

涡旋光束轨道角动量检测及其性能改善

柯熙政, 谢炎辰*, 张颖

西安理工大学自动化与信息工程学院, 陕西 西安 710048

摘要 利用光栅检测涡旋光束轨道角动量(OAM)并进行性能改善的方法容易实现且能降低通信系统成本。将涡旋光束照射到周期渐变光栅和环形光栅的合适位置,观察衍射图中光斑的分布规律,并对入射涡旋光束进行检测。实验结果表明,通过判断光斑中暗条纹的数量和朝向便可确定入射涡旋光束的拓扑荷的大小和正负,利用相位校正技术或光束复制技术可以使衍射结果中的条纹更加清晰,使用这两种技术后可将检测到的拓扑荷数提高至 30。该研究为 OAM 复用通信中的解复用和涡旋光的产生提供了依据。

关键词 物理光学; 涡旋光束; 轨道角动量; 检测; 光束复制; 相位校正

中图分类号 TN929.12

文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201939.0126017

Orbital Angular Momentum Measurement of Vortex Beam and Its Performance Improvement

Ke Xizheng, Xie Yanchen*, Zhang Ying

Faculty of Automation and Information Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an, Shaanxi 710048, China

Abstract The orbital angular momentum (OAM) of a vortex beam is measured and its performance is improved by gratings. Compared with other equipment or devices, this measurement method by gratings is simple and can make the cost of communication system reduced. The vortex beam is illuminated to an appropriate position of a period-gradually-changing grating or an annular grating. The light spot distribution in the diffraction pattern is observed and the incident vortex beam is measured. The experimental results show that the size and plus-minus of the topological charge of incident vortex beam can be determined according to the number and orientation of dark stripes in the light spot. Meanwhile, the phase correction or fan-out technique can be adopted to make the stripes more clearly visible in the diffraction results. Moreover, with these two techniques, the measured maximum number topological charges is increased to 30. This research provides a basis for the demultiplexing and generation of vortex beams in the OAM multiplexing communication.

Key words physical optics; vortex beam; orbital angular momentum; measurement; fan-out; phase correction

OCIS codes 260.1960; 050.1940; 350.2770

1 引 言

随着无线通信技术的蓬勃发展,云计算、物联网、5G 等新兴技术对通信网络的带宽容量提出了更高的要求^[1]。但频率、波长、偏振态、相位等维度已无法提高通信系统容量,故可采用光的粒子特性轨道角动量(OAM)。OAM 具有无限个本征态,并且具有不同拓扑荷数的 OAM 模式在空间上相互正交^[2],所以不同的正交模式理论上可以承载无限多比特信息,这大大提高了通信系统容量,同时减少了

串扰。OAM、拓扑荷数和相位的不确定性可使通信保密性更高^[3]。

OAM 复用技术利用 OAM 取值的无穷性进行信息加载,从而将多路光合并成一路光进行传输,而在复用系统的接收端需要对解复用得到的涡旋光进行检测,以确保解复用的正确性,因此对涡旋光 OAM 的检测显得十分重要。目前,检测涡旋光的空间结构性器件有光栅^[4-5]、扇形屏^[6]、轴棱锥^[7]、柱透镜^[8]等。2010 年, Hickmann 等^[9]研究了一种利用三角孔检测入射涡旋光的方法,涡旋光经过三角

收稿日期: 2018-07-05; 修回日期: 2018-07-30; 录用日期: 2018-08-21

基金项目: 国家自然科学基金(61377080,60977054)、陕西省重点产业创新项目(2017ZDCXL-GY-06-01)

* E-mail: 515972905@qq.com

孔衍射后,其远场衍射呈特殊三角形光斑阵列,由此可以检测低阶涡旋光。2014年,Emile等^[10]研究了高阶涡旋光通过双缝后的衍射特性,发现衍射后的条纹移动量与角量子数呈一定关系,即条纹移动量越大,角量子数也越大,由此可以检测入射涡旋光。2014年,谌娟等^[11]详细分析了涡旋光经过单缝、圆孔和方孔衍射后远场衍射图的变化规律,并根据此规律对涡旋光束进行检测,但光阑的检测范围有限。2015年,Dai等^[12]提出利用周期渐变光栅对涡旋光进行检测,该方法简单且入射光可照射在光栅的任何位置。2016年,在文献[12]的基础上,Fu等^[13]提出了周期渐变型衍射光学器件,实现了径向量子数不为0的拉盖尔-高斯型涡旋光束的检测。2017年,Zheng等^[14]利用环形光栅对不同阶数涡旋光进行检测,衍射效率高且最高拓扑荷数可达±25。

本文参考周期渐变光栅和环形光栅的检测方法,并在此基础上利用相位校正技术和光束复制(fan-out)技术提高检测精度,结合数值模拟与实验结果说明利用这两种技术可以对检测结果进行改善。

