

·特邀综述·

部分相干涡旋光束研究进展

曾军^{1,2}, 陈亚红¹, 刘显龙¹, 蔡阳健^{1,2*}

¹ 山东师范大学物理与电子科学学院光场调控及应用中心, 山东省光学与光子器件重点实验室, 山东 济南 250014;

² 苏州大学物理科学与技术学院, 江苏 苏州 215006

摘要 涡旋光束具有螺旋波前、携带相位奇点和轨道角动量等物理特性, 在粒子操控、量子信息、超分辨成像、光通信等领域具有重要的应用, 并已成为学术界的研究热点。得益于相干光学理论的快速发展, 将相干性作为新的自由度引入涡旋光束中, 提出新型涡旋光束即部分相干涡旋光束。相较于完全相干涡旋光束, 部分相干涡旋光束具有独特的物理内涵和光学特性, 尤其是对其相干性和拓扑荷的联合调控会引发一系列奇特的新物理效应(如相干奇点、光束整形、偏振态转换、自修复等)。回顾了部分相干涡旋光束的基本理论及发展历程, 着重对部分相干涡旋光束的理论模型、传输特性、实验产生、实验测量和应用基础研究进行了阐述。

关键词 物理光学; 衍射与光栅; 涡旋光束; 相位奇点; 相干性; 相干奇点

中图分类号 TN011 文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201939.0126004

Research Progress on Partially Coherent Vortex Beams

Zeng Jun^{1,2}, Chen Yahong¹, Liu Xianlong¹, Cai Yangjian^{1,2*}

¹ Center of Light Manipulations and Applications & Shandong Provincial Key Laboratory of Optics and Photonic Device,

School of Physics and Electronics, Shandong Normal University, Jinan, Shandong 250014, China;

² School of Physical Science and Technology, Soochow University, Suzhou, Jiangsu 215006, China

Abstract Vortex beams have physical properties such as spiral wave-fronts, phase singularities, and orbital angular momentum, which have important applications in particle manipulation, quantum information, super-resolution imaging, optical communication and so on, and become the spotlight of optical researches. Owing to the rapid development of the optical coherence theory, the researchers have introduced the coherence as a new degree of freedom into the vortex beams and proposed the partially coherent vortex beams as an extension of coherent vortex beams. Such partially coherent vortex beams, compared with the fully coherent ones, have their unique physical meanings and optical properties. Particularly, some new peculiar effects (such as coherence singularities, beam shaping, polarization switches, and self-healing) emerge when the coherence and the topological charges of the partially coherent vortex beams are modulated. Here, an overview on the fundamental theory and the development history of the partially coherent vortex beams is presented. The theoretical models, the propagation characteristics, the experimental generations and measurements, as well as the applications are introduced with the combination of our recent research works.

Key words physical optics; diffraction and gratings; vortex beams; phase singularity; coherence; coherent singularity

OCIS codes 260.1960; 050.4865; 030.1640; 080.4865

1 引言

在物理学中, 通常通过求解波动方程的正则解来处理波的传播。然而, 正如 Berry^[1]所指出的, 波动方程的解有时具有奇异性, 即用来表征空间中某

些点的数学量会变得无限大(小)或是会发生突变, 而这些特殊的点就是存在于光波场中的相位奇点。在这些奇点处, 光波场的强度为零, 相位具有奇异性(不确定性)。早在 19 世纪 30 年代, 科研工作者就在自然界中发现了一些奇异现象。1838 年, Airy 提

收稿日期: 2018-09-03; 修回日期: 2018-09-20; 录用日期: 2018-10-15

基金项目: 国家杰出青年科学基金(11525418)、国家自然科学基金重点项目(91750201)、国家自然科学基金青年基金(11804198)

* E-mail: yangjiancai@suda.edu.cn

出了彩虹就是光线会聚的焦散线的观点,从而可用数学描述彩虹现象,而这些焦散线正是射线光学中预测的奇点。1836年,Whewell在对同潮线和潮汐峰演变过程的观察上发现,多列同潮线交汇于同一点,并沿该点旋转,潮汐峰随之消失,且此处潮水位为零,该点就是存在于潮汐波中的相位奇点。这一类围绕在相位奇点周边的旋流称为涡旋。在光学领域同样存在着涡旋现象和类似涡旋的结构。对光学涡旋的研究最早是由 Airy^[2]偶然发现的一类存在于透镜焦平面处的特殊光环引发的。随后,Braunbek等^[3-5]分别在干涉场和能流场中发现并证实了光波场中涡旋的存在。1974年,Nye等^[6]指出相位奇点处的振幅为零,相位具有不确定性。这一工作对人们认识波场中相位奇点起关键作用,自此,对相位奇点的研究逐渐由定性分析转到定量分析,并逐渐衍生出一个新的分支学科——奇点光学,其中涡旋光束就是其主要的研究对象。涡旋光束最显著的一个特点在于其光强分布具有暗中空结构,即光束中心强度为零,且该点的相位不确定。1992年,Allen提出,对于含有螺旋波前位错的涡旋光束,其每个光子都能携带 $l\hbar$ 角动量,其中 l 为该光束携带的拓扑荷, \hbar 为约化普朗克常量^[7]。之后,Gbur等^[8]利用多相位屏模拟法对涡旋光束在大气湍流中的传输进行了分析,并发现涡旋光束携带的拓扑荷是一个相对稳定的量,在光通信中拓扑荷有望作为信息传递载体。涡旋光束由于具有上述特性,在自由空间光通信^[9]、光学微操控^[10]、量子信息处理^[11]、光学测量^[12]、超分辨成像^[13]等领域引起了科研工作者的持续关注。基于研究的需要,学者们也提出了一些特定的激光模式用以描述涡旋光束,比如高斯类涡旋光束^[14]、高阶贝塞尔光束^[15]、异常涡旋光束^[16]和完美涡旋光束^[17-18]等。涡旋光束的理论模型和应用前景被不断发掘,这也加快了科研工作者对涡旋光束产生方法的研究步伐,综合制备工艺的难易程度、拓扑荷调控的灵敏性和产生效率等诸多因素,一系列产生涡旋光束的方法被提出^[19-27]。同时,很多涡旋光束的应用主要基于对其拓扑荷或其携带的轨道角动量的利用,因此,对拓扑荷的测量^[28-33]也成为不少科研工作者关注的焦点。

除了光强、相位、频率/波长、偏振态等常规参量外,光束还有一个重要的可控参量,即相干性。众所周知,激光束最重要的特性之一就是它的高相干性,然而,在通过随机相位、湍流介质和旋转散射体后,光束的相干性明显降低,把这种具有低相干性的光

束称为部分相干光束。一般而言,低相干光具有能量发散的缺点,人们在实际应用中往往试图避免光束相干性的降低。随着相干理论的建立和完善^[34-36],通过适当降低光束相干性得到的部分相干光束展现出传统的高相干光束不具有的一些新颖的物理特性,使其在实际应用中具有更为独特的优势,比如:随着相干性的降低,部分相干光束的散斑效应会减弱,光强分布会变得更均匀,能更好地应用于对光束均匀化有相当高要求的激光核聚变^[37]和激光涂敷^[38]中;利用部分相干光束能够提高非线性光学过程的转换效率,且该类光束能应用于二次谐波的产生^[39-40];在自由空间光通信中,利用部分相干光束能够达到提高信噪比^[41]、降低比特误码率^[42]的目的;在光学成像中,利用部分相干光束能够实现“鬼”成像以及相干衍射成像等^[43-47];部分相干光束经散射介质后,其辐射强度的峰值会发生消退效应,这一现象可用于大气和胶态悬浮液等散射效应的探测^[48];此外,部分相干光束在粒子捕获、原子冷却、图像处理和远程探测等方面都展现出了一定的优越性^[49-52]。

自从 Gori 等^[53]利用一系列相干拉盖尔高斯模的非相干叠加构成具有螺旋结构的部分相干涡旋光束后,涡旋光束的研究范围就从完全相干扩展到了部分相干。完全相干涡旋光束拥有一个中心光强为零的相位奇点,但是随着相干性的降低,其光强分布逐渐从空心分布演化成高斯分布,光强为零的点逐渐消失,因此也就不存在直观可见的相位奇点^[54]。对于这一类中心暗核消失后的部分相干涡旋光束,是否存在某种“隐藏”形式的奇点用以表征其涡旋特性呢?2003年,Bogatyryova等^[55]对部分相干涡旋光束的奇点特性进行了探索研究,发现其关联函数存在振幅为零的特殊点,且该点处的相位会发生跃变,具有相位奇异性,并在实验中证实了其涡旋结构的存在。几乎在同一时间,针对部分相干光场中的涡旋光束,Gbur等^[56]提出了“相干涡旋”的概念,并给出了部分相干场中相位奇点的定义式描述,即交叉谱密度为零(实部和虚部同时为零)的点。为区别于完全相干场中的相位奇点,后来又将这些零点称为相干奇点^[57]。2004年,Gbur等^[58]又发现通过调控相干性大小,强度涡旋(完全相干光束)中的相位奇点与相干涡旋(部分相干光束)中的相干奇点之间可以相互转化,且相干奇点的位置与交叉谱密度函数中参考点的取值有关。同年,Palacios等^[59]通过实验证实了相干奇点的存在。“隐藏”奇点被揭示以后,学术界兴起了研究部分相干涡旋光束的热潮,大

量关于部分相干涡旋光束的研究论文被报道^[60-81]。研究表明,这一类光束与完全相干涡旋光束和部分相干非涡旋光束相比表现出许多优越性,比如:通过调控相干宽度来实现其光强分布从空心到实心的整形,进而将其用于对具有不同折射率粒子的捕获^[66-67];相比于部分相干非涡旋光束,部分相干涡旋光束能有效克服传输引起的光强闪烁^[69]和光束扩展^[68,70]效应,并可应用于自由空间光通信和抗大气湍流扰动等领域。部分相干涡旋光束特有的关联函数具有较强的自修复能力,并可应用于拓扑荷的探测和信息加密^[79]。此外,Gori等^[82]于2007年又提出了构建关联函数的限定性条件,进而引发了学者们对具有特殊关联(非高斯关联)结构光束的浓厚兴趣^[83]。相比于传统的部分相干光束,这一类光束具有自分裂、自聚焦、自整形等奇特特性。在此基础之上,通过引入涡旋相位,一些具有特殊关联函数的部分相干涡旋光束也被相继报道,包括多高斯关联涡旋光束^[84-86]、拉盖尔高斯关联涡旋光束^[87-88]、辛格关联涡旋光束^[89]等。研究表明,这类具有特殊关联函数的部分相干涡旋光束在光束整形上更具优势,具有更多的调控自由度,能更好地应用于对光束光强分布有特殊要求的粒子捕获^[49]、热材料处理^[90]、惯性约束聚变^[91]等领域。由此可见,对部分相干涡旋光束的研究无论是在基础科学的研究中还是在实际应用中都很有必要。

本文将介绍部分相干涡旋光束的基本模型、传输特性、实验产生方法、实验测量方法以及相关应用基础。

2 理论模型

2.1 完全相干涡旋光束理论模型

对于完全相干光,一般用场振幅来对其进行表征。在不考虑初始相位的前提下,携带有螺旋波前的完全相干涡旋光束在源平面处($z=0$)的电场分布可以表示为

$$E(\mathbf{r},\theta)=A(\mathbf{r})\exp(i l \theta), \quad (1)$$

式中: $A(\mathbf{r})$ 为光束电场振幅; $|\mathbf{r}|=\sqrt{x^2+y^2}$; $\theta=\arctan2(y/x)$ 为方位角; l 代表拓扑荷^[92],可表示为

$$l=\frac{1}{2\pi}\oint_C \nabla\varphi \cdot d\mathbf{r}, \quad (2)$$

式中: φ 为相位; C 为沿逆时针环绕相位奇点的闭合曲线。拓扑荷大小可以由螺旋相位面的起点个数表征,其符号可以由螺旋面的环绕方向表征。若拓扑荷符号为正,代表波前相位面沿右手螺旋(逆时针)

方向环绕;若拓扑荷符号为负,代表波前相位面沿左手螺旋(顺指针)方向环绕。图1(a)~(c)表示的是拓扑荷分别为+1,+2,+3的涡旋光束的波前结构图,由图可知,环绕中心奇点处的螺旋等相位面的起点个数分别是1,2,3,并且都是沿右手螺旋方向环绕。同样地,图1(d)~(f)表示的是拓扑荷分别为-1,-2,-3的涡旋光束的波前结构图,由图可知,环绕中心奇点处的螺旋等相位面的起点个数分别是1,2,3,并且都是沿左手螺旋方向环绕。

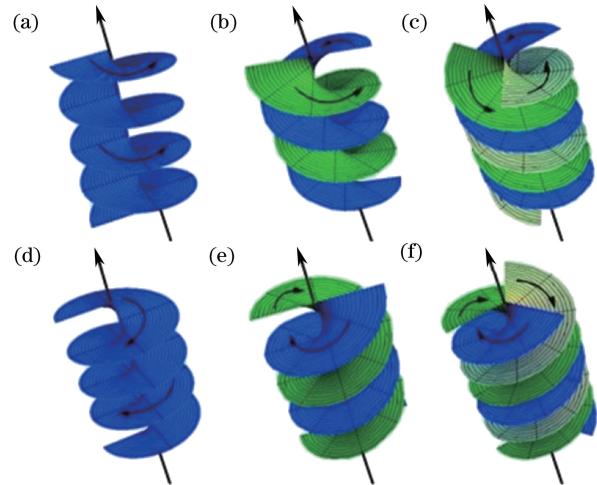


图1 螺旋波前结构^[93]。(a)~(c)右手螺旋;(d)~(f)左手螺旋
Fig. 1 Spiral wavefront structures^[93]. (a)-(c) Right-handed spirals; (d)-(f) left-handed spirals

除了具有螺旋波前外,涡旋光束还具有相位奇点,并且该相位奇点使得光束中心光强为零,相位具有不确定性。图2为涡旋光束在光源面($z=0$)处

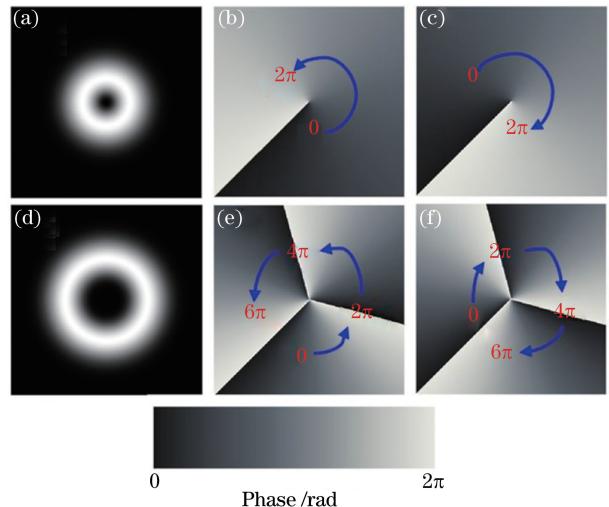


图2 涡旋光束在光源面($z=0$)处的光强分布图和相位图^[94]。(a) $|l|=1$; (b) $l=1$; (c) $l=-1$; (d) $|l|=3$; (e) $l=3$; (f) $l=-3$
Fig. 2 Intensity and phase of vortex beam at source plane ($z=0$)^[94]. (a) $|l|=1$; (b) $l=1$; (c) $l=-1$; (d) $|l|=3$; (e) $l=3$; (f) $l=-3$

的光强分布图和相位图。图 2(a)、(d)给出了 $|l|=1,3$ 的涡旋光束在光源面($z=0$)处的光强图,由图可知,涡旋光束的光强呈空心分布,即中心光强为零,这是由相位奇点引起的,并且随着拓扑荷的增加,空心面积会变大。图 2(b)、(c)、(e)、(f)分别给出了具有不同拓扑荷的涡旋光束在光源面处的相位图。由图可知,如果拓扑荷符号为正(负),相位将沿逆时针(顺时针)方向增加;如果相位改变 $2l\pi$,则拓扑荷大小为 l 。此外,还发现所有的相位线都交汇于涡旋光束中心点,即其他任意一点与涡旋光束中点均在同一条等相位线上,因此,涡旋光束中心点的相位具有不确定性。

