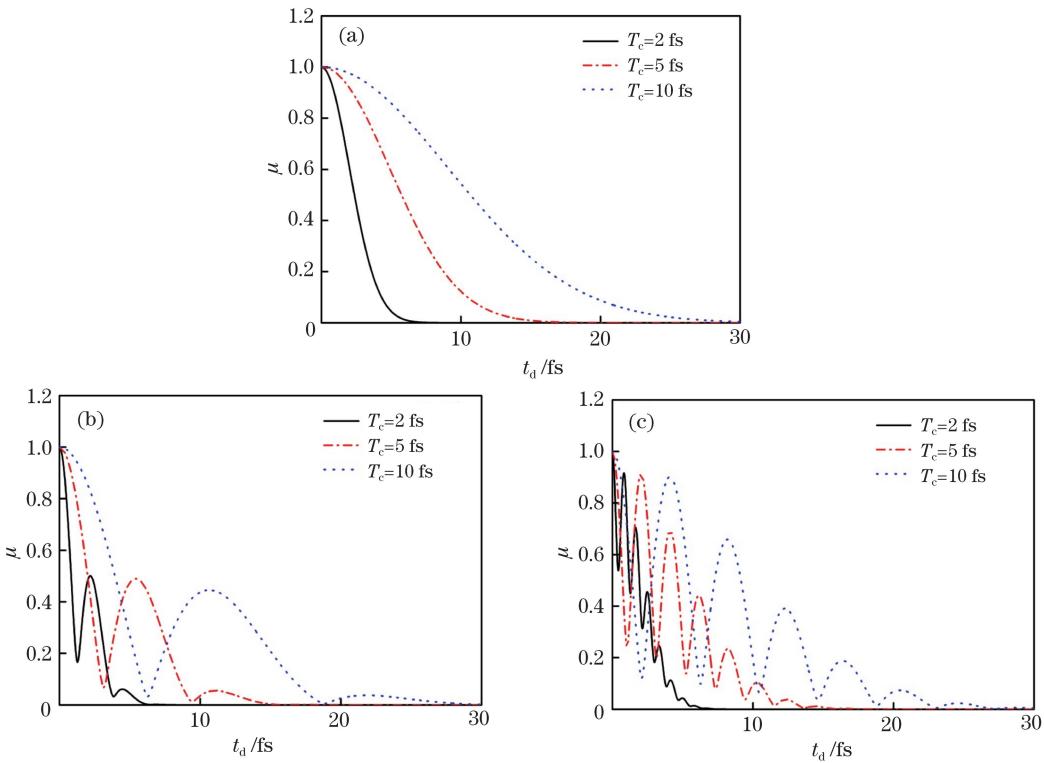


图4 不同时间相干长度  $T_c$  下散射场时间相干度  $\mu(rs, rs, t_1, t_2)$  随时间差  $t_d$  的变化。(a)  $n=0$ ; (b)  $n=1$ ; (c)  $n=3$

Fig. 4 Temporal coherent degree  $\mu(rs, rs, t_1, t_2)$  of scattered field versus time difference  $t_d$  for different values of temporal coherent length  $T_c$ . (a)  $n=0$ ; (b)  $n=1$ ; (c)  $n=3$

图 5 为  $n=0, n=1$  和  $n=3$  时, 介质的有效半径对散射场时间相干度的影响。从图 5(a)可以看出, 当  $n=0$  时, 散射场时间相干度随介质有效半径的增大而减小。图 5(b)和 5(c)显示: 当  $n=1, 3$  时, 散射场时间相干度的极大值随介质有效半径的增大而减小; 在相同的介质有效半径下,  $n$  值对散射场时间相干度的影响较小。