2 理论基础

2.1 光栅的传输函数及其表示

按光栅对入射光的调制方式,可将光栅分为两类:振幅型光栅和相位型光栅。这里使用周期渐变光栅和环形光栅对涡旋光进行检测。周期渐变光栅的传输函数表达式为^[12,15]

$$t_1(x,y) = \begin{cases} 1 & \text{if } \cos[2\pi x/(T+nx)] \geq 0 \\ 0 & \text{if } \cos[2\pi x/(T+nx)] < 0 \end{cases}, \quad (1)$$

$$t_2(x,y) = \begin{cases} 1 & \text{if } \cos[2\pi x/(T+ny)] \geq 0 \\ 0 & \text{if } \cos[2\pi x/(T+ny)] < 0 \end{cases}, \quad (2)$$

$$t_3(x,y) = \begin{cases} \exp(i \times \pi) & \text{if } \cos[2\pi x/(T+nx)] \geq 0 \\ \exp(i \times 0) & \text{if } \cos[2\pi x/(T+nx)] < 0 \end{cases}, \quad (3)$$

$$t_4(x,y) = \begin{cases} \exp(i \times \pi) & \text{if } \cos[2\pi x/(T+ny)] \geq 0 \\ \exp(i \times 0) & \text{if } \cos[2\pi x/(T+ny)] < 0 \end{cases}, \quad (4)$$

式中: T 为光栅的周期; n 为渐变因子,表示光栅周期的变化速度。(1)、(2)式分别表示a型和b型周期渐变振幅光栅,如图1(a)、(b)所示;(3)、(4)式分别表示a型和b型0- π 二值化周期渐变相位光栅,如图1(c)、(d)所示。

环形光栅的传输函数表达式为^[14]

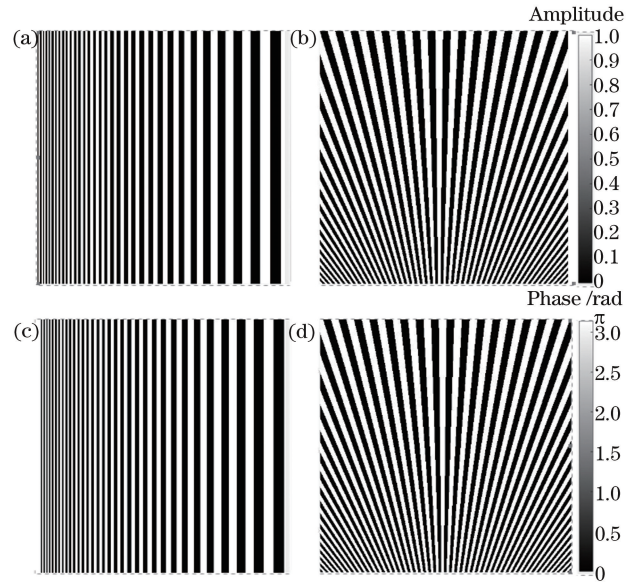


图1 (a) a型和(b) b型周期渐变振幅光栅;(c) a型和(d) b型0- π 二值化周期渐变相位光栅

Fig. 1 (a) a-type and (b) b-type period-gradually-changing amplitude gratings; (c) a-type and (d) b-type 0- π binary period-gradually-changing phase gratings

$$t_1(r) = \begin{cases} 1 & \text{if } \cos(2\pi r/T) \geq 0 \\ 0 & \text{if } \cos(2\pi r/T) < 0 \end{cases}, \quad (5)$$

$$t_2(r) = \exp(i2\pi r/T), \quad (6)$$

式中 $r = \sqrt{x^2 + y^2}$,为径向坐标。(5)式表示环形振幅光栅,如图2(a)所示;(6)式表示环形相位光栅,如图2(b)所示。

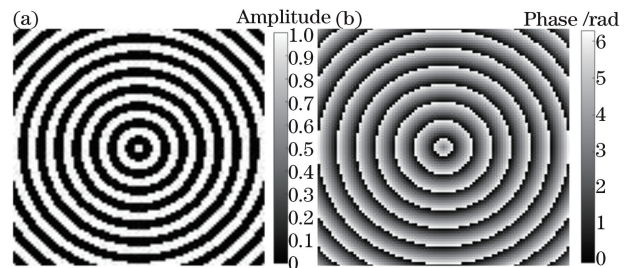


图2 (a)环形振幅光栅;(b)环形相位光栅

Fig. 2 (a) Annular amplitude grating; (b) annular phase grating

2.2 涡旋光光场及其衍射

涡旋光束的常见形式有贝塞尔光束、拉盖尔高斯光束和厄米高斯光束。拉盖尔高斯光束沿 z 轴的光场复振幅表达式为^[16]

$$u_p^l(r', \phi, z) = \frac{\sqrt{2p!} / \pi(|l| + p!)}{w(z)} \left[\frac{\sqrt{2} r'}{w(z)} \right]^{|l|} \times \exp\left[\frac{-r'^2}{w^2(z)} \right] L_p^{|l|} \left[\frac{2r'^2}{w^2(z)} \right] \times$$

$$\exp(-il\phi)\exp\left[\frac{ikr'^2z}{2(z^2+z_R^2)}\right]\times\exp\left[-i(2p+|l|+1)\arctan\left(\frac{z}{z_R}\right)\right], \quad (7)$$