此外,通过调控振幅分布 $A(\mathbf{r})$ 可以得到一系列具有不同理论模型的完全相干涡旋光束^[14-16,95-97],比如:完全相干高斯涡旋光束、完全相干拉盖尔高斯涡旋光束、完全相干异常涡旋光束和完全相干高阶贝塞尔光束等。

2.2 部分相干涡旋光束理论模型

对于部分相干光束,一般研究它的统计特性。考虑到其偏振特性,将部分相干光束分为标量部分相干光束和矢量部分相干光束。

对于标量部分相干光束,通常用空间-频域上的交叉谱密度函数(这里只考虑空间-频域的情况)来对其进行表征^[36,98-99],即

$$W(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \langle E(\mathbf{r}_1)E^*(\mathbf{r}_2) \rangle, \quad (3)$$

式中: \mathbf{r}_1 和 \mathbf{r}_2 分别表示源平面上两个点的位置矢量; $\langle \cdot \rangle$ 代表取系综平均运算; $*$ 代表取复共轭运算。将(1)式代入(3)式中可得到标量部分相干涡旋光束的普适模型,即

$$W(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = A(\mathbf{r}_1)A(\mathbf{r}_2)g(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)\exp[i l(\theta_1 - \theta_2)], \quad (4)$$

式中: $A(\mathbf{r}_1)$ 、 $A(\mathbf{r}_2)$ 分别代表 \mathbf{r}_1 和 \mathbf{r}_2 两个点处的电场振幅; θ_1 、 θ_2 为方位角; $g(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ 代表 \mathbf{r}_1 和 \mathbf{r}_2

$$W_{\alpha\beta}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = A_\alpha A_\beta B_{\alpha\beta} \exp\left[-\frac{\mathbf{r}_1^2}{4w_\alpha^2} - \frac{\mathbf{r}_2^2}{4w_\beta^2} - \frac{(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)^2}{2\sigma_{\alpha\beta}^2}\right] \exp[i l(\theta_1 - \theta_2)] (\alpha, \beta = x, y), \quad (8)$$

式中: A_x 和 A_y 分别为振幅在 x 、 y 方向上的分量; $B_{xx} = B_{yy} = 1$, $B_{xy} = |B_{xy}| \exp(i\phi_{xy})$ 为 x 、 y 分量的复关联系数, φ_{xy} 表示两分量之间的相位差; $B_{xy} = B_{yx}^*$; w_x 和 w_y 分别表示对应方向分量上的束腰半径; σ_{xx} 、 σ_{yy} 分别为 x 、 y 分量上的自相关函数半宽度; σ_{xy} 、 σ_{yx} 分别为不同分量之间的互关联函数的半宽度。上述参数必须严格满足限定性条件并遵守一

两个点之间的空间关联函数^[36]。对于激光光源,最常用的就是 Carter-Wolf 光源^[99],这类光源激发的空间关联函数满足高斯-谢尔模关联分布,即

$$g(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \exp\left[-\frac{(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)^2}{2\sigma_g^2}\right], \quad (5)$$

式中: σ_g 表示光束的初始相干度。将(5)式代入(4)式可得到

$$W(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = A(\mathbf{r}_1)A(\mathbf{r}_2)\exp\left[-\frac{(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)^2}{2\sigma_g^2}\right] \cdot \exp[i l(\theta_1 - \theta_2)]. \quad (6)$$

把交叉谱密度满足(6)式的这一类部分相干涡旋光束称为高斯-谢尔模涡旋光束。通过调控(6)式中的振幅分布,同样可以得到不同的部分相干高斯-谢尔模涡旋光束。此外,Gori 等^[82]的研究发现部分相干光束的空间关联函数并非只局限于高斯-谢尔模关联分布,并提出了构建其他非高斯-谢尔模关联(又称特殊关联)函数的限定性条件,本课题组在这方面也做了大量的探索研究^[83]。通过调控(6)式中的空间关联结构函数,一些具有特殊空间关联函数的部分相干涡旋光束模型也被相继提出^[84,87,89],在这里不一一列举。

根据偏振态的不同,矢量部分相干涡旋光束又可分为均匀偏振态矢量部分相干涡旋光束和非均匀偏振态矢量部分相干涡旋光束。在傍轴近似条件下,通常用空间-频域上的交叉谱密度矩阵来对其进行表征^[36,99],即

$$W(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \begin{bmatrix} W_{xx}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) & W_{xy}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \\ W_{yx}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) & W_{yy}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \end{bmatrix}, \quad (7)$$

式中: $W_{\alpha\beta}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \langle E_\alpha^*(\mathbf{r}_1)E_\beta(\mathbf{r}_2) \rangle$ ($\alpha, \beta = x, y$), E_x 和 E_y 分别表示电场矢量在 x 、 y 方向的分量。

对于均匀偏振态的矢量部分相干涡旋光束,如电磁高斯-谢尔模涡旋光束^[100],其在光源面上的交叉谱密度矩阵元可以表示为

定的假设条件^[99]。

对于非均匀偏振态的矢量部分相干涡旋光束,如径向偏振部分相干涡旋光束,其在光源面上的交叉谱密度矩阵元可以表示为^[101]

$$W_{xx}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \frac{r_1 r_2 \cos \theta_1 \cos \theta_2}{w_0^2} T, \quad (9)$$

$$W_{xy}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \frac{r_1 r_2 \cos \theta_1 \sin \theta_2}{w_0^2} T, \quad (10)$$

$$W_{yx}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = W_{xy}^*(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2), \quad (11)$$

$$W_{yy}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \frac{r_1 r_2 \sin \theta_1 \sin \theta_2}{w_0^2} T, \quad (12)$$

其中,

$$T = \exp\left(-\frac{r_1^2 + r_2^2}{w_0^2}\right) \exp\left[-\frac{(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)^2}{2\sigma_g^2}\right] \cdot \exp[i\ell(\theta_1 - \theta_2)], \quad (13)$$

式中 w_0 代表光束的束腰半径。

3 部分相干涡旋光束特有的传输特性

相比于完全相干涡旋光束和部分相干非涡旋光束,部分相干涡旋光束有其独特的物理特性,本节从相干奇点演化、光强演化、偏振度演化和光谱相干度

演化 4 个方面介绍部分相干涡旋光束的传输特性。

3.1 相干奇点演化

完全相干涡旋光束在传输过程中的光强分布始终保持空心暗核分布,即光斑中心点光强始终为零。由图 2 可知,该点的相位具有不确定性,故又将该点称为相位奇点。对于部分相干涡旋光束,随着其相干性的降低,其光强分布逐渐从空心暗核分布演变成高斯分布^[54,59],如图 3 所示。部分相干涡旋光束的中心暗核逐渐消失,最终也就不存在直观可见的光强为零的相位奇点,但是却存在光谱相干度(交叉谱密度的归一化结果)为零的隐藏奇点^[55],这种隐藏奇点根据参考点取值的不同,一般会以圆形位错^[59]和相位奇点^[56]的形式存在。部分相干涡旋光束中隐藏的相位奇点满足^[56]

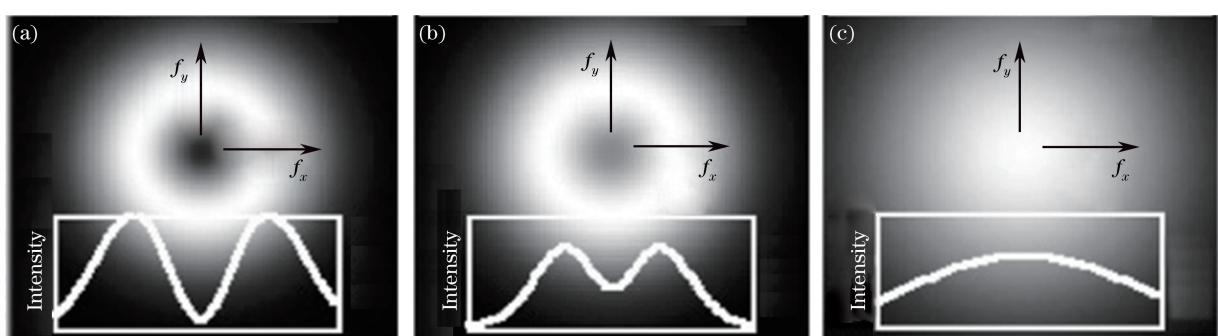


图 3 具有不同相干长度的部分相干涡旋光束在远场的光强分布^[59]。(a)高相干性;(b)适中相干性;(c)低相干性

Fig. 3 Far-field intensity distributions of partially coherent vortex beams with different coherent lengths^[59].

(a) High coherence; (b) moderate coherence; (c) low coherence

$$\mu(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \equiv \frac{W(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)}{\sqrt{W(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1)W(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_2)}} = 0, \quad (14)$$

式中: $\mu(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ 为 $W(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ 对应的光谱相干度[对 $W(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$ 归一化后的结果]。当选取参考点 $\mathbf{r}_2 = (0, 0)$ 时,满足(14)式的隐藏奇点将以圆环位错的形式展现,其振幅呈圆形暗环分布,且暗环两边的相位会有一个 π 的跃变,如图 4(a)、(c)所示;当选取参考点 $\mathbf{r}_2 = (a, 0)$ ($a \neq 0$) 时,满足(14)式的隐藏奇点将以相位奇点的形式展现,即振幅分布中会含有空心暗核,且暗核处对应的相位具有不确定性,如图 4(b)、(d)所示;为区别于完全相干光中的相位奇点,把部分相干光束中的相位奇点又称为相干奇点。

部分相干光束中的相干奇点与完全相干光中的相位奇点存在一定的转换关系,通过调控相干性可以实现二者之间的相互转化,且相干奇点的位置与参考点的取值有关^[58]。在此基础之上,吕百达课题组还分析了叠加方式对这种转换关系的影响,研究发现通过非相干叠加形成的部分相干涡旋光束所携

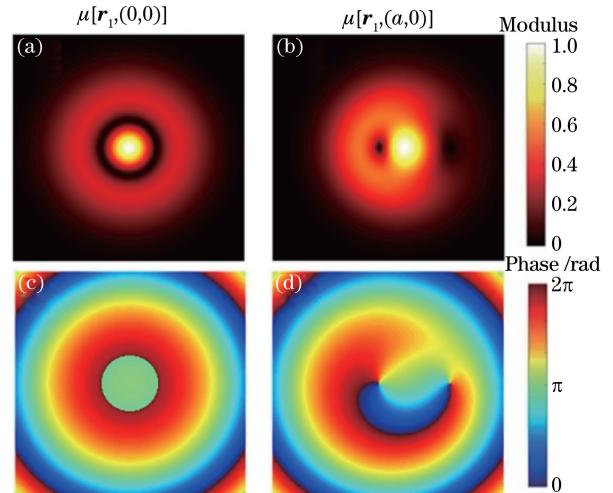


图 4 拓扑荷为 1 的部分相干涡旋光束的光谱相干度函数的模和相位分布^[58]。(a)(b)模;(c)(d)相位

Fig. 4 Far-field modulus and phase distributions of spectral degree of coherence of partially coherent vortex beam with topological charge of 1^[58].
(a)(b) Modulus; (c)(d) phase

带的相干奇点无法转化成对应的相位奇点,与此同时,对相干奇点在自由空间、大气湍流中的演化过程也进行了相应地研究,并发现在局部范围内,相干奇点的数量会发生波动,即传输演化过程中会伴随新相干奇点的产生与湮灭现象,而这些现象与光束控制参数、外界环境参数、参考点选择、传输距离有关^[60,65,102]。之后,Li 等^[103-105]还对演化过程中相干奇点的产生机理及局部范围内的拓扑荷守恒情况进行了详细研究。Wang 等^[106-108]率先从实验上证实了随机激光散斑场中光学涡旋的局域特性,随后,类比能量守恒定律,提出了光波场中的相干守恒定律,从实验和理论两方面对相干奇点的相干能流进行了研究,并以此将统计光学和流体力学两个相互独立的学科联系起来,为相干动力学的发展提供了基础。Raghunathan 等^[109]以及 Zhang 等^[110]分别证实了部分相干电磁激光束以及径向偏振部分相干电磁光束中相干奇点的存在,将相干奇点从标量光波场推广到矢量光波场,并揭示了其演化特性,研究发现矢量光波场中的相干奇点的演化轨迹是一条封闭的环线,并且光束初始相干度大小对相干奇点的位置以及产生与湮灭的动态过程都起着决定性作用。

3.2 光强演化

对于任何一束激光束,能够被最直观观察到的物理信息就是其光强信息。第 3.1 节中提及部分相干涡旋光束初始相干度的降低会对其光强分布产生很大影响,并使其相位奇点消失。事实上,通过严格控制相干度大小,可以实现部分相干涡旋光束光强分布的特定调制。随着初始相干度的降低,聚焦场(或远场)会产生空心、平顶和高斯等不同光强分布^[111]。而固定初始相干长度,单一改变初始拓扑荷数或者偏振度大小,同样可以得到类似的光强演化特性^[100-101]。之后,本课题组对具有特殊关联函数结构的部分相干涡旋光束的光强演化特性也进行了研究,发现光源处的关联结构函数对远场光强分布起着决定性的调制作用^[84,87]。图 5 给出了具有不同初始相干度的拉盖尔-高斯关联涡旋光束在焦场处的光强分布图^[87],其中 ρ_i ($i = x, y$) 表示光强分布在 $\rho_x-\rho_y$ 平面内的二维位置坐标。可以看出:当初始相干度取值很小时,光强呈空心分布;随着初始相干度的增加,光强逐渐从空心分布演化成高斯分布;当初始相干度取值足够大时,光强又会重新演化成空心分布,呈现涡旋特性。很显然,图 5 的演化特性与传统的部分相干拉盖尔-高斯涡旋光束的光

强演化特性完全不同,这是因为此时的光强分布是部分相干涡旋光束中涡旋相位、初始相干度和关联结构函数三者共同调制的结果。当初始相干度很小时,拉盖尔-高斯关联结构函数对光强演化的调制起主导作用,使得光强呈空心分布;随着相干性的增强,关联结构函数的调制作用减弱,而涡旋相位的调制作用逐渐增强,使得空心分布逐渐消失并演化成高斯分布;当初始相干度增加到一定值时,关联结构函数的调制作用被忽略,而涡旋相位的调制作用开始起主导作用,光强又重新演化成空心分布。Zhang 等^[84]对具有多高斯关联结构函数的部分相干涡旋光束的光强演化特性的研究也进一步验证了上述结论,即:在相干性较低时,多高斯关联结构函数对光强分布起主要调制作用,并使得光强呈平顶分布;随着相干性的增强,多高斯关联结构函数的调制作用减弱,而涡旋相位的调制作用逐渐增强,并使得光强逐渐从平顶分布演化为高斯分布;最终在初始相干度足够大时演变为具有明显涡旋特性的空心分布。Xu 等^[88]考虑偏振特性,对径向偏振拉盖尔-高斯关联涡旋光束在紧聚焦条件下的光强演化特性进行了研究。通过调控关联结构函数、拓扑荷数(涡旋相位)和初始相干度等参数实现其光强分布在单宽峰状分布、针状分布和三维囚笼状分布三者之间的灵活转换。此外,Guo 等^[101]和 Chen 等^[112]分别对部分相干涡旋光束自身光斑旋转特性和经过特殊光学系统后的光斑旋转演化特性进行了研究,其旋转特性是由光束本身携带的轨道角动量决定,旋转方向与携带的拓扑荷符号有关。Liu 等^[79]揭示了部分相干拉盖尔-高斯涡旋光束光强的自修复能力,当光束在光源面被扇形障碍物遮挡后,其光强在传输过程中会逐渐自我修复,使得遮挡所引起的缺失效应逐渐被减弱,最终演化成高斯亮斑,这与没有遮挡时光强的演化结果相近。

3.3 偏振态演化

对于非均匀偏振态的矢量部分相干光束,如部分相干径向偏振光束,即使光束初始相干度改变,其传输过程中的径向偏振状态也始终保持不变,如图 6(a1)~(e1) 所示,黄色代表线偏振,红色(或绿色)椭圆代表右手(或左手)椭圆偏振。但是,对于部分相干径向偏振涡旋光束而言,涡旋相位(由拓扑荷引入)不仅使偏振度发生改变,还使其传输过程中的偏振态发生改变^[101],如图 6(a2)~(e2)、图 6(a3)~(e3) 所示。此时,径向偏振在传输过程中逐渐被椭

