

# 瞳孔直径估算模型

李帅, 张宇宁\*, 王坚, 李晓华

东南大学电子科学与工程学院教育部信息显示与可视化国际合作联合实验室, 江苏 南京 210096

**摘要** 在对已有瞳孔直径估算模型研究分析的基础上, 测量了不同光环境下受试者瞳孔直径的变化, 利用实测数据对现有模型进行了对比分析。利用角膜通量密度建立了亮度、视角与瞳孔直径的关系, 并以 Stanley-Davies 模型为基础对原有计算关系式进行了修正与优化, 提高了模型的计算精度。通过实验拓展了 Stanley-Davies 计算方法的适用视场范围, 将最大适用视场拓展到  $40^\circ$ 。

**关键词** 视觉光学; 瞳孔直径; 亮度; 视角; 视野面积; 角膜通量密度

**中图分类号** O432

**文献标识码** A

**doi:** 10.3788/AOS201939.0133002

## Pupil Diameter Estimation Model

Li Shuai, Zhang Yuning\*, Wang Jian, Li Xiaohua

*International Joint Research Laboratory for Information Display and Visualization, School of Electronic Science and Engineering, Southeast University, Nanjing, Jiangsu 210096, China*

**Abstract** On the basis of the analysis of the existing pupil diameter estimation models, the changes in pupil diameter of all subjects under different light environments are measured. The comparison among all existing models are made by use of the measurement data. The relationship of luminance and visual angle with pupil diameter is established according to the corneal flux density. Moreover, based on the Stanley-Davies model, the original calculation formulas are corrected and optimized, and thus the calculation precision of this model is improved. Via experiments, the field of view area is extended and the maximum field of view is increased to 40 degrees.

**Key words** visual optics; pupil diameter; luminance; visual angle; field of view area; corneal flux density

**OCIS codes** 330.4460; 330.5020; 330.7326; 170.4470

## 1 引 言

根据人眼的成像原理及人眼的感知模型, 人眼本身所感觉到的亮度和现实中物体的客观测量亮度并不是完全相同的, 它们之间存在差异, 因为人眼的视觉感知与环境亮度存在密切关系<sup>[1]</sup>。

人眼的成像过程是: 外界物体通过眼睛的光学结构成像在视网膜上, 刺激视神经细胞引起视觉, 人眼根据刺激强度的不同产生亮暗的感觉<sup>[2]</sup>。瞳孔作为人眼的重要结构, 其作用与照相机的光圈类似, 瞳孔大小决定于外界光线的强弱。在照相的时候, 光线强时需要把光圈开小一点, 光线暗时则需要把光圈开大一点, 这样可以始终让足够的光线通过光圈进入相机, 并使底片曝光, 但又不让过强的光线损坏底片, 瞳孔也具有这样的功能, 但是它对光线强弱的

适应是自动完成的, 目的是为了在看清物体的同时保护视网膜不受到过强的刺激。瞳孔大小是光辐射安全计量中的一个重要参量, 直接决定进入眼内的光辐射量的大小, 此外, 瞳孔也直接影响眼睛对于光环境的感知效果。

现代光环境复杂多变, 各种新型显示设备能够显示的亮度范围也越来越大, 比如有机发光二极管、激光等显示设备都可以提供高亮度的显示。在这样高亮度动态范围的光环境中, 保证人眼的视觉健康是一个非常关键的问题。作为调节眼内光刺激强度的重要因素, 研究瞳孔的调节机制对于视觉健康评价标准的建立、健康光环境的设计以及医学相关研究都具有重要意义。

本文对已有瞳孔直径估算模型进行了分析, 测量不同光环境设置下的受试者瞳孔直径的变化, 利

**收稿日期:** 2018-07-11; **修回日期:** 2018-08-21; **录用日期:** 2018-09-05

**基金项目:** 十三五国家重点研发计划(2016YFB0401201)、南京市产学研合作后补助项目(201722003)

\* **E-mail:** zyn@seu.edu.cn

用实测数据对现有模型进行对比分析,之后以 Stanley-Davies 模型为基础,对原有计算模型进行了优化。

## 2 现有瞳孔直径计算方法的对比分析

### 2.1 瞳孔直径的典型计算方法

瞳孔直径计算方法的研究最早可以追溯到 1926 年,由于瞳孔直径受亮度、发光区域大小以及年龄等多种因素的影响,其调节机制非常复杂,所以直到现在也没有明确、通用的计算瞳孔直径的可靠方法<sup>[3]</sup>。但是,已经有一些研究得出在一定范围内适用的计算瞳孔直径的方法。

