

基于散斑照明的成像分辨率研究

王鹏威^{1,2}, 龚文林^{1*}

¹中国科学院上海光学精密机械研究所量子光学重点实验室, 上海 201800;

²中国科学院大学, 北京 100049

摘要 照明方式对光学成像系统的分辨率有重大影响。从光场的相干性理论出发,研究了影响多帧散斑照明下一阶自相关成像和强度涨落二阶自相关成像分辨率的主要因素。理论和数值模拟结果表明,辐照于物面上的散斑横向相干长度大小与一阶自相关成像和强度涨落二阶自相关成像的分辨率呈非单调关系。此外,与传统非相干成像相比,一阶自相关成像和强度涨落二阶自相关成像仅能轻微地提高成像分辨率,而强度涨落二阶自相关成像只是对一阶自相关成像的结果起锐化作用,并不能进一步提高成像分辨率。

关键词 成像系统; 散斑成像; 统计光学; 分辨率; 相干性

中图分类号 O436

文献标识码 A

doi: 10.3788/AOS201838.0911003

Research on Imaging Resolution via Speckle Illumination

Wang Pengwei^{1,2}, Gong Wenlin^{1*}

¹Key Laboratory of Quantum Optics, Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics,

Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800, China;

²University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

Abstract The lighting mode has great influence on the resolution of optical imaging system. Based on the coherence theory of light field, the main factor which influence the imaging resolution of first-order autocorrelation imaging and the second-order autocorrelation imaging of intensity fluctuation via multi-frame speckle illumination are studied. The theory and numerical simulation results show that the transverse coherence length of speckle on the object plane and the resolution of first-order autocorrelation imaging and the second-order autocorrelation imaging of intensity fluctuation are not monotonic relationship. In addition, compared with the traditional incoherent imaging, the first-order autocorrelation imaging and the second-order autocorrelation imaging of intensity fluctuation can only slightly improve the imaging resolution. The result of second-order autocorrelation imaging of intensity fluctuation is just the sharpening of the result of first-order autocorrelation imaging, which can't further improve the imaging resolution.

Key words imaging systems; speckle imaging; statistical optics; resolution; coherence

OCIS codes 110.6150; 030.6600; 350.5730; 030.1640

1 引 言

对于光学成像而言,照明方式对成像分辨率有着重要影响^[1]。对于照明方式而言,一种是单帧均匀照明,比如传统的完全非相干光成像和相干光成像;另一种是多帧散斑照明,即单帧散斑强度分布是非均匀的,但是通过多帧散斑场的叠加,可以实现均匀照明。对于前者,成像分辨率与照明光源的空间相干性相关;对于后者,光源将在成像过程中充当一个极其重要的物理角色,成像分辨率与照明光源的

光场统计特性相关^[2-3]。与单帧均匀照明成像相比,多帧散斑照明成像具备很多优良特性,如更高的空间分辨率、能以低分辨率探测器获取高分辨图像等。因此,近年来引起了人们的广泛重视并得到了很好的应用,如荧光成像^[4]、结构光照明成像^[5-6]、关联成像^[7-8]等。关联成像作为多帧散斑照明成像的典型代表,与传统成像不同,其成像分辨率与物光路经过目标后的成像系统无关,而只取决于目标处散斑的横向相关长度大小^[9-10]。据此,Oh 等^[11]提出了强度涨落二阶自相关成像用以实现亚瑞利成像,Wang

收稿日期: 2018-02-28; 修回日期: 2018-04-02; 录用日期: 2018-04-23

基金项目: 国家自然科学基金(61571427)

