・特邀综述・

新型矢量光场调控:简介、进展与应用

潘岳^{1,3},丁剑平²,王慧田^{1,2}*

¹南开大学物理科学学院,弱光非线性光子学教育部重点实验室,天津 300071; ²南京大学固体微结构物理国家重点实验室,人工微结构科学与技术协同创新中心,江苏南京 210093; ³曲阜师范大学物理工程学院,山东省激光偏光与信息技术重点实验室,山东 曲阜 273165

摘要 作为光的一个基本属性,偏振态提供的自由度对光场调控具有重要作用。具有空间结构偏振态分布的矢量 光场因其具有不同于传统标量光场的独特性质而被应用于诸多领域,但矢量光场的早期研究主要集中于柱对称的 局域线偏振矢量光场。近年来,偏振态分布更加丰富的新型矢量光场逐渐得到关注,这些新型矢量光场的出现丰 富了矢量光场的种类并提供了新的调控自由度,被应用于焦场调控、光学微加工、光学微操纵和光信息传输等领 域。综述了近年来出现的新型矢量光场,包括柱坐标系中的杂化偏振矢量光场、庞加莱球相关的矢量光场、阵列矢 量光场、多奇点矢量光场和其他非柱对称的矢量光场,介绍了其进展、设计方案、实验生成、性质和相关应用。 关键词 物理光学;偏振态;矢量光场;光场调控;庞加莱球;奇点

中图分类号 O436 **文献标识码** A

doi: 10.3788/AOS201939.0126001

Manipulation on Novel Vector Optical Fields: Introduction, Advances and Applications

Pan Yue^{1,3}, Ding Jianping², Wang Huitian^{1,2*}

 1 Key Laboratory of Weak Light Nonlinear Photonics, Ministry of Education, School of Physics,

Nankai University, Tianjin 300071, China;

² Collaborative Innovation Center of Advanced Microstructures, National Laboratory of Solid State Microstructures, Nanjing University, Nanjing, Jiangsu 210093, China;

³ Shandong Provincial Key Laboratory of Laser Polarization and Information Technology, School of Physics and Physical Engineering, Qufu Normal University, Qufu, Shandong 273165, China

Abstract Polarization, as an intrinsic nature of light, is certainly of great importance to serve as a degree of freedom for manipulating light. The vector optical fields with inhomogeneous polarization distribution have been applied in many areas due to the unique feature with respect to the traditional scalar optical fields. However, the early study of vector optical fields mainly focused on the local linearly polarized vector optical fields with cylindrical symmetry. In recent years, novel vector optical fields with various polarization distributions have attracted significant interest. These new vector optical fields have not only enriched the family of the vector optical fields, but also provided new degrees of manipulation freedom. As a result, these new vector optical fields have been applied in realms such as manipulation of focal fields, optical micro-machining, optical micro-manipulation, and optical information transmission. In this paper, we present an overview of the recently appearing new kinds of vector optical fields, including hybridly polarized vector optical fields in cylindrical coordinates, vector optical fields associated with Poincaré sphere, array vector optical fields, vector optical fields with multiple polarization singularities, and other vector optical fields without cylindrical symmetry. The advances, design scheme, experimental generation, properties and related applications of these vector optical fields have been presented.

Key words physical optics; polarization; vector optical field; manipulation on optical field; Poincaré sphere; singularity

OCIS codes 260.5430; 260.6042

收稿日期: 2018-08-21; 修回日期: 2018-09-11; 录用日期: 2018-09-25

基金项目:国家自然科学基金(11534006,11774183)、国家重点研发计划(2017YFA0303800,2017YFA0303700)

^{*} E-mail: htwang@nju.edu.cn

1引言

随着科学研究的深入和科学技术的发展,激光 已经被广泛应用于国防、工业和医疗等领域,因此灵 活地调控激光以获得更加丰富的光场成为非常紧迫 的需求。作为光的基本属性,偏振态提供的自由度 对光场调控具有重要作用。光的偏振态可以用具有 方向的矢量来表示,因此同一时刻在同一波阵面上 的不同位置具有不同偏振态的光场被称为矢量光 场,与之对应的波面上不同位置具有同样偏振态的 光场被称为标量光场。1961年,Snitzer^[1]从理论上 提出了矢量光场的基本概念。1972年,两个不同的 研究组生成了两种最为经典的矢量光场:径向偏振 矢量光场(简称径向场)和旋向偏振矢量光场(简称 旋向场)^[2-3]。这两种典型矢量光场在波面上不同位 置的偏振态都是线偏振,而且偏振方向分别沿径向 和旋向。柱对称的局域线偏振矢量光场是在柱坐标 系中构造的、偏振态分布仅包含线偏振的矢量光场, 而径向场和旋向场是其中的两个典型特例。早期矢 量光场的研究进展缓慢,相关研究主要集中在简单 矢量光场的实验生成[2-9]以及矢量光场的部分基础 理论[10-13]。这期间矢量光场的重要性并没有引起足 够多的关注,相关应用也没有得到充分挖掘。直到 2000年,Youngworth等^[14]研究了径向场和旋向场 的紧聚焦性质,他们根据 Richards 和 Wolf^[15]提出 的矢量衍射理论进行计算,发现径向场紧聚焦可以 得到强纵向电场,而旋向场紧聚焦可以得到强纵向 磁场。这项研究首次发掘了矢量光场在紧聚焦领域 的优良性质,使得矢量光场的研究热度迅速升高。 此后,研究者进一步研究了柱对称的局域线偏振矢 量光场在紧聚焦方面的性质,研究成果包括远场的 光学超衍射极限[4,16-17]、具有极长焦深的纵向场[18]、 光学牢笼[19-20]和光学锁链[21]等。相比于传统的标 量光场,柱对称的局域线偏振矢量光场在包括紧聚 焦在内的各个领域都被开发出了诸多应用,包括量 子信息[22]、粒子加速[23]、单分子成像[24]、非线性光 学[25]、光学微加工[26-27]以及光镊和光学微操纵[28-29] 等领域的应用。

近年来,随着矢量光场的深入研究和广泛应用, 研究者的目光不再局限于柱对称的局域线偏振矢量 光场。首先被打破的是局域线偏振态分布,研究者 在柱坐标系中得到了包含线偏振、圆偏振和椭圆偏 振的杂化偏振矢量光场^[30-31]。庞加莱球作为偏振态 的常用表征方式,也被充分应用于新型矢量光场的 设计,研究者得到了全庞加莱矢量光场^[32-33],高阶庞 加莱球^[34]、杂化阶庞加莱球^[35]和广义庞加莱球^[36] 上的矢量光场。当单个矢量光场得到了充分研究 后,多个矢量光场按照一定规律排列得到的阵列矢 量光场在焦场调控等领域获得了关注^[37-40]。传统的 矢量光场往往只在中心位置有一个偏振奇点,随着 奇点研究的深入,研究者设计、生成并研究了具有不 同数量和位置的多个奇点的矢量光场^[41-43]。另外, 坐标系中的非柱对称矢量光场^[41-43]。另外, 坐标系中的非柱对称矢量光场^[41-43]。另外, 坐标系中的非柱对称矢量光场^[41-43]。另外, 坐标系中的非柱对称矢量光场^[41-43]。另外, 坐标系中的非柱对称矢量光场^[41-43]。另外, 全量光场^[48-49]和其他复杂偏振的矢量光场被应用于焦 场调控^[31,39,43-51]、光学微加工^[37-38,47]、光学微操 纵^[40]、光学存储^[44,46,50]和光信息传输^[40]等领域,为 矢量光场的设计提供了新的调控自由度,为光场调 控领域注入了新的活力。

2 柱坐标系中的杂化偏振矢量光场

传统的局域线偏振矢量光场的波面上只有不同 方向的线偏振态,而线偏振态只是偏振态的一种特 殊情况,更为普遍的椭圆偏振态和特殊的圆偏振态 并未在这种矢量光场的设计和应用中体现其作用。 为了打破局域线偏振分布的限制,研究者在柱坐标 系中设计并生成了一种包含多种偏振态的杂化偏振 矢量光场。

2.1 旋向变化的杂化偏振矢量光场

庞加莱球是表示偏振态的常用工具,庞加莱球 上一点(2φ, 2α)处(2α 为纬度值,2φ 为经度值)的 偏振态矢量 **P** 可以表示为

$$\boldsymbol{P} = \sin\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) \exp(-i\phi) \boldsymbol{\hat{e}}_{r} + \cos\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) \exp(i\phi) \boldsymbol{\hat{e}}_{1}, \qquad (1)$$

式中: $\{\hat{e}_r, \hat{e}_1\}$ 为左右旋圆偏振基矢,满足 $\hat{e}_r = (\hat{e}_x + i\hat{e}_y)/\sqrt{2}$ 和 $\hat{e}_1 = (\hat{e}_x - i\hat{e}_y)/\sqrt{2}$ 。庞加莱球及其偏振态分布如图 1 所示,其中 S_1 、 S_2 、 S_3 为斯托克斯参量;纬度值 2 α 代表南北极左右旋圆偏振基矢合成时的振幅比例,控制偏振态的椭偏率和手性;经度值 2 ϕ 代表左右旋圆偏振基矢的相位差,控制偏振态的长轴取向。因此,沿着同一条经线上的点代表椭偏率和手性变化的偏振态,而沿同一条纬线上的点是长轴取向变化的偏振态。

当光场波面上不同位置的 2α 或 2¢ 不同时, (1)式可以用来表示偏振态空间变化的矢量光场。 当2α=0时,矢量光场的偏振态沿庞加莱球的赤道 光 学 岁 报



图 1 (a) 庞加莱球及(b) 球上的偏振态分布^[30]

Fig. 1 (a) Poincaré sphere and (b) the distribution of polarization on the sphere^[30]

变化,这时矢量光场不同位置的偏振态都是线偏振态,所得到的矢量光场即为局域线偏振的矢量光场。 此时矢量光场在极坐标系(r, q)中的表达式为

$$\boldsymbol{E}(r,\varphi) = \cos[\phi(r,\varphi)] \boldsymbol{\hat{e}}_{x} + \sin[\phi(r,\varphi)] \boldsymbol{\hat{e}}_{y}$$
(2)

当偏振态的长轴取向 $\phi = m\varphi + \varphi_0$ (*m* 为拓扑荷, φ_0 为初始相位)时^[52],得到的就是经典的旋向变化的 柱对称局域线偏振矢量光场,其偏振态沿着庞加莱 球的纬线(赤道)变化。若将(1)式中控制偏振态长 轴取向的参数 ϕ 设定为常数,而控制偏振态椭偏率 和手性的参数 α 随空间变化,就可以得到杂化偏振 矢量光场。