Holladay 于 1926 年针对亮度对瞳孔直径的影响进行了实验,利用大视野范围下测量的 3 个被试者双眼的瞳孔直径随亮度变化的实验数据进行研究,发现二者呈非线性关系,即<sup>[4]</sup>

$$D = 7 \exp(-0.1007L^{0.4}), \quad (1)$$

式中  $L$  为亮度,单位为  $\text{cd}/\text{m}^2$ ;  $D$  为瞳孔直径,单位为  $\text{mm}$ 。(1)式在高亮度下的准确性不高,适用的亮度范围在  $600 \text{ cd}/\text{m}^2$  以内。

Crawford 于 1936 年在  $55^\circ$  视角下测量了 10 个被试者的瞳孔直径随亮度的变化趋势,得到<sup>[5]</sup>:

$$D = 5 - 2.2 \tanh(0.61151 + 0.447 \lg L). \quad (2)$$

(2)式适用的亮度范围比(1)式更大。

Moon 和 Spencer 于 1944 年在已有实验数据的基础上,以(2)式作为先验公式,对其进行修正,得到<sup>[6]</sup>:

$$D = 4.9 - 3 \tanh(0.4L). \quad (3)$$

Crawford 和 Bouma 分别于 1936 年和 1965 年证明了瞳孔大小不仅与亮度有关,还与亮度区域的视场大小有关,但未给出相应的计算方法。Stanley 和 Davies 于 1995 年测量了 6 个被试者的瞳孔直径与亮度的关系,并使测量视场范围由  $0.4^\circ$  变化到  $25.4^\circ$ 。实验结果表明视场大小对瞳孔大小的变化有显著影响。根据实验数据,得到了一个二元函数<sup>[7]</sup>:

$$D = 7.75 - 5.75 \frac{(La/846)^{0.41}}{(La/846)^{0.41} + 2}, \quad (4)$$

式中  $a$  为视场大小。(4)式不仅反映了亮度对瞳孔直径的影响,也反映了视场大小对瞳孔直径的影响,但(4)式也存在一定的局限性,它适用的最大视场角为  $25.4^\circ$ ,而在此之外的亮度分布是否适用,结果是未知的。

此后,Barten 于 1999 年采用了 Moon-Spencer

公式,尝试在亮度的基础上加入了对视角的修正,类似于 Stanley-Davies,也得到了一个修正公式<sup>[8]</sup>:

$$D = 5 - 3 \tanh\left(0.4 \lg \frac{La}{1600}\right). \quad (5)$$

(5)式具有视角范围小的局限性,视角范围大致为  $0^\circ \sim 10^\circ$ 。

### 2.2 典型瞳孔直径计算方法的对比分析

根据 2.1 节的分析,已有的瞳孔直径计算方法可以分为两类,一类是采用与亮度相关的一元函数,另一类是采用与亮度、视角都相关的二元函数。

早期的研究是根据经验确定亮度对瞳孔大小有显著的影响,之后设计相关实验去探究亮度对瞳孔直径的影响机制。比较典型的结论有 Holladay、Crawford、Moon-Spencer 等通过实验得到的理论计算公式[(1)~(3)式],亮度与瞳孔直径的关系如图 1 所示。

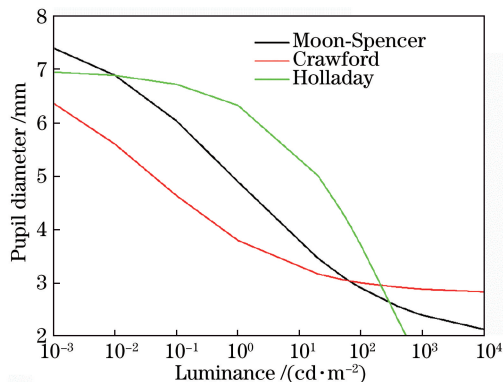


图 1 亮度与瞳孔直径的关系

Fig. 1 Relationship between luminance and pupil diameter

Holladay 通过实验确定了瞳孔直径随亮度的非线性变化关系,并利用指数函数建立了相应的计算关系。但这个关系式在高亮度下的准确性很低,亮度很高时瞳孔直径一直缩小,这不符合实际人眼瞳孔的变化规律,因为人眼的瞳孔调节能力是有限的,不可能无限缩小。