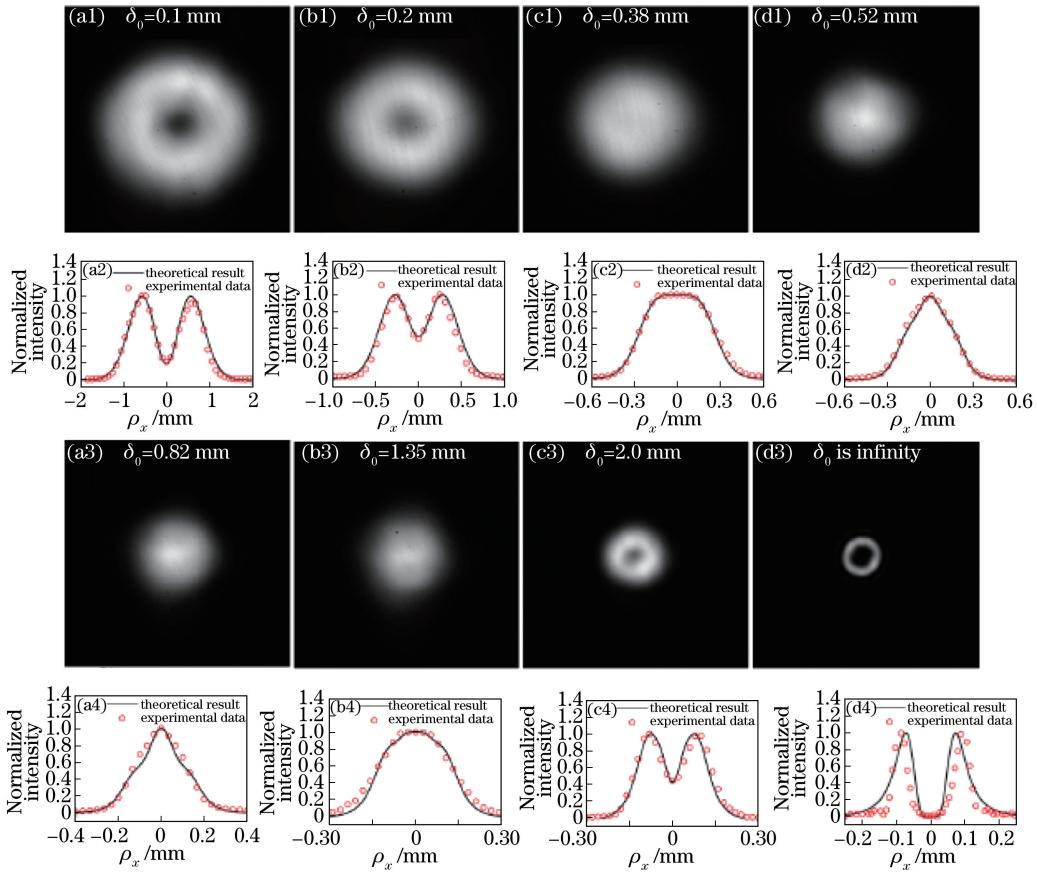


图 5 具有不同初始相干度 δ_0 的拉盖尔-高斯关联涡旋光束在焦场处的光强分布及其对应的二维分布 ($\rho_y = 0$) 图^[87]。
(a1)~(d1)光强分布;(a2)~(d2)图 5(a1)~(d1)对应的二维分布图;(a3)~(d3)光强分布;(a4)~(d4)图 5(a3)~(d3)对应的二维分布图

Fig. 5 Intensity distribution and corresponding cross line ($\rho_y = 0$) of focused Laguerre-Gaussian correlated Schell-model vortex beam at focal plane for different values of initial coherence width δ_0 . (a1)-(d1) Intensity distribution; (a2)–(d2) corresponding cross line ($\rho_y = 0$) of intensity distribution in Figs. 5(a1)–(d1); (a3)–(d3) intensity distribution; (a4)–(d4) corresponding cross line ($\rho_y = 0$) of intensity distribution in Figs. 5(a3)–(d3)

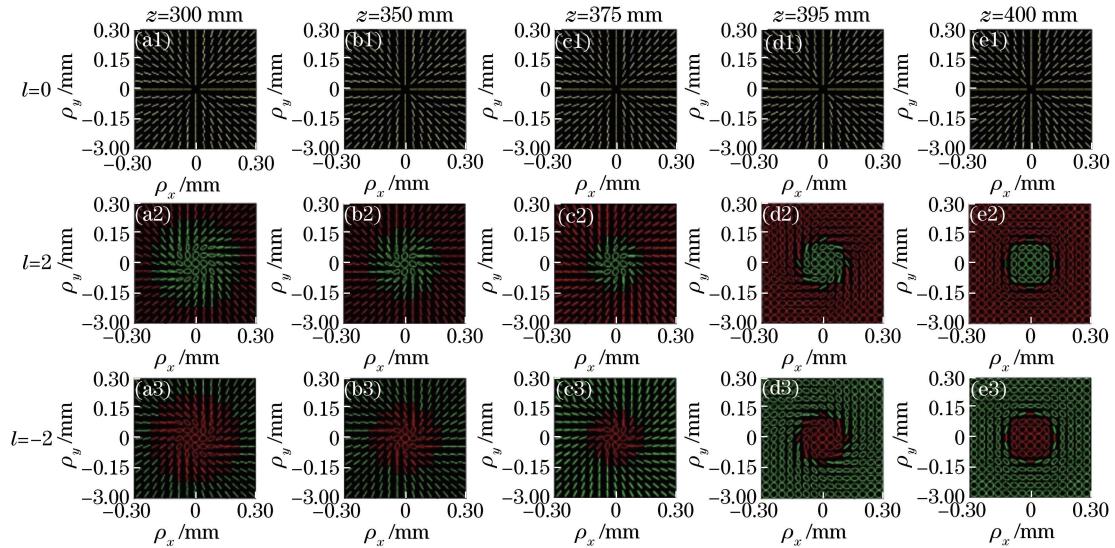


图 6 具有不同拓扑荷的部分相干径向偏振涡旋光束在自由空间中不同传输距离下偏振态的演化图^[101]

Fig. 6 Evolution of state of polarization for partially coherent radially polarized vortex beam with different topological charges at several propagation distances in free space^[101]

圆偏振所取代:当 $l>0$ 时,围绕中心的为左旋椭圆偏振,而外部则为右旋椭圆偏振;当 $l<0$ 时正好相反。此外,当 $l>0$ 时椭圆呈顺时针方向旋转, $l<0$ 时椭圆呈逆时针方向旋转,即通过改变矢量部分相干涡旋光束初始拓扑荷的大小和符号,可以实现其偏振特性的调制。这种由涡旋相位引起的偏振态变化效应可以应用于探测相位物体。

3.4 相干度分布的演化

对于完全相干光束,一般从场振幅出发来研究其传输特性,而对于部分相干光束,一般从其交叉谱密度函数出发来研究其传输特性,对交叉谱密度进行归一化处理即可得到其对应的相干度分布

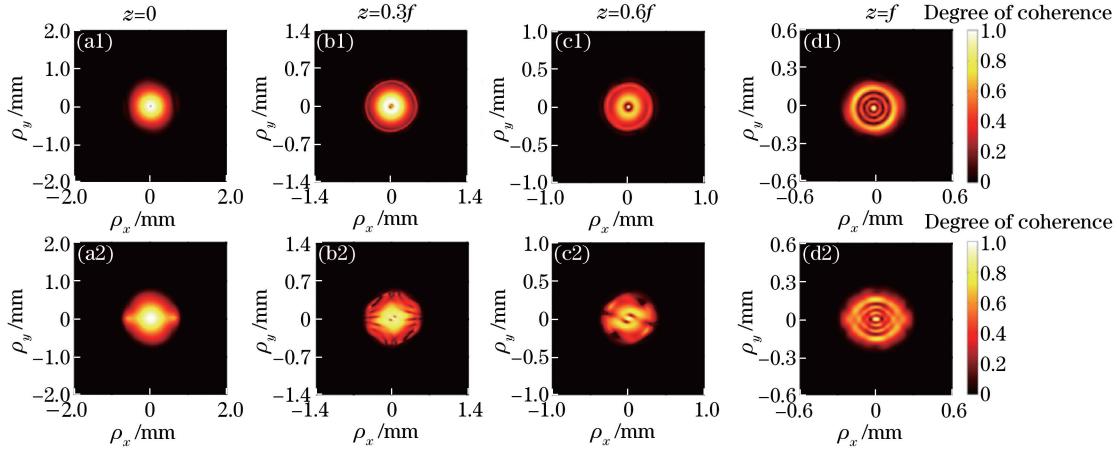


图 7 部分相干 LG_{11} 光束的光谱相干度演化图^[79]。(a1)~(d1)无遮挡;(a2)~(d2)有遮挡

Fig. 7 Evolution of spectral degree of coherence of partially coherent LG_{11} beam^[79]. (a1)~(d1) Without occlusion; (a2)~(d2) with occlusion

4 部分相干涡旋光束的实验产生

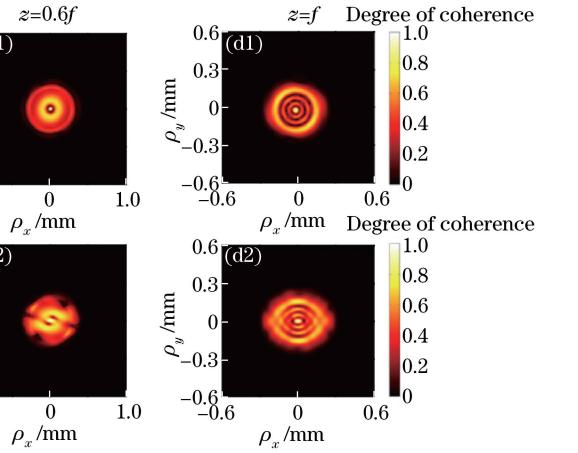
目前,产生完全相干涡旋光束的方法包括模式转换法、计算全息法、螺旋相位板法、空间光调制器(SLM)转换法等,但是部分相干涡旋光束的产生方法并不多见。本节主要从利用动态散射体、非相干叠加以及纯数字全息三个方面介绍部分相干涡旋光束的实验产生方法。

4.1 动态散射体产生法

动态散射体产生法的基本原理和思路:首先借助动态散射体[这里特指旋转的毛玻璃(RGGD)^[45,66,113-118],也可用动态 SLM 等^[119-120]代替]降低已有的高相干性激光源的相干性,产生部分相干非涡旋光束,然后再利用 SLM(或螺旋相位板)加载涡旋相位来产生部分相干涡旋光束。

实验装置如图 8(a)所示^[113],一束具有高相干性的激光束经透镜 L_1 会聚于高速旋转的毛玻璃片上并产生均匀光斑,该均匀光斑可以被近似看作是

[(14)式]。相比于光强分布,部分相干涡旋光束的光谱相干度在传输过程中展现出独特的结构分布特征,如部分相干拉盖尔高斯光束会在焦点处形成一个明暗相间的同心圆环位错结构^[79],如图 7(a1)~(d1)所示,其中暗环的数量 N 与光束参数有关($N = 2p + l$,其中 p 代表拉盖尔-高斯的径向指数)。因此,通过该同心圆环位错结构可以测定部分相干涡旋光束的拓扑荷等光束参数。此外,部分相干涡旋光束的光谱相干度在传输过程中还具有一定自修复能力,即便光束在光源面被障碍物遮挡,依旧能够在焦点处得到类似的位错结构,如图 7(a2)~(d2)所示。



非相干光束,根据 Zernike 定理,光束经透镜 L_2 和高斯滤波器[光强透射率分布近似于高斯分布的振幅型滤波器(GAF)]构成的傅里叶变换系统之后,便可产生一个方向性较好的高斯-谢尔模光束,然后照射到加载叉型光栅全息图的 SLM 上,产生携带有涡旋相位的部分相干高斯涡旋光束(涡旋相位的加载也可以用螺旋相位板来实现^[66]),其中通过加载不同的全息图(如拉盖尔-高斯光束与平面波干涉得到的计算全息图^[79]),可以得到不同的部分相干涡旋光束(如部分相干拉盖尔-高斯光束)。实验中,产生光束相干性的大小与毛玻璃参数(粗糙程度及转速)、聚焦透镜 L_2 的焦距和照射在毛玻璃面上的聚焦光斑大小有关。为方便实验,一般固定前两者,通过改变透镜 L_1 与毛玻璃面的距离来调控入射到旋转毛玻璃面上的光斑大小。聚焦光斑越小,光束被散射的程度越小,得到的部分相干涡旋光束的相干性就越大,反之,则相干性越小。图 8(b)给出了实验中产生具有不同相干性大小的部分相干高斯涡

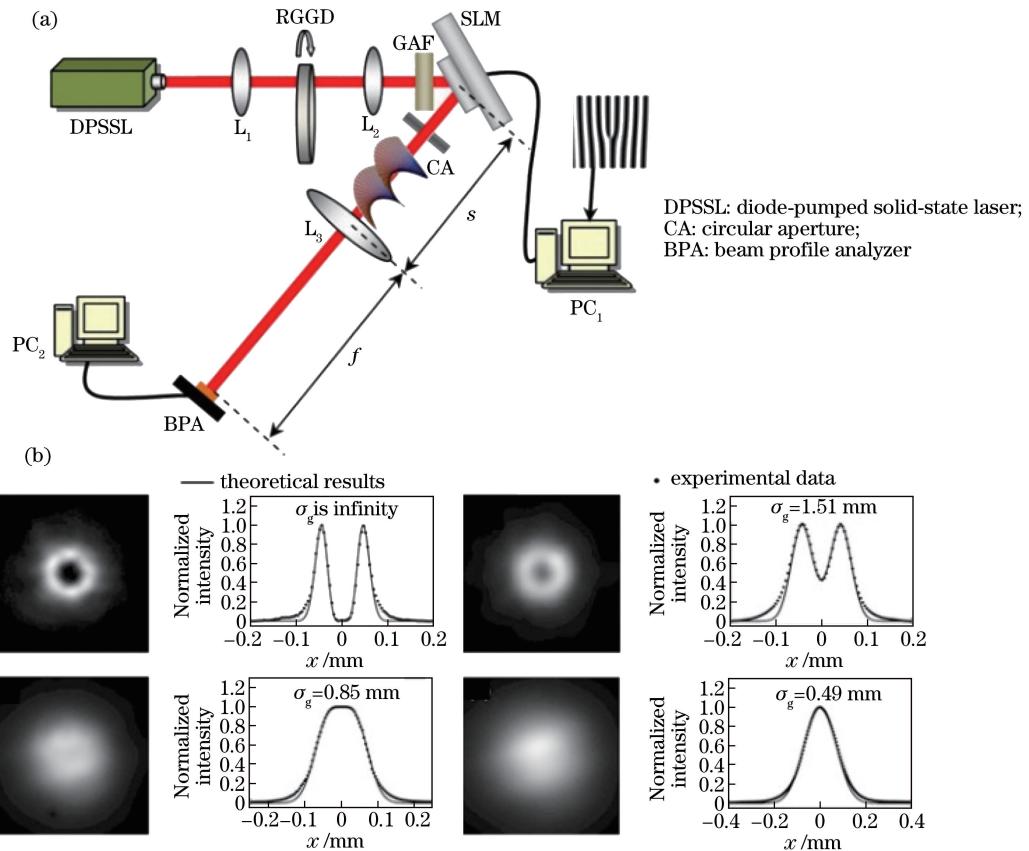


图 8 利用旋转毛玻璃和空间光调制器产生部分相干涡旋光束^[113]。(a)实验装置图;(b)实验结果图

Fig. 8 Generation of partially coherent vortex beam by rotating ground-glass disk and spatial light modulator^[113].