2010年,Wang 等^[30]首次提出了一种偏振态沿 庞加莱球经线变化的杂化偏振矢量光场,这种矢量 光场在波面上同时存在线偏振、圆偏振和椭圆偏振 等多种偏振态,因此被称为杂化偏振矢量光场。图 2(a)所示为偏振态长轴取向为*x*和*y*两个方向的 杂化偏振矢量光场,图 2(b)所示为局域线偏振的径 向偏振矢量光场。两种矢量光场的偏振态分别沿庞 加莱球的经线(本初子午线)和赤道变化,其数学表 达式分别为

$$\begin{cases} E = \cos \varphi \hat{\boldsymbol{e}}_{x} + \operatorname{isin} \varphi \hat{\boldsymbol{e}}_{y} \\ E = \cos \varphi \hat{\boldsymbol{e}}_{x} + \sin \varphi \hat{\boldsymbol{e}}_{y} \end{cases}$$
(3)

图 3 所示为上述两种矢量光场的实验结果图。 可以看出,当不加检偏器时,两种矢量光场的强度分 布没有任何差别。当加入检偏器后,对于杂化偏振 矢量光场,在水平和竖直放置的检偏器后出现消光, 且消光的方向与检偏器方向垂直,这种消光情况与 径向偏振矢量光场的相同。对于 π/4 和 3π/4 放置 检偏器的情况,杂化偏振矢量光场不出现消光现象, 仅强度减为原来的一半,这是因为杂化偏振矢量光



图 2 杂化偏振矢量光场与径向偏振矢量光场的对比^[30]。 (a)杂化偏振矢量光场;(b)径向偏振矢量光场

Fig. 2 Comparison of hybridly polarized and radially polarized vector optical fields^[30]. (a) Hybridly polarized vector optical field; (b) radially polarized vector optical field

场的空间各点在这两个特殊方向的投影分量是相同 的。对于径向偏振矢量光场,经过这两个方向放置 的检偏器后仍出现消光现象,且消光方向与检偏器 方向垂直。

2010年,Lerman等^[31]利用 1/4 波片将径向偏 振矢量光场转化为旋向变化的杂化偏振矢量光场, 这种矢量光场的偏振态和强度分布如图 4 所示。他 们研究了紧聚焦场以及紧聚焦场的能量密度分布, 结果表明,其紧聚焦场的偏振态分布具有三维取向 和空间变化的椭偏率,这种偏振分布可以应用于微 粒取向分析、显微成像以及原子分析系统中。

强激光在光学介质中传播可产生成丝(MF)效 应^[53-54],当脉冲功率远大于自聚焦阈值功率时,MF 效应可以产生光丝,但其在空间中的分布杂乱无章, 且光丝的数量无法准确预测。同时,光丝相位的随 机性将使得光丝之间无法形成稳定的相互作用,这 给成丝效应的研究和应用带来巨大的挑战。2012 年,Li 等^[55]提出了利用旋向变化的杂化偏振矢量光



图 3 杂化偏振矢量光场和径向偏振矢量光场的强度分布[30]

Fig. 3 Intensity distribution of hybridly polarized vector optical field and radially polarized vector optical field^[30]



图 4 利用光轴取向为 45°和 0°的 1/4 波片得到的旋向变化杂化偏振矢量光场^[31]。(a)(b)偏振态分布;(c)(d)强度分布 Fig. 4 Distributions of (a)(b) polarization and (c)(d) intensity pattern of the azimuthally varying hybridly polarized vector optical fields with 45° and 0° quarter wave plate, respectively^[31]

场实现稳定可控的 MF 效应的理论。非线性折射率 改变不仅与光场强度有关,还与光场局域偏振态相 关,线偏振态光场引起的非线性折射率改变最大,圆 偏振态光场引起的非线性折射率改变最小。对于旋 向变化的杂化偏振矢量光场,旋向局域偏振态分布 是方位角的函数,局域偏振态存在线偏振态分析圆 偏振态→圆偏振态→椭圆偏振态→线偏振态的周期 性变化。当其在非线性介质中传播时,引起的非线性 折射率改变具有周期性空间调制。通过调控光场偏 振态的空间结构,可诱导产生空间对称性的可控破 缺,进而产生可控的 MF 效应。图 5 所示为旋向变化 的杂化偏振矢量光场成丝的数值模拟,拓扑荷分别为 m=1和m=2,初始相位分别为 $\phi_0=0,\pi/4$ 和 $\phi_0=$

0,π/8,光场携带有随机噪声。通过数值模拟和实验 研究发现,入射光场尽管具有轴对称强度分布,在非 线性传播过程中仍将产生自发的空间对称破缺,对于 拓扑荷为 *m* 的旋向变化杂化偏振矢量光场,可诱导 产生 4|*m*|个光丝,光丝位于入射光场线偏振态的位 置,且光丝的空间分布满足 *C*₄ 旋转对称性。

杂化偏振矢量光场的波面上同时具有线偏振态、椭圆偏振态和圆偏振态,其偏振态的长轴取向和 椭偏率都随空间变化。2017年,Gao等^[56]提出了椭 偏率空间变化的矢量光场,其波面上偏振态的椭偏 率随空间变化而长轴取向不变。这类矢量光场的偏 振态与强度分布如图 6 所示,其中 n 为偏振态径向 变化的拓扑荷数,四列分别代表椭偏率沿旋向变化、 径向变化和径向旋向同时变化的三种情况。可以看出,光场总强度是均匀分布的,不存在偏振奇点,这 与传统的柱对称矢量光场不同。除此之外,这种新 型光场的 x 分量的强度分布不会出现完全消光,导 致 *x* 分量强度分布的对比度小于 1。Gao 等^[56]还 研究了这类光场紧聚焦场的能流分布,发现其能流 可以操纵吸收型粒子沿不同的轨迹运动或运输到特 定的位置。



图 5 旋向变化的杂化偏振矢量光场成丝的数值模拟[55]



Fig. 5 Simulated collapsing patterns of the azimuthally varying hybridly polarized vector optical fields^[55]

图 6 椭偏率空间变化的矢量光场的强度和偏振态分布[56]



有大量关于柱坐标系中旋向变化的杂化偏振矢 量光场的研究。Xu等^[57]用一对正交的椭圆偏振基 矢生成旋向变化的杂化偏振矢量光场,并研究了旋 向变化的杂化偏振矢量光场通过各向同性的 Kerr 介质后的偏振态演化^[58];Chen等^[59]研究了高度非 傍轴条件下旋向变化的杂化偏振矢量光场的近场中 自旋轨道相互转化以及携带涡旋相位的杂化偏振矢 量光场的传播特性^[60]和成丝特性^[61];Hu等^[62]理论 模拟了旋向变化的杂化偏振矢量光场的紧聚焦特 性。另外一些杂化偏振矢量光场的相关研究^[63-66], 这里不一一罗列。

2.2 径向变化的杂化偏振矢量光场

光学轨道角动量(OAM)于 1992 年由 Allen

等^[67]提出,它是一种由旋向梯度变化的相位导致的 角动量,携带 OAM 的光场是涡旋光场。涡旋光场 携带的 OAM 是一个新的光学自由度,引起了研究 者们极大的兴趣^[68-69]。2010年,Wang 等^[70]提出了 一种偏振态沿径向变化的杂化偏振矢量光场导致的 新型 OAM。这种在柱坐标系中构造的径向变化的 杂化偏振矢量光场的表达式为

$$\boldsymbol{E} = \cos(2n\pi r/r_0 + \alpha_0)\boldsymbol{\hat{e}}_x +$$

$$isin(2n\pi r/r_0 + \alpha_0)\hat{\boldsymbol{e}}_y, \qquad (4)$$

式中:n 为偏振态径向变化的拓扑荷数;r 为径向坐标;r₀ 为光场的半径;常数α₀ 为控制光场偏振整体变化的参数。这种径向变化的杂化偏振矢量光场的



图 7 径向变化的杂化偏振矢量光场的偏振态分布 示意图、强度和斯托克斯参量实验结果^[70]

Fig. 7 Simulated distribution of polarization, measured intensity patterns and Stokes parameters of radially variant vector optical field with hybrid state of polarization^[70]

偏振态和斯托克斯参量如图 7 所示,前两列是杂化 偏振矢量光场,第三列是作为对比的局域线偏振矢 量光场。

这种径向变化的杂化偏振矢量光场导致的 OAM可以在其焦面上驱动微粒作圆周运动,如图 8 所示。可以看出,随着时间的流逝,7 个直径为 3.2 µm的聚苯乙烯小球在焦环上作近似匀速的圆周 运动,运动周期约为8.4 s,说明聚焦环为粒子提供了 光力矩,这种力矩由偏振旋度所致的 OAM 产生。当 拓扑荷由正变负时,微粒的运动方向也变为相反方向 (顺时针变为逆时针),说明 OAM 也变为反向。通过 光学微操纵实验证实,偏振态沿径向变化的杂化偏振 矢量光场携带有一种新型的 OAM^[71-72]。

2012年,Hu 等^[73]在理论上模拟了径向变化的 杂化偏振矢量光场的紧聚焦特性和自旋-OAM转 化;2014年,Gu 等^[63]研究了径向变化的杂化偏振 矢量光场在聚焦过程中的偏振演化特征;2016年, Li 等^[74]基于电磁波的角谱理论分析了径向变化的 杂化偏振矢量光场的远场特性。与偏振态沿旋向变 化的情况相比,偏振态沿径向变化的杂化偏振矢量 光场的相关研究较少,但凭借其角动量和传播特性 仍具有一定的研究潜力。

3 庞加莱球与新型矢量光场

庞加莱球是表征偏振态的常用物理模型,用来 描述光的偏振态时非常直观、形象,但庞加莱球上的 每个点表示的是单一偏振态。因此,庞加莱球只能 直接描述具有均匀偏振态的标量光场,而不适合描 述具有非均匀偏振态分布的矢量光场。然而,研究 者在新型矢量光场的研究过程中越来越依赖庞加莱 球的作用,下面介绍一些与庞加莱球直接相关的新 型矢量光场。

3.1 全庞加莱球场

2010年,Beckley等^[32]将偏振正交的基模高斯 光和拉盖尔高斯光同轴叠加得到了一种全庞加莱球 矢量光场,其波面上含有庞加莱球上的全部偏振态, 如图 9 所示,其中 w 为光场的束腰半径。三种全庞 加莱球矢量光场的正交基矢分别为右旋圆偏基模高



图 8 径向变化的杂化偏振矢量光场聚焦后被用于驱动微粒运动[70]

Fig. 8 Snapshots of the motion of trapped particles around the ring focus generated by radially variant vector optical fields with hybrid state of polarization^[70]







斯光和左旋圆偏一阶拉盖尔高斯光、左旋圆偏基模 高斯光和右旋圆偏一阶拉盖尔高斯光、水平线偏基 模高斯光和竖直线偏一阶拉盖尔高斯光。当正交基 矢的偏振态为右旋和左旋圆偏振态时,光场波面上 偏振态沿旋向变化对应庞加莱球上的纬线,而光场 波面上偏振态沿径向变化对应庞加莱球上的经线。