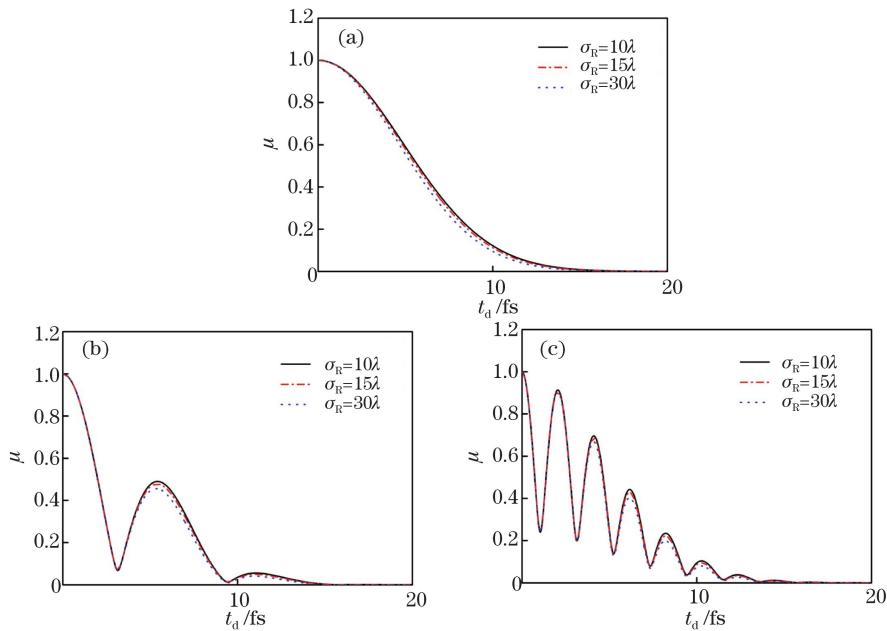


图 5 不同介质有效半径  $\sigma_R$  下散射场时间相干度  $\mu(rs, rs, t_1, t_2)$  随时间差  $t_d$  的变化。(a)  $n=0$ ; (b)  $n=1$ ; (c)  $n=3$

Fig. 5 Temporal coherent degree  $\mu(rs, rs, t_1, t_2)$  of scattered field versus time difference  $t_d$  for different values of effective radius  $\sigma_R$  of medium. (a)  $n=0$ ; (b)  $n=1$ ; (c)  $n=3$

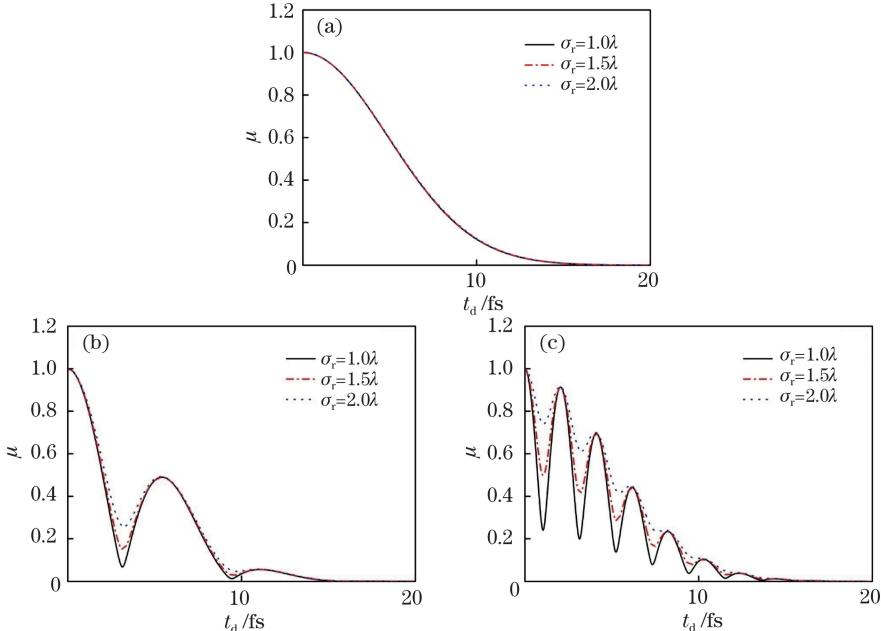


图 6 不同介质空间相干长度  $\sigma_r$  下散射场时间相干度  $\mu(rs, rs, t_1, t_2)$  随时间差  $t_d$  的变化。(a)  $n=0$ ; (b)  $n=1$ ; (c)  $n=3$

Fig. 6 Temporal coherent degree  $\mu(rs, rs, t_1, t_2)$  of scattered field versus time difference  $t_d$  for different values of dielectric space correlation length  $\sigma_r$ . (a)  $n=0$ ; (b)  $n=1$ ; (c)  $n=3$

## 4 结 论

基于非稳态场的散射理论,研究一级波恩近似条件下CGSM脉冲光束经准均匀介质散射的相干特性,着重分析脉冲参数和介质特性对散射场时间相干度的影响。数值计算结果表明:当入射光束是高斯谢尔模型脉冲光束时,散射场时间相干度随时间差的变化呈高斯分布;当入射光束是CGSM脉冲光束时,散射场时间相干度随时间差的变化似 sinc 函数分布,并且随着  $n$  的增加,时间相干度分布振荡加剧;当入射光束是高斯谢尔模型脉冲光束时,散射场时间相干度随脉冲时间相干长度的增大而增大,随介质有效半径的增大而减小;当入射光束是CGSM脉冲光束时,随脉冲时间相干长度的增大,散射场时间相干度分布向更大的时间差方向移动;散射场时间相干度的极大值随介质有效半径的增大而减小,极小值随介质空间相干长度的增大而增大。所得结果为脉冲光束散射的实际应用提供了一定的参考意义。