(a) Experimental setup; (b) experimental results

旋光束。随着相干性的降低,光强分布会逐渐从空心分布演化成高斯分布。

第 2 节中提到部分相干光束的空间关联结构函数并非只局限于高斯-谢尔模关联分布。2014 年本课题组通过调控激光关联结构函数,在实验上产生了具有拉盖尔-高斯函数分布关联结构的新型部分相干涡旋光束^[87],实验装置如图 9 所示,产生方法与上述方法类似,不同之处在于:先对入射到毛玻璃面上的高相干光进行调制并使其光强分布满足空心

分布(通过 SLM 加载产生空心光束),然后将光束照射到旋转的毛玻璃片上产生具有暗核空心分布的非相干光,光束再经过透镜 L₂ 和高斯滤波片产生拉盖尔-高斯关联谢尔模光束,最后再经过螺旋相位板加载涡旋相位产生拉盖尔-高斯关联谢尔模涡旋光束。实验上产生的拉盖尔-高斯关联谢尔模涡旋光束如图 5 所示,发现关联结构函数对部分相干涡旋光束的光强分布起着至关重要的调制作用,是一个区别于拓扑荷和初始相干度的新的调控自由度。

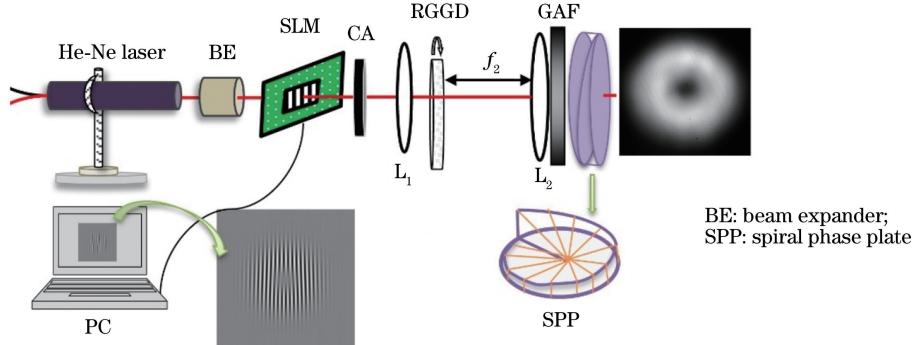


图 9 通过调控关联结构函数产生拉盖尔高斯关联谢尔模涡旋光束^[87]

Fig. 9 Generation of Laguerre-Gaussian correlated Schell-model vortex beam by modulating correlation function^[87]

除了上述的标量部分相干涡旋光束,本课题组还利用线性叠加原理和马赫-曾德尔干涉原理分别在实验中产生了具有均匀偏振态的不含反对角元和含反对角元的电磁高斯-谢尔模涡旋光束^[100]。此外,借助径向偏振转换器从实验上产生了具有非均匀偏振态的径向偏振部分相干涡旋光束^[101]。

4.2 非相干叠加法

非相干叠加法是指利用一系列相干光束的非相干叠加来合成部分相干光束的方法^[121]。一般情况下,根据莫塞尔定理^[122],用来表征部分相干光束的交叉谱密度函数[(3)式]可以等价表示成一系列相干模式的非相干叠加,即

$$W(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \sum_n \lambda_n \varphi_n^*(\mathbf{r}_1) \varphi_n(\mathbf{r}_2), \quad (15)$$

式中: λ_n 和 $\varphi_n(\mathbf{r})$ 分别表示满足第二种齐次弗雷德霍姆积分方程的本征值(权重因子)和本征函数(相干模式)。

$$W(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \frac{\xi^{-l/2}}{1-\xi} \exp\left[-\frac{(1+\xi)(\mathbf{r}_1^2 + \mathbf{r}_2^2)}{(1-\xi)w_0^2}\right] I_l\left(\frac{4\sqrt{\xi}}{1-\xi} \frac{\mathbf{r}_1 \mathbf{r}_2}{w_0^2}\right) \exp[i l (\theta_1 - \theta_2)], \quad (19)$$

式中: I_l 代表 l 阶第一类修正贝塞尔函数; ξ 为用来调控光束相干性的非负实数参量, $\xi \in (0, 1)$,当 $\xi \approx 0$ 时可以将光束近似看作完全相干光束, $\xi \approx 1$ 时将光束近似看作非相干光束。具体实验实施方案如图 10(a)所示,一束高相干性的激光束经过一个望远镜系统 T 进行扩束,然后照射到 SLM 上,此处 SLM 上加载的是一组动态循环播放的全息动画,其中每一帧(全息图)都对应(16)式中的某一个具体的本征函数,而每一个本征函数所对应的本征值(权重因子)可通过全息动画中其对应的全息图的播放时间长短来近似表征,权重越大,对应的全息图播放时间越长。从 SLM 出射的光经过一段传输距离会逐渐分级,利用光阑 A 滤出一级衍射光斑,即拉盖尔-高斯模,然后用 COMS 相机 C 实时采集光强信息,随着 SLM 加载全息图的循环播放,COMS 相机也会循环采集对应的光强信息,最后对某一段时间内采集到的多组光强信息进行叠加平均处理,即得到满足(19)式的部分相干涡旋光束。图 10(b)中给出了实验结果,发现其与理论结果比较相近,也进一步证实了非相干叠加法的合理性。此外,Ostrovsky 等^[124]还利用贝塞尔光束作为相干模式进行非相干叠加,同样产生了部分相干贝塞尔涡旋光束。

第二种齐次弗雷德霍姆积分方程可表示为

$$\int W(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \varphi_n(\mathbf{r}_1) d\mathbf{r}_1 = \lambda_n \varphi_n(\mathbf{r}_2). \quad (16)$$

(16)式中所有的本征值 λ_n 都必须保证非负,对应的本征函数可构成一个标准化正交集。最近,Chen 等^[123]报道了用拉盖尔-高斯光束作为相干模式来进行非相干叠加产生部分相干贝塞尔类涡旋光束的实验方案。每一个相干模式可表征为

$$A(\mathbf{r}) = \left(\frac{\sqrt{2}\mathbf{r}}{w_0}\right)^l L_p^l\left(-\frac{2\mathbf{r}^2}{w_0^2}\right) \exp\left(-\frac{\mathbf{r}^2}{w_0^2}\right), \quad (17)$$

式中: L_p^l 代表 l 阶拉盖尔多项式,其中 p 代表径向模式指数。

权重因子(本征值)可表示为

$$\lambda_{pl} = p! \xi^p / (p+l)! . \quad (18)$$

最终叠加合成的部分相干涡旋光束的交叉谱密度函数可表示为

4.3 纯数字全息产生法

2016 年,Perez-Garcia 等^[125]提出了一种仅利用 SLM 就能产生部分相干涡旋光束的实验技术方案,并且仅通过控制全息图就能实现对其拓扑荷和相干性大小的调控。与第 4.1 节中提及的方法不同,该方法在调控过程中不需要移动任何光学元件,因此又将这种方法称为纯数字全息产生法。该方法的基本思想与第 4.2 节中提及的方法类似,都是用大量模式元的非相干叠加来实现,只是两种方法的叠加模式元不同。纯数字全息产生法是将部分相干涡旋光束看作一系列携带随机相位且位置随机浮动的模式系统平均的结果,其中每一个用来进行非相干叠加的模式都是由一系列完全相干涡旋光束相干叠加得到,并且这些完全相干涡旋光束的中心点并不是固定在原点,而是均匀随机分布在一个半径为 C 的有限圆里,原理如图 11 所示,其中产生的部分相干涡旋光束的相干性大小由 C 的大小决定; C 越大,相干性越小,反之则越大;拓扑荷的大小与进行相干叠加的完全相干涡旋光束的拓扑荷一致。实验产生装置与非相干叠加法一样[图 10(a)],SLM 上同样是加载了动态全息动画(由图 11 中等号右边一列的所有模式元对应的全息图构成)。图 12 给出了利用该方法产生具有不同相干性大小的部分相干涡旋光束。

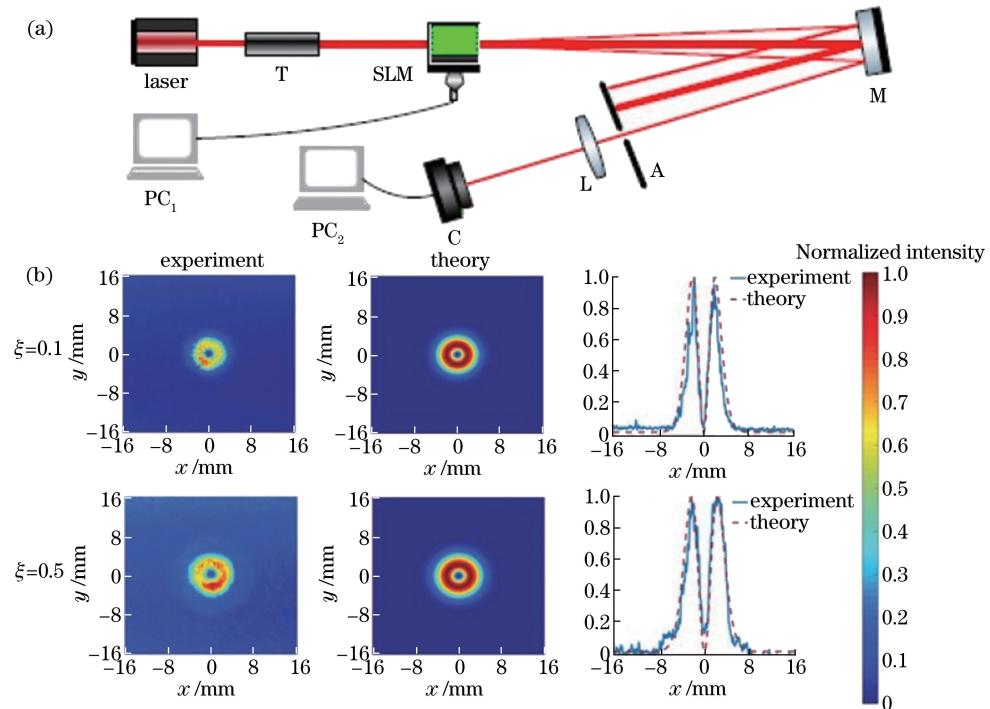


图 10 利用相干模式的非相干叠加产生部分相干涡旋光束^[123]。(a)实验装置图;(b)实验与理论结果对比图
Fig. 10 Generation of partially coherent vortex beam by incoherent superposition of fully coherent modes^[123].

(a) Experimental setup; (b) comparison between experimental and theoretical results

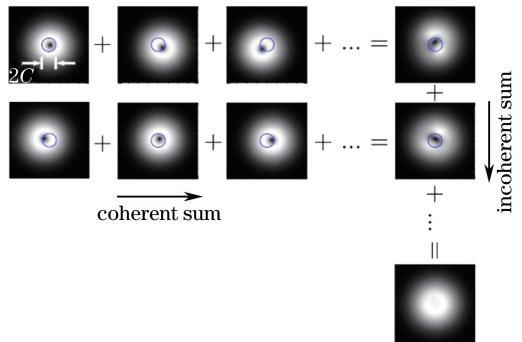


图 11 利用纯数字全息法产生部分相干涡旋光束的原理图^[125]
Fig. 11 Schematic of generation of partially coherent vortex beam by pure digital holography^[125]

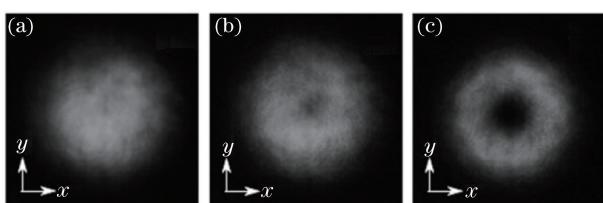


图 12 利用纯数字全息法产生具有不同相干长度的部分相干涡旋光束^[125]。(a)高相干性;(b)适中相干性;(c)低相干性
Fig. 12 Generation of partially coherent vortex beams with different coherence lengths by pure digital holography^[125]. (a) High coherence; (b) moderate coherence; (c) low coherence

以上三种方法都能够产生部分相干涡旋光束，并已被实验证实。动态散射体产生法的优势在于能够实时产生，且产生的光束模型依据 SLM 的灵活调控能实现多样化，但是对相干性的调控需要手动移动部分光学元件(透镜)来实现；非相干叠加法和纯数字全息法的优势在于调控(相干性和拓扑荷)简单，仅通过计算机全息加载就能实现，但是不能实时产生，需要通过线下计算处理才能得到结果，并且前者对叠加模式有特定要求(本征模)，所以产生的光束种类受限。

5 部分相干涡旋光束的实验测量

部分相干涡旋光束是一类携带涡旋相位(拓扑荷)的低相干性光束，因此对部分相干涡旋光束的测量主要包括两方面：一是对相干性的测量，二是对其所携带拓扑荷的测量。本节将从这两方面介绍部分相干涡旋光束的实验测量。

5.1 相干性的测量

由第 3 节可知，相干度大小和关联结构函数分布对部分相干涡旋光束的传输特性起着至关重要的调制作用，因此对相干性(相干宽度大小和相干度分布)的测量一直是部分相干光束的研究热点。1938 年，Zernike^[126]提出用光束通过双缝所产生的干涉

条纹的可见度大小来表征其相干宽度大小,干涉条纹分布越清晰,光束的相干宽度越大,反之,光束的相干宽度越小^[127]。

当相干度很低时,干涉图样的能见度很低且难以辨别,也就很难去定量测量,因此 Zernike 提出的方法只是对光束相干性高低进行了一个宏观的定性描述,并不能定量精确标定相干宽度大小。实际上,通过测量光强关联函数(4 阶关联函数)可以定量测定出光束相干宽度大小和相干度分布。2006 年,王飞等^[128]利用如图 13 所示的以符合计数器和光子计数器为核心器件组成的装置精确测量出部分相干光束的相干宽度大小和相干度分布。待测光束经过一个分束比为 50:50 的分束器(BS),分别入射到两个由光纤接收的单光子计数器 D₁ 和 D₂ 中,其中 D₁ 所在的位置固定不变,D₂ 会沿着探测计数面水平平移并实现逐点扫描。然后将 D₁ 和 D₂ 输出的信号同步送到符合计数器中进行符合计算,得到扫描过程中每一点的 4 阶关联值,进而得到 4 阶关联函数 g(x)。根据 4 阶关联函数与相干度模方的对应关系 $g^2(x)=1+|\mu(x)|^2$ 可得到相干度分布,再根据相干度分布的包络面(光束模型不同,包络面也就不同,如光源是高斯谢尔模,则对应高斯包络面)拟合计算出光束在 u_2 面上的相干宽度大小,其中透镜是为了将光源等比例放大到两个探测面上,确保测得的结果为光源面的相干宽度大小。

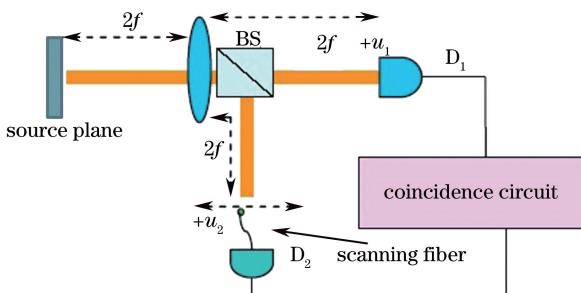


图 13 利用 4 阶关联函数测相干度的实验装置^[128]

Fig. 13 Experimental setup for measuring degree of coherence by four-order correlation function^[128]

上述测量步骤只是针对一维情况下的相干宽度大小和相干度分布进行的测量,如果将 D₂ 的扫描范围从水平方向延伸至整个测量平面,就能实现对二维相干度分布的测量。但是对整个探测面的逐点扫描过程繁琐且费时,因此,本课题组针对二维相干度分布的测量又提出了一种相对简便的强度起伏关联测量法^[129-132],即通过直接测量多组瞬时光强来间接得到强度起伏关联函数(4 阶关联函数),再利用 4 阶关联函数进一步得到相干度分布。

由高斯动量定理^[36]可知,部分相干光束的 4 阶关联函数(强度起伏关联函数) $g(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2)$ 与相干度函数 $\mu(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2)$ 满足

$$g^2(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) = \frac{\langle I(\boldsymbol{\rho}_1)I(\boldsymbol{\rho}_2) \rangle}{\langle I(\boldsymbol{\rho}_1) \rangle \langle I(\boldsymbol{\rho}_2) \rangle} = 1 + |\mu(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2)|^2, \quad (20)$$

式中: $I(\boldsymbol{\rho})$ 表示 $\boldsymbol{\rho}$ 点处的瞬时光强; $\langle \cdot \rangle$ 为取系综平均运算。