2016年,Ling 等^[75]构建了一个由杂化庞加莱 球表示的全庞加莱球矢量光场,该杂化庞加莱球的 两个基矢是一对含相反手性圆偏振态的基模高斯光 和高阶拉盖尔高斯光。图 10 所示为拓扑荷 *m* = 2 的杂化庞加莱球上对应的 6 种全庞加莱球矢量光 场。当拓扑荷 *m* = 0 时,这种杂化庞加莱球退化为 普通的庞加莱球。

2015年,Wei等^[76]设计并通过实验生成了不同 阶数的全庞加莱球矢量光场,介绍了确定其阶数的 实验方法;理论分析和实验结果均表明,相比于同样 条件下的高斯光场和拉盖尔高斯光场,全庞加莱球 矢量光场通过湍流时受湍流的影响较小。因此,全 庞加莱球矢量光场在自由空间光通信领域具有重要 的应用价值。



2018年,Zhang等^[77]将全庞加莱球矢量光场应

图 10 杂化庞加莱球^[75] Fig. 10 Hybrid Poincaré sphere^[75]

用于二次谐波的产生,探讨了全庞加莱球矢量光场 与非线性介质的相互作用。实验中将全庞加莱球矢 量光场作为基频光,基频光入射到磷酸钛氧钾 (KTP)晶体中进行二类相位匹配,产生的二次谐波 具有与入射基频光相同的偏振拓扑结构,如图 11 所 示。因此,根据二类相位匹配产生的二次谐波可以 得出入射全庞加莱球矢量光场的拓扑结构。

3.2 高阶庞加莱球上的矢量光场

庞加莱球上的每个点可以用来描述一个标量光 场,那么是否可以构造一个新的球模型,其球上的每 个点描述一个矢量光场呢? 2011 年,Milione 等^[34] 类比庞加莱球提出了高阶庞加莱球来描述矢量光场 的偏振态。高阶庞加莱球南北极上的两个基矢是左 右旋圆偏振涡旋光,可以表示为

$$\begin{cases} \mid R_{m} \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \exp(-im\varphi) \left(\hat{\boldsymbol{e}}_{x} + i\hat{\boldsymbol{e}}_{y} \right) \\ \mid L_{m} \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \exp(+im\varphi) \left(\hat{\boldsymbol{e}}_{x} - i\hat{\boldsymbol{e}}_{y} \right) \end{cases}$$
(5)

由这两个基矢合成的高阶庞加莱球上的矢量光场可 以表示为

$$| \psi_{m} \rangle = \psi_{\mathrm{R}}^{m} | R_{m} \rangle + \psi_{\mathrm{L}}^{m} | L_{m} \rangle, \qquad (6)$$

式中: ϕ_{R}^{m} 和 ϕ_{L}^{m} 分别为两个基矢的复振幅。类比于 斯托克斯参量,定义高阶斯托克斯参量为

 $\begin{cases} S_{0}^{m} = |\langle R_{m} | \psi \rangle|^{2} + |\langle L_{m} | \psi \rangle|^{2} = |\psi_{R}^{m}|^{2} + |\psi_{L}^{m}|^{2} \\ S_{1}^{m} = 2 \operatorname{Re}\langle R_{m} | \psi \rangle \langle L_{m} | \psi \rangle = 2 |\psi_{R}^{m} | |\psi_{L}^{m} | \cos \varphi' \\ S_{2}^{m} = 2 \operatorname{Im}\langle R_{m} | \psi \rangle \langle L_{m} | \psi \rangle = 2 |\psi_{R}^{m} | |\psi_{L}^{m} | \sin \varphi' \\ S_{3}^{m} = |\langle R_{m} | \psi \rangle|^{2} - |\langle L_{m} | \psi \rangle|^{2} = |\psi_{R}^{m}|^{2} - |\psi_{L}^{m}|^{2} \end{cases}$ (7)

式中: $\varphi' = \arg(\varphi_{\mathbb{R}}^{m}) - \arg(\varphi_{\mathbb{L}}^{m})$ 为两个基矢复振幅的 相位差。高阶斯托克斯参量 S_{0}^{m} 表示光场的总强 度,当 $S_{0}^{m} < 1$ 时,对应的是部分偏振涡旋矢量光场。 S_{3}^{m} 类似于 S_{3} ,表征涡旋矢量光场全局的椭偏率, S_{1}^{m} 和 S_{2}^{m} 分别表征左右旋圆偏振涡旋基矢之间的



图 11 全庞加莱球矢量光场产生二次谐波^[77]。(a)基频全庞加莱球矢量光场的强度和偏振态分布; (b)二次谐波理论强度分布;(c)实验产生的二次谐波的强度分布

Fig. 11 Second harmonic generation with full Poincaré sphere beams^[77]. (a) Intensity and polarization distributions of fundamental full Poincaré sphere beams; (b) numerical simulations of the intensity patterns of the second harmonic light field; (c) experimental results for the intensity patterns of the second harmonic light field

相位差。使用高阶斯托克斯参量构造的高阶庞加莱 球如图 12 所示。高阶庞加莱球的南北极代表拓扑 荷为±1 的左右旋圆偏振涡旋光,赤道对应局域线 偏振的矢量光场,介于赤道和两极之间是椭偏率不 变、长轴取向空间变化的具有均匀椭偏率的矢量光 场^[78]。可以看出,S^m2</sup> 轴与球体交点表示最常见的 径向偏振矢量场,旋向偏振矢量场位于径向场表征 点的球对称位置,未在图 12 中标出。从图 12 还可 以看出,高阶庞加莱球上任意一对中心对称点所代 表的两种矢量场必然处处正交。2012 年,Milione 等^[79]基于高阶庞加莱球从理论和实验角度提出了 高阶 Pancharatnam-Berry(PB)相位,这种高阶 PB 相位与光学角动量成正比,且与涡旋电磁场的旋转 对称性有直接的联系,可以应用于量子信息科学和 其他物理系统中。

2014年,Liu 等^[80]基于各向异性的双折射超表 面生成了高阶庞加莱球上的矢量光场。在实验生成 矢量光场时,液晶的损伤阈值低,而超表面可以根据 工作波长选择合适的材料作为基片,能大幅增大光 场的透过率和材料的损伤阈值。利用超表面生成的 8种高阶庞加莱球上的矢量光场如图 13 所示,这 8 种矢量光场分布于高阶庞加莱球的赤道和经度为 45°的经线上,可以看出实验结果与理论模拟吻合。

2016年,Naidoo 等^[81]提出利用波片和 q-plate 将自旋角动量和 OAM 耦合到激光谐振腔中,可通 过调控波片与 q-plate 之间的相对角度改变循环光 的几何相位,从而产生高纯度的任意高阶庞加莱球 上的矢量光场。该研究首次提出将调控几何相位应







图 13 高阶庞加莱球上矢量光场的偏振态和强度分布[80]

Fig. 13 Polarization and intensity distributions of the vector optical fields on the higher-order Poincaré sphere^[80]

用于激光模式的选择中,为结构光场激光器的设计 提供了新的思路。

3.3 杂化阶庞加莱球和广义庞加莱球上的矢量光场

高阶庞加莱球的南北极两个基矢是左右旋圆偏 振涡旋光场,携带有相反的自旋角动量和轨道角动 量。如果两个基矢携带相反的自旋角动量和大小不 等的轨道角动量,会出现什么新的现象呢? 2015 年,Yi等^[35]提出了一种新的庞加莱球——杂化阶 庞加莱球,可以用来描述光在非均匀各向异性介质 中传播时相位和偏振态的演化。杂化阶庞加莱球的 南北极基矢是携带不等涡旋拓扑荷的左右旋圆偏振 涡旋光,其赤道上的点对应线偏振涡旋矢量光场,介 于赤道和两极之间是椭偏率不变而长轴取向变化的 均匀椭偏率涡旋矢量光场。图 14 所示为两极分别 携带拓扑荷为2和-1的左右旋圆偏振光的杂化阶 庞加莱球,图14(d)~(f)对应杂化阶庞加莱球上两 极和赤道上三个点的矢量光场,图 14(a)~(c)表示 相应光场的相位分布。Yi 等^[35]还证明了在杂化阶 庞加莱球上,Berry曲率和PB相位正比于变化的总 角动量,因此杂化阶庞加莱球上的涡旋矢量光场可 以用于描述自旋和轨道相互作用以及 PB 相位。 2017年,Liu等[82]通过实验生成了杂化阶庞加莱球 上的任意涡旋矢量光场,并在此基础上测量得到模 式转化过程中的 PB 相位^[83]。



- 图 14 杂化阶庞加莱球^[35]。(a)~(c)点 A、B、C 处光场 的相位分布;(d)~(f)对应的强度和偏振态分布
- Fig. 14 Hybrid-order Poincaré sphere^[35]. (a)-(c) Phases for optical fields at points A, B, and C, respectively; (d)-(f) corresponding intensity and polarization distributions

虽然高阶庞加莱球可以形象、直观地表征矢量 光场,但是其有两个局限性:1)它仅能表征空间椭偏 率不变而长轴取向变化的均匀椭偏率矢量光场,无 法描述空间椭偏率变化的矢量光场;2)表征均匀椭 偏率的矢量光场需要两个高阶庞加莱球,这是因为 在高阶庞加莱球中,调换南北极拓扑荷的正负号会 产生不同的矢量光场分布。为了克服高阶庞加莱球 的局限性,Ren 等^[36]提出了广义庞加莱球的概念。 广义庞加莱球的南北极为带有相反 OAM 且椭偏率 连续变化的一系列极点,即

$$\begin{cases} \mid N_{R}^{m} \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \exp(-im\varphi) \left[\exp(-iR\pi) \hat{\boldsymbol{e}}_{x} - i\exp(iR\pi) \hat{\boldsymbol{e}}_{y} \right] \\ \mid S_{R}^{m} \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \exp(+im\varphi) \left[\exp(-iR\pi) \hat{\boldsymbol{e}}_{x} + i\exp(iR\pi) \hat{\boldsymbol{e}}_{y} \right] \end{cases},$$
(8)

式中:*m* 为拓扑荷; φ 为角向坐标;*R* 决定了*x* 偏振 基矢和*y* 偏振基矢间的相位差,且满足 *R* \in [0.5, 1]。 $\langle S_{R}^{m} | N_{R}^{m} \rangle \equiv 0$,因此 $| N_{R}^{m} \rangle$ 和 $| S_{R}^{m} \rangle$ 总是一对正 交基矢。