* E-mail: gongwl@siom.ac.cn

等^[12]进一步开展了激光散斑照明下的一阶自相关成像和强度涨落二阶自相关成像研究, 得出一阶自相关成像就能实现亚瑞利成像的结论。但他们都认为成像分辨率与物面处散斑的横向相干长度大小呈单调关系。然而, 对于一阶自相关成像而言, 当物面处散斑的横向相干长度极小时, 其理论分辨率应为传统非相干成像的瑞利极限。那么, 将会出现一个问题: 如果自相关成像的分辨率与散斑大小呈单调关系, 则最佳分辨率应该就相当于传统非相干成像, 这与之之前能实现亚瑞利成像的结论相矛盾。本文在文献[11-12]的工作基础上, 从光场的相干性理论出发, 推导了散斑照明下的一阶自相关成像和强度涨落二阶自相关成像的成像公式, 然后通过数值解和仿真模拟进一步详细分析了物面处散斑的横向相干长度和物面后成像系统的数值孔径对一阶自相关成像和强度涨落二阶自相关成像分辨率的影响。本文

更为清楚地厘清了传统相干成像、非相干成像、一阶自相关成像和强度涨落二阶自相关成像的相互关系, 梳理了自相关成像的特点, 为自相关成像的应用提供了依据。

2 理论推导

基于散斑照明成像的光学原理图如图 1 所示。波长为 λ 的激光器在毛玻璃上产生直径为 D_s 的光斑, 经自由传播 Z_0 后照射到透射型物体 t 上, 再经焦距为 f 、通光口径为 D 的凸透镜成像到面阵探测器 D_t 上。对应基于散斑照明成像, 本文考虑两种图像重建情形: 1) 基于光场一阶相干特性重建, 即通过直接累加多帧散斑照明下的对应强度分布获取目标图像, 称为一阶自相关成像; 2) 基于光场二阶相干特性重建, 即通过计算探测器每像素点的光强涨落获取目标图像, 称为强度涨落二阶自相关成像。

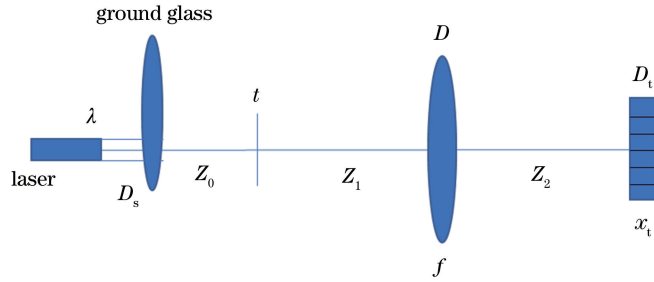


图 1 基于散斑照明成像原理图

Fig. 1 Schematic for imaging via speckle illumination

为方便起见, 以一维情形为例进行推导。由光场的相干性理论^[13-14]可知, 一阶自相关成像可表示为

$$G^{(1,1)}(x_1, x_1) = \langle E^*(x_1)E(x_1) \rangle = \int dx_1 \int dx_2 G^{(1,1)}(x_1, x_2) \langle h(x_1, x_1)h^*(x_1, x_2) \rangle. \quad (1)$$

而强度涨落二阶自相关成像为

$$\Delta G^{(2,2)}(x_1, x_1) = \langle I(x_1)^2 \rangle - \langle I(x_1) \rangle^2 = \left| \int dx_1 \int dx_2 G^{(1,1)}(x_1, x_2) \langle h(x_1, x_1)h^*(x_1, x_2) \rangle \right|^2, \quad (2)$$

式中 $E(x_1)$ 是探测面处振幅, $G^{(1,1)}(x_1, x_2)$ 是毛玻璃后表面处的一阶相关函数, $h(x_1, x)$ 和 $h^*(x_1, x)$ 为光源面到探测面的脉冲响应函数和脉冲响应函数的复共轭。

对于图 1 所示的光学系统, 在傍轴近似条件下, 脉冲响应函数可以表示为

$$h(x_1, x) \propto \int dx' t(x') \exp \left[\frac{j\pi}{\lambda z_0} (x' - x)^2 \right].$$

$$\text{sinc} \left[\frac{D(x_1 - x')}{\lambda z_2} \right], \quad (3)$$

式中 $t(x')$ 为物体的振幅透射率函数, D 为成像透镜 f 的有效孔径。激光经毛玻璃多次调制后, 毛玻璃后表面的光场可以认为是完全非相干且强度分布均匀的, 即