式中： r' 为柱坐标下的径向分量； ϕ 为方位角； z 为传输距离； $k=2\pi/\lambda$ ，为波数， λ 为波长； w_0 为束腰半径； $z_R=\pi w_0^2/\lambda$ ，为瑞利距离； $w(z)$ 为涡旋光中心到束腰的光斑半径； $L_p^l(\cdot)$ 为缔合拉盖尔多项式， p 和 l 分别表示径向指数和拓扑荷数； $(2p+|l|+1)\arctan(z/z_R)$ 为古依相移。当 $p=0$ 时， $L_p^l(\cdot)=1$ ，当传输距离为0的情况下，(7)式可简化为

$$u(r',\phi,z)=\left(\frac{\sqrt{2}r'}{w}\right)^{|l|}\exp(-il\phi)\exp\left(\frac{-r'^2}{w}\right), \quad (8)$$

式中 $w=3\text{ mm}$ ， $\phi=\text{angle}(x+iy)$ 。涡旋光的衍射

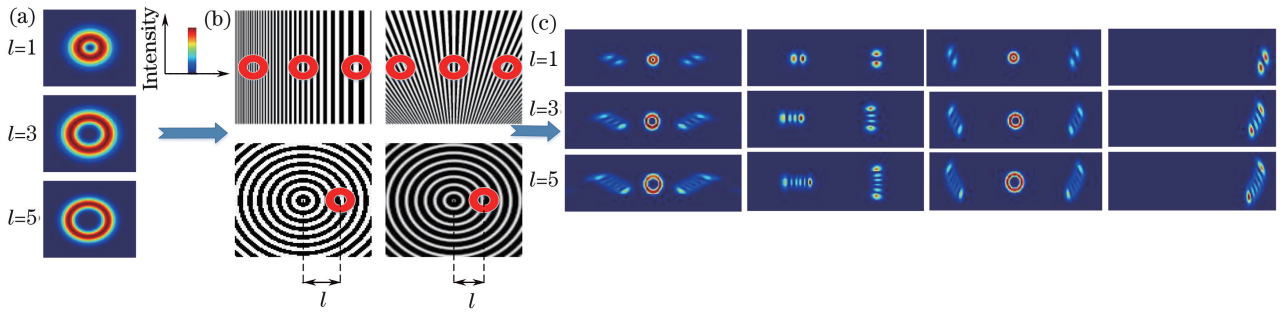


图3 涡旋光经光栅衍射示意图。(a)涡旋光束；(b)光栅；(c)衍射条纹

Fig. 3 Schematic of vortex beam diffraction by gratings. (a) Vortex beam; (b) grating; (c) diffraction patterns

2.3 相位校正技术与 fan-out 技术

当涡旋光照射到光栅上时，可以通过衍射条纹来判断涡旋光的拓扑荷数，但是当入射涡旋光的阶数升高时，得到的衍射图中条纹会变得模糊不清，从而无法对其进行检测，这时可以通过再添加相位图来对衍射图进行优化。采用相位校正技术或 fan-out 技术可改善检测效果，通过增加光斑的相位梯度使衍射条纹更加精细，同时可减少条纹间的干扰，最终实现检测效果的改善。

涡旋光经过检测光栅时，不同光路之间产生光程差，从而引入了相位失真，相位校正函数可由稳定相位近似法计算得出^[18-19]，它可以减轻衍射图案的弱化效果，其表达式为

$$\phi = -\frac{2\pi ab}{\lambda f} \exp\left(\ln\frac{\sqrt{x^2+y^2}}{b}\right) \cos\left(\arctan\frac{y}{x}\right), \quad (10)$$

式中： f 为傅里叶变换面焦距；参数 a 表示转换后图像大小；参数 b 独立于 a ，用于调整图像方向。图4所示为该相位校正函数的相位图。

这里使用周期相位全息图作为 fan-out 元件来

过程如图3所示，其远场衍射图案的复振幅表达式为^[17]

$$U(x,y)=\frac{\exp(ikz)}{i\lambda z}\exp\left[i\frac{k}{2z}(x^2+y^2)\right]\times\mathcal{F}[u(\zeta,\eta)t(\zeta,\eta)], \quad (9)$$

式中： (ζ,η) 为光栅坐标， $u(\zeta,\eta)$ 为光栅坐标下的涡旋光场， (x,y) 为远场坐标， $t(\zeta,\eta)$ 为光栅坐标下的衍射光栅表达式， \mathcal{F} 代表快速傅里叶变换。

一系列携带拓扑荷数为1, 3, 5的涡旋光束[图3(a)]分别照射到4种光栅上的红圈位置[图3(b)]，经过衍射得到图3(c)所示的4列衍射条纹，通过判断衍射级上条纹的方向和暗条纹的个数，得到入射涡旋光的拓扑荷数的正负和大小，最终实现对涡旋光的检测。图3(b)中的红色圆环为可实现涡旋光检测的合适入射位置。