图 15 所示为拓扑荷 m = 1 的广义庞加莱球。 当 R = 0.5 时,南北极分别是拓扑荷为-1 的右旋圆 偏振光和拓扑荷为+1 的左旋圆偏振光,这一球层 上所表征的矢量光场的偏振态都具有空间均匀的椭 偏率分布,该球层和 m = 1 情形下的高阶庞加莱球 一致;对于 R = 1 的球层,此时两个极点各自携带相 同手性的自旋角动量和轨道角动量,可以用来描述 π 矢量场,对应 m = -1 情形下的高阶庞加莱球。 可以看出,一对高阶庞加莱球能够完全包含在广义 庞加莱球内的两个球层中。此外,广义庞加莱球还 可以描述一系列高阶庞加莱球无法描述的矢量场, 例如当 R=0.75 时,两个极点变为携带相反轨道角 动量的正交线偏振光,这一壳层表征椭偏率角向变 化的矢量场,其中赤道描述拓扑荷为 m 的一系列杂 化矢量场。除了图 15 所示 R=0.5,0.75,1 时的三 个典型的壳层外,其他所有的壳层以各种椭偏率的 椭圆偏振光作为基矢,可表征更加普遍的旋向变化 矢量场,这些矢量场的椭偏率和长轴取向沿角向呈 非线性变化。广义庞加莱球含有无数个壳层,和高 阶庞加莱球相比,极大地增强了矢量场的表征能力。



图 15 广义庞加莱球^[36] Fig. 15 Generalized Poincaré sphere^[36]

基于广义庞加莱球,Pan 等^[84]提出了一种具有 任意可调 OAM 的矢量光场。传统涡旋光场所携带 的分数阶 OAM,可以看作一系列加权之后的整数 阶 OAM 的叠加态。由于不同阶 OAM 的传播性质 不同,分数阶 OAM 在传播过程中无法保持角动量 的大小不变。而分数阶 OAM 在量子纠缠和光学微 操纵领域具有重要的应用,因此需要生成一种类似 于整数阶 OAM 的分数阶 OAM,既具有可任意调 节的均匀的局域角动量和能量分布,又能稳定传播。 因此,选拓扑荷相反、强度不同且偏振正交(圆偏振 态或线偏振态)的两级光场叠加来设计和生成携带 任意 OAM 的矢量光场,其典型的光场偏振分布如 图 16 所示,其中 CP 代表圆偏振态,LP 代表线偏振态。第一行代表两级光场的强度比 T = 1 时的光场,即传统的局域线偏振和杂化偏振矢量光场,此时光场不携带 OAM;第二行代表两级光场的强度比 T=1/3,即广义庞加莱球上的矢量光场,此时的矢量光场携带任意 OAM。这种新型光子 OAM 可以 操纵微粒以任意速度进行圆周运动,具有新颖和独特的特征:1)具有光子的内禀属性;2)在一定范围内 任意连续可调且旋向均匀;3)携带任意 OAM 的光 场具有旋向均匀的强度分布,并具有传播的稳定性; 4)同一数值的 OAM 可以提供多种半径大小的焦 环;5)传统涡旋光场携带的 OAM 可以视为其特例。





2018年,Man等^[85]基于 Richards-Wolf 矢量衍 射理论计算了广义庞加莱球上矢量光场的紧聚焦行 为,发现除了偏振态的长轴取向,其椭偏率和手性也 可以应用于焦场整形。利用广义庞加莱球上的矢量 光场,可以得到多种新型紧聚焦场,如方形焦斑、多 焦点、三维光学牢笼、光镊和光学锁链等。故广义庞 加莱球上的矢量光场可以被应用于超分辨成像和光 学微操纵等领域。

4 阵列矢量光场

随着新型矢量光场研究的深入,研究者不再局限 于单个矢量光场的研究,而是将目光投向了按照一定 规则排列的多个矢量光场,即阵列矢量光场。阵列矢 量光场由于其周期性空间分布和传播过程中的相干 性等特性,往往具有新颖的性质。下面介绍入射面和 焦面上的阵列矢量光场及其动态调控情况。

4.1 阵列矢量光场

2013年,Lou 等^[37-38]提出了一种阵列矢量光 场,并将其弱聚焦场和紧聚焦场应用于光学微加工 领域。实验中,使用空间光调制器生成飞秒阵列矢 量光场,光场经单透镜聚焦后在硅片上加工复杂的 图案微孔阵列结构,通过调制光束的空间位置以及 局域场分布可以获得不同图案的微孔阵列分布,这 种矢量光场阵列能够大大提高飞秒激光微加工的效 率。在数学模型方面,借助固体物理中二维晶格和 二维点阵的概念设计阵列矢量光场,每个矢量光场 相当于一个"基元",各个矢量光场中心组成"点阵"。 图 17 所示为包含 7 个矢量光场"基元"的阵列矢量 光场及其弱聚焦情况。图 17(a)、(b)所示分别为由 径向矢量光场和旋向矢量光场作为"基元"构成的阵 列矢量光场,图 17(c)所示为径向或旋向偏振矢量 光场"基元"的弱聚焦场,图 17(d)所示为六角"点 阵"的弱聚焦场,图 17(e)所示为将阵列矢量光场的弱 聚焦场,图 17(f)所示为将阵列矢量光场的弱聚焦 场入射到硅表面进行烧蚀后的扫描电子显微镜 (SEM)图像。图 18 所示为由旋向矢量光场"基元" 构成的阵列矢量光场的实验结果和利用其紧聚焦场 进行微加工的 SEM 图像。

基于阵列矢量光场"基元"和"点阵"的设计思想,Pan等^[39]提出了一种由卷积模型构造的分形矢量光场,分形矢量光场是将矢量光场作为"基元"与分形"点阵"组合构成的阵列矢量光场。分形是一种具有自相似特性的图像、现象或者物理过程,在数学、物理、化学、生物、哲学、建筑学和经济学等诸多领域具有广泛的应用。图19所示为7种分形光场,空间变化的振幅、相位和偏振都可以与分形结合,得到分形光场。



图 17 包含 7 个矢量光场"基元"的阵列矢量光场及其弱聚焦情况^[37]。(a)(b)径向场和旋向场作为"基元"构成的阵列 矢量光场;(c)~(e)阵列矢量光场的"基元"、"点阵"和总场的弱聚焦场;(f)弱聚焦场在硅表面烧蚀的 SEM 图像

Fig. 17 Array vector optical fields with seven vector optical field bases and the weakly focused status^[37]. (a)(b) Array vector optical fields with radially and azimuthally polarized vector optical fields as bases, respectively; (c)-(e) weakly focused fields of the base, lattice, and array vector optical field; (f) SEM image of the silicon surface ablated by the weakly focused fields



图 18 由旋向矢量光场"基元"构成的阵列矢量光场和利用其紧聚焦场进行微加工的 SEM 图像^[38]。(a)~(e)阵列矢量光场的总强度;(f)~(j)阵列矢量光场的 x 分量强度;(k)~(o)阵列矢量光场的紧聚焦场在硅表面烧蚀的 SEM 图像

Fig. 18 Array vector optical fields with azimuthally polarized vector optical fields as bases and SEM images of micromachined silicon with the tightly focused fields^[38]. (a)-(e) Total intensity patterns of the array vector optical fields; (f)-(j) x-component intensity patterns of the array vector optical fields; (k)-(o) SEM images of the silicon surfaces ablated by the tightly focused array vector optical fields

图 20 所示为基于谢尔宾斯基地毯构造的两类 典型分形矢量光场的偏振态和强度分布。第一行表 示 A 类分形矢量光场,用径向偏振矢量光场填充了 谢尔宾斯基地毯所在的区域。第二行表示B类分 形矢量光场,用拓扑荷为±1的柱对称局域线偏振 矢量光场分别填充了谢尔宾斯基地毯所在区域和互



- 图 19 具有空间变化参数的分形光场^[39]。(a)振幅;(b) 相位;(c)偏振;(d)振幅-相位;(e)相位-偏振; (f)振幅-偏振;(g)振幅-相位-偏振
- Fig. 19 Fractal optical fields with the space-variant parameters^[39]. (a) Amplitude-only; (b) phaseonly; (c) polarization-only; (d) amplitudephase; (e) phase-polarization; (f) amplitudepolarization; (g) amplitude-phase-polarization

补的区域。A类分形矢量光场可以表示为"基元"和 "点阵"的卷积,即

 $E_{n'}^{A}(x,y) = E_{n'U}^{A}(x,y) \otimes L_{n'}(x,y), \quad (9)$ 式中: $E_{n'U}^{A}(x,y)$ 为"基元"矢量光场; $L_{n'}(x,y)$ 为 分形点阵,其中 n'为分形维数。

B类分形矢量光场的表示方式与A类分形矢

量光场类似,可以将谢尔宾斯基地毯区域内外的两 种矢量光场分别表示出来然后叠加得到。分形矢量 光场不仅是阵列矢量光场,也是一种典型的非柱对 称、多奇点矢量光场。

Gao 等^[40]基于分形"点阵"生长模型,通过理论 设计和实验生成了更加丰富的分形阵列矢量光场。 在分形矢量光场中,分形阵列的"点阵"可以是任意 设计的,而"基元"也可以选择不同的振幅、相位和偏 振,将分形"点阵"和"基元"卷积就可以得到多种多 样的分形矢量光场。图 21 所示为以径向偏振矢量 光场为"基元"并与不同的分形"点阵"结合的分形矢 量光场实验结果。可以看出,根据不同的分形"点 阵"结构,可以设计不同的分形阵列矢量光场,极大 地丰富了分形矢量光场的种类。这些分形阵列矢量 光场已经被应用于焦场调控、光学微操纵和光学信 息传输等领域^[40]。

4.2 焦面上的阵列矢量光场

多焦斑阵列在光学俘获、光学微纳加工和光信 息存储等领域具有广泛的应用,若不同的焦斑具有 不同的偏振态分布,则在焦面上得到了更灵活的阵 列矢量光场。通过设计入射阵列矢量光场,可以在 焦面产生阵列矢量光场^[37-40]。图 22 所示为 B 类分 形矢量光场在焦面上产生的阵列矢量光场^[39]。可 以看到,通过改变参数可以灵活调控焦场点阵的数 量和偏振态分布。同时,分形维数 n'在聚焦过程中 起到了清扫的作用,即随着 n'的增大,焦斑附近的 杂斑会被清扫干净。



图 20 基于谢尔宾斯基地毯构造的两类典型分形矢量光场的偏振态和强度分布^[39]。(a)(b)偏振态分布;(c)(d)总光强 实验结果;(e)(f) x 分量强度实验结果

Fig. 20 Polarization and intensity distributions of two types of fractal vector optical fields based on the Sierpinski structure^[39]. (a)(b) Polarization states; (c)(d) experimental total intensity patterns; (e)(f) experimental *x*-component intensity patterns



图 21 以径向偏振矢量光场为"基元"并与不同分形"点阵"结合的分形矢量光场的强度实验结果^[40] Fig. 21 Experimental intensity patterns of the generated fractal vector optical fields with radially polarized vector optical fields as bases and different lattices^[40]