实验中,以采集 N 张瞬时光强为例, $\boldsymbol{\rho}$ 点处对应的第 n 张瞬时光强可由 $I_n(\boldsymbol{\rho})$ 表示,则 $I(\boldsymbol{\rho}_1)$ 和 $I(\boldsymbol{\rho}_2)$ 可分别由 $\boldsymbol{\rho}_1$ 和 $\boldsymbol{\rho}_2$ 两点所对应的 N 张光强的平均光强表示:

$$\langle I(\boldsymbol{\rho}_1) \rangle = \sum_{n=1}^N I_n(\boldsymbol{\rho}_1)/N, \quad \langle I(\boldsymbol{\rho}_2) \rangle = \sum_{n=1}^N I_n(\boldsymbol{\rho}_2)/N. \quad (21)$$

因此,相干度函数的模 $|\mu(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2)|$ 可以表示为

$$|\mu(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2)| = \sqrt{g^2(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) - 1} = \sqrt{\frac{N \sum_{n=1}^N I_n(\boldsymbol{\rho}_1) I_n(\boldsymbol{\rho}_2)}{\sum_{n=1}^N I_n(\boldsymbol{\rho}_1) \sum_{n=1}^N I_n(\boldsymbol{\rho}_2)} - 1}. \quad (22)$$

由(22)式可知,通过 CCD 相机连续记录 N 张瞬时光强信息,即可得到二维相干度函数的模分布。根据(22)式中两点的取值不同,可以得到表征不同意义的相干度函数。如令 $\boldsymbol{\rho}_1 = \boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}_2 = (0, 0)$, 即将 $\boldsymbol{\rho}_2$ 固定在中心原点,此时(22)式表示的是互相关函数的模方^[133];如令 $\boldsymbol{\rho}_1 = \boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}_2 = -\boldsymbol{\rho}$, 即将测量得到的光强 $I_n(\boldsymbol{\rho}_2)$ 先旋转 180° 再代入(22)式,此时(22)式表示的是交叉关联函数的模方^[59,134];如令 $\boldsymbol{\rho}_1 = \boldsymbol{\rho}, \boldsymbol{\rho}_2 = 2\boldsymbol{\rho}$, 此时(22)式表示的是双关联函数的模方^[132]。

部分相干光的相干度分布函数实际是一个复函数,即同时包含实部和虚部信息。而上文提到的方法都是针对相干度函数模量的测量,并没有得到其实部信息和虚部信息。2017 年,本课题组在强度起伏关联测量法的基础之上又提出了利用完全相干光束与待测光束相干叠加的方法,实现了对相干度函数实部和虚部信息的测量^[135]。为保证相干叠加,完全相干光束与待测部分相干光束都是来自同一光源。实验装置如图 14 所示,其中经分束镜 BS₁ 透射的完全相干光束作为插图中的参考光入射,经 BS₁ 反射的那一路光用来产生待测部分相干光束,并作为信号光入射,两者在光源面的场分布可分别由 $E_s(\boldsymbol{\rho})$ 和 $|E_{LO}(\boldsymbol{\rho})| \exp(-i\varphi)$ 表示,两者的叠加光场

可表示为

$$E_c(\boldsymbol{\rho}) = E_s(\boldsymbol{\rho}) + |E_{\text{LO}}(\boldsymbol{\rho})| \exp(-i\varphi), \quad (23)$$

式中 φ 表示随机相位。光源面处两者的叠加光强可表示为

$$I_C(\boldsymbol{\rho}) = |E_C(\boldsymbol{\rho})|^2 = I_s(\boldsymbol{\rho}) + I_{LO}(\boldsymbol{\rho}) + E^*(\boldsymbol{\rho}) |E_{LO}(\boldsymbol{\rho})| \exp(-i\varphi) + E(\boldsymbol{\rho}) |E_{LO}(\boldsymbol{\rho})| \exp(i\varphi). \quad (24)$$

如果信号光的光强远小于参考光,即 $I_s(\rho) \ll I_{\text{LO}}(\rho)$, 经过一系列的近似处理, 叠加光束的 4 阶关联函数可近似表示为

$$g_{\text{C}}^2(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) = \frac{\langle I_{\text{C}}(\boldsymbol{\rho}_1) I_{\text{C}}(\boldsymbol{\rho}_2) \rangle}{\langle I_{\text{C}}(\boldsymbol{\rho}_1) \rangle \langle I_{\text{C}}(\boldsymbol{\rho}_2) \rangle} \approx 1 + 2 \sqrt{\frac{I_{\text{s}}(\boldsymbol{\rho}_1) I_{\text{s}}(\boldsymbol{\rho}_2)}{I_{\text{LO}}(\boldsymbol{\rho}_1) I_{\text{LO}}(\boldsymbol{\rho}_2)}} \text{Re}[\mu(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2)] = \\ 1 + 2 \sqrt{I_{\text{N}}(\boldsymbol{\rho}_1) I_{\text{N}}(\boldsymbol{\rho}_2)} \text{Re}[\mu(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2)], \quad (25)$$

式中: $\text{Re}[\cdot]$ 表示取实部运算; $I_N(\boldsymbol{\rho}_i)$ 表示待测光束对参考光束的归一化光强。实验中通过调节参考光束, 可使其与待测光束的光强分布保持一致, 即有 $I_N(\boldsymbol{\rho}_1) = I_N(\boldsymbol{\rho}_2) = I_0$, 其中常数 I_0 表示待测光束与参考光束光强的峰值比, 因此对(25)式进行化简后即可得到待测部分相干光束的相干度函数的实部分量:

$$\text{Re}[\mu(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2)] = \frac{g_c^2(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) - 1}{2I_0}, \quad (26)$$

其中，

$$g_{\text{C}}^{\frac{2}{3}}(\boldsymbol{\rho}_1, \boldsymbol{\rho}_2) = \frac{M \sum_{m=1}^M I_{\text{C}}^m(\boldsymbol{\rho}_1) I_{\text{C}}^m(\boldsymbol{\rho}_2)}{\sum_{m=1}^M I_{\text{C}}^m(\boldsymbol{\rho}_1) \sum_{m=1}^M I_{\text{C}}^m(\boldsymbol{\rho}_2)}, \quad (27)$$

式中; M 表示实验过程中 CCD 记录的叠加瞬时光强 $I_C(\rho)$ 的数量; $I_C^m(\rho_i)$ 表示 ρ_i ($i=1, 2$) 点处对应的第 m 张瞬时光强。

根据(26)、(27)式并利用图 14 所示的实验装置可得到待测部分相干光束复相干度函数的实部分量,再结合(22)式中给出的复相干度模量即可求出相干度函数的虚部分量。

5.2 拓扑荷的测量

由第 2.1 节可知, 涡旋光束携带的拓扑荷是一个带有符号(正/负)的物理特征量, 因此对部分相干涡旋光束拓扑荷的测量主要包括两方面: 一是对其大小的测量, 二是对其符号的判定。

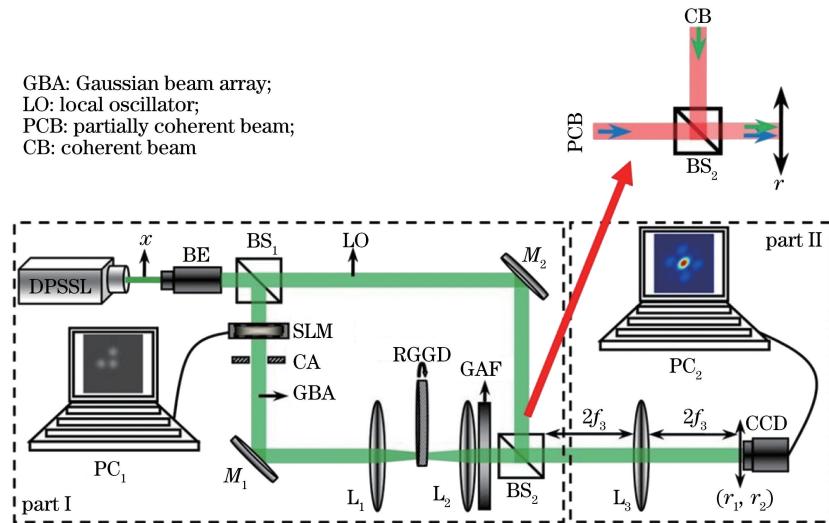


图 14 利用相干叠加法测量复相干度的实验装置^[135]

Fig. 14 Experimental setup for measuring complex degree of coherence by coherent superposition^[135]

对于完全相干涡旋光束，一般可用干涉法^[29,136]、衍射法^[30,137-138]、散射法^[31]、傅里叶变换法^[32]和模式转换法^[139]等来测量其所携带的拓扑荷。但是，随着光束相干性的降低，上述测量方法或多或少会失效。图 15 给出了利用傅里叶变换法测

量部分相干涡旋光束拓扑荷的实验结果,实验装置如图 8(a) 所示^[118]。当光束相干性较高时[图 15(a1)],待测光束的聚焦光斑因涡旋特性呈空心分布,其所对应的傅里叶变换图样呈明暗相间的同心圆环位错分布[图 15(b1)],且暗环数等于拓扑

荷数,因此可通过测量该位错结构中的暗环数来得到对应的拓扑荷数。但是,随着光束相干性的降低,其聚焦光斑会逐渐从空心分布演变成高斯分布[图 15(a1)~(a4)],而其对应的傅里叶变换图样中的暗环也逐渐消失,此时暗环数与拓扑荷数不再是

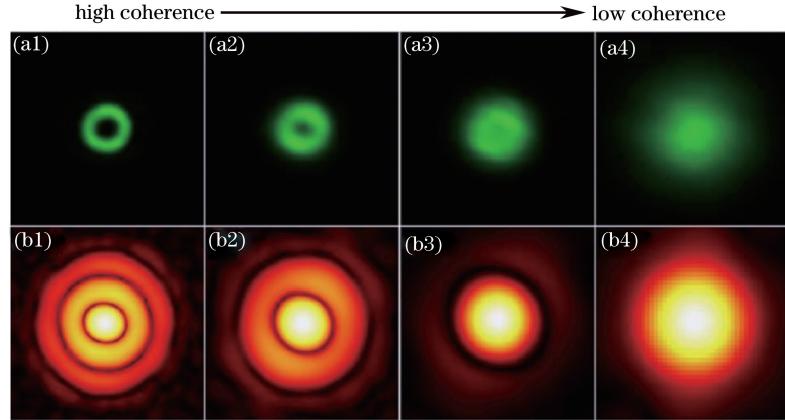


图 15 拓扑荷 $l=3$ 时 4 种不同空间相干性的部分相干涡旋光束的实验结果图^[118]。(a1)~(a4)聚焦强度; (b1)~(b4)图 15(a1)~(a4)分别对应的傅里叶变换

Fig. 15 Experimental results of partially coherent vortex beam with topological charge of $l=3$ but for four different spatial coherences^[118]. (a1)-(a4) Focused intensities; (b1)-(b4) corresponding Fourier transform patterns corresponding to Figs. 15(a1)-(a4)

根据部分相干涡旋光束的传输特性(相干奇点演化和相干度演化),光强会随着相干性的降低而发生明显变化,并导致相位奇点消失,但是在相位奇点消失的同时会伴随隐藏相干奇点(相干度分布函数的零点,此处特指环形位错)的出现。因此,可以通过测量部分相干涡旋光束在焦场处的相干度分布来得到其拓扑荷数。图 16 给出了不含径向指数的部分相干拉盖尔-高斯 LG_{0l} 光束在焦场处的互相关函数分布图^[118],为使得环形位错结构明显,图中都是对互相关函数取对数后的结果。可以看出,在低相干性条件下,拓扑荷数与环形位错暗环数相等,即使是在非相干条件下($\delta_0=0$),这个结论依然成立。随后,Escalante 等^[134,140]从实验上进一步证实了此方法的可靠性。

由第 5.1 节可知,选取不同的参考点可以得到表征不同含义的相干度分布函数[互相关函数 $\mu(\mathbf{r}, 0)$,交叉关联函数 $\mu(\mathbf{r}, -\mathbf{r})$,双关联函数 $\mu(\mathbf{r}, 2\mathbf{r})$]。事实上,以部分相干 LG_{pl} 光束为例,不同的相干度分布函数对应着不同的环形位错结构^[132,140-141]。对于互相关函数和交叉关联函数,其对应的环形位错暗环数 $N = 2p + l$;而对于双关联函数,其对应的环形位错暗环数 $N = p$ 。

图 17 给出了部分相干 LG_{11} ($p=l=1$) 光束在

一一对应关系[图 15(b2)~(b4)],即在低相干性条件下,此测量方法会失效。同理,在低相干条件下,只要是需要利用光强的测量方法,都会因为相干性对光强分布的影响而失效。

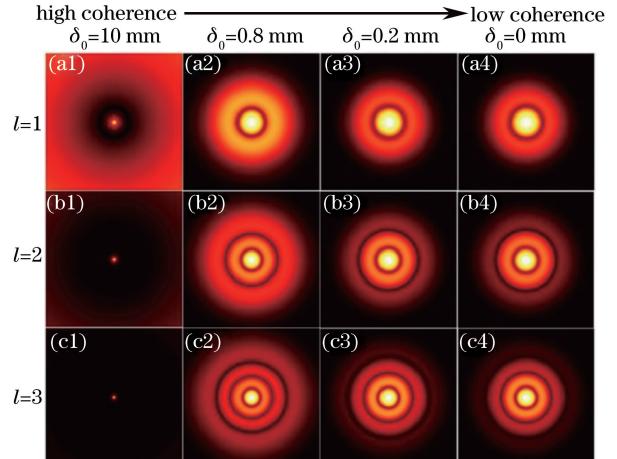


图 16 不同空间相干性的部分相干 LG_{0l} 光束在焦平面处的互相关函数分布图^[118]

Fig. 16 Distributions of mutual correlation function of partially coherent LG_{0l} beam at focal plane for different spatial coherences^[118]

焦平面处的归一化光强及其对应的不同关联函数的模分布图。对于 $|\mu(\mathbf{r}, 0)|$ 和 $|\mu(\mathbf{r}, -\mathbf{r})|$ 分布,其对应的暗环数都为 3;对于 $|\mu(\mathbf{r}, 2\mathbf{r})|$ 分布,其对应的暗环数为 1,与上述结论一致。但由于背景噪声的影响,实验中 $|\mu(\mathbf{r}, 0)|$ 分布的最外环并不明显,可以通过对测量结果取对数来使得位错结构更为明显。因此,对于部分相干 LG_{pl} 光束,可以先通过测

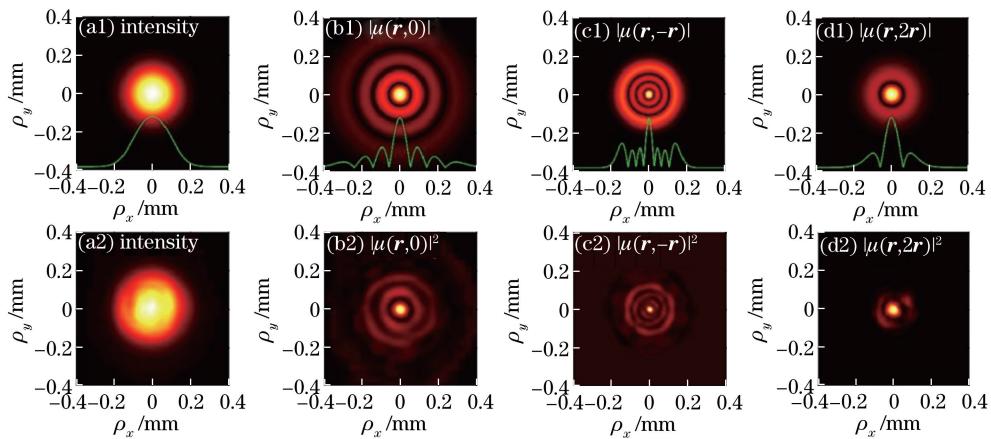


图 17 部分相干 LG_{11} 光束在焦平面处的归一化平均光强及其对应的不同关联函数的模分布^[79]。

(a1)~(d1)理论结果; (a2)~(d2)实验结果

Fig. 17 Distributions of normalized average intensity and modulus of different correlation functions of partially coherent LG_{11} beam at focal plane^[79]. (a1)-(d1) Theoretical results; (a2)-(d2) experimental results