$$G^{(1,1)}(x_1, x_2) = I_0 \delta(x_1 - x_2), \quad (4)$$

式中 I_0 为常量, $\delta(x)$ 为狄拉克函数。

将(3)式和(4)式代入(1)式和(2)式中, 经计算化简后可得

$$G^{(1,1)}(x_1, x_1) \propto \int dx'_1 \int dx'_2 \langle t(x'_1)t^*(x'_2) \rangle h_1(x_1, x_1; x'_1, x'_2), \quad (5)$$

$$\Delta G^{(2,2)}(x_1, x_1) \propto \left| \int dx'_1 \int dx'_2 \langle t(x'_1)t^*(x'_2) \rangle h_1(x_1, x_1; x'_1, x'_2) \right|^2, \quad (6)$$

式中

$$h_1(x_1, x_1; x'_1, x'_2) = \exp \left[\frac{j\pi}{\lambda z_0} (x_1'^2 - x_2'^2) \right].$$

$$\frac{\text{sinc}\left[\frac{D_s(x'_1-x'_2)}{\lambda z_0}\right] \text{sinc}\left[\frac{D(x_1-x'_1)}{\lambda z_2}\right]}{\text{sinc}\left[\frac{D(x_1-x'_2)}{\lambda z_2}\right]} \quad (7)$$

当物面处散斑的横向相干长度 $l_c = \frac{\lambda z_0}{D_s}$ 远小于物体的特征尺寸(即最小分辨单元)时,(7)式可化简为 $h_1(x_1, x_1; x'_1, x'_2) \approx \delta(x'_1 - x'_2) \cdot \text{sinc}\left[\frac{D(x_1-x'_1)}{\lambda z_2}\right] \text{sinc}\left[\frac{D(x_1-x'_2)}{\lambda z_2}\right]$, 一阶自相关成像(5)式可化简为 $G^{(1,1)}(x_1, x_1) = \int dx'_1 |t(x'_1)|^2 \cdot \text{sinc}^2\left[\frac{D(x_1-x'_1)}{\lambda z_2}\right]$, 此时一阶自相关成像趋近于均匀照明时传统非相干成像的结果; 而当 l_c 远大于物体的特征尺寸时, 此时(5)式有 $G^{(1,1)}(x_1, x_1) = \left| \int dx'_1 t(x'_1) \text{sinc}\left[\frac{D(x_1-x'_1)}{\lambda z_2}\right] \right|^2$, 此时一阶自相关成像趋近于均匀照明时传统相干成像的结果; 而当 l_c 与物体的特征尺寸接近时, 一阶自相关成像趋近于传统部分相干光成像的结果。此外, 根据(5)~(7)式可以看出, 与一阶自相关成像相比, 强度涨落二阶自相关成像不能进一步提高系统的成像分辨率, 但可以提高一阶自相关成像的对比度(等价于图像的锐化处理)。

3 数值解和仿真模拟结果

针对上述理论推导结果进行相应的数值解和仿真模拟分析, 以便于给出直观的结论。根据图1所示的光学系统, 取 $\lambda = 532 \text{ nm}$, $D_s = 3 \text{ mm}$, $f = 150 \text{ mm}$, $Z_1 = Z_2 = 2f = 300 \text{ mm}$, 选用缝宽 $a = 24 \mu\text{m}$ 、缝间距 $d = 48 \mu\text{m}$ 的三缝作为成像物体, 如图3(a1)所示。当 $D = 4 \text{ mm}$ 固定不变时, 此时物体