图 22 B 类分形矢量光场在焦面上产生的阵列矢量光场^[39]。(a)焦场强度模拟结果,图片尺寸 0.6 mm×0.6 mm;(b)焦场强度 模拟结果,图片尺寸 1.8 mm×1.8 mm;(c)焦场强度模拟结果,图片尺寸 5.4 mm×5.4 mm;(d)焦场强度实验结果 Fig. 22 Array vector fields at the focal planes of the type-B fractal vector optical fields^[39]. (a) Simulation results of focused field intensity for dimension of 0.6 mm×0.6 mm; (b) simulation results of focused field intensity for dimension of 1.8 mm×1.8 mm; (c) simulation results of focused field intensity for dimension of 5.4 mm×5.4 mm; (d) experimental results of focused field intensity

除了使用包括分形矢量光场在内的阵列矢量光 场在焦面获得阵列矢量光场之外,另一种方法是使 用通过傅里叶相移法得到的相位掩模板。傅里叶相 移定理是函数在空域的相移会导致频域的位移。由 于光场的焦平面是入射光场的傅里叶变换,故焦平 面可以当作频谱面来处理。若用 *E*_i(*x*_i, *y*_i, *z*_i)表 示入射光场,*E*_f(*x*_f, *y*_f, *z*_f)表示焦场,则有

 $\mathscr{F}\{\boldsymbol{E}_{i}(x_{i}, y_{i}, z_{i})\exp[i2\pi(x_{i}\Delta x + y_{i}\Delta y + z_{i}\Delta z)]\} =$

 $E_{f}(x_{f} - \Delta x, y_{f} - \Delta y, z_{f} - \Delta z),$ (10) 式中: $\mathcal{F}($)代表傅里叶变换。因此,通过设计光场的 相位掩模板可以实现焦点在三维空间的定量移动, 且相位掩模板可以表示为 $\psi(x_i, y_i) = 2\pi(x_i\Delta x + y_i\Delta y - \Delta z \sqrt{1 - x_i^2 - y_i^2})/\lambda$,其中 λ 为波长。当入 射光场均匀分割为多个部分时,一个焦点便可以分 为多个焦点,将这些焦点规则排列可以得到焦场点 阵。再利用 π 相位分割法,可以控制各焦点的中心 偏振态,得到阵列矢量焦场。Mu 等^[86]利用此方法 沿径向分割得到的相位掩模板如图 23(a)所示, 图 23(c)所示为对应的二维阵列矢量焦场。Zhu 等^[87]使用的是图23(b)所示沿旋向分割得到的相位



- 图 23 多区域扇形掩模板和阵列矢量焦场^[86-87]。(a)沿 径向分割的多区域扇形掩模板;(b)沿旋向分割的 多区域扇形掩模板;(c)图(a)对应生成的阵列矢量 焦场;(d)图(b)对应生成的阵列矢量焦场
- Fig. 23 Multi-zone sector plates and corresponding array vectorial focused fields^[86-87]. (a) Multi-zone plate divided in radial direction; (b) multi-zone plate divided in azimuthal direction; (c) vectorial focused fields corresponding to (a); (d) vectorial focused fields corresponding to (b)

掩模板,图 23(d)所示为对应的二维阵列矢量焦场。

进一步将基矢量叠加生成矢量光场的方法和相 移原理相结合,可以灵活地控制焦场阵列中各个点 的强度、偏振态和位置等参数。Zeng 等^[88]基于该 思想产生了多种形态的阵列矢量焦场,图24和 图 25 所示分别为焦点参数可控的二维和三维矢量 焦场阵列的实验结果。

4.3 阵列矢量光场的动态调控

焦面上的阵列矢量光场可以通过设计阵列矢量 光场和相位掩模板获得,但是在实验中生成光场时, 不论是入射面还是焦面上的阵列矢量光场一般都需 要利用空间光调制器(SLM)对初始光进行相位调 制。因此,可以利用 SLM 的调控灵活性连续改变 所加载的全息相位图,从而对阵列矢量光场进行动 态调控。图 26(a)所示为将阵列矢量光场的旋转变 换动态调控应用于飞秒激光微加工领域的示意图。 通过动态改变加载在 SLM 上的全息光栅,得到动 态变化的阵列矢量光场,可以控制焦场点阵按既定 曲线移动,因此可以加工任意形状的微结构^[89]。图 26(b)所示为将阵列矢量光场的剪切变换动态调控 应用于光镊领域的实验结果。通过生成动态变化的 阵列矢量光场,可以控制焦场点阵的位移,将粒子运 送到特定位置^[40]。

5 偏振奇点与多奇点矢量光场

奇点是在数学上未被定义的点,通常来源于物 理量的未知性或奇异性。光学奇点由光场的相位或 偏振的不确定性导致,因此分别称为相位奇点和偏 振奇点。1832年,Hamilton在研究菲涅耳晶体光 学理论时意外发现了偏振奇点^[90]。单色相干矢量 光场中存在的偏振奇点可以分为C点、L线和V 点^[91]:C点是圆偏振态的奇异点,在这一点偏振椭 圆的长轴取向是不确定的;L线是线偏振态的奇异 线,在这条线上偏振椭圆的手性是不确定的;V点是



图 24 二维矢量焦点阵列^[88]。(a)焦点强度和位置可调;(b)焦点偏振态可调

Fig. 24 Two-dimensional vectorial multifocal array^[88]. (a) Multifocal spots with controllable intensities and positions;
 (b) multifocal spots with controllable states of polarization



图 25 焦点参数可控的三维矢量焦点阵列^[88]。(a)三维矢量焦点阵列;(b)~(e)经过偏振片之后的强度, 红色箭头为偏振片的透射方向

Fig. 25 Three-dimensional vectorial multifocal array with controllable parameters^[88]. (a) Three-dimensional vectorial multifocal array; (b)-(e) corresponding intensity patterns of beams passing a polarizer with transmission direction marked by a red double arrow



图 26 阵列矢量光场的动态调控及应用。(a)旋转阵列矢量光场和相应的焦场轨迹模拟图^[89]; (b)剪切变换阵列分形矢量光场和相应的微操纵实验图^[40]

Fig. 26 Dynamically controlled array vector optical fields and the applications. (a) Rotation of the array vector optical field and the corresponding simulated focal traces^[89]; (b) shear transformation of the array fractal vector optical field and the corresponding trapping experiment results^[40]

局域线偏振矢量光场的奇异点,在这一点偏振椭圆 的长轴取向和手性都是不确定的。图 27 所示为最 简单的 C 点和 L 线的示意图。考虑庞加莱球, C 点 对应球的南北两极点,L线对应球的赤道线。V点 是一种最常见的偏振奇点,最基本的柱对称的局域 线偏振矢量光场(包括径向偏振和旋向偏振矢量光



图 27 两种全庞加莱球场以及其中的 C 点和 L 线

Fig. 27 Two kinds of full Poincaré beams and C-point and L-line in these fields

场)中心的奇点都是 V 点。

包含有偏振奇点的矢量光场称为偏振奇点矢量 光场,传统的柱对称局域线偏振矢量光场在其中心原 点位置具有偏振奇点(V点)^[4]。含有多个偏振奇点 的矢量光场可以称为多偏振奇点矢量光场,前述由多 个矢量光场按规则排列得到的阵列矢量光场就是典 型的多偏振奇点矢量光场[37-40]。此外,单个矢量光场 中也可能含有多个偏振奇点或奇线。Freund^[92]设计 生成了具有任意位置、任意数量偏振奇点的多奇点矢 量光场。Flossmann 等^[93]研究了涡旋标量光场通过 双折射晶体后,出射场中偏振奇点的分布情况。图 28 所示为出射场的强度和偏振态分布,与入射的涡 旋光场不同,出射场的强度在中心位置的两侧出现最 小值点,且出射场中存在四个孤立的C点和一个接近 于圆环的L线,图28中用带颜色的圆圈来标定C点, 用黄色的实线表示L线。在这一物理过程中,体现了 奇点光学的一些特性,如拓扑荷守恒和奇点重构,说 明了标量光场和矢量光场之间存在一定的拓扑联系。 Bliokh 等^[94]研究了涡旋矢量光场在弱各向异性介质 中传播时偏振奇点的演化,并在传播场中发现了多个 偏振奇点、奇线和奇面。



图 28 出射场的强度和偏振态分布 (偏振 C 点用圆圈表示,L 线用黄色线圈表示)^[93] Fig. 28 Intensity and polarization distributions of the output field (the C-points are marked by circles, and the L-line is represented by a yellow line)^[93]

多光束干涉是在矢量光场中生成偏振奇点阵列 的常用方法。Yu等^[41]利用三光束干涉的方法得到 了多偏振奇点矢量光场,其中三种包含C点和L线 的多奇点矢量光场如图 29 所示。利用多光束干涉 的方法可以得到C点阵列^[95]、V点阵列^[96-97]和C 点、V点同时存在的偏振奇点阵列^[98],通过改变干 涉各点源的偏振态也可以得到更加丰富的偏振奇点 阵列矢量光场^[99]。



图 29 具有不同振幅比的三光束干涉生成的偏振奇点阵列矢量光场(绿色椭圆代表偏振态,黄色曲线代表L线, 蓝色圆环和红色方块代表C点)^[41]。(a) 1:1:1;(b) 5:5:7;(c) 5:5:3

Fig. 29 Arrayed polarization singularity vector optical fields generated by interference of three polarized waves with different amplitude ratios (the green ellipses show the polarization states, the yellow lines indicate L-lines, and the blue circles and red squares represent the C-points)^[41]. (a) 1:1:1; (b) 5:5:7; (c) 5:5:3 2013年,Pan 等^[42]提出了一种类电场线形式的 多偏振奇点矢量光场。这种新型矢量光场的线偏振 态方向与多电荷的电场线方向一致,图 30 所示为 3 个点电荷(*p*₁,*p*₂,*p*₃)和 4 个点电荷(*p*₁,*p*₂,*p*₃,*p*₄) 对应的类电场线形式矢量光场的偏振态分布和光强 分布,可以看出,这类矢量光场中出现的偏振奇点是 V点。根据产生原理和性质的不同,这些 V 点又可 以分为两类:一类是位于电荷所在位置的奇点,称为 内禀奇点,这类奇点是电极子的电场线模型必然导致 的奇点,用实心圆形表示;另一类奇点称为衍生奇点, 这类奇点并不在电荷所处位置,其形成原因是电场相 干相消,即所在位置不存在电场,用空心圆环表示。 在光场设计过程中,电荷的数量和位置均可以任意设 计,故这种类电磁线形式的矢量光场也是一类具有任 意数目和位置奇点分布的多奇点矢量光场,其灵活的 设计方法在焦场整形等领域具有独特的优势。



图 30 类电场线形式的多偏振奇点矢量光场[42]