双关联函数得到其径向指数,然后再结合测得的交叉关联函数得到其拓扑荷数值。

上述提到的测量方法都只是针对拓扑荷大小的测量,并不能判定拓扑荷符号。对于完全相干涡旋光束,可以根据其与平面波干涉产生的叉型干涉图样的岔口方向来判定拓扑荷符号,但是对于部分相干涡旋光束,当相干性较低时,其对应的干涉图样将无法辨别,因此也就无法判定出拓扑荷符号。针对上述情况,Chen 等^[112]利用两个柱透镜实现了对部分相干涡旋光束拓扑荷大小和符号的同步测量,实验装置如图 18 所示。待测部分相干涡旋光束经过两个相互垂直放置的柱透镜光学系统后,其光强分布和互相关函数分布在传输过程中都显现出各向异性,并具有光束旋转和分裂特性,其中旋转方向和分裂程度与拓扑荷的符号和大小有关。当拓扑荷符号为正号时,光斑和互相干函数会沿逆时针方向旋转;反之,则沿顺时针方向旋转。此外,随着传输距离的增加,光强会在特定的传输距离处分裂成多个光斑,且 $N = |l|$,而互相关函数在对应的传输距离处从环形位错分布演变成条纹分布,其中条纹亮斑数等于 $2|l| + 1$ 。图 19 给出了拓扑荷为 +2 的部分相干 LG_{0l} 光束经过柱透镜系统后的光强和互相关函数演化图,发现光斑和互相干函数随着传输距离的增加沿逆时针方向旋转,当光束传输到 270 mm 处,光强分裂成两个光斑,互相关函数分裂成 5 个亮斑。值得注意的是,当光束相干性较低时,光强信息(旋转和分裂)逐渐变得难以辨别,此时只能依靠互相干函数的演化特性去判定拓扑荷符号和大小。

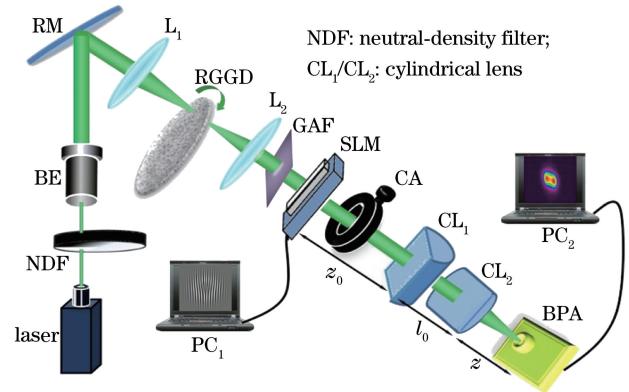


图 18 利用一对柱透镜测量部分相干 LG_{0l} 光束拓扑荷的实验装置图^[112]

Fig. 18 Experimental setup for measuring topological charge of partially coherent LG_{0l} beam by a couple of cylindrical lenses^[112]

6 部分相干涡旋光束的应用基础

部分相干涡旋光束相干性和涡旋相位的调控在光强、相位、偏振以及相干度等方面引起了一些新颖的物理效应,这些新颖的物理效应使其具有奇特的传输特性并可应用于某些特定领域。本节将结合相干性和涡旋相位调控简要概述部分相干涡旋光束的应用基础。

6.1 光束整形中的应用

通过调控部分相干涡旋光束的相干性、涡旋相位(拓扑荷)和偏振度都能够实现光束整形,产生高斯、平顶和空心等光强分布^[100-101]。在对特殊关联部分相干光束的研究中,发现光源的初始关联结构函数对远场光强分布或聚焦光强分布起着决定性的

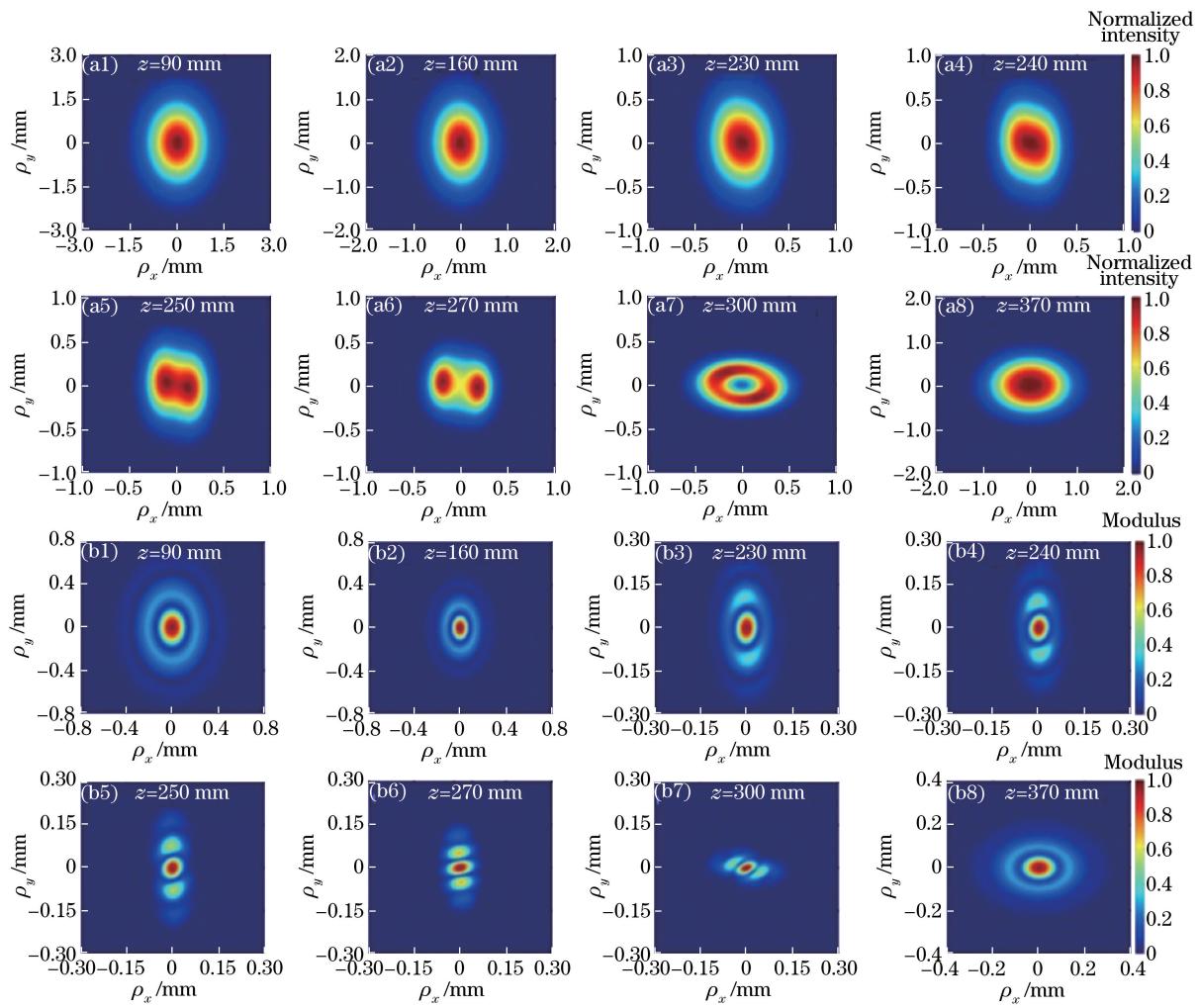


图 19 部分相干 LG_{0l} 光束经过柱透镜系统后的光强和互相关函数演化图^[112]。(a1)~(a8)光强演化图;(b1)~(b8)互相关函数演化图

Fig. 19 Evolution of intensity and mutual correlation function of partially coherent LG_{0l} beam passing through a couple of cylindrical lenses^[112]. (a1)-(a8) Intensity; (b1)-(b8) mutual correlation function

调制作用,通过调控光束的初始关联结构函数可以在焦场(或远场)产生平顶和阵列光强分布^[84,131],同样能实现光束的整形。光束整形可以广泛应用于激光武器、激光加工和微粒操控等光学领域。如在核聚变靶面辐照^[142-143]中,具有平顶光强分布的均匀光束能够尽可能减缓在聚爆过程中因流体动力学不稳定所带来的负面影响,保持目标物体球面对称性;在激光切割中,具有均匀光强分布的激光束会使得切割表面更加均匀,且光束功率利用率更高^[90];在微粒操纵中,具有空心分布和实心分布(高斯分布或平顶分布)的光束可分别用于俘获低折射率和高折射率微粒^[67,144-147],具有阵列光强分布的光束可用于多微粒的同时俘获。与具有实心光强分布的光束构成的光镊系统(高斯光镊)相比,空心光束构成的光镊系统(涡旋光镊)不仅能提高微粒的俘获效

率^[148],同时因其暗核中心光强为零,还能避免光束本身照射微粒时产生的热损伤,也正是基于涡旋光镊这种无损伤、高效率、无接触操控微粒的特性,使得其逐渐从物理领域扩展到生物医学领域。因此,实现部分相干涡旋光束不同程度的光束整形是上述各项应用的前提和基础。

6.2 自由空间光通信中的应用

自由空间光通信是指在不同平台之间,利用激光作为信息载体进行信息传递与交换的技术。相比于传统的通信手段(烽火传信、飞鸽传书和无线电波等),激光具有传输速率高、方向性好、能量集中、发散角小、保密性高、抗干扰强和搭载便捷等优势,因此受到了广泛地关注。目前来说,激光都是以大气作为信息传输通道,激光在大气传输中,除了会因散射、折射和吸收等现象损失自身能量外,还会受到光

束扩展、漂移和闪烁等大气湍流扰动效应的影响，并严重影响其通信系统的性能。因此，研究如何降低这些湍流扰动效应显得尤为重要。大量研究表明，通过降低光束相干性^[149-152]或者对其初始关联结构函数、光强、相位和偏振态分布进行特定调控^[153-158]，能够在一定程度上减弱光强闪烁和光束扩展效应。相比于传统的高斯-谢尔模光束，加载涡旋相位后的高斯-谢尔模涡旋光束在同等条件下能够有效减弱大气湍流所带来的光束扩展效应，并且通过降低光束相干性能够进一步减弱光束扩展效应^[68]。2013年，本课题组^[69]利用加热板近似模拟大气湍流环境，开展了高斯-谢尔模光束和高斯-谢尔模涡旋光束在大气湍流传输中的实验研究。研究表明携带涡旋相位（由拓扑荷决定）能够有效减弱湍流引起的闪烁，且随着拓扑荷的增加或者相干性的降低，闪烁因子会减小。

6.3 鬼成像中的应用

鬼成像，又称关联成像，是指两路原本不能单独成像的光路（目标光和参考光）在经过关联计算后能

够实现物体成像的技术。自 Pittman 等^[159]在实验上实现了纠缠光子对的鬼成像以来，它就被广泛应用于量子光刻、量子全息术和量子计量学等领域^[160-165]。以往都是利用纠缠光子对开展鬼成像的研究，2005年蔡阳健等^[44]揭示了以部分相干光束作为光源的经典鬼成像的基础理论，并在实验中得以证实^[166]。研究表明，通过改变光源相干宽度大小可以实现对鬼成像质量和可见度的调控。之后，本课题组还开展了部分相干涡旋光束经过大气湍流后的鬼成像实验研究，实验装置如图 20 所示，实验结果如图 21 所示。结果表明随着湍流的增强（湍流的强弱用加热板温度来表征），鬼成像的成像质量会降低，成像图样会逐渐模糊，尤其是在 200°时，成像图样难以辨别，但是随着拓扑荷的增加，其成像效果会逐渐增加。值得注意的是，在弱湍流时（0°, 120° 和 160°），拓扑荷提高成像质量的效果并不明显，可能是由于实验中的相干度取值不合适；此外，本实验中的目标物体采用的是振幅型双缝，如果换用相位型双缝，可能效果会得到进一步的提升。

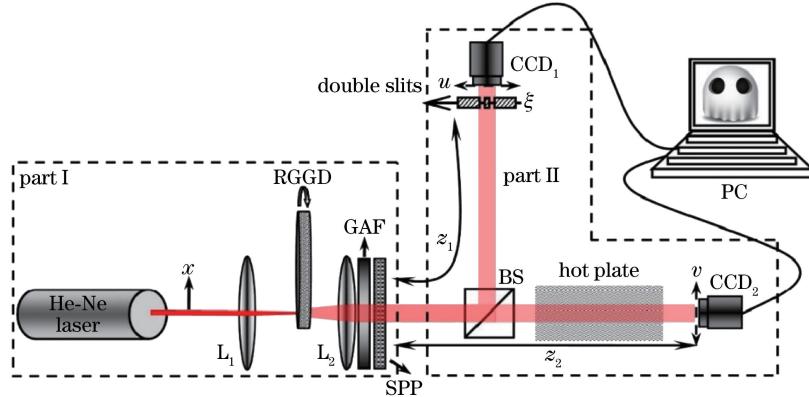


图 20 部分相干涡旋光束经过大气湍流后的鬼成像实验装置图

Fig. 20 Experimental setup for ghost imaging by partially coherent vortex beam propagating in turbulence

6.4 信息传递与加密中的应用

第 3.4 节中提到部分相干涡旋光束的相干度分布具有自修复特性，即使光源面被大面积遮挡，依旧可以从其相干度分布中提取出拓扑荷数信息^[79]，实现信息的有效传递。此外，还可以建立拓扑荷数据库，通过对不同的信息进行拓扑荷编码实现信息加密。如图 22 所示，比如要加密和传达的信息是“13”，可以将其加载到两束不同的光束中，如十位数的“1”可以用拓扑荷为 1 的高斯-谢尔模涡旋光束加密，个位数的“3”可以用拓扑荷为 1、径向指数为 1 的部分相干 LG 光束加密。为了解密这个信息，可以先通过测量光强分布区分出个位和十位，再通过测量其相干度分布函数得到具

体的拓扑荷数信息，通过光强和相干度分布函数破译出传达的信息为“13”，进而实现了信息的传递与加密。

7 总 结

回顾了涡旋光束及部分相干涡旋光束的基本理论以及发展历程，重点介绍了部分相干涡旋光束的理论模型、传输特性、实验产生方法、相干宽度大小、相干函数分布和拓扑荷大小与符号的测量方法以及相关应用基础。相干性和拓扑荷作为部分相干涡旋光场的一个重要属性，对其调控会引发一些新的物理效应，比如：在光强方面，相干性调控和拓扑荷调控能够引起激光光强自整形效

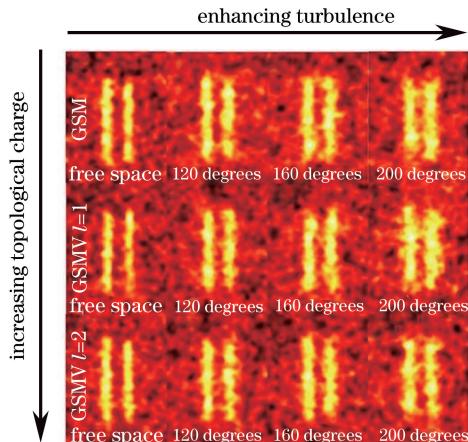


图 21 部分相干涡旋光束经过大气湍流后的鬼成像实验结果图

Fig. 21 Experimental results of ghost imaging by partially coherent vortex beam propagating in turbulence

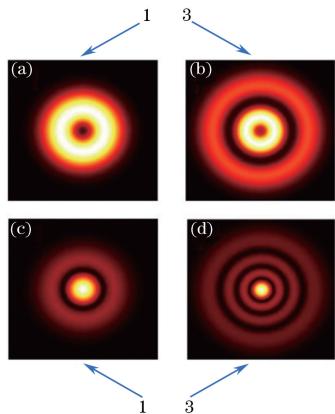


图 22 部分相干涡旋光束在信息传递与加密中的应用。
(a)(b)光强; (c)(d)相干度

Fig. 22 Application of partially coherent vortex beam in information transmission and encryption.