和探测器之间的光学成像系统的分辨率极限为 $48.68 \mu\text{m}$, 通过改变毛玻璃和物体之间的距离 z_0 , 从而改变物面处散斑的横向相干长度 l_c 的大小。图2和图3分别给出了不同 l_c 下一阶自相关成像的一维数值解和二维仿真模拟结果。对于图3, 仿真模拟时, 散斑照明帧数取 2000。作为对比实验, 图2(a)蓝线和图3(a2)给出了传统非相干成像结果, 而图2(a)红线和图3(a3)给出了传统相干成像结果。随着物面处散斑的横向相干长度 l_c 的增加, 一阶自相关成像的分辨率表现为先升高后降低的趋势, 其最佳分辨率对应着一个最佳匹配的 l_c , 如图2(b)横线所示。当物面处散斑的横向相干长度小于最佳匹配的 l_c 时, 一阶自相关成像分辨率随着散斑的减小而降低, 最后趋于传统非相干成像的结果, 如图3(c1)所示, 仿真散斑相干长度 $10 \mu\text{m}$ 时图像和传统非相干成像结果的横截面比较。当物面处散斑的横向相干长度大于最佳匹配的 l_c 时, 一阶自相关成像的分辨率随着散斑的增大而降低, 最后趋于传统相干成像的结果, 如图3(c3)所示, 仿真散斑相干长度 $300 \mu\text{m}$ 时图像和传统非相干成像结果的横截面比较, 这一段内的分辨率和物面处散斑横向相干长度的关系与参考文献[12]相同。当散斑的横向相干长度为最佳匹配的 l_c 时, 在本文参数下 $l_c \approx 33 \mu\text{m}$ 时达到最佳的成像分辨率, 如图2(b)横黄线所示, 其分辨率要高于传统的非相干成像。因此, 当物面处散斑的横向相干长度邻近最佳匹配散斑处时(与物体特征尺寸可相比拟时, 等价于部分相干光照明), 一阶自相关成像的分辨率都略微优于传统的非相干成像。

讨论物面处散斑的横向相干长度 $l_c = 33 \mu\text{m}$ 固定的情形下, 物体与探测器之间成像系统的数值孔径(这里 z_1, z_2 固定, 改变 D 的大小)对一阶自相关成像和强度涨落二阶自相关成像分辨率的影响。作

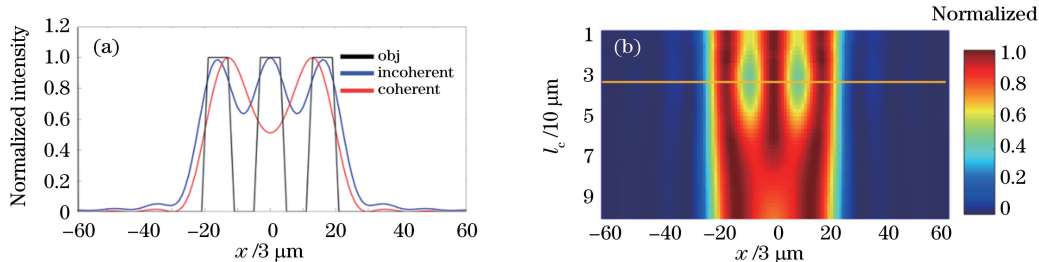


图2 $D = 4 \text{ mm}$ 时物面处散斑的横向相干长度大小与成像分辨率的关系。

(a) 传统非相干成像和相干成像结果; (b) 一阶自相关成像结果

Fig. 2 Relationship between the transverse coherence length of speckle on object plane and the imaging resolution with $D = 4 \text{ mm}$. (a) Result of traditional incoherent imaging and coherent imaging; (b) result of first order autocorrelation imaging