Fig. 30 Multiple polarization singularity vector optical fields with spatial state of polarization (SoP) structures similar to the electric field lines^[42]

Zhang 等^[100]研究了旋向偏振矢量光场经过螺 旋相位和扇形破缺调制后,其聚焦场的偏振奇点分 布。结果表明,螺旋相位和扇形破缺都可以将入射 场中的 V 点转化为焦场中的 C 点,甚至是两个 C 点 或 V 点。Han 等^[43]进一步提出了一种可以任意调 控偏振奇点(V 点)数量和位置的局域线偏振矢量光 场,几种典型多偏振奇点矢量光场的偏振态分布如 图 31 所示。这种矢量光场的奇点情况可以控制焦 场偏振态的椭偏率,具体来说,当入射矢量光场的奇 点拓扑荷数和位置具有偶数阶对称性时,焦场的横 向分量为局域线偏振分布;反之,焦场的横向分量具 有杂化偏振态分布。利用此性质,可以通过设计入



图 31 六种多奇点矢量光场的偏振分布[43]

Fig. 31 Polarization distributions of six kinds of multiple polarization singularity vector optical fields^[43]

射场的偏振奇点分布,在改变聚焦场的横向偏振分 布的同时保持其强度分布不变,进而应用于激光加 工和光学存储等领域。

虽然研究者们已经可以得到任意数量、任意位 置奇点的多偏振奇点矢量光场,但其关注点大多集 中于奇点本身的性质研究^[101-104],对于多奇点矢量 光场的物理学行为,包括其在传输、聚焦等各方面的 性质和应用的研究开展得不多,目前鲜有报道。

6 其他非柱对称的新型矢量光场

6.1 坐标系中的新型矢量光场

在几何学中,坐标系是一种利用几个量在空间 中标定位置的系统,这几个量称为坐标。针对不同 的问题选择恰当的坐标系,会使该问题变得简单。 在物理学中,合适的坐标系除了可以用来解析一些 偏微分方程之外,也可以在正交坐标系中设计和生成各种矢量光场。其中,最常见、应用最广泛的柱对称矢量光场是在极坐标系(或柱坐标系)中构造的。除了直角坐标系和极坐标系,二维正交坐标系还包括双极、抛物和椭圆坐标系等坐标系,其坐标等值线如图 32 所示,其中 F_1 、 F_2 为焦点,(u,v)为对应的坐标。Pan等^[44-47]在这些二维正交坐标系中设计生成了偏振态沿坐标系等值线分布的矢量光场,下面简单介绍这几种坐标系中的矢量光场。

抛物对称矢量光场^[44]是在抛物坐标系中构造的 矢量光场,该坐标系中两个坐标的等值线是两组镜面 对称的抛物线,如图 32(a)中红色抛物线和蓝色抛物 线所示。实验生成的抛物对称矢量光场如图 33 所 示,可以看出,光场的总强度中不存在偏振奇点,光场 *x*分量的强度是一组开口向上的抛物线图案。



图 32 二维正交坐标系。(a)抛物坐标系;(b)椭圆坐标系;(c)双极坐标系;(d)双曲坐标系 Fig. 32 Two-dimensional orthogonal coordinates systems. (a) Parabolic coordinates system; (b) elliptic coordinates system; (c) bipolar coordinates system; (d) hyperbolic coordinates system





Fig. 33 Parabolic-symmetry vector optical fields with different topological charges and $n = 0^{[44]}$

椭圆对称矢量光场^[45]是在椭圆坐标系中构造的,该坐标系(u,v)具有两个焦点 F₁、F₂,分别位 于直角坐标系中的点(-f,0)和(f,0)位置,其中 f 为焦距。如图 32(b)所示,其中一组红色共焦的椭 圆代表坐标 u 的等值曲线,一组蓝色共焦的双曲线 代表坐标 v 的等值曲线。实验生成的椭圆对称矢 量光场如图 34 所示,可以看出,光场会产生一些奇 点和奇线,这些奇点和奇线来源于局域线偏振态的 取向不确定性,属于 V 点和 V 线。 双极对称矢量光场^[46]是在双极坐标系中设计的,该坐标系(u,v)具有两个焦点 F_1 、 F_2 ,分别位于 直角坐标系中的点(-f,0)和(f,0)处,其坐标等值 曲线如图 32(c)所示,其中红色非同心圆环代表坐标 u 的等值曲线,蓝色非同心圆环代表坐标v 的等值曲 线。坐标u 的两组圆环等值曲线的中心都在y 轴上, 其中一组圆环的圆心在y 轴正半轴,另一组圆环的圆 心在y 轴负半轴,两组圆环在两个焦点 F_1 和 F_2 处相 交;而坐标v的两组非同心圆环等值曲线并不相交。



图 34 n=0 时不同拓扑荷情况下的椭圆对称矢量光场^[45]

Fig. 34 Elliptic-symmetry vector optical fields with different topological charges and $n = 0^{[45]}$



图 35 n=0时不同拓扑荷情况下的双极对称矢量光场^[46]

Fig. 35 Bipolar-symmetry vector optical fields with different topological charges and $n=0^{[46]}$

双极对称矢量光场在双极坐标系的两个焦点处具有 两个偏振奇点(V点),双极对称矢量光场的 *x* 分量的 强度模拟和实验结果如图 35 所示。

在此基础上,Gao 等^[47]设计了一种新型的二维 正交双曲坐标系,并在此坐标系中设计生成了双曲 对称矢量光场。双曲坐标系的等值线是两组双曲 线,如图 32(d)所示,其中红色双曲线代表坐标 *u* 的 等值曲线,蓝色双曲线代表坐标 *v* 的等值曲线。双 曲对称矢量光场的总强度如图 36 所示,光场内不含 有偏振奇点或奇线。此外,随着拓扑荷数的增大,光 场 *x* 分量强度中双曲线的数目逐渐增加。

以上在各种二维正交坐标系中构造的矢量光场,打破了传统矢量光场的柱对称性,为光场调控研究注入了新的活力,提供了新的调控自由度,可以应用于焦场调控、光学存储、光学微加工和光学微操纵等领域^[44-47]。



Fig. 36 Hyperbolic-symmetry vector optical fields with different topological charges and $n = 0^{[47]}$

6.2 焦面上的新型矢量光场

除在入射面上设计各类矢量光场之外,设计具 有特殊偏振空间分布的焦场也得到了研究者的关 注。Chen 等^[48]提出了一种根据矢量衍射理论利用 迭代优化得到焦场偏振态整形的新方法。利用这种 新方法可以设计具有复杂偏振态分布的焦场,其中 一类具有阿基米德螺旋线偏振态分布的焦场如 图 37 所示,在焦面上每一个螺旋线区域用一种偏振 态(*x* 偏振态或 y 偏振态)填充。

为了任意调控焦场的强度、相位和偏振,Chen 等^[49]进一步提出了一种逆推方法,可以设计生成强 度、相位和偏振可任意调控的焦场,如图 38 所示,焦 场的强度模式是阿基米德螺旋线嵌入四条直线中, 其中上下两条线对应的是左旋圆偏振态,左右两条 线对应的是右旋圆偏振态,而阿基米德螺旋线上的 偏振态沿庞加莱球北极 N 按照图 38(a)所示的螺旋





线变化到南极 S。图 38(b)~(b3)和图 38(c)~ (c3)分别表示焦场斯托克斯参量的理论模拟和实验 结果。这种逆推方法可以设计生成具有任意振幅、 相位和偏振分布的焦场,可以应用于光学存储、微加 工、微操纵、近场光学和光镊等领域。





在二维矢量焦场调控的基础上,Chang 等^[105]进 一步发展了三维矢量焦场的非迭代设计理论和实验 方法。图 39 所示为一种含有二维圆环和三维阿基 米德螺旋线的矢量焦场,偏振态在轨迹线上随位置 改变而变化。

6.3 其他新型矢量光场

2007年,Lerman 等^[50-51]提出了一种椭圆对称 的局域线偏振矢量光场,并研究了这种矢量光场的 紧聚焦特性。图 40 所示为两种椭圆对称矢量光场 的偏振态分布,可以看出,相对于传统的径向偏振矢 量光场和旋向偏振矢量光场,这类矢量光场的偏振 运相当于径向场和旋向场在 *x* 或 *y* 方向缩放之后 的情况。正是这种变化使这类光场的偏振态具有了 椭圆对称性,因而在紧聚焦场调控和光学信息存储 等领域具有重要的应用价值。 研究者在研究新型矢量光场时,也致力于生 成形状更加复杂的非柱对称矢量光场,如偏振态 按照太极图案分布的局域线偏振矢量光场^[106],如 图 41 所示。在这种矢量光场中,不同区域填充了 不同的线偏振光场,虽然每个区域内光场的偏振 态保持不变,但是从整个光场的角度来看这仍然 是一种特殊的矢量光场。这种矢量光场与前面介 绍的矢量光场最大的区别就是没有特定的物理模 型和物理公式描述,只是根据特殊的图案设计 得到。

特殊的复杂矢量光场也可以根据性质和应用的 需求进行设计。Zhang 等^[107]提出了一种针对更高 数值孔径的焦场逆推入射场的方法。该方法是一种 基于 Richards-Wolf 积分和傅里叶变换的逆推算 法,可以通过给定的焦场分布寻找对应的入射矢量



图 39 偏振态随轨迹线变化的三维矢量焦场:焦平面上的 二维圆环和三维空间分布的阿基米德螺旋线三维矢量^[105] Fig. 39 Experimentally generated vectorial focal fields consisting of 2D ring curve and 3D Achimedean curve with continuously varying state of polarization. The 2D ring is located at the focal plane^[105]



图 40 两种椭圆对称的矢量光场^[51]。 (a)椭圆径向对称;(b)椭圆旋向对称



elliptical azimuthal symmetry

光场。通过联合调控光场的振幅、偏振态和相位,生成了一种复杂的非柱对称矢量光场,进而得到总强 度均匀的三角形焦斑,如图 42 所示。

事实上,在矢量光场生成方法日益成熟的今 天,研究者已经可以生成具有任意振幅、相位和偏 振分布的矢量光场^[108-111],因此可以根据需要设计 和生成各种具有特殊图案分布的矢量光场,在此 不再赘述。



图 41 太极图案矢量光场^[106]。(a)总强度分布;(b)*x* 分量强度分布;(c)*y* 分量强度分布;(d)偏振态分布 Fig. 41 Vector optical field with Taiji pattern^[106]. (a) Total intensity pattern; (b) *x*-component intensity pattern; (c) *y*-component intensity pattern; (d) state of polarization distribution



图 42 联合调控光场的振幅、偏振态和相位^[107]。入射矢量光场的(a)强度、(b)偏振态和 (c)相位示意图;(d)总强度均匀分布的三角形焦斑

Fig. 42 Comprehensive adjustment of optical field amplitude, state of polarization, and phase^[107]. (a) Total intensity, (b) state of polarization, and (c) phase of the incident vector optical field; (d) triangle focal spot with uniform intensity