Crawford 通过实验也提出了一种瞳孔直径随亮度的变化关系,不同于 Holladay 的计算方法,他考虑到了人眼瞳孔的变化范围,使用了对数以及双曲正切的关系进行拟合,得到了具有上下渐近线的公式,其整体的计算结果相对 Holladay 的是偏低的。

Moon 和 Spencer 在已有的实验数据基础上,以 Crawford 公式为先验公式,对原有计算公式进行修正,得到了一种被广泛接受的计算关系。这个关系仍然利用对数以及双曲正切的关系,不过其上下限与 Crawford 公式不同。Moon-Spencer 公式的上下

限范围要大于 Crawford 公式。

之后, Crawford 和 Bouma 在关于瞳孔直径计算方法的研究中, 很多都考虑了亮度区域大小的因素, 比较典型的结论有 Stanley-Davies 以及 Barten 等通过实验得到的理论计算公式[(4)、(5)式], 角膜通量密度与瞳孔直径的关系如图 2 所示。

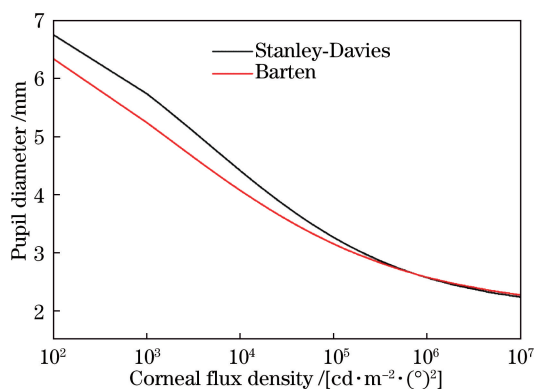


图 2 角膜通量密度与瞳孔直径的关系

Fig. 2 Relationship between corneal flux density and pupil diameter

Stanley-Davies 测量了 6 个被试者的瞳孔直径与亮度的关系, 并使测量视场范围由  $0.4^\circ$  变化到  $25.4^\circ$ , 实验结果证明视场大小对瞳孔大小的变化也有显著影响。基于该实验结果, 综合亮度和视场大小两种因素, 将两者的乘积定义为角膜通量密度, 得到了一个计算关系, 这个关系充分考虑了两种因素的影响并且具有上下渐近线, 相比于以亮度为单因素影响的计算关系来说适用性更广, 更符合实际情况。

Barten 在考虑亮度与视场大小两种因素的基础上, 基于之前被广泛接受的 Moon-Spencer 公式, 在亮度的基础上加入了对视角的修正, 也得到了相应的计算关系, 从图 2 中可以发现两条曲线的变化趋势比较接近, 上下限也基本相同。

通过分析可知, 不同的瞳孔直径计算方法之间存在一定的差异, 需要通过实验获取数据来对这些计算方法进行对比分析及优化。

### 3 实验方案

由第 2.2 节中现有瞳孔直径的计算方法可知, 影响瞳孔直径的因素包括亮度和亮度区域的视场大小, 因此本实验设置亮度和亮度区域的视场大小两种变量, 并探究了瞳孔直径与亮度、亮度区域的视场大小的关系。