## 参 考 文 献

- [1] Wolf E. Introduction to the theory of coherence and polarization of light[M]. UK: Cambridge University Press, 2007: 50-75.
- [2] Potenza M A C, Sabareesh K P V, Carpineti M, et al. How to measure the optical thickness of scattering particles from the phase delay of scattered waves: application to turbid samples[J]. Physical Review Letters, 2010, 105(19): 193901.
- [3] Lahiri M, Wolf E, Fischer D G, et al. Determination of correlation functions of scattering potentials of stochastic media from scattering experiments[J]. Physical Review Letters, 2009, 102(12): 123901.
- [4] van Dijk T, Fischer D G, Visser T D, et al. Effects of spatial coherence on the angular distribution of radiant intensity generated by scattering on a sphere[J]. Physical Review Letters, 2010, 104(17): 173902.
- [5] Herffurth T, Schröder S, Trost M, et al. Comprehensive nanostructure and defect analysis using a simple 3D light-scatter sensor[J]. Applied Optics, 2013, 52(14): 3279-3287.
- [6] van der Laan J D, Wright J B, Scrymgeour D A, et al. Evolution of circular and linear polarization in scattering environments[J]. Optics Express, 2015, 23(25): 31874-31888.
- [7] Ding C L, Cai Y J, Korotkova O, et al. Scattering-induced changes in the temporal coherence length and the pulse duration of a partially coherent plane-wave pulse[J]. Optics Letters, 2011, 36(4): 517-519.
- [8] Laven P, Lock J A. Understanding light scattering by a coated sphere part 2: time domain analysis[J]. Journal of the Optical Society of America A, 2012, 29(8): 1498-1507.
- [9] Devaux F, Lantz E. 3D-PSTD simulation and polarization analysis of a light pulse transmitted through a scattering medium[J]. Optics Express, 2013, 21(21): 24969-24984.
- [10] Mounaix M, Andreoli D, Defienne H, et al. Spatiotemporal coherent control of light through a multiple scattering medium with the multispectral transmission matrix[J]. Physical Review Letters, 2016, 116(25): 253901.
- [11] Ding C L, Zhang Y T, Wang H X, et al. Spectra and coherence properties of partially coherent pulse scattered by anisotropic media[J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(7): 0729001.
- [12] Mandel L, Wolf E. Optical coherence and quantum optics[M]. UK: Cambridge University Press, 1995: 63-94.
- [13] Martínez-Herrero R, Mejías P M, Gori F. Genuine cross-spectral densities and pseudo-modal expansions [J]. Optics Letters, 2009, 34(9): 1399-1401.
- [14] Cui S W, Chen Z Y, Zhang L, et al. Experimental generation of nonuniformly correlated partially coherent light beams[J]. Optics Letters, 2013, 38(22): 4821-4824.
- [15] Chen Y H, Gu J X, Wang F, et al. Self-splitting properties of a Hermite-Gaussian correlated Schell-model beam[J]. Physical Review A, 2015, 91(1): 013823.
- [16] Mei Z R, Korotkova O. Random sources for rotating spectral densities[J]. Optics Letters, 2017, 42(2): 255-258.
- [17] Lajunen H, Saastamoinen T. Non-uniformly correlated partially coherent pulses[J]. Optics Express, 2013, 21(1): 190-195.
- [18] Yao M, Korotkova O, Ding C L, et al. Position modulation with random pulses[J]. Optics Express, 2014, 22(13): 16197-16206.
- [19] Ding C L, Korotkova O, Zhang Y T, et al. Cosine-Gaussian correlated Schell-model pulsed beams[J]. Optics Express, 2014, 22(1): 931-942.
- [20] Torres-Company V, Torres J P, Friberg A T. Shaping the ultrafast temporal correlations of thermal-like photons[J]. Physical Review Letters, 2012, 109(24): 243905.

- 
- [21] Born M, Wolf E. Principles of optics[M]. UK: Cambridge University Press, 1999: 46-85.
  - [22] Foley J T, Wolf E. Frequency shifts of spectral lines generated by scattering from space-time fluctuations [J]. Physical Review A, 1989, 40(2): 588-598.
  - [23] Fischer D G, Wolf E. Inverse problems with quasi-homogeneous random media[J]. Journal of the Optical Society of America A, 1994, 11(3): 1128-1135.
  - [24] Tervo J, Setälä T, Friberg A. Degree of coherence for electromagnetic fields[J]. Optics Express, 2003, 11(10): 1137-1143.