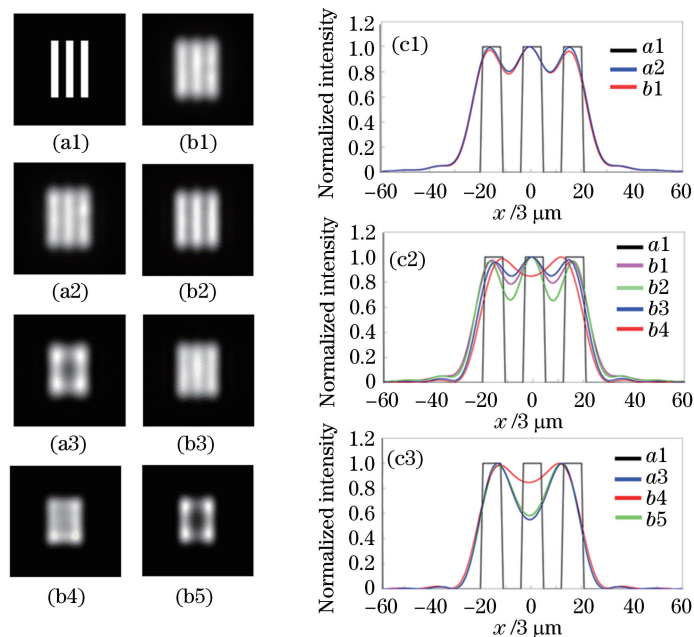


图 3 $D=4\text{mm}$ 时,物面处散斑横向相干长度大小对成像分辨率影响的数值模拟结果。

(a1)原始物体;(a2)传统非相干成像结果;(a3)传统相干成像结果;(b1)~(b5)不同的横向相干长度下一阶自相关成像的结果(散斑照明帧数 $N=2000$, L_c 分别为 10,30,50,80,300 μm);(c1)对应 a1, a2 和 b1 的横截面图比较;
(c2)对应 a1, b1~b3 和 b4 的横截面图比较;(c3)对应 a1, a3, b4 和 b5 的横截面图比较

Fig. 3 Numerical Simulation results in the transverse coherence length of speckle on object plane on the imaging resolution with $D=4\text{mm}$. (a1) Original object; (a2) result of traditional incoherent imaging; (a3) result of traditional coherent imaging; (b1)-(b5) results of first order autocorrelation imaging with different transverse coherence lengths (frame number N is 2000 and L_c is 10, 30, 50, 80, 300 μm , respectively); (c1) comparison of cross-sectional view of a1, a2 and b1; (c2) comparison of cross-sectional view of a1, b1-b3 and b4; (c3) comparison of cross-sectional view of a1, a3, b4 and b5

为对比,类似于图 2,图 4(a)和图 4(b)分别给出了传统非相干成像和相干成像时,成像分辨率与成像系统数值孔径变化关系的数值解结果。图 4 中黄、白、蓝和绿四条线分别对应于 D 值为 2.9, 3.1, 3.4, 4.0 mm。可以看出,两者的成像分辨率均随着成像系统数值孔径的减小而呈单调递减的趋势,且传统非相干成像的分辨率一直比传统相干成像分辨率要好。对于一阶自相关成像和强度涨落二阶自相关成像而言,与传统成像类似,随着成像系统数值孔径的减小,它们的成像分辨率也逐渐降低。然而,根据图 4 和图 5 的结果可以看出:当 $D=4.0\text{mm}$ 时,传统非相干成像,一阶自相关成像和强度涨落二阶自相关都能分辨物体,但强度涨落二阶自相关具有比一阶自相关成像更高的图像对比度,如图 4 中的绿线和图 5(d1),参考文献[12]中所述的一阶自相关成像和强度涨落二阶自相关成像属于这一情况;当 $D=3.4\text{mm}$ 时,此时传统的非相干成像已几乎不能分辨物体,但其横截面依旧能看到三缝的起伏,此时一阶自相关成像和强度涨落二阶自相关成像依然能

够较好地分辨物体,如数值解图 4 中蓝线部分,仿真图 5(a2)、图 5(b2),图 5(c2)和对应的横截面图 5(d2)。当 $D=3.1\text{mm}$ 时,正如数值解图 4 中白线部分,仿真图 5(a3)、图 5(b3),图 5(c3)和对应的横截面图 5(d3)所示。此时,传统非相干成像的横截面已完全没有三缝的特点,但此时一阶自相关成像和强度涨落二阶自相关成像还保有三缝特点,如图 5(d3)。这说明了一阶自相关成像和强度涨落二阶自相关成像的分辨率要比传统的非相干成像要高,体现了一阶自相关成像和强度涨落二阶自相关成像具有轻微地超分辨成像能力。当 D 减小到 2.9 mm 时,正如数值解图 4 中黄线部分,仿真图 5(a4)、图 5(b4),图 5(c4)和对应的横截面图 5(d4)所示,此时一阶自相关成像已完全不能分辨物体,强度涨落二阶自相关成像也无法分辨物体。综上所述,强度涨落二阶自相关成像与一阶自相关成像相比,并不能进一步提高成像分辨率,只是当一阶自相关成像还保有物体特征时,对一阶自相关成像的图像锐化,这一结论也可以从(5)式和(6)