实验采用的仪器主要有平面亮度计、80 inch 液晶电视以及红外眼动仪。平面亮度计为柯尼卡美能

达公司的 CA-2000 二维平面亮度计, 使用具有 XYZ 滤波器的传感器, 提供与 CIE 1931 等色函数近似的分光敏感度, 能够实现与目视评估结果有很大关联度的亮度、色度测量<sup>[9]</sup>。液晶电视为 Sharp 的 LCD-80X818A 型号电视, 该液晶电视的尺寸为 80 inch (1 inch=2.54 cm), 具有 4K 分辨率, 最大亮度可达  $550 \text{ cd/m}^2$ 。眼动仪是德国 SMI 公司的 RED250 远程红外眼动仪, 其工作距离为 60~80 cm, 精确度  $<0.4^\circ$ , 空间分辨率为  $0.03^\circ$ , 采样频率为 250 Hz, 采用 9 点校准, 能够实时计算出眼珠的水平和垂直运动的时间、位移距离、速度、瞳孔直径和注视位置等<sup>[10]</sup>。实验人数为 8 人, 年龄在 20~25 岁之间, 矫正视力正常, 无眼部疾病; 为了尽可能避免结果的偶然性, 请受试者重复进行实验, 即每人 2 次实验; 实验环境为暗室, 光线强度小于  $0.5 \text{ lx}$ ; 被试者在距屏幕 91 cm 处观察, 以保证屏幕相对人眼的水平、垂直视野张角足够大; 每幅图样的观察时间为 15 s; 图像内容为位于视野中心的不同大小、不同亮度的矩形发光区域, 其余部分全黑; 图像亮区的亮度设置为 20, 40, 60, 80, 100, 150, 200, 300,  $500 \text{ cd/m}^2$ ; 中心方块图像的横纵视角设置为  $10^\circ \times 7^\circ$ ,  $20^\circ \times 14^\circ$ ,  $30^\circ \times 21^\circ$ ,  $40^\circ \times 28^\circ$ 。

由于本实验中所采用的照明环境为暗室, 因此在照明安全方面对被试者的健康不会产生影响。在图像显示方面, 实验所采用的屏幕最大亮度为  $500 \text{ cd/m}^2$ , 对应的屏幕辐亮度值为  $0.7 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{sr}^{-1}$ , 这个数值远低于国际标准 IEC 62471:2006《灯与灯系统的光生物安全》中规定的豁免级辐射限值, 因此在显示亮度的安全方面也不会对被试者的健康产生影响。

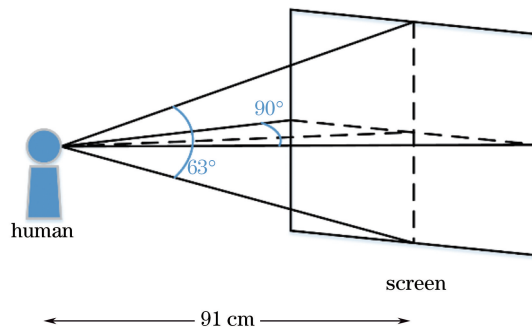


图 3 实验设置示意图

Fig. 3 Schematic of experimental setup

实验前需要通过平面亮度计观察图像的亮度校正, 使观察图像的亮度满足测试亮度档位, 并设置好相应的暗室环境。

实验流程如下:

1)校准眼动仪。受试者就位后,调整眼动仪进行校准,确保眼动仪能够稳定捕捉到被试者的眼睛。

2)观察测试图像。请受试者依次观察测试图样,每幅图样的观察时间为 15 s,以保证瞳孔有充足的反应变化时间。测试图样一共 36 幅,若实验中受试者感到观察时间过长,可适当休息,以调整眼睛状态,确保在眼睛舒适的条件下观察。

3)导出实验数据。所有实验图样观察完毕后,通过 BeGaze 眼动跟踪分析软件导出眼动仪的记录数据并进行数据整理。

### 4 实验结果与分析

图 4 为不同视场大小的发光区域亮度与瞳孔直径的关系,其中瞳孔直径的数据为两次实验测得瞳孔直径的平均值。

由图 4 分析可以发现瞳孔直径随亮度的变化规律,即随着亮度的增大,瞳孔直径减小,且瞳孔直径的减小趋势逐渐变平缓,证明亮度大小是影响瞳孔直径的一个因素;此外,在亮度相同的情况下,发光面占据的视角越大,对应的瞳孔直径越小,表明了瞳孔直径与发光区域的视场大小是有密切关系的。

但实验数据中的瞳孔直径大小与之前的研究中有一定的差异,在之前的研究中,最大瞳孔直径可以达到 7 mm,而本实验中实测的瞳孔直径最大接近 5 mm。研究表明,在健康的受试者中,瞳孔一般呈圆形,瞳孔直径大小为 3~5mm,各种影响因素可能导致瞳孔大小的变化范围在 1.5~8 mm 之间<sup>[11]</sup>。