(a)(b) Intensity; (c)(d) degree of coherence

应; 在偏振方面, 相干性调控和拓扑荷调控能够调控传输过程中的偏振度以及偏振态分布; 在相位方面, 部分相干涡旋光束的相干性调控能够激发出相干奇点效应; 在相干度方面, 激光拓扑荷调控能够激发出环形位错效应等。部分相干涡旋光束的相干性和拓扑荷调控引发的新颖物理效应在光束整形、自由空间光通信、鬼成像和信息传递与加密等方面都具有重要的应用前景, 值得更加深入地挖掘。具有分数阶拓扑荷的部分相干涡旋光束及其演化特性和应用基础, 也有待人们进一步研究。此外, 如何将层析技术和汉伯里·布朗及特维斯效应应用于部分相干涡旋光束中并使之在波前探测和遥感与实体目标监测领域中发挥重大作用也是一个极具挑战的课题。

参 考 文 献

- [1] Berry M. Making waves in physics[J]. Nature, 2000, 403(6765): 21.
- [2] Airy G B. On the diffraction of an object-glass with circular aperture[J]. Transactions of the Cambridge Philosophical Society, 1835, 5: 283-291.
- [3] Brauneck W, Laukien G. Features of refraction by a semi-plane[J]. Optik, 1952, 9: 174-179.
- [4] Richards B, Wolf E. Electromagnetic diffraction in optical systems. II. structure of the image field in an aplanatic system[J]. Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 1959, 253(1274): 358-379.
- [5] Boivin A, Dow J, Wolf E. Energy flow in the neighborhood of the focus of a coherent beam[J]. Journal of the Optical Society of America, 1967, 57(10): 1171-1175.
- [6] Nye J F, Berry M V. Dislocations in wave trains [J]. Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 1974, 336(1605): 165-190.
- [7] Allen L, Beijersbergen M W, Spreeuw R J C, et al. Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes [J]. Physical Review A, 1992, 45(11): 8185-8189.
- [8] Gbur G, Tyson R K. Vortex beam propagation through atmospheric turbulence and topological charge conservation[J]. Journal of the Optical Society of America A, 2008, 25(1): 225-230.
- [9] Wang J, Yang J Y, Fazal I M, et al. Terabit free-space data transmission employing orbital angular momentum multiplexing[J]. Nature Photonics, 2012, 6(7): 488-496.
- [10] Ng J, Lin Z F, Chan C T. Theory of optical trapping by an optical vortex beam[J]. Physical Review Letters, 2010, 104(10): 103601.
- [11] Vaziri A, Pan J W, Jennewein T, et al. Concentration of higher dimensional entanglement: quintrits of photon orbital angular momentum[J]. Physical Review Letters, 2003, 91(22): 227902.
- [12] Lavery M P J, Speirs F C, Barnett S M, et al. Detection of a spinning object using light's orbital angular momentum[J]. Science, 2013, 341(6145): 537-540.
- [13] Tamburini F, Anzolin G, Umbriaco G, et al. Overcoming the rayleigh criterion limit with optical vortices[J]. Physical Review Letters, 2006, 97(16): 163903.
- [14] Flossmann F, Schwarz U, Maier M. Propagation dynamics of optical vortices in Laguerre-Gaussian

- beams[J]. Optics Communications, 2005, 250(4-6): 218-230.
- [15] Orlov S, Regelskis K, Smilgevičius V, et al. Propagation of Bessel beams carrying optical vortices [J]. Optics Communications, 2002, 209(1-3): 155-165.
- [16] Yang Y J, Dong Y, Zhao C L, et al. Generation and propagation of an anomalous vortex beam [J]. Optics Letters, 2013, 38(24): 5418-5421.
- [17] Vaity P, Rusch L. Perfect vortex beam: Fourier transformation of a Bessel beam [J]. Optics Letters, 2015, 40(4): 597-600.
- [18] Li P, Zhang Y, Liu S, et al. Generation of perfect vectorial vortex beams [J]. Optics Letters, 2016, 41(10): 2205-2208.
- [19] Beijersbergen M W, Allen L, van der Veen H E L O, et al. Astigmatic laser mode converters and transfer of orbital angular momentum [J]. Optics Communications, 1993, 96(1-3): 123-132.
- [20] Arlt J, Dholakia K. Generation of high-order Bessel beams by use of an axicon [J]. Optics Communications, 2000, 177(1-6): 297-301.
- [21] Heckenberg N R, McDuff R, Smith C P, et al. Generation of optical phase singularities by computer-generated holograms [J]. Optics Letters, 1992, 17(3): 221-223.
- [22] Beijersbergen M W, Coerwinkel R P C, Kristensen M, et al. Helical-wavefront laser beams produced with a spiral phaseplate [J]. Optics Communications, 1994, 112(5-6): 321-327.
- [23] Matsumoto N, Ando T, Inoue T, et al. Generation of high-quality higher-order Laguerre-Gaussian beams using liquid-crystal-on-silicon spatial light modulators [J]. Journal of the Optical Society of America A, 2008, 25(7): 1642-1651.
- [24] Chen P, Ji W, Wei B Y, et al. Generation of arbitrary vector beams with liquid crystal polarization converters and vector-photoaligned q-plates [J]. Applied Physics Letters, 2015, 107(24): 241102.
- [25] Naidoo D, Roux F S, Dudley A, et al. Controlled generation of higher-order Poincaré sphere beams from a laser [J]. Nature Photonics, 2016, 10(5): 327-332.
- [26] Cai X, Wang J, Strain M J, et al. Integrated compact optical vortex beam emitters [J]. Science, 2012, 338(6105): 363-366.
- [27] Wu Y, Ni R, Xu Z, et al. Tunable third harmonic generation of vortex beams in an optical superlattice [J]. Optics Express, 2017, 25(25): 30820-30826.
- [28] Berkhout G C G, Beijersbergen M W. Method for probing the orbital angular momentum of optical vortices in electromagnetic waves from astronomical objects [J]. Physical Review Letters, 2008, 101(10): 100801.
- [29] Sztul H I, Alfano R R. Double-slit interference with Laguerre-Gaussian beams [J]. Optics Letters, 2006, 31(7): 999-1001.
- [30] de Araujo L E E, Anderson M E. Measuring vortex charge with a triangular aperture [J]. Optics Letters, 2011, 36(6): 787-789.
- [31] Vinu V R, Singh R K. Determining helicity and topological structure of coherent vortex beam from laser speckle [J]. Applied Physics Letters, 2016, 109(11): 111108.
- [32] Prabhakar S, Kumar A, Banerji J, et al. Revealing the order of a vortex through its intensity record [J]. Optics Letters, 2011, 36(22): 4398-4400.
- [33] Zhao P, Li S K, Feng X, et al. Measuring the complex orbital angular momentum spectrum of light with a mode-matching method [J]. Optics Letters, 2017, 42(6): 1080-1083.
- [34] Wolf E. Optics in terms of observable quantities [J]. Il Nuovo Cimento, 1954, 12(6): 884-888.
- [35] Wolf E. A macroscopic theory of interference and diffraction of light from finite sources. II. fields with a spectral range of arbitrary width [J]. Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 1955, 230(1181): 246-265.
- [36] Mandel L, Wolf E. Optical coherence and quantum optics [M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1995.
- [37] Kato Y, Mima K, Miyanaga N, et al. Random phasing of high-power lasers for uniform target acceleration and plasma-instability suppression [J]. Physical Review Letters, 1984, 53(11): 1057-1060.
- [38] Wang Y S. Analysis for laser beam pattern of wide-band scanning mirror [J]. Optoelectronics · Laser, 1997, 8(4): 282-283, 290.
- 王云山. 激光转镜扫描光束的优化和光斑特性分析 [J]. 光电子·激光, 1997, 8(4): 282-283, 290.
- [39] Zubairy M S, McIver J K. Second-harmonic generation by a partially coherent beam [J]. Physical Review A, 1987, 36(1): 202-206.
- [40] Cai Y J, Peschel U. Second-harmonic generation by an astigmatic partially coherent beam [J]. Optics Express, 2007, 15(23): 15480-15492.
- [41] Ricklin J C, Davidson F M. Atmospheric optical communication with a Gaussian Schell beam [J]. Journal of the Optical Society of America A, 2003, 20(5): 856-866.

- [42] Ricklin J C, Davidson F M. Atmospheric turbulence effects on a partially coherent Gaussian beam: implications for free-space laser communication[J]. Journal of the Optical Society of America A, 2002, 19(9): 1794-1802.
- [43] Cai Y J, Zhu S Y. Ghost interference with partially coherent radiation[J]. Optics Letters, 2004, 29 (23): 2716-2718.
- [44] Cai Y J, Zhu S Y. Ghost imaging with incoherent and partially coherent light radiation[J]. Physical Review E, 2005, 71(5): 056607.
- [45] Liu X L, Wang F, Zhang M H, et al. Experimental demonstration of ghost imaging with an electromagnetic Gaussian Schell-model beam[J]. Journal of the Optical Society of America A, 2015, 32(5): 910-920.
- [46] Clark J N, Huang X, Harder R, et al. High-resolution three-dimensional partially coherent diffraction imaging[J]. Nature Communications, 2012, 3: 993.
- [47] Liu X L, Wang F, Zhang M H, et al. Effects of atmospheric turbulence on lensless ghost imaging with partially coherent light[J]. Applied Sciences, 2018, 8(9): 1479.
- [48] van Dijk T, Fischer D G, Visser T D, et al. Effects of spatial coherence on the angular distribution of radiant intensity generated by scattering on a sphere [J]. Physical Review Letters, 2010, 104 (17): 173902.
- [49] Zhao C L, Cai Y J, Lu X H, et al. Radiation force of coherent and partially coherent flat-topped beams on a Rayleigh particle[J]. Optics Express, 2009, 17 (3): 1753-1765.
- [50] Zhang J F, Wang Z Y, Cheng B, et al. Atom cooling by partially spatially coherent lasers[J]. Physical Review A, 2013, 88(2): 023416.
- [51] Kermisch D. Partially coherent image processing by laser scanning[J]. Journal of the Optical Society of America, 1975, 65(8): 887-891.
- [52] Wu G F, Cai Y J. Detection of a semirough target in turbulent atmosphere by a partially coherent beam [J]. Optics Letters, 2011, 36(10): 1939-1941.
- [53] Gori F, Santarsiero M, Borghi R, et al. Partially coherent sources with helicoidal modes[J]. Journal of Modern Optics, 1998, 45(3): 539-554.
- [54] Bouchal Z, Peřina J. Non-diffracting beams with controlled spatial coherence[J]. Journal of Modern Optics, 2002, 49(10): 1673-1689.
- [55] Bogatyryova G V, Fel' de C V, Polyanskii P V, et al. Partially coherent vortex beams with a separable phase[J]. Optics Letters, 2003, 28(11): 878-880.
- [56] Gbur G, Visser T D. Coherence vortices in partially coherent beams[J]. Optics Communications, 2003, 222: 117-125.
- [57] van Dijk T, Schouten H F, Visser T D. Coherence singularities in the field generated by partially coherent sources[J]. Physical Review A, 2009, 79 (3): 033805.
- [58] Gbur G, Visser T D, Wolf E. Hidden singularities in partially coherent wavefields [J]. Journal of Optics A: Pure and Applied Optics, 2004, 6 (5): S239-S242.
- [59] Palacios D M, Maleev I D, Marathay A S, et al. Spatial correlation singularity of a vortex field[J]. Physical Review Letters, 2004, 92(14): 143905.
- [60] Liu P S, Lü B D. Coherence vortices in partially coherent beams consisting of a superposition of Laguerre-Gaussian modes[J]. 2007(5): 2623-2628. 刘普生, 吕百达. 拉盖尔-高斯模叠加而成的部分相干光的相干涡旋[J]. 物理学报, 2007(5): 2623-2628.
- [61] Li J H, Zhang H R, Lü B. Partially coherent vortex beams propagating through slant atmospheric turbulence and coherence vortex evolution [J]. Optics & Laser Technology, 2010, 42 (2): 428-433.
- [62] Liu Z, Zhao D. Coherence vortex properties of partially coherent flat-topped vortex beams[J]. Applied Physics B, 2012, 106(3): 691-700.
- [63] Rao L Z, Pu J X. Focusing of partially coherent vortex beams by an aperture lens [J]. Chinese Physics Letters, 2007, 24(5): 1252-1255.
- [64] Wang T, Pu J X, Chen Z Y. Propagation of partially coherent vortex beams in a turbulent atmosphere[J]. Optical Engineering, 2008, 47(3): 036002.
- [65] Cheng K, Lü B D. Composite coherence vortices in coherent and incoherent superpositions of two off-axis partially coherent vortex beams[J]. Journal of Modern Optics, 2008, 55(17): 2751-2764.
- [66] Wang F, Zhu S J, Cai Y J. Experimental study of the focusing properties of a Gaussian Schell-model vortex beam[J]. Optics Letters, 2011, 36 (16): 3281-3283.
- [67] Zhao C L, Cai Y J. Trapping two types of particles using a focused partially coherent elegant Laguerre-Gaussian beam[J]. Optics Letters, 2011, 36 (12): 2251-2253.
- [68] Li J H, Lü B D. Propagation of Gaussian Schell-model vortex beams through atmospheric turbulence and evolution of coherent vortices[J]. Journal of

- Optics A: Pure and Applied Optics, 2009, 11(4): 045710.
- [69] Liu X L, Shen Y, Liu L, *et al.* Experimental demonstration of vortex phase-induced reduction in scintillation of a partially coherent beam[J]. Optics Letters, 2013, 38(24): 5323-5326.
- [70] Wang T. Propagation of partially coherent vortex beams in a turbulent atmosphere[J]. Optical Engineering, 2008, 47(3): 036002.
- [71] van Dijk T, Visser T D. Evolution of singularities in a partially coherent vortex beam[J]. Journal of the Optical Society of America A, 2009, 26(4): 741-744.
- [72] Yang Y J, Chen M Z, Mazilu M, *et al.* Effect of the radial and azimuthal mode indices of a partially coherent vortex field upon a spatial correlation singularity[J]. New Journal of Physics, 2013, 15(11): 113053.
- [73] Qin Z Y, Tao R M, Zhou P, *et al.* Propagation of partially coherent Bessel-Gaussian beams carrying optical vortices in non-Kolmogorov turbulence[J]. Optics & Laser Technology, 2014, 56: 182-188.
- [74] Zhang Z, Fan H, Xu H F, *et al.* Three-dimensional focus shaping of partially coherent circularly polarized vortex beams using a binary optic[J]. Journal of Optics, 2015, 17(6): 065611.
- [75] Singh R K, Sharma A M, Senthilkumaran P. Vortex array embedded in a partially coherent beam[J]. Optics Letters, 2015, 40(12): 2751-2754.
- [76] Liu D J, Wang Y C, Yin H M. Evolution properties of partially coherent flat-topped vortex hollow beam in oceanic turbulence[J]. Applied Optics, 2015, 54(35): 10510-10516.
- [77] Cheng M J, Guo L X, Li J T, *et al.* Propagation of an optical vortex carried by a partially coherent Laguerre-Gaussian beam in turbulent ocean[J]. Applied Optics, 2016, 55(17): 4642-4648.
- [78] Zhang Y L, Ma D L, Zhou Z Y, *et al.* Research on partially coherent flat-topped vortex hollow beam propagation in turbulent atmosphere[J]. Applied Optics, 2017, 56(10): 2922-2926.
- [79] Liu X L, Peng X F, Liu L, *et al.* Self-reconstruction of the degree of coherence of a partially coherent vortex beam obstructed by an opaque obstacle[J]. Applied Physics Letters, 2017, 110(18): 181104.
- [80] Stahl C S D, Gbur G. Partially coherent vortex beams of arbitrary order[J]. Journal of the Optical Society of America A, 2017, 34(10): 1793-1799.
- [81] Ostrovsky A S, Garcia-Garcia J, Rickenstorff Parrao C, *et al.* Partially coherent diffraction-free vortex beams with a Bessel-mode structure[J]. Optics Letters, 2017, 42(24): 5182-5185.
- [82] Gori F, Santarsiero M. Devising genuine spatial correlation functions[J]. Optics Letters, 2007, 32(24): 3531-3533.
- [83] Cai Y J, Chen Y H, Wang F. Generation and propagation of partially coherent beams with nonconventional correlation functions: a review (Invited) [J]. Journal of the Optical Society of America A, 2014, 31(9): 2083-2096.
- [84] Zhang Y T, Liu L, Zhao C L, *et al.* Multi-gaussian schell-model vortex beam[J]. Physics Letters A, 2014, 378(9): 750-754.
- [85] Liu H L, Chen D, Xia J, *et al.* Influences of uniaxial crystal on partially coherent multi-Gaussian Schell-model vortex beams [J]. Optical Engineering, 2016, 55(11): 116101.
- [86] Mei Z R, Mao Y H, Wang Y Y. Electromagnetic multi-Gaussian Schell-model vortex light sources and their radiation field properties [J]. Optics Express, 2018, 26(17): 21992-22000.
- [87] Chen Y H, Wang F, Zhao C L, *et al.* Experimental demonstration of a Laguerre-Gaussian correlated Schell-model vortex beam [J]. Optics Express, 2014, 22(5): 5826-5838.
- [88] Xu H F, Zhou Y, Wu H W, *et al.* Focus shaping of the radially polarized Laguerre-Gaussian-correlated Schell-model vortex beams[J]. Optics Express, 2018, 26(16): 20076-20088.
- [89] Mei Z R. Modeling for partially spatially coherent vortex beams[J]. IEEE Photonics Journal, 2017, 9(5): 6102306.
- [90] Coutts D W. Double-pass copper vapor laser master-oscillator power-amplifier systems: generation of flat-top focused beams for fiber coupling and percussion drilling [J]. IEEE Journal of Quantum Electronics, 2002, 38(9): 1217-1224.
- [91] Nishi N, Jitsuno T, Tsubakimoto K, *et al.* Two-dimensional multi-lens array with circular aperture spherical lens for flat-top irradiation of inertial confinement fusion target [J]. Optical Review, 2000, 7(3): 216-220.
- [92] Soskin M S, Vasnetsov M V. Singular optics[J]. Progress in Optics, 2001, 42: 219-276.
- [93] Andrews D L. Structured light and its applications [M]. Burlington: Elsevier Press, 2008.
- [94] Gbur G. Singular optics[M]. Boca Raton: CRC Press, 2016.
- [95] Kotlyar V V, Elfstrom H, Turunen J, *et al.* Generation of phase singularity through diffracting a