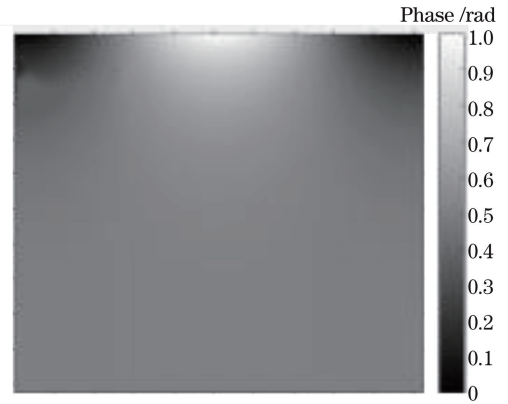


图4 相位校正光学元件的相位剖面图

对衍射光斑进行多次复制，这种元件的相位结构可以描述为^[20-21]

$$\psi_{2N+1}(x) = \arctan\left[\frac{\sum_{m=-N}^N \gamma_m \sin[(2\pi s/\lambda)mx + \alpha_m]}{\sum_{m=-N}^N \gamma_m \cos[(2\pi s/\lambda)mx + \alpha_m]}\right], \quad (11)$$

式中: $2N+1$ 为复制次数, 即相位梯度增加的倍数; s 为角度间隔; x 为伴随复制产生的横向维数; γ_m 和 α_m 分别表示不同衍射阶数下的相关相位和场强系数。图 5(a)、(b) 分别为采用复制 7 次和 9 次 fan-out 技术时的周期相位图, 当选定一定的 s 值时, 该相位图可作为改善涡旋光检测效果的方法。

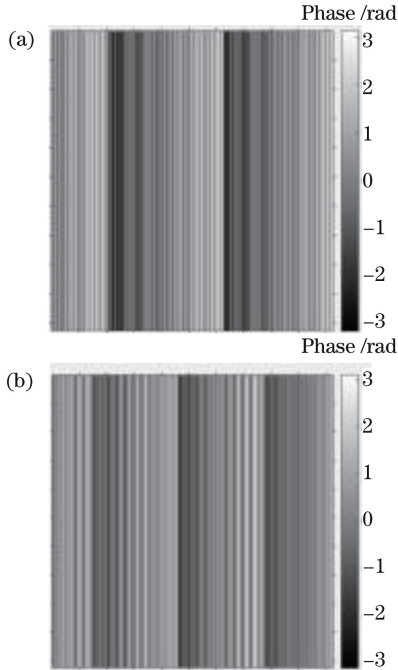


图 5 不同复制次数时的 fan-out 相位图。(a) 7 次; (b) 9 次
Fig. 5 Fan-out phase images under different number of copies. (a) 7 times; (b) 9 times

3 数值仿真

仿真参数的选取如下: 波长 $\lambda = 632.8$ nm, 径向指数 $p = 0$, 束腰半径 $w_0 = 3$ mm, 环形光栅周期 $T_L = 7$ mm, 周期渐变光栅中渐变因子 $n = 0.04$, 周期 $T_G = 0.022$ 。

图 6(a)~(d) 为 a 型周期渐变振幅光栅的仿真结果, 可以从类厄米特高斯光斑中直接得到 OAM 的大小和正负。图 6(a) 为 $l = \pm 3$ 的涡旋光经过图 1(a) 光栅衍射后的光强分布, 通过判断 -1 阶衍射级暗条纹的数量和方向可以对入射涡旋光进行检测。为了方便判断, 对衍射图进行标注, 图中黄色虚线表示暗条纹数量即拓扑荷数, 虚线与 x 轴正方向的夹角可表示拓扑荷的正负, 当所成夹角为锐角时表示拓扑荷为正, 成钝角时表示拓扑荷为负。图 6(b)~(c) 为 $l = 5$ 时的衍射图及其通过校正后的衍射图, 可以看出, $l = 5$ 时类厄米特高斯光斑已经变得模糊不清, 难以对其进行检测, 通过相位校正

技术或 fan-out 技术可以对图 6(b) 进行校正, 从而得到图 6(c) 校正后的条纹, 图 6(c) 中三阶衍射级条纹朝向一致且清晰可见, 其中零阶衍射级条纹光强最强, 最易辨别。图 6(d) 为 $l = 20$ 时经校正后的衍射图, 这是在两种技术校正下可检测的最大拓扑荷数, 从图中可以直接判断暗条纹的数量和朝向。