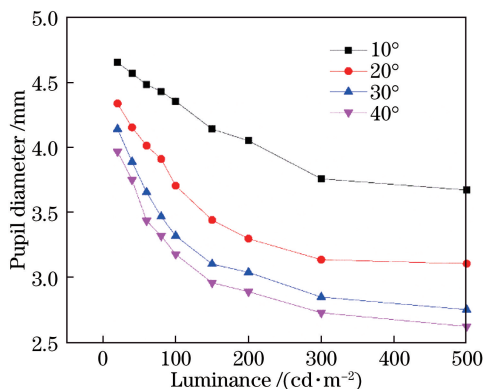


图 4 不同视场大小的发光区域亮度与瞳孔直径的关系  
Fig. 4 Relationship between luminance at lighting area and pupil diameter under different field of view

图 5 为本实验中角膜通量密度与瞳孔直径的对应数据与 Stanley-Davies 以及 Barten 实验结论的比较。

本实验的数据大多分布于 Stanley-Davies 和

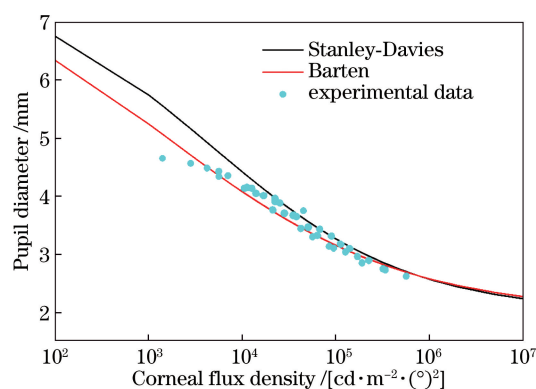


图 5 不同视场大小的发光区域角膜通量密度与瞳孔直径的关系

Fig. 5 Relationship between corneal flux density at lighting area and pupil diameter under different field of view

Barten 所得实验结果之间,并且瞳孔直径的上限与原有结果有差异,Stanley-Davies 和 Barten 的理论瞳孔直径至少在 7 mm 以上,而本实验测得的瞳孔直径上限在 5 mm 左右。这证明了 Stanley-Davies 和 Barten 计算关系式在计算正常状态下人眼的瞳孔直径时都存在一定的误差,需要对原有的计算关系式进行修正。

图 6 为利用本实验数据拟合得到的瞳孔直径与角膜通量密度的关系,公式形式采用与 Stanley-Davies 公式类似的形式,对原有计算方法进行修正。

图 6 中的拟合关系(拟合系数  $R^2=0.968$ )为

$$D = 4.98 - 2.59 \frac{(La/1814)^{0.77}}{(La/1814)^{0.77} + 9.58} \quad (6)$$

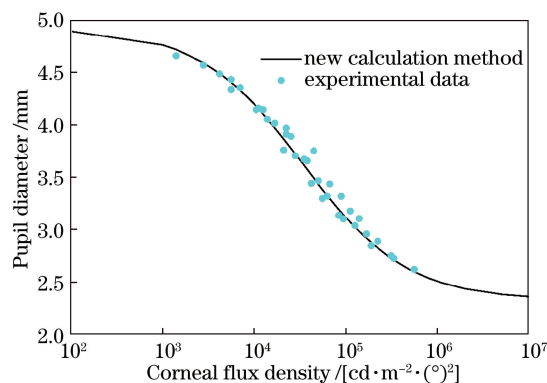


图 6 本实验数据拟合得到的角膜通量密度与瞳孔直径的关系

Fig. 6 Relationship between corneal flux density and pupil diameter obtained by fitting of experimental data

图 7 为按照图 6 中的拟合公式计算得到的瞳孔直径与实测瞳孔直径的对应关系,图中红色直线为  $y=x$ ,  $R^2=0.96$ ,证明实验得到的计算公式能够保证较高的精度。