7 结束语

随着矢量光场研究的深入,传统的柱对称局域 线偏振矢量光场已不能满足需要,因此,近年来研究 者们设计并生成了多种新型矢量光场。回顾了种类 各异的新型矢量光场的发展历史,并介绍了这些矢 量光场的设计、生成以及部分性质和应用。光场的 空域调控参数包括振幅、相位和偏振态,其中振幅和 相位是标量,而偏振态作为矢量具有方向、椭偏率和 手性等调控参数。因此,矢量光场的偏振态空域调 控最具灵活性和可塑性,其可调控的自由度最多,这 也造就了种类丰富的新型矢量光场。理论和实验已 经证实,这些新型矢量光场在焦场调控、光学微操 纵、光学微加工和光信息传输等领域具有广泛的应 用。在未来的研究中,可进一步提出和生成新型矢 量光场,这些种类丰富的矢量光场在光学超衍射极 限、量子光学与量子信息、光学超分辨成像、光通信、 光与材料和微结构的相互作用等领域具有很大的 潜力。

参考文献

- [1] Snitzer E. Cylindrical dielectric waveguide modes
 [J]. Journal of the Optical Society of America, 1961, 51(5): 491-498.
- [2] Pohl D. Operation of a ruby laser in the purely transverse electric mode TE_{01} [J]. Applied Physics Letters, 1972, 20(7): 266-267.
- [3] Mushiake Y, Matsumura K, Nakajima N. Generation of radially polarized optical beam mode by laser oscillation [J]. Proceedings of the IEEE, 1972, 60(9): 1107-1109.
- [4] Zhan Q W. Cylindrical vector beams: From mathematical concepts to applications[J]. Advances in Optics and Photonics, 2009, 1(1): 1-57.
- [5] Marhic M E, Garmire E. Low-order TE_{0q} operation of a CO₂ laser for transmission through circular metallic waveguides [J]. Applied Physics Letters, 1981, 38(10): 743-745.
- [6] Tidwell S C, Ford D H, Kimura W D. Generating radially polarized beams interferometrically [J]. Applied Optics, 1990, 29(15): 2234-2239.
- [7] Churin E G, Hoβfeld J, Tschudi T. Polarization configurations with singular point formed by computer generated holograms [J]. Optics Communications, 1993, 99(1/2): 13-17.
- [8] Tidwell S C, Kim G H, Kimura W D. Efficient radially polarized laser beam generation with a double interferometer[J]. Applied Optics, 1993, 32 (27): 5222-5229.
- [9] Stalder M, Schadt M. Linearly polarized light with axial symmetry generated by liquid-crystal polarization converters[J]. Optics Letters, 1996, 21 (23): 1948-1950.
- [10] Jordan R H, Hall D G. Free-space azimuthal paraxial wave equation: The azimuthal Bessel-Gauss beam solution [J]. Optics Letters, 1994, 19(7): 427-429.
- [11] Greene P L, Hall D G. Diffraction characteristics of the azimuthal Bessel-Gauss beam[J]. Journal of the

Optical Society of America A, 1996, 13 (5): 962-966.

- [12] Hall D G. Vector-beam solutions of Maxwell's wave equation [J]. Optics Letters, 1996, 21(1): 9-11.
- [13] Greene P L, Hall D G. Focal shift in vector beams[J]. Optics Express, 1999, 4(10): 411-419.
- [14] Youngworth K S, Brown T G. Focusing of high numerical aperture cylindrical-vector beams [J]. Optics Express, 2000, 7(2): 77-87.
- [15] Richards B, Wolf E. Electromagnetic diffraction in optical systems. II. Structure of the image field in an aplanatic system [J]. Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 1959, 253(1274): 358-379.
- [16] Dorn R, Quabis S, Leuchs G. Sharper focus for a radially polarized light beam [J]. Physical Review Letters, 2003, 91(23): 233901.
- [17] Hao X, Kuang C F, Wang T T, et al. Phase encoding for sharper focus of the azimuthally polarized beam[J]. Optics Letters, 2010, 35(23): 3928-3930.
- [18] Wang H F, Shi L P, Lukyanchuk B, et al. Creation of a needle of longitudinally polarized light in vacuum using binary optics [J]. Nature Photonics, 2008, 2(8): 501-505.
- [19] Kozawa Y, Sato S. Focusing property of a doublering-shaped radially polarized beam [J]. Optics Letters, 2006, 31(6): 820-822.
- [20] Wang X L, Ding J P, Qin J Q, et al. Configurable three-dimensional optical cage generated from cylindrical vector beams [J]. Optics Communications, 2009, 282(17): 3421-3425.
- [21] Zhao Y Q, Zhan Q W, Zhang Y L, et al. Creation of a three-dimensional optical chain for controllable particle delivery[J]. Optics Letters, 2005, 30(8): 848-850.
- [22] Gabriel C, Aiello A, Zhong W, et al. Entangling different degrees of freedom by quadrature squeezing cylindrically polarized modes [J]. Physical Review Letters, 2011, 106(6): 060502.
- [23] Varin C, Piché M. Acceleration of ultra-relativistic electrons using high-intensity TM₀₁ laser beams[J]. Applied Physics B, 2002, 74(1): s83-s88.
- [24] Novotny L, Beversluis M R, Youngworth K S, et al. Longitudinal field modes probed by single molecules[J]. Physical Review Letters, 2001, 86 (23): 5251-5254.
- [25] Ciattoni A, Crosignani B, Di Porto P, et al. Azimuthally polarized spatial dark solitons: Exact solutions of Maxwell's equations in a Kerr medium [J]. Physical Review Letters, 2005, 94 (7): 073902.
- [26] Meier M, Romano V, Feurer T. Material

processing with pulsed radially and azimuthally polarized laser radiation [J]. Applied Physics A, 2007, 86(3): 329-334.

- [27] Lou K, Qian S X, Wang X L, et al. Twodimensional microstructures induced by femtosecond vector light fields on silicon [J]. Optics Express, 2012, 20(1): 120-127.
- [28] Kawauchi H, Yonezawa K, Kozawa Y, et al. Calculation of optical trapping forces on a dielectric sphere in the ray optics regime produced by a radially polarized laser beam [J]. Optics Letters, 2007, 32(13): 1839-1841.
- [29] Zhan Q W. Trapping metallic Rayleigh particles with radial polarization [J]. Optics Express, 2004, 12(15): 3377-3382.
- [30] Wang X L, Li Y N, Chen J, et al. A new type of vector fields with hybrid states of polarization [J]. Optics Express, 2010, 18(10): 10786-10795.
- [31] Lerman G M, Stern L, Levy U. Generation and tight focusing of hybridly polarized vector beams
 [J]. Optics Express, 2010, 18(26): 27650-27657.
- [32] Beckley A M, Brown T G, Alonso M A. Full Poincaré beams[J]. Optics Express, 2010, 18(10): 10777-10785.
- [33] Beckley A M, Brown T G, Alonso M A. Full Poincaré beams II: Partial polarization [J]. Optics Express, 2012, 20(9): 9357-9362.
- [34] Milione G, Sztul H I, Nolan D A, et al. Higherorder Poincaré sphere, Stokes parameters, and the angular momentum of light [J]. Physical Review Letters, 2011, 107(5): 053601.
- [35] Yi X N, Liu Y C, Ling X H, et al. Hybrid-order Poincaré sphere [J]. Physical Review A, 2015, 91 (2): 023801.
- [36] Ren Z C, Kong L J, Li S M, et al. Generalized Poincaré sphere[J]. Optics Express, 2015, 23(20): 26586-26595.
- [37] Lou K, Qian S X, Ren Z C, et al. Femtosecond laser processing by using patterned vector optical fields[J]. Scientific Reports, 2013, 3: 2281.
- [38] Cai M Q, Tu C H, Zhang H H, et al. Subwavelength multiple focal spots produced by tight focusing the patterned vector optical fields[J]. Optics Express, 2013, 21(25): 31469-31482.
- [39] Pan Y, Gao X Z, Cai M Q, et al. Fractal vector optical fields [J]. Optics Letters, 2016, 41 (14): 3161-3164.
- [40] Gao X Z, Pan Y, Zhao M D, et al. Focusing behavior of the fractal vector optical fields designed by fractal lattice growth model[J]. Optics Express, 2018, 26(2): 1597-1614.
- [41] Yu R L, Xin Y, Zhao Q, et al. Array of polarization singularities in interference of three waves[J]. Journal of the Optical Society of America

A, 2013, 30(12): 2556-2560.

- [42] Pan Y, Li S M, Mao L, et al. Vector optical fields with polarization distributions similar to electric and magnetic field lines [J]. Optics Express, 2013, 21 (13): 16200-16209.
- [43] Han L, Liu S, Li P, et al. Managing focal fields of vector beams with multiple polarization singularities
 [J]. Applied Optics, 2016, 55(32): 9049-9053.
- [44] Pan Y, Li Y N, Ren Z C, et al. Parabolicsymmetry vector optical fields and their tightly focusing properties [J]. Physical Review A, 2014, 89(3): 035801.
- [45] Pan Y, Li Y N, Li S M, et al. Elliptic-symmetry vector optical fields [J]. Optics Express, 2014, 22 (16): 19302-19313.
- [46] Pan Y, Li Y N, Li S M, et al. Vector optical fields with bipolar symmetry of linear polarization [J]. Optics Letters, 2013, 38(18): 3700-3703.
- [47] Gao X Z, Pan Y, Cai M Q, et al. Hyperbolicsymmetry vector fields [J]. Optics Express, 2015, 23(25): 32238-32252.
- [48] Chen H, Zheng Z, Zhang B F, et al. Polarization structuring of focused field through polarization-only modulation of incident beam [J]. Optics Letters, 2010, 35(16): 2825-2827.
- [49] Chen Z Z, Zeng T T, Ding J P. Reverse engineering approach to focus shaping [J]. Optics Letters, 2016, 41(9): 1929-1932.
- [50] Lerman G M, Levy U. Tight focusing of spatially variant vector optical fields with elliptical symmetry of linear polarization [J]. Optics Letters, 2007, 32 (15): 2194-2196.
- [51] Lerman G M, Lilach Y, Levy U. Demonstration of spatially inhomogeneous vector beams with elliptical symmetry[J]. Optics Letters, 2009, 34(11): 1669-1671.
- [52] Wang X L, Ding J P, Ni W J, et al. Generation of arbitrary vector beams with a spatial light modulator and a common path interferometric arrangement[J]. Optics Letters, 2007, 32(24): 3549-3551.
- [53] Couairon A, Mysyrowicz A. Femtosecond filamentation in transparent media [J]. Physics Reports, 2007, 441: 47-189.
- [54] Bespalov V I, Talanov V I. Filamentary structure of light beams in nonlinear liquids [J]. ZhETF Pisma Redaktsiiu, 1966, 3(11): 471-476.
- [55] Li S M, Li Y N, Wang X L, et al. Taming the collapse of optical fields [J]. Scientific Reports, 2012, 2: 1007
- [56] Gao X Z, Pan Y, Zhang G L, et al. Redistributing the energy flow of tightly focused ellipticity-variant vector optical fields[J]. Photonics Research, 2017, 5(6): 640-648.
- [57] Xu D F, Gu B, Rui G H, et al. Generation of

arbitrary vector fields based on a pair of orthogonal elliptically polarized base vectors [J]. Optics Express, 2016, 24(4): 4177-4186.