图 6(e)~(h)、(i)~(l)、(m)~(p) 分别为 $0-\pi$ 二值化 a 型周期渐变相位光栅、b 型周期渐变振幅光栅、 $0-\pi$ 二值化 b 型周期渐变相位光栅的仿真结果。根据上述判断方法, 从图 6(e)、(i)、(m) 中也可以检测入射涡旋光。图 6(f)~(g)、(j)~(k)、(n)~(o) 为经相位校正技术或 fan-out 技术校正前后的衍射图, 这便可以证明这两种校正技术均能够改善检测结果, 且校正前后衍射级条纹的阶数不变。图 6(h)、(l)、(p) 为经校正后最高可检测到 20 阶拓扑荷数时的光斑。从图中可以看出, 振幅光栅的衍射条纹会出现三阶衍射级, 但光强却集中在无关紧要的零阶衍射级, 这会使 ± 1 阶衍射级光强下降, 导致检测效果不佳。而 $0-\pi$ 二值化相位光栅的衍射图没有零阶衍射级, 这时能量会分配到两侧衍射级, 从而能够改善检测效果。经 b 型光栅衍射后光斑图的光强明显高于 a 型。最终通过仿真结果可得出 $0-\pi$ 二值化 b 型周期渐变相位光栅的检测效果最佳。

图 7(a)~(d)、(e)~(h) 分别为环形振幅光栅和环形相位光栅衍射结果, 判断拓扑荷的大小和正负的方法与图 6(a) 所示的一样。同时, 从图 7(b)~(c)、(f)~(g) 可以看出, 两种校正技术对环形光栅的衍射结果也可以进行校正。从图中可以看出, 环形相位光栅的衍射图将光强集中在 $+1$ 阶衍射级上, 改善了检测效果。从校正图中也可以看出, 经过环形相位光栅衍射后校正的光斑最清晰可见, 校正后最高可检测 30 阶的涡旋光。综合以上仿真结果可得出环形相位光栅的检测性能最好。

4 实验研究

所设计的涡旋光检测及校正系统实验装置如图 8 所示, 实验采用 632.8 nm 的 He-Ne 激光器作为光源, 经过偏振镜后滤除垂直偏振的光, 接着经过一个两倍的扩束准直系统, 该系统由两个焦距分别为 30 mm 和 60 mm 的透镜组成。然后光入射到加载叉形光栅的空间光调制器 (SLM1) 上, 以产生各个阶数的涡旋光, 利用光阑筛选出所需阶数的涡旋光, 将其直接入射到加载检测光栅的空间光调制器 (SLM2) 上, 生成的衍射光斑再经过空间

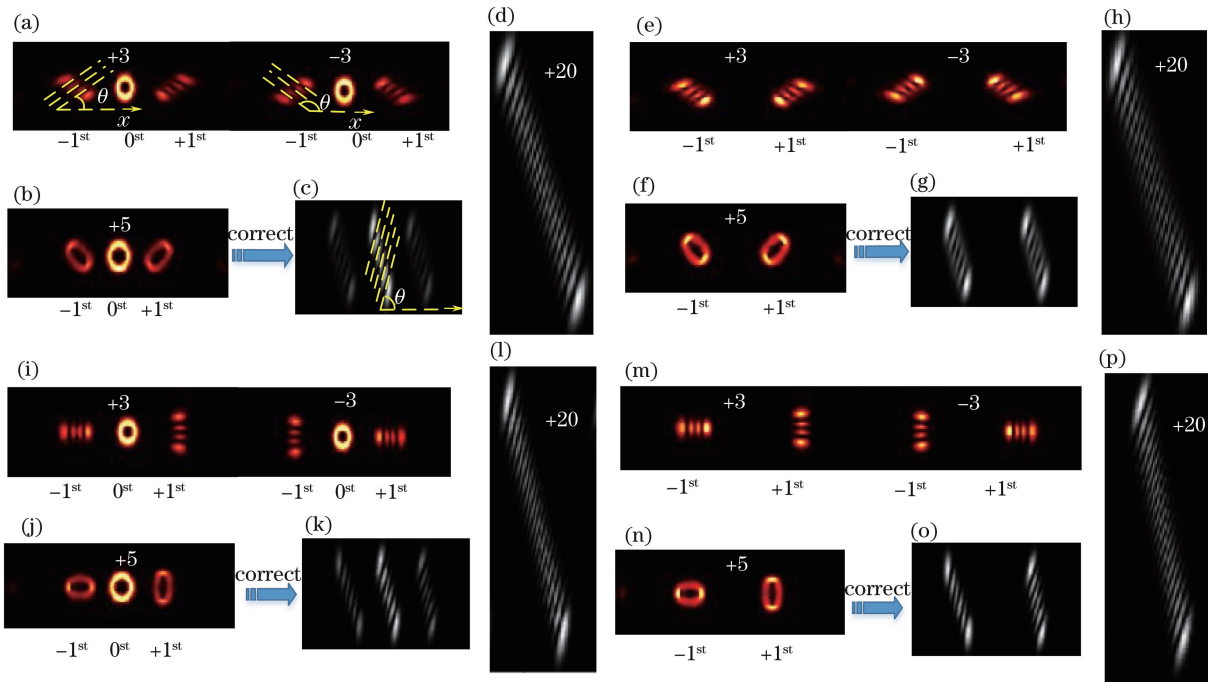


图 6 4 种周期渐变光栅的仿真结果。(a)~(d) a 型周期渐变振幅光栅；(e)~(h) 0- π 二值化 a 型周期渐变相位光栅；(i)~(l) b 型周期渐变振幅光栅；(m)~(p) 0- π 二值化 b 型周期渐变相位光栅