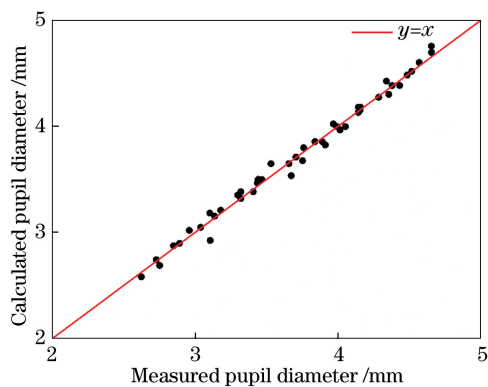


图 7 瞳孔直径测量值与计算值的关系

Fig. 7 Relationship between measured and calculated pupil diameters

## 5 结 论

对典型的瞳孔直径计算方法进行了分析与比较,并在此基础上针对亮度、视场大小对瞳孔直径的影响进行实验。实验结果证明,瞳孔直径不仅与亮度有关,而且与亮度区域的视场大小有关。通过对比实验数据与原有计算结果的差异,利用角膜通量密度建立了亮度、视角与瞳孔直径的关系,达到了较高的计算精度,对原有计算关系进行了修正与优化。同时,实验也拓展了 Stanley-Davies 计算方法的适用视场大小范围,将最大适用视场大小拓展到了  $40^\circ$ 。

对已有的计算方法进行了修正与优化,但优化后的计算方法适用范围仍然有限。实验中的发光区域都为均匀发光,且都位于视野中心,场景相对单一,在计算复杂场景下的瞳孔直径时可能不适用。此外,受实验条件的限制,采用的受试者年龄主要分布在 20~25 岁范围内,而根据 Winn、Whitaker、Elliott 和 Phillips 等的研究,年龄对于瞳孔的调节也存在一定的影响,同样条件下 20 岁与 80 岁受试者的瞳孔可能存在 1~2 mm 的差异,并且这种差异在亮度较低时比较显著。今后将在更大视场范围内研究亮度对瞳孔直径的调节机制,并且采用非均匀的亮度图像进行研究,并采用不同年龄、不同人种的多样化样本进行实验,以期建立适用性更广、精度更高的瞳孔直径估算模型。

## 参 考 文 献

- [1] Zhang Y M. Applied optics[M]. Beijing: Electronic Industry Press, 2016: 371-372.  
张以谟. 应用光学[M]. 北京: 电子工业出版社, 2016: 371-372.
- [2] Li L, Huang Y F. Applied optics[M]. Beijing: Beijing Institute of Technology Press, 2017: 159-160.  
李林, 黄一帆. 应用光学[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 2017: 159-160.
- [3] Winn B, Whitaker D, Elliott D B, *et al.* Factors affecting light-adapted pupil size in normal human subjects[J]. Investigative Ophthalmology & Visual Science, 1994, 35(3): 1132-1137.
- [4] Watson A B, Yellott J I. A unified formula for light-adapted pupil size[J]. Journal of Vision, 2012, 12(10): 12.
- [5] Crawford B H. The dependence of pupil size upon external light stimulus under static and variable conditions[J]. Proceedings of the Royal Society B: Biological Sciences, 1936, 121(823): 376-395.
- [6] Moon P, Spencer D E. On the stiles-crawford effect [J]. Journal of the Optical Society of America, 1944, 34(6): 319-329.
- [7] Stanley P A, Kelvin Davies A. The effect of field of view size on steady-state pupil diameter[J]. Ophthalmic and Physiological Optics, 1995, 15(6): 601-603.
- [8] Barten P G J. Contrast sensitivity of the human eye and its effects on image quality[D]. Eindhoven: Eindhoven University of Technology, 1999, 14(7): 235.
- [9] Luo C H. Chroma measurement of LED display screen with color Bayer camera [D]. Xi'an: Xidian University, 2014: 9-10.  
罗昌虎. 基于彩色 Bayer 型相机的 LED 显示屏色度测量[D]. 西安: 西安电子科技大学, 2014: 9-10.
- [10] Wang Y. Study on asthenopia in three dimensional display[D]. Nanjing: Southeast University, 2013: 21-22.  
王莹. 三维立体显示视疲劳研究[D]. 南京: 东南大学, 2013: 21-22.
- [11] Haeussler-Sinangin Y, Kohnen T. Pupildiameter [M]. Heidelberg: Springer Berlin Heidelberg, 2018: 1476-1477.