- [58] Gu B, Wen B, Rui G H, et al. Nonlinear polarization evolution of hybridly polarized vector beams through isotropic Kerr nonlinearities [J]. Optics Express, 2016, 24(22): 25867-25875.
- [59] Chen R P, Chew K H, Dai C Q, et al. Optical spin-to-orbital angular momentum conversion in the near field of a highly nonparaxial optical field with hybrid states of polarization[J]. Physical Review A, 2017, 96(5): 053862.
- [60] Chen R P, Zhong L X, Chew K H, et al. Effect of a spiral phase on a vector optical field with hybrid polarization states[J]. Journal of Optics, 2015, 17 (6): 065605.
- [61] Chen R P, Chew K H, Zhou G Q, et al. Vectorial effect of hybrid polarization states on the collapse dynamics of a structured optical field [J]. Optics Express, 2016, 24(24): 28143-28153.
- [62] Hu H W, Xiao P P. The tight focusing properties of spatial hybrid polarization vector beam[J]. Optik
 International Journal for Light and Electron Optics, 2013, 124(16): 2406-2410.
- [63] Gu B, Pan Y, Rui G H, et al. Polarization evolution characteristics of focused hybridly polarized vector fields[J]. Applied Physics B, 2014, 117(3): 915-926.
- [64] Li S M, Ren Z C, Kong L J, et al. Unveiling stability of multiple filamentation caused by axial symmetry breaking of polarization [J]. Photonics Research, 2016, 4(5): B29-B34.
- [65] Si Y, Kong L J, Zhang Y, et al. Spatial-variant geometric phase of hybrid-polarized vector optical fields[J]. Chinese Physics Letters, 2017, 34(4): 044204.
- [66] Chen R P, Gao T Y, Chew K H, et al. Near-field characteristics of highly non-paraxial subwavelength optical fields with hybrid states of polarization[J]. Chinese Physics B, 2017, 26(10): 104202.
- [67] Allen L, Beijersbergen M W, Spreeuw R J C, et al. Orbital angular momentum of light and the transformation of Laguerre-Gaussian laser modes [J]. Physical Review A, 1992, 45(11): 8185-8189.
- [68] Grier D G. A revolution in optical manipulation[J]. Nature, 2003, 424(6950): 810-816.
- [69] Molina-Terriza G, Torres J P, Torner L. Twisted photons[J]. Nature Physics, 2007, 3(5): 305-310.
- [70] Wang X L, Chen J, Li Y N, et al. Optical orbital angular momentum from the curl of polarization[J]. Physical Review Letters, 2010, 105(25): 253602.
- [71] Yan S H, Yao B L, Lei M. Comment on "optical orbital angular momentum from the curl of polarization" [J]. Physical Review Letters, 2011,

106(18): 189301.

- [72] Wang X L, Chen J, Li Y N, et al. A reply to the comment on "optical orbital angular momentum from the curl of polarization" [J]. Physical Review Letters, 2011, 106(18): 189302.
- Hu K L, Chen Z Y, Pu J X. Tight focusing properties of hybridly polarized vector beams [J]. Journal of the Optical Society of America A, 2012, 29(6): 1099-1104.
- [74] Li J, Wu P H, Chang L P. Analysis of the far-field characteristics of hybridly polarized vector beams from the vectorial structure [J]. Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer, 2016, 169: 127-134.
- [75] Ling X H, Yi X N, Dai Z P, et al. Characterization and manipulation of full Poincaré beams on the hybrid Poincaré sphere [J]. Journal of the Optical Society of America B, 2016, 33(11): 2172-2176.
- [76] Wei C, Wu D, Liang C H, et al. Experimental verification of significant reduction of turbulenceinduced scintillation in a full Poincaré beam [J]. Optics Express, 2015, 23(19): 24331-24341.
- [77] Zhang L, Qiu X D, Li F S, et al. Second harmonic generation with full Poincaré beams [J]. Optics Express, 2018, 26(9): 11678-11684.
- [78] Pan Y, Ren Z C, Qian S X, et al. Uniformly elliptically-polarized vector optical fields[J]. Journal of Optics, 2015, 17(3): 035616.
- [79] Milione G, Evans S, Nolan D A, et al. Higher order Pancharatnam-Berry phase and the angular momentum of light [J]. Physical Review Letters, 2012, 108(19): 190401.
- [80] Liu Y C, Ling X H, Yi X N, et al. Realization of polarization evolution on higher-order Poincaré sphere with metasurface [J]. Applied Physics Letters, 2014, 104(19): 191110.
- [81] Naidoo D, Roux F S, Dudley A, et al. Controlled generation of higher-order Poincaré sphere beams from a laser [J]. Nature Photonics, 2016, 10(5): 327-332.
- [82] Liu Z X, Liu Y Y, Ke Y G, et al. Generation of arbitrary vector vortex beams on hybrid-order Poincaré sphere [J]. Photonics Research, 2017, 5 (1): 15-21.
- [83] Liu Y Y, Liu Z X, Zhou J X, et al. Measurements of Pancharatnam-Berry phase in mode transformations on hybrid-order Poincaré sphere[J]. Optics Letters, 2017, 42(17): 3447-3450.
- [84] Pan Y, Gao X Z, Ren Z C, et al. Arbitrarily tunable orbital angular momentum of photons [J]. Scientific Reports, 2016, 6: 29212.
- [85] Man Z S, Bai Z D, Li J J, et al. Focus shaping by tailoring arbitrary hybrid polarization states that have a combination of orthogonal linear polarization

bases[J]. Applied Optics, 2018, 57(12): 3047-3055.

- [86] Mu T K, Chen Z Y, Pacheco S, et al. Generation of a controllable multifocal array from a modulated azimuthally polarized beam [J]. Optics Letters, 2016, 41(2): 261-264.
- [87] Zhu L W, Sun M Y, Zhang D W, et al. Multifocal array with controllable polarization in each focal spot
 [J]. Optics Express, 2015, 23(19): 24688-24698.
- [88] Zeng T T, Chang C L, Chen Z Z, et al. Threedimensional vectorial multifocal arrays created by pseudo-period encoding [J]. Journal of Optics, 2018, 20(6): 065605.
- [89] Cai M Q, Li P P, Feng D, et al. Microstructures fabricated by dynamically controlled femtosecond patterned vector optical fields [J]. Optics Letters, 2016, 41(7): 1474-1477.
- [90] Berry M. Making waves in physics [J]. Nature, 2000, 403(6765): 21.
- [91] Soskin M S, Vasnetsov M V. Singular optics [J]. Progress in Optics, 2001, 42(4): 219-276.
- [92] Freund I. Polarization singularity indices in Gaussian laser beams [J]. Optics Communications, 2002, 201: 251-270.
- [93] Flossmann F, Schwarz U T, Maier M, et al. Polarization singularities from unfolding an optical vortex through a birefringent crystal [J]. Physical Review Letters, 2005, 95(25): 253901.
- [94] Bliokh K Y, Niv A, Kleiner V, et al. Singular polarimetry: evolution of polarization singularities in electromagnetic waves propagating in a weakly anisotropic medium [J]. Optics Express, 2008, 16 (2): 695-709.
- [95] Pal S K, Senthilkumaran P. Lattice of C points at intensity nulls [J]. Optics Letters, 2018, 43(6): 1259-1262.
- [96] Ruchi, Pal S K, Senthilkumaran P. Generation of V-point polarization singularity lattices [J]. Optics Express, 2017, 25(16): 19326-19331.
- [97] Pal S K, Senthilkumaran P. Cultivation of lemon fields[J]. Optics Express, 2016, 24(24): 28008-28013.
- [98] Pal S K, Senthilkumaran P. C-point and V-point singularity lattice formation and index sign conversion methods [J]. Optics Communications, 2017, 393: 156-168.
- [99] Schoonover R W, Visser T D. Creating polarization

singularities with an N-pinhole interferometer [J]. Physical Review A, 2009, 79(4): 043809.

- [100] Zhang W, Liu S, Li P, et al. Controlling the polarization singularities of the focused azimuthally polarized beams[J]. Optics Express, 2013, 21(1): 974-983.
- [101] Freund I, Soskin M S, Mokhun A I. Elliptic critical points in paraxial optical fields [J]. Optics Communications, 2002, 208: 223-253.
- [102] Kiselev A D. Singularities in polarization resolved angular patterns: Transmittance of nematic liquid crystal cells [J]. Journal of Physics: Condensed Matter, 2007, 19(24): 246102.
- [103] Felde C V, Chernyshov A A, Bogatyryova G V, et al. Polarization singularities in partially coherent combined beams[J]. JETP Letters, 2008, 88(7): 418-422.
- [104] Vyas S, Kozawa Y, Sato S. Polarization singularities in superposition of vector beams [J]. Optics Express, 2013, 21(7): 8972-8986.
- [105] Chang C L, Gao Y, Xia J P, et al. Shaping of optical vector beams in three dimensions[J]. Optics Letters, 2017, 42(19): 3884-3887.
- [106] Chen H, Hao J J, Zhang B F, et al. Generation of vector beam with space-variant distribution of both polarization and phase[J]. Optics Letters, 2011, 36 (16): 3179-3181.
- [107] Zhang G L, Gao X Z, Pan Y, et al. Inverse method to engineer uniform-intensity focal fields with arbitrary shape[J]. Optics Express, 2018, 26(13): 16782-16796.
- [108] Han W, Yang Y F, Cheng W, et al. Vectorial optical field generator for the creation of arbitrarily complex fields[J]. Optics Express, 2013, 21(18): 20692-20706.
- [109] Yu Z L, Chen H, Chen Z Z, et al. Simultaneous tailoring of complete polarization, amplitude and phase of vector beams[J]. Optics Communications, 2015, 345: 135-140.
- [110] Chen Z Z, Zeng T T, Qian B J, et al. Complete shaping of optical vector beams[J]. Optics Express, 2015, 23(14): 17701-17710.
- [111] Rong Z Y, Han Y J, Wang S Z, et al. Generation of arbitrary vector beams with cascaded liquid crystal spatial light modulators[J]. Optics Express, 2014, 22(2): 1636-1644.