Fig. 6 Simulation results for four period-gradually-changing gratings. (a)-(d) a-type period-gradually-changing amplitude gratings; (e)-(h) a-type 0- π binary period-gradually-changing phase gratings; (i)-(l) b-type period-gradually-changing amplitude gratings; (m)-(p) a-type 0- π binary period-gradually-changing phase gratings

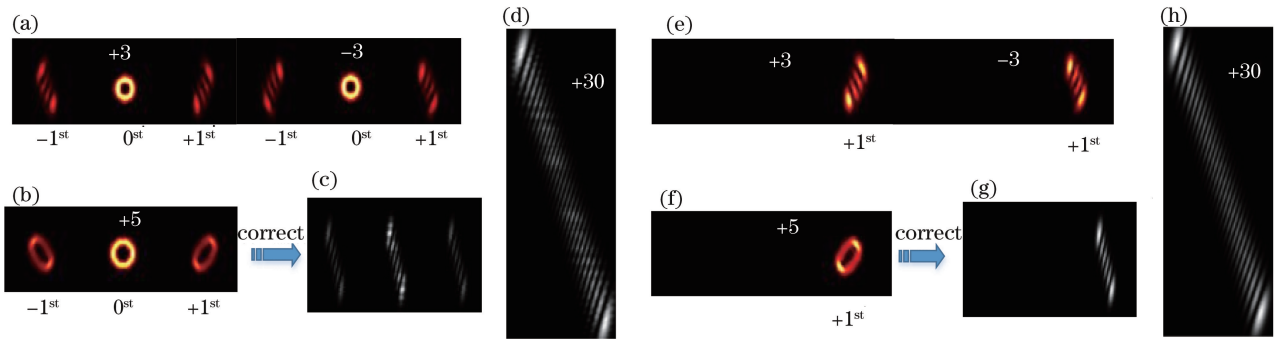


图 7 两种环形光栅的仿真结果。(a)~(d) 环形振幅光栅；(e)~(h) 环形相位光栅

Fig. 7 Simulation results for two annular gratings. (a)-(d) Annular amplitude gratings; (e)-(h) annular phase gratings

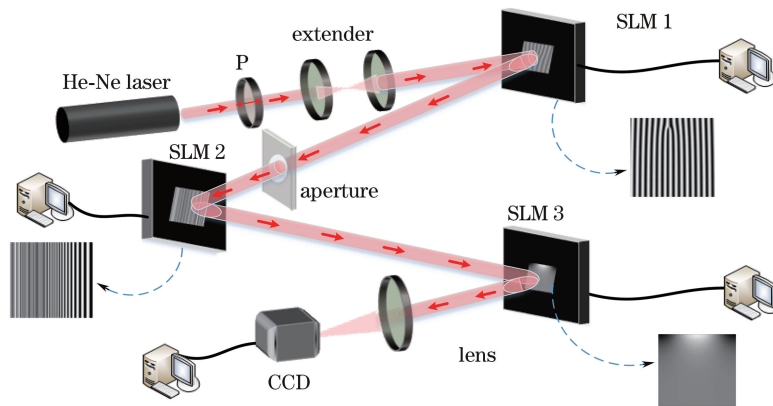


图 8 实验装置图

Fig. 8 Experimental setup

光调制器(SLM3)进行校正,最终校正后的光斑经过傅里叶透镜聚焦到 CCD,从而得到校正后光斑的光强信息。

图 9、10 分别为利用周期渐变光栅和环形光栅的检测、校正结果,从图中可以看出,±3 阶涡旋光通过 6 种光栅衍射后的光斑图中暗条纹的数量和朝

向清晰可见,且校正前的 5 阶涡旋光衍射光斑图中条纹模糊不清,无法辨别,经过校正后的衍射条纹变得清晰可见,可以直接通过图中类厄米特高斯光斑判断拓扑荷的大小和正负。这说明实验结果与仿真结果相一致,均可以通过对涡旋光的检测和校正来改善涡旋光的检测效果。