式看出,因为强度涨落二阶自相关成像仅仅是一阶自相关成像的模平方。这正如参考文献[12]所言,对于具备不同灰阶的物体成像时,强度涨落二

阶自相关成像将导致目标的图像灰度失真。为了获得目标的真实强度分布,实际上需对强度涨落二阶自相关成像重构的图像进行开方处理。

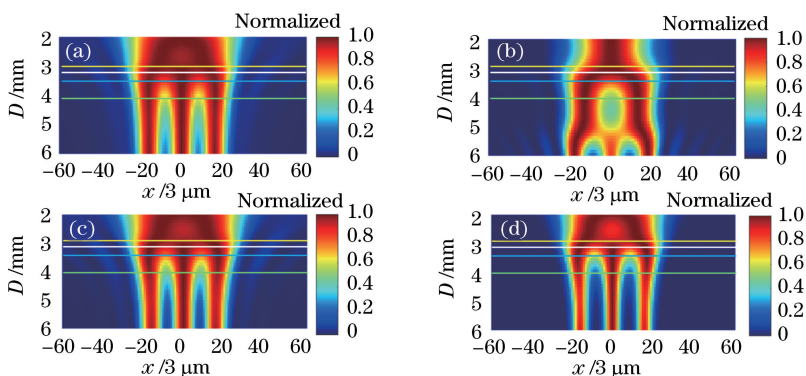


图 4 当 $l_c = 33 \mu\text{m}$ 时, 成像系统的数值孔径与成像分辨率的关系。

(a)传统非相干成像结果;(b)传统相干成像结果;(c)一阶自相关成像结果;(d)强度涨落二阶自相关成像结果

Fig. 4 Relationship between the numerical aperture of the imaging system and the imaging resolution with $l_c = 33 \mu\text{m}$. (a) Result of traditional incoherent imaging; (b) result of traditional coherent imaging (c) result of first order autocorrelation imaging; (d) result of second-order autocorrelation imaging of intensity fluctuation

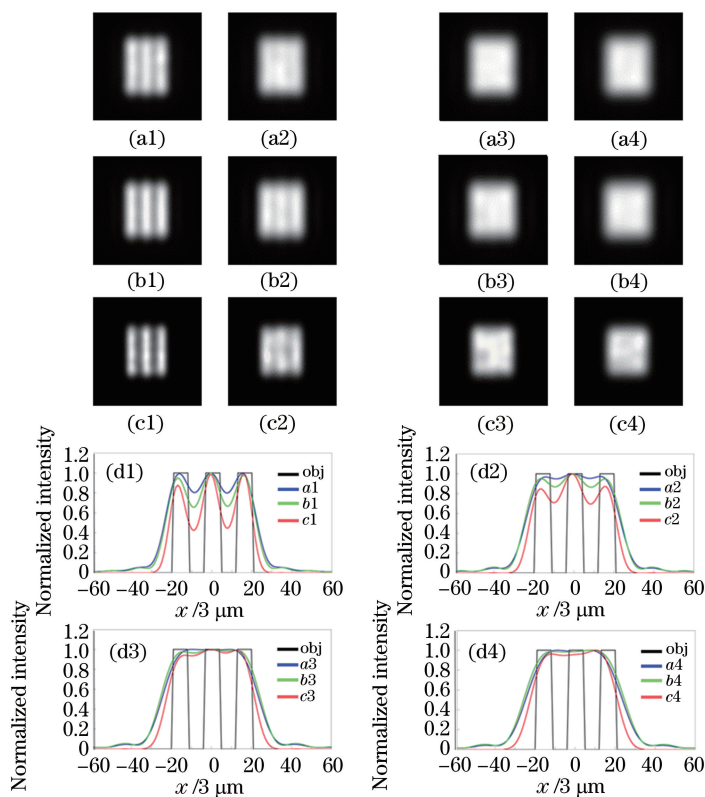


图 5 当 $l_c = 33 \mu\text{m}$ 时, 成像系统的数值孔径对成像分辨率影响的数值模拟结果。(a1)~(a4)传统非相干成像结果;(b1)~(b4)一阶自相关成像结果;(c1)~(c4)强度涨落二阶自相关成像结果(D 分别为 4.0, 3.4, 3.1, 2.9 mm); (d1)~(d4)对应于不同 D 下, 物体和三种成像方式的成像结果的横截面比较