- plane or Gaussian beam by a spiral phase plate[J]. Journal of the Optical Society of America A, 2005, 22(5): 849-861.
- [96] Wang F, Cai Y J, Korotkova O. Partially coherent standard and elegant Laguerre-Gaussian beams of all orders[J]. Optics Express, 2009, 17(25): 22366-22379.
- [97] Gori F, Guattari G, Padovani C. Bessel-gauss beams[J]. Optics Communications, 1987, 64(6): 491-495.
- [98] Born M, Wolf E. Principles of optics: electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 1999.
- [99] Wolf E. Introduction to the Theory of coherence and polarization of light[M]. Cambridge: Cambridge University Press, 2008.
- [100] Liu X L, Wang F, Liu L, et al. Generation and propagation of an electromagnetic Gaussian Schell-model vortex beam [J]. Journal of the Optical Society of America A, 2015, 32(11): 2058-2065.
- [101] Guo L N, Chen Y H, Liu X L, et al. Vortex phase-induced changes of the statistical properties of a partially coherent radially polarized beam [J]. Optics Express, 2016, 24(13): 13714-13728.
- [102] Li J H, Lü B D. Comparative study of partially coherent vortex beam propagations through atmospheric turbulence along a uplink path and a downlink path [J]. Acta Physica Sinica, 2011, 60(7): 074205.
李晋红, 吕百达. 部分相干涡旋光束通过大气湍流上行和下行传输的比较研究[J]. 物理学报, 2011, 60(7): 074205.
- [103] Li J H, Zeng J, Duan M L. Classification of coherent vortices creation and distance of topological charge conservation in non-Kolmogorov atmospheric turbulence [J]. Optics Express, 2015, 23 (9): 11556-11565.
- [104] Zeng J, Li J. Dynamic evolution and classification of coherent vortices in atmospheric turbulence[J]. Optica Applicata, 2015, 45(3): 229-308.
- [105] Zeng J, Li J H. Distance for conservation of topological charge in atmospheric turbulence[J]. Acta Optica Sinica, 2015, 35(s1): s101005.
曾军, 李晋红. 拓扑电荷在大气湍流中的守恒距离[J]. 光学学报, 2015, 35(s1): s101005.
- [106] Wang W, Takeda M. Coherence current, coherence vortex, and the conservation law of coherence[J]. Physical Review Letters, 2006, 96(22): 223904.
- [107] Wang W, Duan Z H, Hanson S G, et al. Experimental study of coherence vortices: local properties of phase singularities in a spatial coherence function [J]. Physical Review Letters, 2006, 96(7): 073902.
- [108] Wang W, Hanson S G, Miyamoto Y, et al. Experimental investigation of local properties and statistics of optical vortices in random wave fields [J]. Physical Review Letters, 2005, 94 (10): 103902.
- [109] Raghunathan S B, Schouten H F, Visser T D. Correlation singularities in partially coherent electromagnetic beams [J]. Optics Letters, 2012, 37(20): 4179-4181.
- [110] Zhang Y T, Cui Y, Wang F, et al. Correlation singularities in a partially coherent electromagnetic beam with initially radial polarization[J]. Optics Express, 2015, 23(9): 11483-11492.
- [111] Wang F, Zhu S J, Cai Y J. Experimental study of the focusing properties of a Gaussian Schell-model vortex beam [J]. Optics Letters, 2011, 36 (16): 3281-3283.
- [112] Chen J, Liu X L, Yu J Y, et al. Simultaneous determination of the sign and the magnitude of the topological charge of a partially coherent vortex beam[J]. Applied Physics B, 2016, 122(7): 201.
- [113] Zhao C L, Dong Y, Wang Y M, et al. Experimental generation of a partially coherent Laguerre-Gaussian beam [J]. Applied Physics B, 2012, 109(2): 345-349.
- [114] Wang F, Cai Y J. Experimental generation of a partially coherent flat-topped beam[J]. Optics Letters, 2008, 33(16): 1795-1797.
- [115] Crosignani B, Daino B, di Porto P. Light scattering by a rotating disk [J]. Journal of Applied Physics, 1971, 42(1): 399-403.
- [116] Nagata K I, Umebara T. Spatial correlation of gaussian beam in moving ground glass[J]. Japanese Journal of Applied Physics, 1973, 12(5): 694-705.
- [117] Shirai T, Wolf E. Transformation of coherence and of the spectrum of light by a moving diffuser [J]. Journal of Modern Optics, 2001, 48(4): 717-727.
- [118] Zhao C L, Wang F, Dong Y, et al. Effect of spatial coherence on determining the topological charge of a vortex beam [J]. Applied Physics Letters, 2012, 101(26): 261104.
- [119] Carter W H, Bertolotti M. An analysis of the far-field coherence and radiant intensity of light scattered from liquid crystals [J]. Journal of the Optical Society of America, 1978, 68(3): 329-333.
- [120] García E H, Ostrovsky A S. Modulation of spatial coherence of optical field by means of liquid crystal light modulator[J]. Revista Mexicana De Fisica,

- 2005, 51(5): 442-446.
- [121] Wang J, Huang H K, Chen Y K, *et al*. Twisted partially coherent array sources and their transmission in anisotropic turbulence [J]. Optics Express, 2018, 26(20): 25974-25988.
- [122] Mercer J. Functions of positive and negative type, and their connection with the theory of integral equations [J]. Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 1909, 209: 415-446.
- [123] Chen X, Li J, Rafsanjani S M H, *et al*. Synthesis of Im-Bessel correlated beams via coherent modes [J]. Optics Letters, 2018, 43(15): 3590-3593.
- [124] Ostrovsky A S, García-García J, Rickenstorff-Parrao C, *et al*. Partially coherent diffraction-free vortex beams with a Bessel-mode structure[J]. Optics Letters, 2017, 42(24): 5182-5185.
- [125] Perez-Garcia B, Yepiz A, Hernandez-Aranda R I, *et al*. Digital generation of partially coherent vortex beams[J]. Optics Letters, 2016, 41(15): 3471-3474.
- [126] Zernike F. The concept of degree of coherence and its application to optical problems [J]. Physica, 1938, 5(8): 785-795.
- [127] Chen Y H, Cai Y. Laser coherence modulation and its applications[J]. Acta Optica Sinica, 2016, 36(10): 1026002.
陈亚红, 蔡阳健. 激光相干性调控及应用[J]. 光学学报, 2016, 36(10): 1026002.
- [128] Wang F, Cai Y J, He S L. Experimental observation of coincidence fractional Fourier transform with a partially coherent beam[J]. Optics Express, 2006, 14(16): 6999-7004.
- [129] Chen Y H, Wang F, Liu L, *et al*. Generation and propagation of a partially coherent vector beam with special correlation functions[J]. Physical Review A, 2014, 89(1): 013801.
- [130] Liang C H, Wang F, Liu X L, *et al*. Experimental generation of cosine-Gaussian-correlated Schell-model beams with rectangular symmetry[J]. Optics Letters, 2014, 39(4): 769-772.
- [131] Chen Y H, Gu J X, Wang F, *et al*. Self-splitting properties of a Hermite-Gaussian correlated Schell-model beam[J]. Physical Review A, 2015, 91: 013823.
- [132] Liu X L, Wu T F, Liu L, *et al*. Experimental determination of the azimuthal and radial mode orders of a partially coherent LG_p beam (Invited)[J]. Chinese Optics Letters, 2017, 15(3): 030002.
- [133] Wang F, Liu X L, Yuan Y S, *et al*. Experimental generation of partially coherent beams with different complex degrees of coherence[J]. Optics Letters, 2013, 38(11): 1814-1816.
- [134] Escalante A Y, Perez-Garcia B, Hernandez-Aranda R I, *et al*. Determination of angular momentum content in partially coherent beams through cross correlation measurements[J]. Proceedings of SPIE, 2013, 8843: 884302.
- [135] Liu X L, Wang F, Liu L, *et al*. Complex degree of coherence measurement for classical statistical fields [J]. Optics Letters, 2017, 42(1): 77-80.
- [136] Guo M J, Zeng J, Li J H. Generation and interference of vortex beam based on spiral phase plate[J]. Laser & Optoelectronics Progress, 2016, 53(9): 092602.
郭苗军, 曾军, 李晋红. 基于螺旋相位板的涡旋光束的产生与干涉[J]. 激光与光电子学进展, 2016, 53(9): 092602.
- [137] Hickmann J M, Fonseca E J S, Soares W C, *et al*. Unveiling a truncated optical lattice associated with a triangular aperture using light's orbital angular momentum[J]. Physical Review Letters, 2010, 105(5): 053904.
- [138] Guo C S, Yue S J, Wei G X. Measuring the orbital angular momentum of optical vortices using a multipinhole plate[J]. Applied Physics Letters, 2009, 94(23): 231104.
- [139] Zhou J, Zhang W H, Chen L X. Experimental detection of high-order or fractional orbital angular momentum of light based on a robust mode converter[J]. Applied Physics Letters, 2016, 108(11): 111108.
- [140] Liu R F, Wang F R, Chen D X, *et al*. Measuring mode indices of a partially coherent vortex beam with Hanbury Brown and Twiss type experiment[J]. Applied Physics Letters, 2016, 108(5): 051107.
- [141] Yang Y J, Dong Y, Zhao C L, *et al*. Autocorrelation properties of fully coherent beam with and without orbital angular momentum[J]. Optics Express, 2014, 22(3): 2925-2932.
- [142] Dixit S N, Thomas I M, Woods B W, *et al*. Random phase plates for beam smoothing on the Nova laser [J]. Applied Optics, 1993, 32(14): 2543-2554.
- [143] Deng X M, Liang X C, Chen Z Z, *et al*. Uniform illumination of large targets using a lens array[J]. Applied Optics, 1986, 25(3): 377-381.
- [144] Gahagan K T, Swartzlander G A. Optical vortex trapping of particles[J]. Optics Letters, 1996, 21(11): 827-829.

- [145] Dong Y M, Wang F, Zhao C L, *et al.* Effect of spatial coherence on propagation, tight focusing, and radiation forces of an azimuthally polarized beam [J]. *Physical Review A*, 2012, 86: 013840.
- [146] Gahagan K T, Swartzlander G A. Trapping of low-index microparticles in an optical vortex[J]. *Journal of the Optical Society of America B*, 1998, 15(2): 524-534.
- [147] Sato S, Harada Y, Waseda Y. Optical trapping of microscopic metal particles[J]. *Optics Letters*, 1994, 19(22): 1807-1809.
- [148] Simpson N B, McGloin D, Dholakia K, *et al.* Optical tweezers with increased axial trapping efficiency[J]. *Journal of Modern Optics*, 1998, 45(9): 1943-1949.
- [149] Wang S J, Baykal Y, Plonus M A. Receiver-aperture averaging effects for the intensity fluctuation of a beam wave in the turbulent atmosphere [J]. *Journal of the Optical Society of America*, 1983, 73(6): 831-837.
- [150] Banakh V A, Buldakov V M, Mironov V L. Thermal self-interaction of a partially coherent laser beam in a turbulent atmosphere[J]. *Soviet Journal of Quantum Electronics*, 1986, 16(6): 800-803.
- [151] Berman G P, Bishop A R, Chernobrod B M, *et al.* Suppression of intensity fluctuations in free space high-speed optical communication based on spectral encoding of a partially coherent beam[J]. *Optics Communications*, 2007, 280(2): 264-270.
- [152] Wang F, Yu J Y, Liu X L, *et al.* Research progress of partially coherent beam propagation in turbulent atmosphere [J]. *Acta Physica Sinica*, 2018, 67(18): 184203.
王飞, 余佳益, 刘显龙, 等. 部分相干光束经过湍流大气传输研究进展 [J]. 物理学报, 2018, 67(18): 184203.
- [153] Baykal Y, Eyyuboglu H T, Cai Y J. Scintillations of partially coherent multiple Gaussian beams in turbulence [J]. *Applied Optics*, 2009, 48(10): 1943-1954.
- [154] Yousefi M, Golmohammady S, Mashal A, *et al.* Analyzing the propagation behavior of scintillation index and bit error rate of a partially coherent flat-topped laser beam in oceanic turbulence[J]. *Journal of the Optical Society of America A*, 2015, 32(11): 1982-1992.
- [155] Yuan Y S, Liu X L, Wang F, *et al.* Scintillation index of a multi-Gaussian Schell-model beam in turbulent atmosphere[J]. *Optics Communications*, 2013, 305: 57-65.
- [156] Korotkova O. Scintillation index of a stochastic electromagnetic beam propagating in random media [J]. *Optics Communications*, 2008, 281(9): 2342-2348.
- [157] Wang F, Liu X L, Liu L, *et al.* Experimental study of the scintillation index of a radially polarized beam with controllable spatial coherence[J]. *Applied Physics Letters*, 2013, 103(9): 091102.
- [158] Wang F, Cai Y J, Eyyuboglu H T, *et al.* Twist phase-induced reduction in scintillation of a partially coherent beam in turbulent atmosphere[J]. *Optics Letters*, 2012, 37(2): 184-186.
- [159] Pittman T B, Shih Y H, Strekalov D V, *et al.* Optical imaging by means of two-photon quantum entanglement[J]. *Physical Review A*, 1995, 52(5): R3429-R3432.
- [160] Barbosa G A. Quantum images in double-slit experiments with spontaneous down-conversion light [J]. *Physical Review A*, 1996, 54(5): 4473-4478.
- [161] Gatti A, Brambilla E, Lugiato L A, *et al.* Quantum entangled images [J]. *Physical Review Letters*, 1999, 83(9): 1763-1766.
- [162] Saleh B E A, Abouraddy A F, Sergienko A V, *et al.* Duality between partial coherence and partial entanglement[J]. *Physical Review A*, 2000, 62(4): 043816.
- [163] Abouraddy A F, Saleh B E A, Sergienko A V, *et al.* Role of entanglement in two-photon imaging[J]. *Physical Review Letters*, 2001, 87(12): 123602.
- [164] Abouraddy A F, Saleh B E A, Sergienko A V, *et al.* Quantum holography [J]. *Optics Express*, 2001, 9(10): 498-505.
- [165] Gatti A, Brambilla E, Lugiato L A. Entangled imaging and wave-particle duality: from the microscopic to the macroscopic realm [J]. *Physical Review Letters*, 2003, 90(13): 133603.
- [166] Valencia A, Scarcelli G, D'angelo M, *et al.* Two-photon imaging with thermal light[J]. *Physical Review Letters*, 2005, 94(6): 063601.