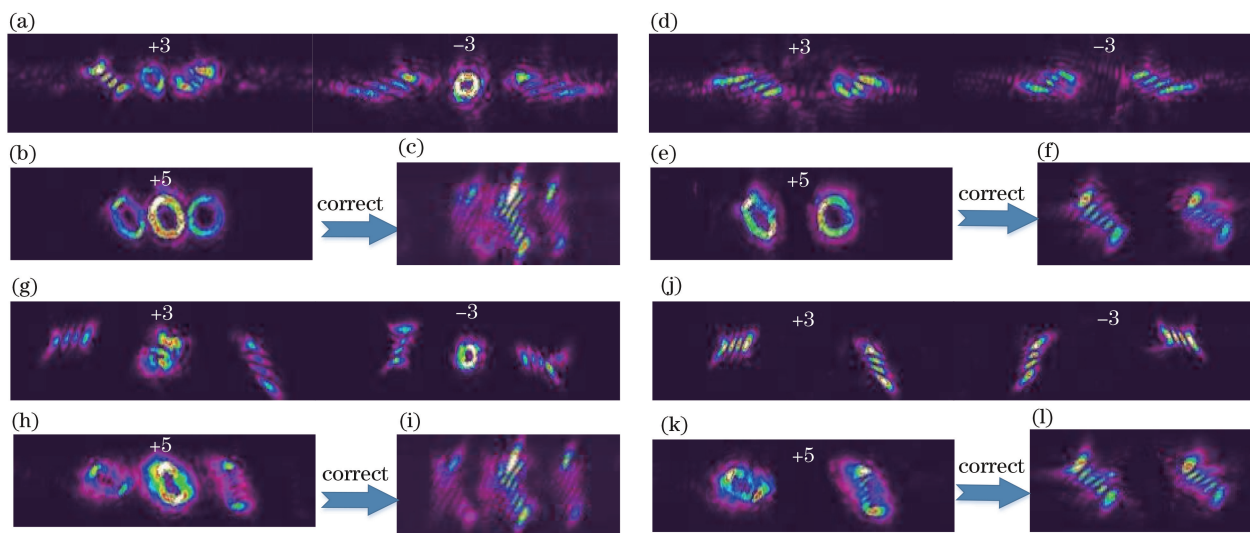


图 9 4 种周期渐变光栅的检测、校正结果。(a)~(d) a 型周期渐变振幅光栅;(e)~(h) 0- π 二值化 a 型周期渐变相位光栅;(i)~(l) b 型周期渐变振幅光栅;(m)~(p) 0- π 二值化 b 型周期渐变相位光栅

Fig. 9 Experimental results of detection and correction for four period-gradually-changing gratings. (a)-(d) a-type period-gradually-changing amplitude gratings; (e)-(h) a-type 0- π binary period-gradually-changing phase gratings; (i)-(l) b-type period-gradually-changing amplitude gratings; (m)-(p) b-type 0- π binary period-gradually-changing phase gratings

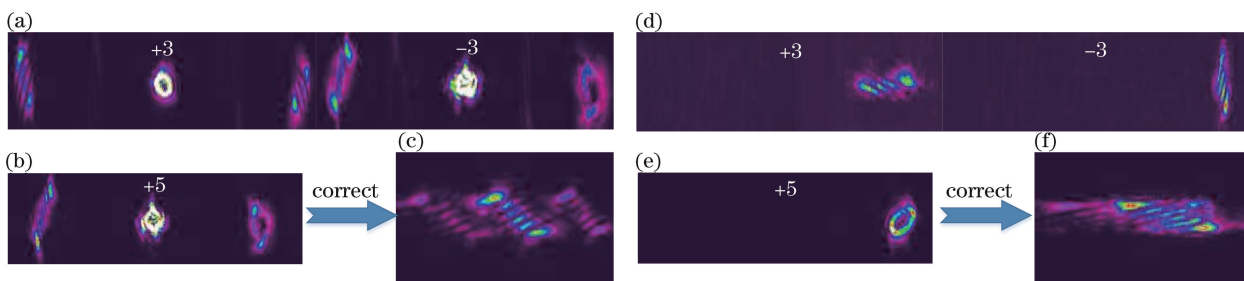


图 10 两种环形光栅的检测、校正结果。(a)~(d) 环形振幅光栅;(e)~(h) 环形相位光栅

Fig. 10 Experimental results of detection and correction for two annular gratings. (a)-(d) Annular amplitude gratings; (e)-(h) annular phase gratings

5 结 论

使用数值仿真和实验方法研究了应用几种光栅对涡旋光进行检测,并利用相位校正技术和 fan-out 技术对检测精度进行改善。结果表明:

1) 应用相位校正技术和 fan-out 技术能够改善检测精度,使原本模糊不清的衍射光斑条纹变得清晰可见,从而可以对高阶数涡旋光进行检测,以便验证解复用的正确性。

2) 经过 0- π 二值化相位光栅的衍射条纹强度高

于振幅光栅,经过环形光栅的衍射条纹强度高于周期渐变光栅,所以通过环形相位光栅衍射得到的衍射光斑光强度最高,检测效果最好。

3) 在数值仿真中,经过相位校正技术和 fan-out 技术校正后,环形光栅最高可以检测 30 阶涡旋光,周期渐变光栅最高可以检测 20 阶涡旋光。

参 考 文 献

- [1] Lai J S, Wu B B, Zhao W Y, *et al.* Application and analysis of orbital angular momentum technology in