Fig. 5 Numerical simulation results of the numerical aperture of the imaging system on the imaging resolution with $l_c = 33 \mu\text{m}$. (a1)-(a4) Results of traditional incoherent imaging; (b1)-(b4) results of first order autocorrelation imaging; (c1)-(c4) results of second-order autocorrelation imaging of intensity fluctuation (D is 4.0, 3.4, 3.1, 2.9 mm, respectively); (d1)-(d4) comparison of the cross-sectional view of three different imaging methods with different D values

4 结 论

通过理论和数值仿真研究,厘清了传统相干成像、非相干成像、一阶自相关成像和强度涨落二阶自相关成像的相互关系。理论和数值模拟结果表明:随着物面处的散斑横向相干长度的增加,一阶自相关成像的分辨率先提高后降低;当物面处的散斑横向相干长度大小与物体特征尺寸相匹配时,基于散斑照明的一阶自相关成像和强度涨落二阶自相关成像具有轻微的超分辨成像能力,而强度涨落二阶自相关成像只是对一阶自相关成像的结果起锐化作用。

参 考 文 献

- [1] Max B, Wolf E. Principles of optics [M]. 7th ed. Cambridge: Cambridge University Press, 1999.
- [2] Zhang E F, Liu W T, Chen P X. Ghost imaging with non-negative exponential speckle patterns[J]. Journal of Optics, 2015, 17(8): 085602.
- [3] Luo C L, Cheng J. Ghost imaging with shaped incoherent sources [J]. Optics Letters, 2013, 38(24): 5381-5384.
- [4] Min J H, Jang J, Keum D, *et al.* Fluorescent microscopy beyond diffraction limits using speckle illumination and joint support recovery[J]. Scientific Reports, 2013, 3: 2075.
- [5] Mudry E, Belkebir K, Girard J, *et al.* Structured illumination microscopy using unknown speckle patterns[J]. Nature Photonics, 2012, 6(5): 312-315.
- [6] Shechtman Y, Gazit S, Szameit A, *et al.* Super-resolution and reconstruction of sparse images carried by incoherent light[J]. Optics Letters, 2010, 35(8): 1148-1150.
- [7] Gong W L, Han S S. High-resolution far-field ghost imaging via sparsity constraint [J]. Scientific Reports, 2015, 5:9280.
- [8] Gong W L. High-resolution pseudo-inverse ghost imaging[J]. Photonics Research, 2015, 3(5): 234-237.
- [9] Zhang P L, Gong W L, Shen X, *et al.* Improving resolution by the second-order correlation of light fields[J]. Optics Letters, 2009, 34(8): 1222-1224.
- [10] Chen X H, Kong F H, Fu Q, *et al.* Sub-Rayleigh resolution ghost imaging by spatial low-pass filtering [J]. Optics Letters, 2017, 42(24): 5290-5293.
- [11] Oh J E, Cho Y W, Scarcelli G, *et al.* Sub-Rayleigh imaging via speckle illumination[J]. Optics Letters, 2013, 38(5): 682-684.
- [12] Wang Y L, Wang F R, Liu R F, *et al.* Spatial sub-Rayleigh imaging analysis via speckle laser illumination [J]. Optics Letters, 2015, 40(22): 5323-5326.
- [13] Goodman J W. Speckle phenomena in optics: Theory and applications[M]. Chao Q Z, Chen J B. Transl. Beijing: Science Press, 2009: 62-71. 古德曼. 光学中的散斑现象-理论和应用[M]. 曹其智, 陈家璧, 译. 北京: 科学出版社, 2009: 62-71.
- [14] Glauber R J. The quantum theory of optical coherence [J]. Physical Review, 1963, 130(6): 2529-2539.