- optical communication[J]. Telecommunications Science, 2014, 30(5): 46-50, 54.
- 赖俊森, 吴冰冰, 赵文玉, 等. 光通信中轨道角动量技术及应用前景分析[J]. 电信科学, 2014, 30(5): 46-50, 54.
- [2] Yuan X C, Jia P, Lei T, *et al.* Optical vortices and optical communication with orbital angular momentum[J]. Journal of Shenzhen University Science and Engineering, 2014, 31(4): 331-346.
- 袁小聪, 贾平, 雷霆, 等. 光学旋涡与轨道角动量光通信[J]. 深圳大学学报理工版, 2014, 31(4): 331-346.
- [3] Ke X Z, Xu J Y. Interference and detection of vortex beams with orbital angular momentum[J]. Chinese Journal of Lasers, 2016, 43(9): 0905003.
- 柯熙政, 胥俊宇. 涡旋光束轨道角动量干涉及检测的研究[J]. 中国激光, 2016, 43(9): 0905003.
- [4] Ye F W, Li Y P. Measurement of superposition of orbital angular momentum states of photons by fork-like grating[J]. Acta Physica Sinica, 2003, 52(2): 328-331.
- 叶芳伟, 李永平. 用叉形光栅实现光子轨道角动量的叠加态的测量[J]. 物理学报, 2003, 52(2): 328-331.
- [5] Fu S Y, Wang T L, Zhang S K, *et al.* Integrating 5×5 Dammann gratings to detect orbital angular momentum states of beams with the range of -24 to $+24$ [J]. Applied Optics, 2016, 55(7): 1514-1517.
- [6] Chen R S, Zhang X Q, Zhou Y, *et al.* Measuring OAM states of vortex beams with a sectorial screen [J]. Proceedings of SPIE, 2016, 9950: 99500Q.
- [7] Hu R, Wu F T, Yang Y F. Methods for detecting topological charge number of vortex beams using axicon[J]. Journal of Huaqiao University (Natural Science), 2017, 38(5): 706-709.
- 胡润, 吴逢铁, 杨艳飞. 采用轴棱锥检测涡旋光束拓扑电荷数的方法[J]. 华侨大学学报(自然科学版), 2017, 38(5): 706-709.
- [8] Schattschneider P, Stöger-Pollach M, Verbeeck J. Novel vortex generator and mode converter for electron beams[J]. Physical Review Letters, 2012, 109(8): 084801.
- [9] Hickmann J M, Fonseca E J S, Soares W C, *et al.* Unveiling a truncated optical lattice associated with a triangular aperture using light's orbital angular momentum[J]. Physical Review Letters, 2010, 105(5): 053904.
- [10] Emile O, Emile J. Young's double-slit interference pattern from a twisted beam[J]. Applied Physics B, 2014, 117(1): 487-491.
- [11] Chen J, Ke X Z, Yang Y M. Laguerre-Gaussian beam diffraction and dispersion of the orbital angular momentum[J]. Acta Optica Sinica, 2014, 34(4): 0427001.
- 谌娟, 柯熙政, 杨一明. 拉盖尔高斯光的衍射和轨道角动量的弥散[J]. 光学学报, 2014, 34(4): 0427001.
- [12] Dai K J, Gao C Q, Zhong L, *et al.* Measuring OAM states of light beams with gradually-changing-period gratings[J]. Optics Letters, 2015, 40(4): 562-565.
- [13] Fu S Y, Wang T L, Gao Y, *et al.* Diagnostics of the topological charge of optical vortex by a phase-diffractive element[J]. Chinese Optics Letters, 2016, 14(8): 080501.
- [14] Zheng S, Wang J. Measuring orbital angular momentum (OAM) states of vortex beams with annular gratings [J]. Scientific Reports, 2017, 7: 40781.
- [15] Li Y J, Deng J, Li J P, *et al.* Sensitive orbital angular momentum (OAM) monitoring by using gradually changing-period phase grating in OAM-multiplexing optical communication systems[J]. IEEE Photonics Journal, 2016, 8(2): 1-6.
- [16] Yao A M, Padgett M J. Orbital angular momentum: origins, behavior and applications[J]. Advances in Optics and Photonics, 2011, 3(2): 161-204.
- [17] Zhou J, Zhang WH, Chen L X. Experimental detection of high-order or fractional orbital angular momentum of light based on a robust mode converter [J]. Applied Physics Letters, 2016, 108(11): 111108.
- [18] Berkhout G C G, Lavery M P J, Courtial J, *et al.* Efficient sorting of orbital angular momentum states of light [J]. Physical Review Letters, 2010, 105(15): 153601.
- [19] Hossack W J, Darling A M, Dahdouh A. Coordinate transformations with multiple computer-generated optical elements[J]. Journal of Modern Optics, 1987, 34(9): 1235-1250.
- [20] Mirhosseini M, Malik M, Shi Z M, *et al.* Efficient separation of the orbital angular momentum eigenstates of light[J]. Nature Communications, 2013, 4: 2781.
- [21] Li C, Jiang R, Wang L, *et al.* Simulations of high efficient separation of orbital-angular-momentum of light[J]. Journal of Nanjing University of Posts and Telecommunications (Natural Science Edition), 2016, 36(3): 47-52.
- 李成, 蒋蕊, 王乐, 等. 轨道角动量的高效精细分离的仿真实现[J]. 南京邮电大学学报(自然科学版), 2016, 36(3): 47-52.